

# ニオブ内に吸蔵された水素の固相内拡散と電気特性に関する研究

中西功太

博士(理学)

総合研究大学院大学

高エネルギー加速器科学研究科

加速器科学専攻

平成 17 年度

(2005)

## 目次

第1章	はじめに	1
1.1.	背景	1
1.2.	水素吸蔵による表面抵抗の増大	5
第2章	ニオブ箔を用いた水素導入方法の検討	7
2.1.	目的	7
2.2.	水素導入試験	8
2.3.	水素吸蔵量の測定	11
2.4.	電気伝導率測定	17
第3章	クラブ空洞同軸部による試験	20
3.1.	経緯	20
3.2.	試験用の超伝導空洞の製作	24
3.3.	測定結果	26
第4章	同軸サンプル空洞による試験	27
4.1.	同軸サンプル空洞概要	27
4.2.	同軸サンプル空洞の製作	29
4.3.	測定結果	32
第5章	改良型同軸空洞による試験	34
5.1.	改良型同軸空洞概要	34
5.2.	高周波結合器	35
5.3.	空洞製作	46
5.4.	予備測定	47
5.5.	水素導入試験	53

第6章 考察 .....	57
6.1. 室温保持時間 .....	57
6.2. 液体窒素温度保持時間 .....	60
6.3. 表面抵抗増大 .....	60
第7章 まとめと今後の課題 .....	61
7.1. まとめ .....	61
7.2. 今後の課題 .....	61
第8章 謝辞 .....	63
参考文献 .....	64
Appendix1 超伝導空洞の性能測定方法 .....	67
Appendix2 同軸型空洞の Q 値の計算 .....	70
Appendix3 空洞性能測定時の反射電力挙動 .....	76
Appendix4 改良型同軸空洞ギャップ部の改造と高周波結合器の外部 Q 値.....	80

## 第1章 はじめに

### 1.1. 背景

超伝導空洞は、常伝導空洞と比較して高周波損失が小さく、少ない高周波電力で高い電磁場強度を得ることが可能である。この為、常伝導空洞では除熱性能の限界により実現不可能な高い電場を連続して発生させることができる。現在加速器に利用される超伝導空洞は高純度のニオブで製作されている。空洞の表面抵抗は周波数に依存するが、高エネ研で使用されている約 509MHz の周波数では、4.2K におけるニオブ製超伝導空洞の表面抵抗は常温での無酸素銅製の空洞の表面抵抗(=5.88m $\Omega$ )より 4~5 桁小さい値となることが知られている[1][2]。このため、高エネルギー物理学の研究施設において超伝導加速空洞の実用化が始まり、今日では放射光施設や自由電子レーザーの施設においても利用されている[1][3][4]。加えて、次世代の放射光源と期待されるエネルギー回収型リニアックでは原理的に超伝導加速空洞の利用が不可欠であることや、国際リニアコライダー計画でも採用が決定されることなどから、今後ますます利用分野は広がっていくものと考えられる[5][6]。

超伝導空洞の内表面は、通常鏡面に仕上げられる[7]。これは、超伝導空洞が高い電磁場強度で運転され、表面の微細な構造や付着物が空洞の性能を決定することがあるためである。特に、表面の構造により局所的な電場の集中が発生した場合には空洞表面からの電子の電界放出を生じ、放出された電子を加速することによる電力の消費、加速された電子が空洞壁面に衝突することによる空洞温度の上昇等の現象を引き起こす。超伝導材料の臨界磁場は温度に依存する為、空洞温度の上昇は到達電磁場強度の低下を引き起こす。また、表面に付着した外来粒子も同様に電子を放出すると考えられており、空洞壁面からの電子の電界放出と同様に空洞性能の劣化の原因となる。外来粒子の問題は表面処理技術、特に高圧水洗技術の発展により克服されつつある[8]。

空洞の効率を定義した Q 値は、超伝導空洞の性能を評価する最も基本的な値のひとつである。特にビーム加速に伴う電力の消費や、高周波の入出力機器の影響を除外した無負荷

Q 値(=Q<sub>0</sub>)は空洞の性能を示す指標としてよく利用され、次式の通り定義される。

$$Q_0 = \frac{\omega U}{P_0} = \frac{G}{R_s}$$

ここで、 $\omega$  は共振モードの角振動数、U は蓄積エネルギー、P<sub>0</sub> は空洞壁面のジュール損失、G は geometrical factor、R<sub>s</sub> は空洞壁面の表面抵抗を示す。G は空洞形状とモードにのみ依存する定数であり、無負荷 Q 値は表面抵抗に反比例する。

Q 値を劣化させる原因は、空洞内表面の荒れ(滑らかさの低下)、異物の付着に加えて、空洞素材中に含まれる水素によるニオブ水素化物(NbH)の生成が指摘されている[9]。

ニオブ製空洞の表面処理技術は、巨視的な表面磁場がニオブの上部臨界磁場に達する理論的限界を引き出せるまでに発展している[8]。しかし、その再現性は現在のところ十分ではなく、空洞が所定の性能を示すまで、同じ処理を何度も繰り返し実施しているのが実情である。

本研究では、Q 値を劣化させる要因のうちニオブ水素化物の影響に注目することにする。製造過程でニオブに取り込まれる水素は比較的少なく、ニオブ中に水素が導入される原因は、空洞の表面を滑らかするために実施する電解研磨(EP)および化学研磨(CP)の処理中にニオブ内に水素が吸蔵される為といわれている[2]。これは、ニオブ素材の加工、研磨を通じてニオブ表面の近傍に不純物が埋め込まれており、電解研磨はこれらの不純物を除去するのに効果的である為に行われる処理である。電解研磨の研磨量は、100 μm 程度が一般的である。この電解研磨処理で吸蔵された水素は真空中で約 700 °C のアニールを行うことによって除去される。一通りの処理を実施後、空洞の性能を測定する。測定の結果、空洞の Q 値、又は到達電場などの性能が不十分な場合は表面を滑らかにし、付着した不純物を除去するために電解研磨、又は化学研磨を改めて施工し、再度性能測定を実施する。2 回目以降の電解研磨は研磨量を小さくし、アニールは行わない。超伝導空洞の製作工程を図 1 に示す。電解研磨の再施工を行い、低温での性能測定を実施するまでにはさまざまな工程があり、途中で空洞内部に異物等が混入する可能性がある。従って、空洞を再電解

研磨処理した場合、Q 値に影響する主な要素である空洞内表面の滑らかさ、清浄度、水素濃度のすべてが変化することが分かる。このため、空洞の表面処理により空洞性能が変化した際に、その原因を追究することは困難である。本研究では、ニオブ中の吸蔵水素による影響をほかの要因と分離して再現し、分析することを目的としている。

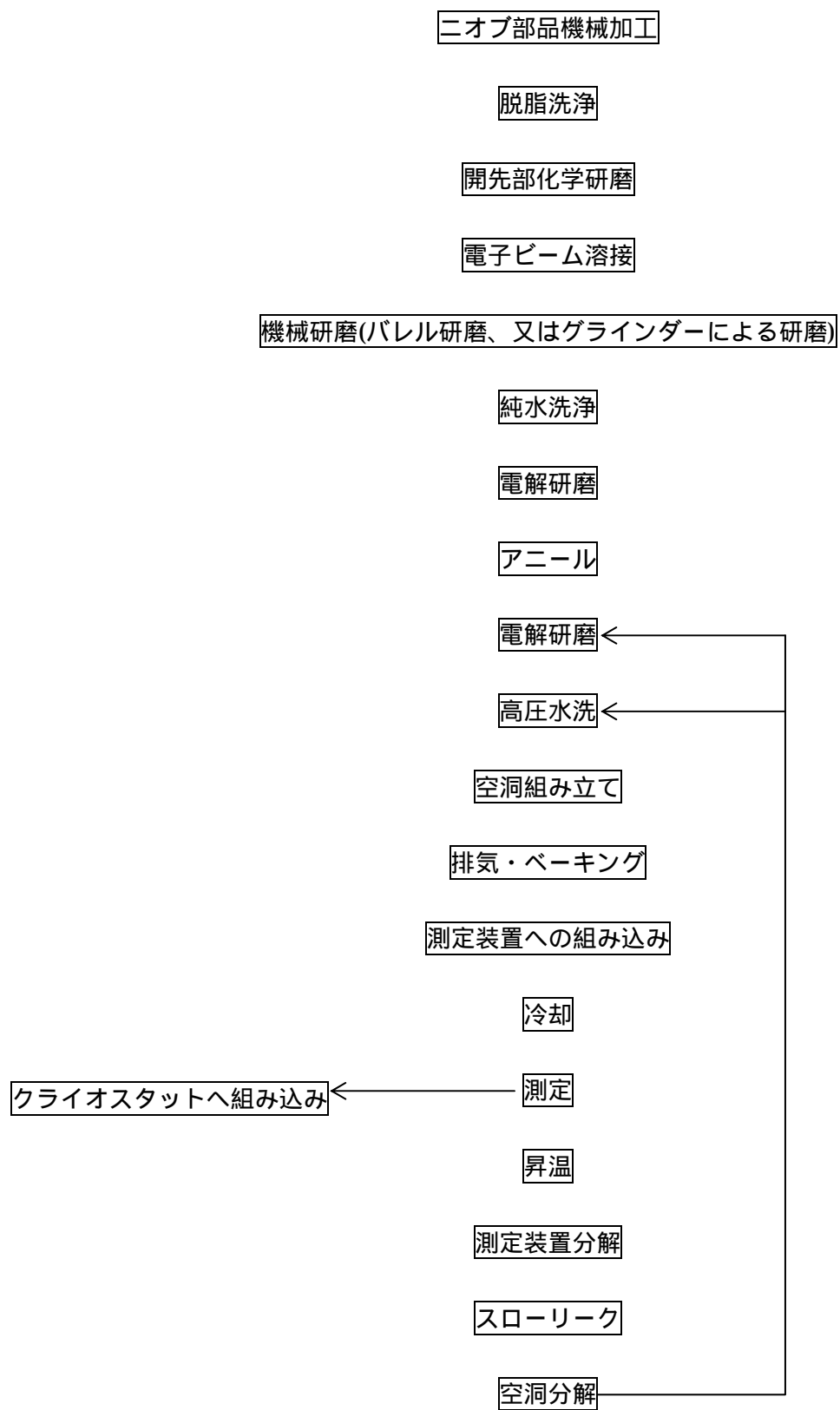


図 1 超伝導空洞製作フロー

## 1.2. 水素吸蔵による表面抵抗の増大

前述の通り、ニオブ中に吸蔵された水素により空洞の表面抵抗が増大し、空洞の性能が低下することが知られている。この現象はしばしば“Q-disease(水素病)”と呼ばれている。水素吸蔵は電解研磨[EP]、化学研磨[CP]の際に起こると考えられており、水素吸蔵を起こした空洞は、室温から液体ヘリウム温度まで急激に冷却すると小さな表面抵抗を示すが、24 時間程度の時間をかけてゆっくりと冷却すると表面抵抗が増大する[9][10]。特に、60~150K の温度領域を長時間経験すると顕著に表面抵抗が増大することが知られている。表面抵抗が増大するメカニズムは以下のものであると考えられている。

濃度(原子数比)10%未満の水素が吸蔵されたニオブは、室温においては結晶格子の隙間に水素を取り込んだ固溶体の形態が安定であり、この固溶体は液体ヘリウム温度において良好な超伝導性を示す[11]。一方、150K 以下の温度領域においてはニオブ水素化物(NbH)の化合物として存在するほうが安定であり、この化合物の示す超伝導性は固溶体より劣っている(表面抵抗が大きく臨界磁場が小さい)ことが知られている。また、化合物は空洞の表面に島状に析出すると考えられている[8]。超伝導材料では電流は材料のロンドンの侵入深さと呼ばれる厚みの表面層に流れるため、超伝導空洞の性能はニオブの表面層の状態に強く影響される。常伝導体である無酸素銅の場合、高周波電流が流れる表皮厚さは509MHz では  $2.9\ \mu\text{m}$  であるが、超伝導体であるニオブのロンドン進入深さは 39nm と極めて小さい値を持つ[12]。従って、ニオブ水素化物の表面への析出は超伝導空洞の性能劣化に大きな影響を及ぼす。

固溶体相と化合物相の相転移は化学変化である。化学変化の反応速度は温度に依存することが知られている。反応速度は温度に対し指数関数的に変化するため、空洞を運転する極低温においてはほとんど反応が進行しない[13]。実際には 60K 以下の温度で空洞を長時間保持してもほとんど Q 値の劣化が観測されないことが知られている[1]。

このようにして、60~150K 程度の温度を長く経験した超伝導空洞は表面抵抗が大きく、急速に冷却した超伝導空洞の表面抵抗が小さいことが理解できる。従って、加速器の空洞



においても冷却速度を速くすることでニオブの水素化物の表面への析出を抑制できるので表面抵抗の増大を防ぐことが出来る。しかし、実際には急冷時は温度分布の不均一による熱歪等により超伝導空洞とビームパイプをつなぐシール部などからのリークの危険性が増すために 24 時間以上の時間をかけてゆっくりと冷却されている。

現状では、水素吸蔵による空洞の表面抵抗の増大を防ぐために、事前に真空炉中で熱処理を施し空洞素材中から水素を除去している。通常、空洞は熱処理後も電解研磨などの多少の表面処理が必要になるため、少しでも水素吸蔵量の少ない処理を求めて現在も研究が続けられている [2]。

## 第2章 ニオブ箔を用いた水素導入方法の検討

### 2.1.目的

空洞を電解研磨、又は化学研磨すると空洞壁面からニオブ中に水素が吸収されることが報告されている[1][2][3]。揮発性のフッ化水素酸や硝酸等の劇毒物を使用し、ドラフター内での作業が義務付けられている電解研磨や化学研磨を、実験装置に組み込まれた空洞に水素を導入する方法として採用することは、取り扱いが難しくなる上に危険でもある。ニオブ内に水素を導入する方法として、電気化学的な手法が報告されており、この方法を用いて空洞に水素を導入することを検討する[4][5]。

空洞への水素の導入に先立って、電気化学的な方法でニオブ箔に水素を吸蔵させる試験を行った。ニオブ箔に水素が吸蔵されたことは、真空中でニオブ箔を抵抗加熱により昇温し、放出される水素の分圧を四重極質量分析器で測定することにより確認した。

## 2.2.水素導入試験

ニオブを陰極として、希硫酸中でステンレス製の陽極を用いて通電すると、通電時間に比例してニオブ中に水素が吸蔵されることが報告されている。希硫酸の濃度は報告者により異なるが 2～10% (0.2～1M)、印加する電圧は 35V である[4][5]。

文献には印加する電圧の記載があるが、電極間の距離の記載はなく、不明な点も多いので、水素吸蔵試験を追試することとした。厚さ  $20\mu\text{m}$  のニオブ箔を図 2 に示す形状に切り、0.2M の希硫酸中で通電試験をおこなった。電極間距離が反応に及ぼす影響を調べるため、電極間距離 5mm 及び 10mm として通電する電流密度を変化させて抵抗値の変化を測定した(図 3、図 4)。ただし、サンプルが背板またはスペーサに接している面を除く  $400\text{mm}^2$  を有効な通電面積とした。図 4 より希硫酸層 5mm 当たりの抵抗値は 0.4 であることが分かる。従って、印加電圧の表面寄与分を分離することが出来る。電流密度と印加電圧の表面寄与分の関係を図 5 に示す。電極間距離 5mm と 10mm では依存関係はほぼ一致しており、約 2.7V に反応開始の閾値があり、その後は線形である。図 2 に示した比較的小さいサンプルでも 35V の電圧を印加すると 32A と大きな電流となる計算であり、空洞への応用を考えると現実的ではない。反応の閾値を超えれば通電した電荷量に比例した水素が吸蔵されるのではないかと考え、比較的低い電圧を印加して試験を実施した(図 6)。

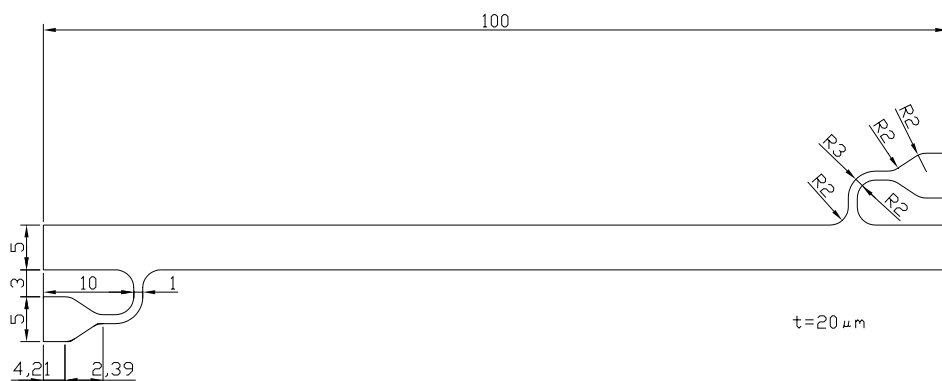


図 2 水素吸蔵試験用ニオブ箔サンプル形状

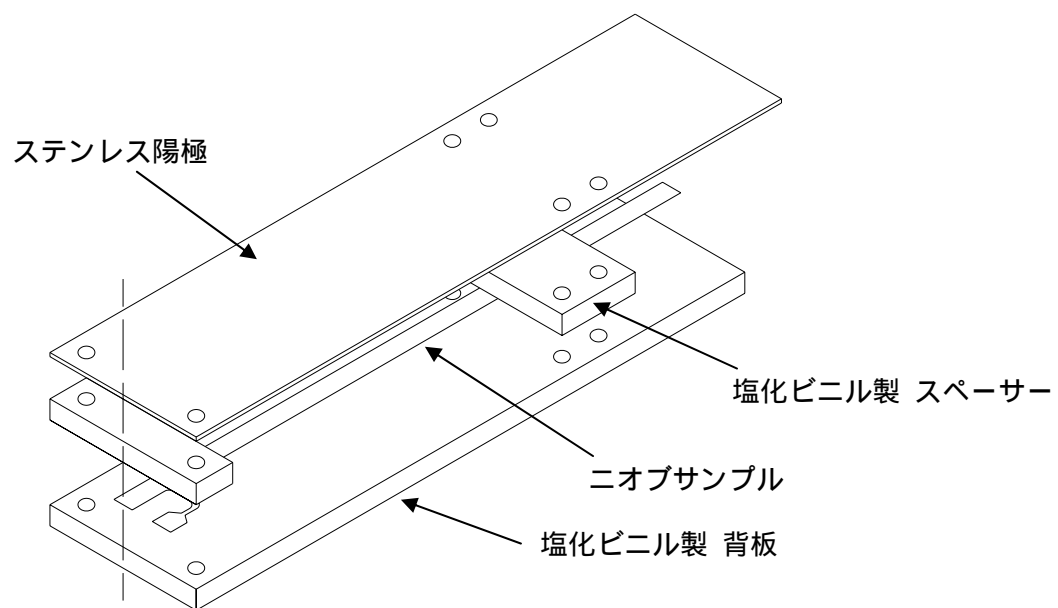


図 3 水素導入試験の構成

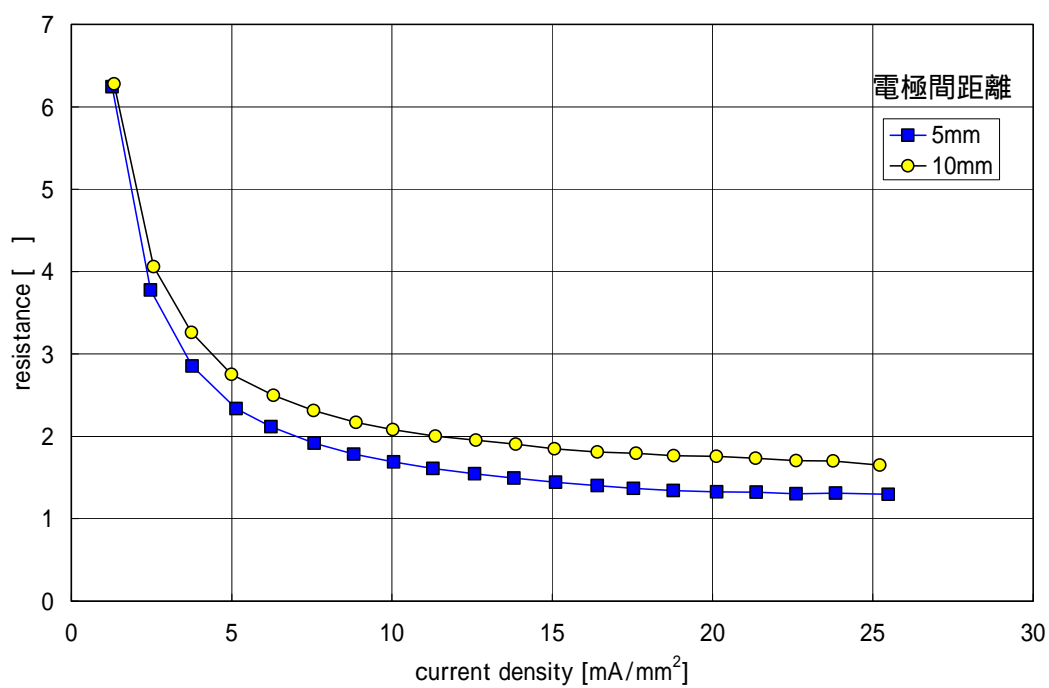


図 4 水素吸蔵反応における抵抗値の電流密度依存性

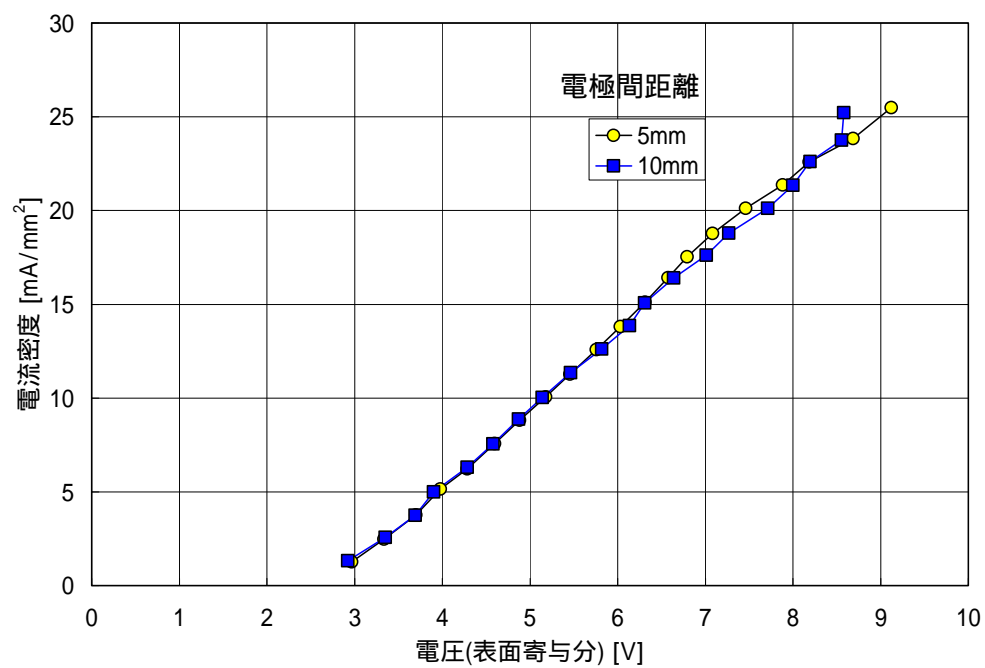


図 5 水素吸蔵反応における通電電流の印加電圧(表面寄与分)依存性



図 6 水素吸蔵試験の様子

### 2.3.水素吸蔵量の測定

ニオブ製超伝導空洞は研磨量の大きい初回の電解研磨実施後にニオブ材料中に吸蔵された水素を除去するために、真空アニールを行う。真空アニールは一般的に 700 以上の高温で実施され、アニール中には真空炉中の水素分圧の増加も観測される。これらの結果から、ニオブ箔に吸蔵された水素量はニオブ箔を真空中で加熱し、その水素分圧から比較可能であると考えられる。水素吸蔵処理を施したサンプルを真空中で通電加熱し放出される水素を観測した。また、通電に伴い発生する電圧をサンプルに取り付けられた電圧タップで測定しサンプルの平均的な電気抵抗率を同時に測定した。通電加熱中の赤熱したサンプルを目視する限り、温度分布に大きな不均一性は認められない。電気抵抗率は温度の関数であるため、この測定結果からサンプルの温度が分かる。電気抵抗率の温度依存性については 2.4.節に述べる。通電加熱用サンプルホルダーの模式図と写真を図 7、図 8 に示す。

抵抗加熱時の輻射率について確認しておく。幅  $w$ 、厚み  $t$ 、抵抗率  $\rho$  の箔に電流  $I$  を通電した際の単位面積当たりの発熱量  $E$  は次式により与えられる。単位表面積当たりであれば表面と裏面を考慮し半分にする必要がある。ただし、箔側面の面積は無視する。

$$E = \frac{I^2 \rho}{w^2 t}$$

温度  $T$ [K]の物体の単位表面積当たりの輻射は次式で与えられる。

$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

ここで、 $\varepsilon$  は輻射率、 $\sigma$  はステファン-ボルツマン定数である。これらの式からニオブ箔表面の輻射率が求められる。 $I=3$ [A]、 $\rho=3.59 \times 10^{-7}$ [ $\Omega \cdot m$ ]、 $w=5 \times 10^{-3}$ [m]、 $t=2 \times 10^{-5}$ [m]、 $\varepsilon=5.67 \times 10^{-8}$ [W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>]、 $T=823$ [K]を代入すると  $E=0.124$  と求められる。これは滑らかな金属光沢面としては妥当な値である。

図 9 に示す測定装置を用いて、サンプルを真空中で通電加熱した。通電加熱には定電流直流電源を使用し、電流および通電時間は 3A30min・4A30min・5A10min とし、同じサンプルについて連続して測定を行った。真空層の全圧及び代表的なガスの分圧を四重極質

量分析器(QMS)を用いて測定した。測定結果を図 10 に示す。通電開始後まもなく(25 秒程度)水素分圧が最大になるので、この値を水素吸蔵量を示す代表的な値として取り扱うことにする。なお、図 11 に示すように温度は 15 秒程度でほぼ平衡に達している(通電開始前は温度測定が出来ないためデータがない)。図 12 に最大水素分圧と電気分解処理時間をプロットした。このサンプルの電気分解時の印可電圧 5V、電極間距離 5mm である。この結果から、通電電荷と水素吸蔵量の間に線形な関係を見出すことは出来ないが、薬液が新しい場合には比較的水素吸蔵量と通電電荷の大小関係が一致することが分かる。また、薬液が古くなると溶け出したステンレス陽極の影響で薬液は黄色く色付き、さらに古くなるとニオブ陰極表面に析出することも分かった。超伝導空洞はニオブ素材中から水素ガスを除去するために 700 以上の高温で真空アニールを行うが、この試験から、550 でも水素が除去されることが分かった。なお、最も水素放出量の大きい 4min 通電サンプルを 15 日間通常の室内でポリ袋に入れて保管した後、再度通電加熱処理を行った。この際の放出ガス量は図 12 に示す通り非常に少ないものであった。これらの結果から、電気分解処理により水素ガスの吸蔵が起こっていることを確認できた。

これらの結果より、毎回新しい薬液を用い、通電電荷量の見積もりが容易になるよう定電流源を用いて同様の試験を行った。電流値 1.5A で通電時間を変化させて作成したサンプルを約 550 に通電過熱し、放出された最大水素分圧を測定した。測定結果を図 13 に示す。通電時間と放出水素ガス量には明らかな相関があることが分かる。

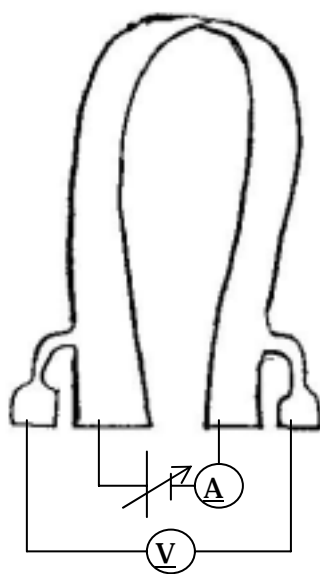


図 7 通電加熱試験模式図

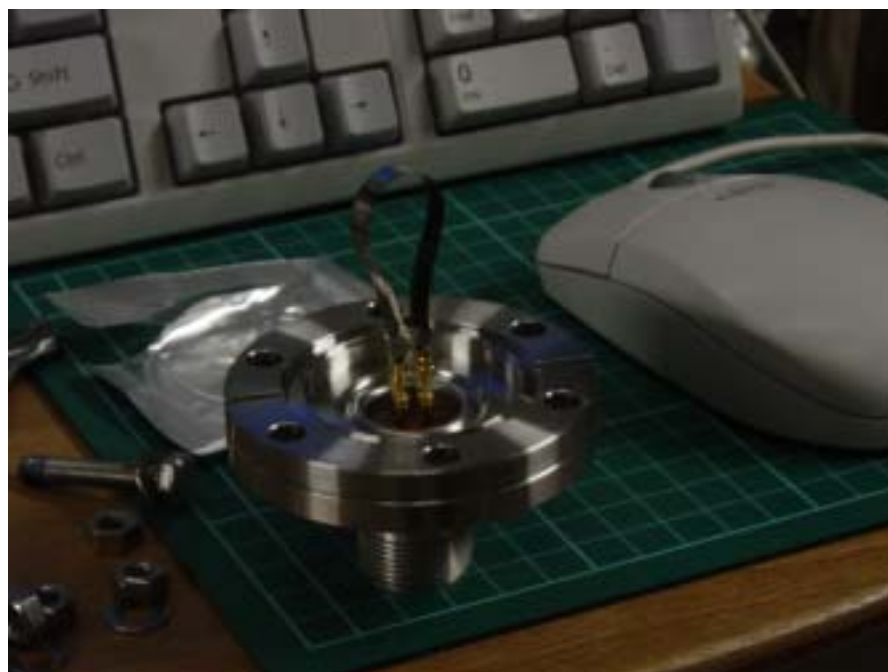


図 8 通電加熱用サンプルホルダー



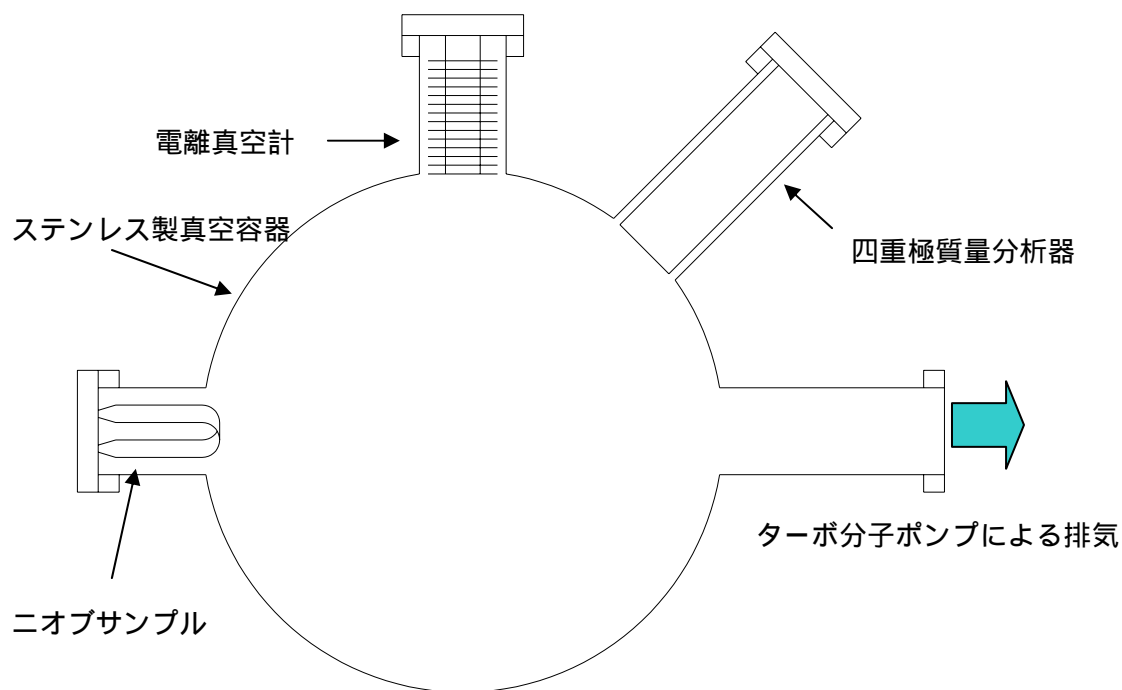


図 9 水素ガス放出量の測定装置

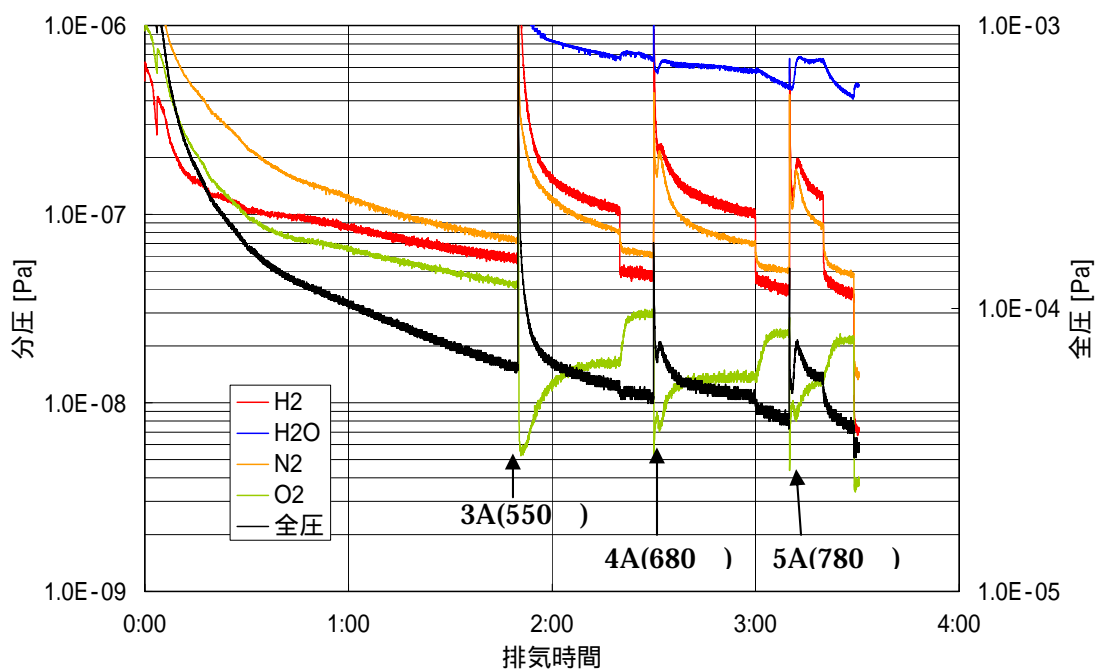


図 10 水素脱ガス試験中の水素分圧変化

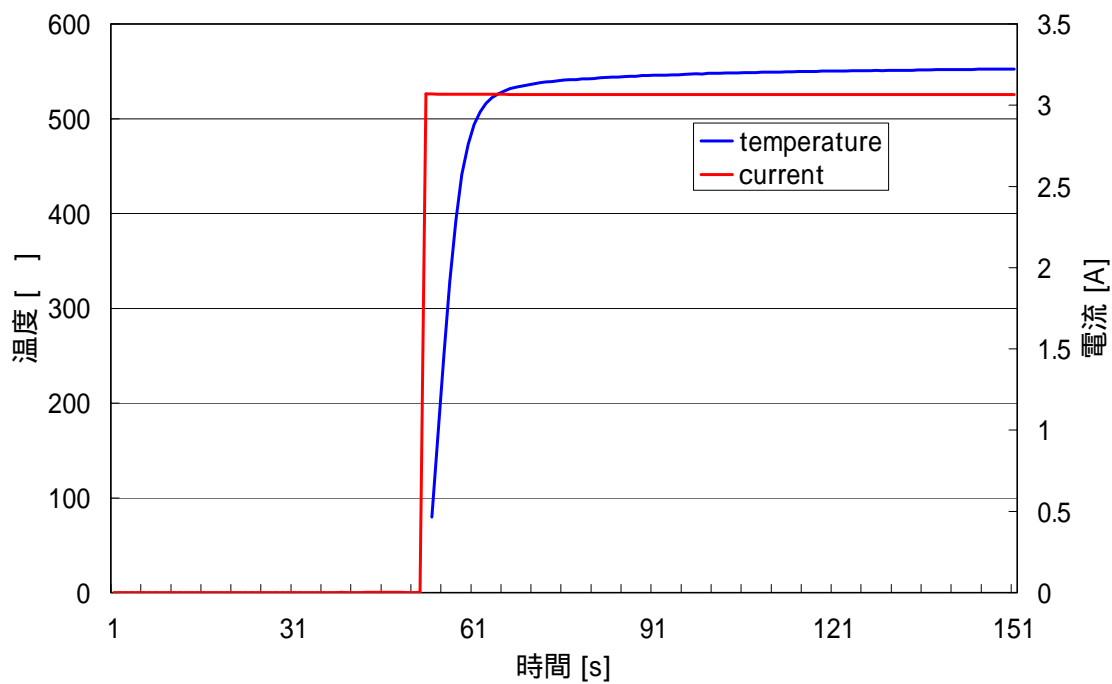


図 11 通電加熱開始時のサンプルの温度変化

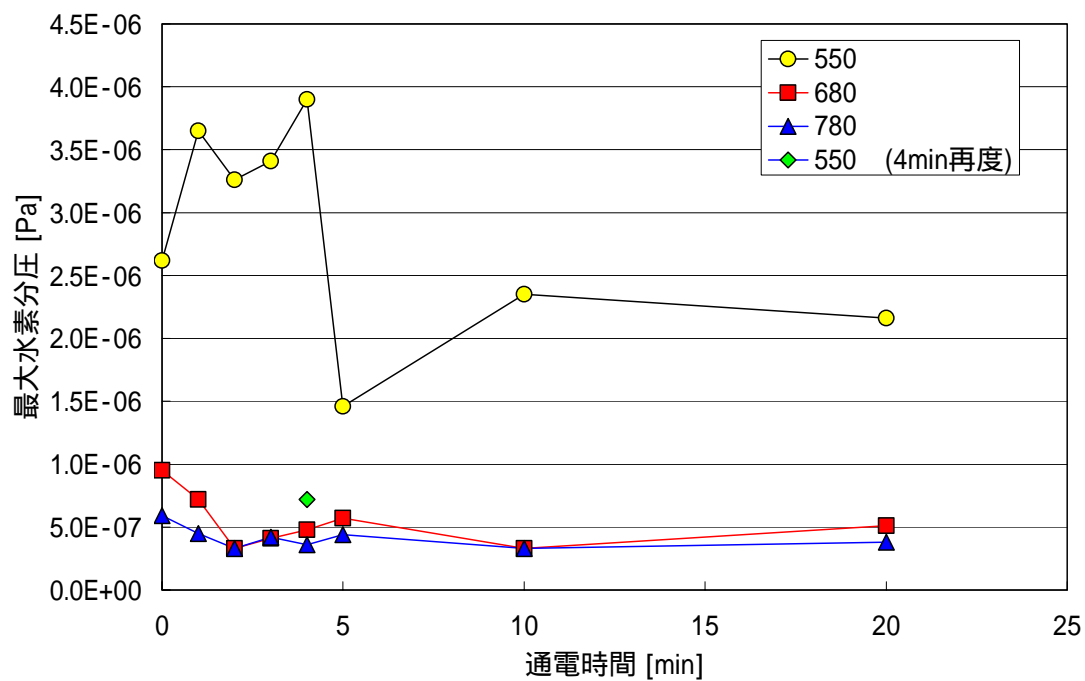


図 12 サンプル通電時の最大水素分圧と温度

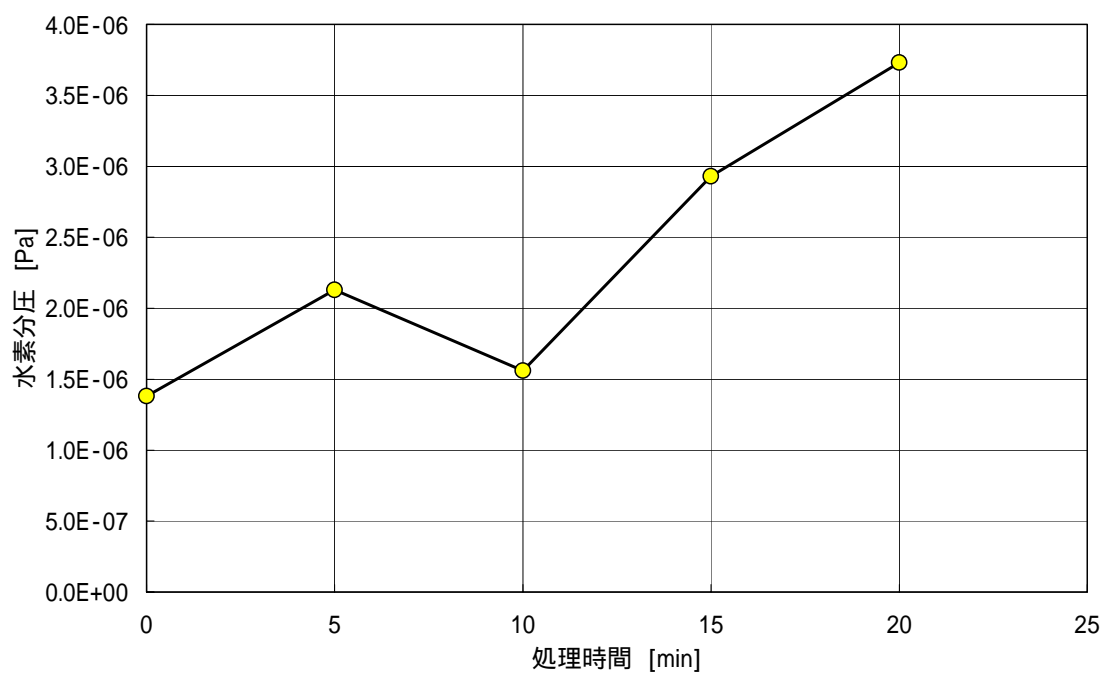


図 13 電気分解通电時間と最大水素分圧

#### 2.4.電気伝導率測定

ニオブ箔サンプルの通電加熱中の温度を評価するために電気抵抗率と温度の依存性を調べる必要がある。文献を調べると 0~600 の値は記載されているが、ニオブ製空洞の脱水素アニール処理温度は 700 (クラブ空洞の場合)であり、不十分である[6]。そこで、図 14 に示す 850 まで昇温可能な真空加熱炉を製作し電気抵抗率の温度依存性を測定した。真空炉は厚肉(10mm)の鉄製容器にヒータを取り付け、断熱真空と反射板により容器を外部から熱的に絶縁した構造になっている。炉内温度は、鉄製容器の内部温度を JIS K 型の熱電対で測定したものである。熱電対は鉄製容器に触れず容器内の空間に露出しており、容器壁面からの輻射により容器温度と同じ温度に加熱される。電気伝導率測定時はヒータを通電加熱し、熱電対の指示温度が十分に安定するのを待ってサンプル温度とした。

抵抗率を測定するニオブは幅 2.5mm 厚み 1mm 有効長さ 15.6mm の比較的太いロッドで図 15 に示すようにコイル状に丸めて 4 端子法により抵抗率を測定した。測定の結果を図 16 に示す。通電電流 0.5A と 1A で測定を実施しながら昇温し、通電電流による発熱が無視できる程度であることと、通電電流 0.5A で十分な精度で抵抗率が測定できることを確認した。炉は昇温時より降温時の方が温度を制御しやすく平衡状態を作りやすい。従って、抵抗率測定は 2 回にわたる降温時のデータを使用することとする。



図 14 真空加熱炉



図 15 抵抗率測定用サンプル

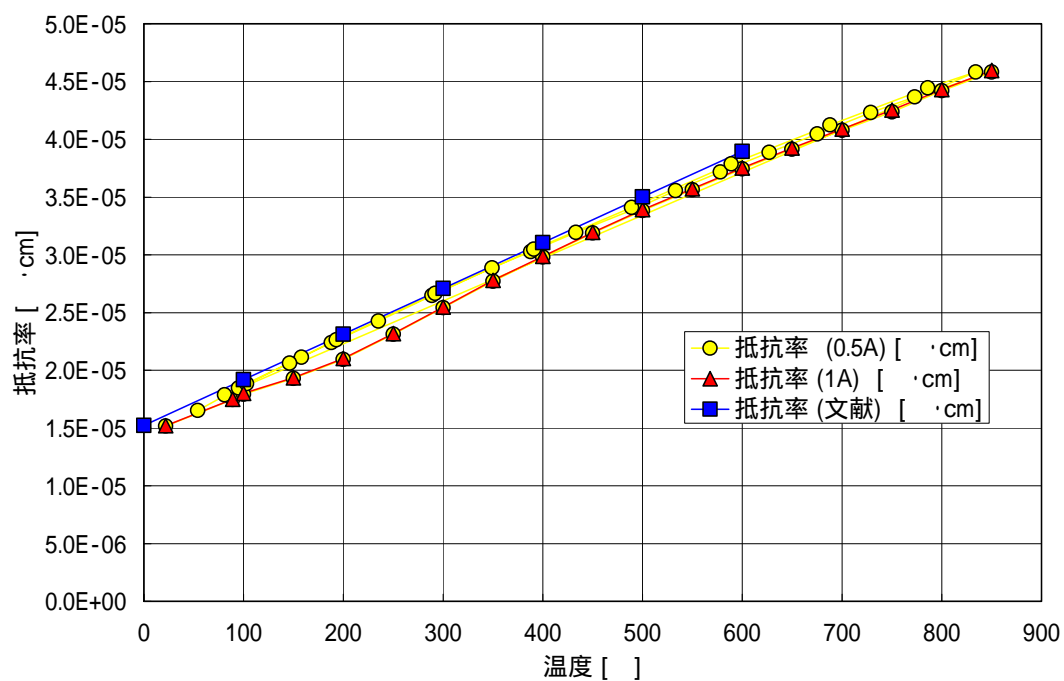


図 16 ニオブサンプルの抵抗率測定結果

### 第3章 クラブ空洞同軸部による試験

#### 3.1. 経緯

高エネルギー加速器研究機構(KEK)では、KEKB 加速器に組み込むためのクラブ空洞の開発が実施されている。開発の一環として実施されたニオブ製の超伝導同軸部を取り付けた場合でのクラブ空洞試験機の縦型クライオスタットでの性能測定試験において水素吸蔵によると考えられる  $Q$  値の劣化が観測されている[1]。クラブ空洞の冷却速度を変化させた場合の試験結果を図 17 に示す。図中には室温から 4.2K まで冷却するのにかかった時間を示す。同軸部を取付後、空洞は分解されておらず、24h および 30h かけて冷却した際の  $Q_0$  値の劣化は吸蔵水素によるものと考えられる。また、図中の quick cooldown は、空洞本体を 4.2K に保った状態で同軸部だけを加熱して 180K まで昇温し、再び同軸部を冷却しておこなった試験結果である。同軸部の再冷却にかかった時間は約 30 分間である。この操作によって  $Q_0$  値が大幅に回復していることから、比較的結晶粒の大きいニオブ材から作られている同軸部の先端部分の吸蔵水素による  $Q$  値の劣化が同軸部の表面抵抗を増大させたものと考えられる。

同軸部を装着したクラブ空洞の断面を図 18 に示す。同軸部はクラブ空洞の TM110 共振モードと TEM モードでは結合しない。また、この TE110 モードのカットオフ周波数は 600MHz でありクラブ空洞の共振モードを通さない為、空洞  $Q$  値の劣化は空洞内に露出した先端部の影響が支配的であるとして取り扱える[2]。同軸部先端が空洞  $Q$  値に与える影響を評価するために同軸部無し及び同軸部付きクラブ空洞の 3 次元電磁場解析をおこなった。解析コードは CST 社製 MICROWAVE-STUDIO ver5.1.3 を使用した。同軸部付きクラブ空洞の解析結果を図 19 に示す。この解析結果より求めた空洞  $Q$  値を表 1 に示す。同軸部の空洞全体の  $Q$  値への寄与は高だか 4.5%程度である。

金属の表面抵抗  $R_s$  は次式のように表される[3]。

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$

ここで、 $\omega$  は高周波の角振動数、 $\mu$  は透磁率、 $\sigma$  は電気伝導率を示す。本解析では  $\omega = 2\pi \times 508 \times 10^6 = 3.19 \times 10^9$  [rad/s]、 $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$  [H/m]、 $\sigma = 5.8 \times 10^7$  [ $\text{S} \cdot \text{cm}^{-1}$ ] であり、表面抵抗は  $5.88 \text{ m}\Omega$  である。ただし、電気伝導率は無酸素銅の物性値を使用した。Q 値は  $R_s$  に反比例するので、同軸部なしでの低電磁場での Q 値 ( $\sim 1.82 \times 10^9$ ) より、4.2K における空洞内部の表面抵抗の平均値は約  $140 \text{ n}\Omega$  であることが分かる。同軸部付きでの Q 値は約  $1.67 \times 10^9$  と 8.8% 下がっている。解析上の Q 値の劣化は 6% 程度であるが、後述するように超伝導空洞の Q 値は組み立ての度に、また測定中の aging の効果によって変化するので、同軸部取り付けによる Q 値の変化は計算値とよく一致しているといえる。

30 時間で冷却した場合の測定結果のように、Q 値が  $3.0 \times 10^8$  まで劣化した場合は、空洞部の表面抵抗が  $140 \text{ n}\Omega$  のままと仮定すると、同軸部先端の表面抵抗は  $15.7 \mu\Omega$  である。

ここまでの議論より、水素吸蔵による超伝導空洞の表面抵抗の変化を調べるためには、空洞を分解することなく水素を導入することが望ましく、表面抵抗が  $100 \text{ n}\Omega$  から  $15 \mu\Omega$  程度の範囲で測定感度があることが必要であることが分かる。

電解研磨の条件によっては表面が十分に滑らかにならず、光沢がない表面に仕上がることがある。クラブ空洞試作機の表面処理において、表面の光沢の不十分な(所謂エッチングされた)状態でアニールを行った際に、水素ガスの放出が多いことが観測されている[4]。光沢のない表面は、光沢面に比べて表面積が大きく、分子の吸着容量が大きいと予想される。このことから、処理の不十分な表面からの水素ガスの放出は吸蔵よりも吸着分子に起因したものであることを示唆しているようにも思われる。電解研磨が湿式の処理であることから、吸着した水分子がアニール時に高温で分解され、水素ガスとして観測される可能性を否定することは出来ない。吸着された水素と吸蔵された水素が区別できればなお望ましい。



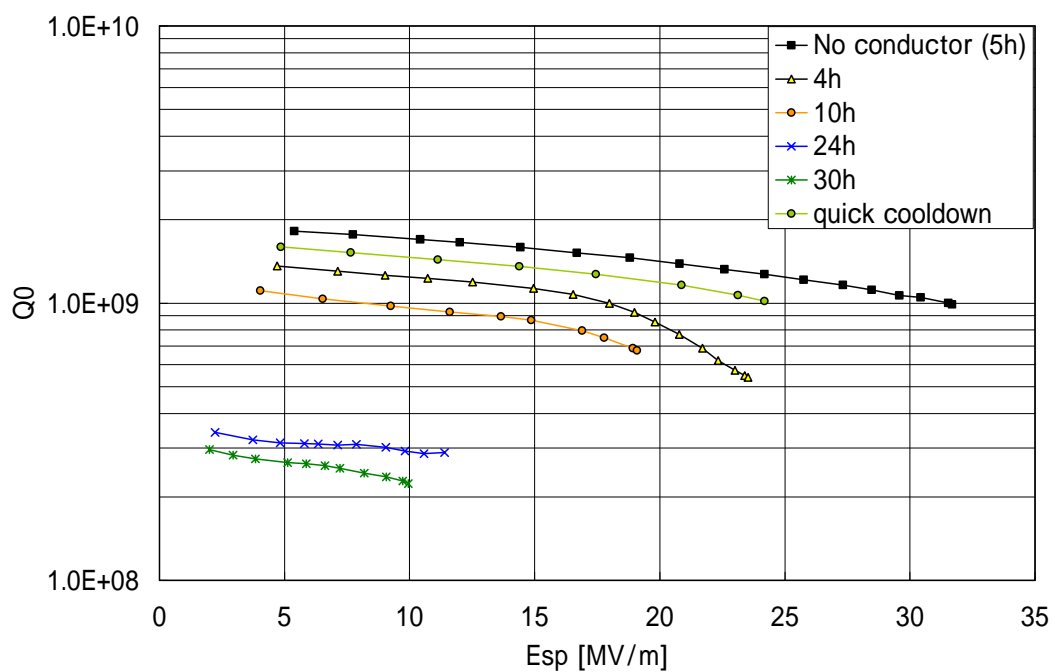


図 17 クラブ空洞で観測された Q 値の劣化

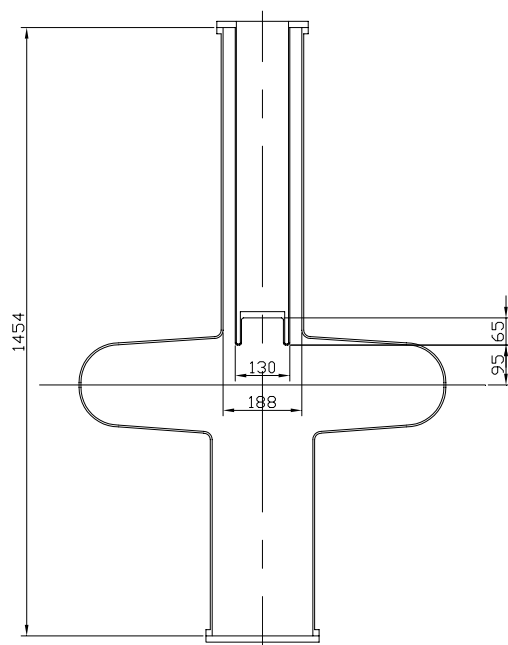


図 18 同軸部付きクラブ空洞

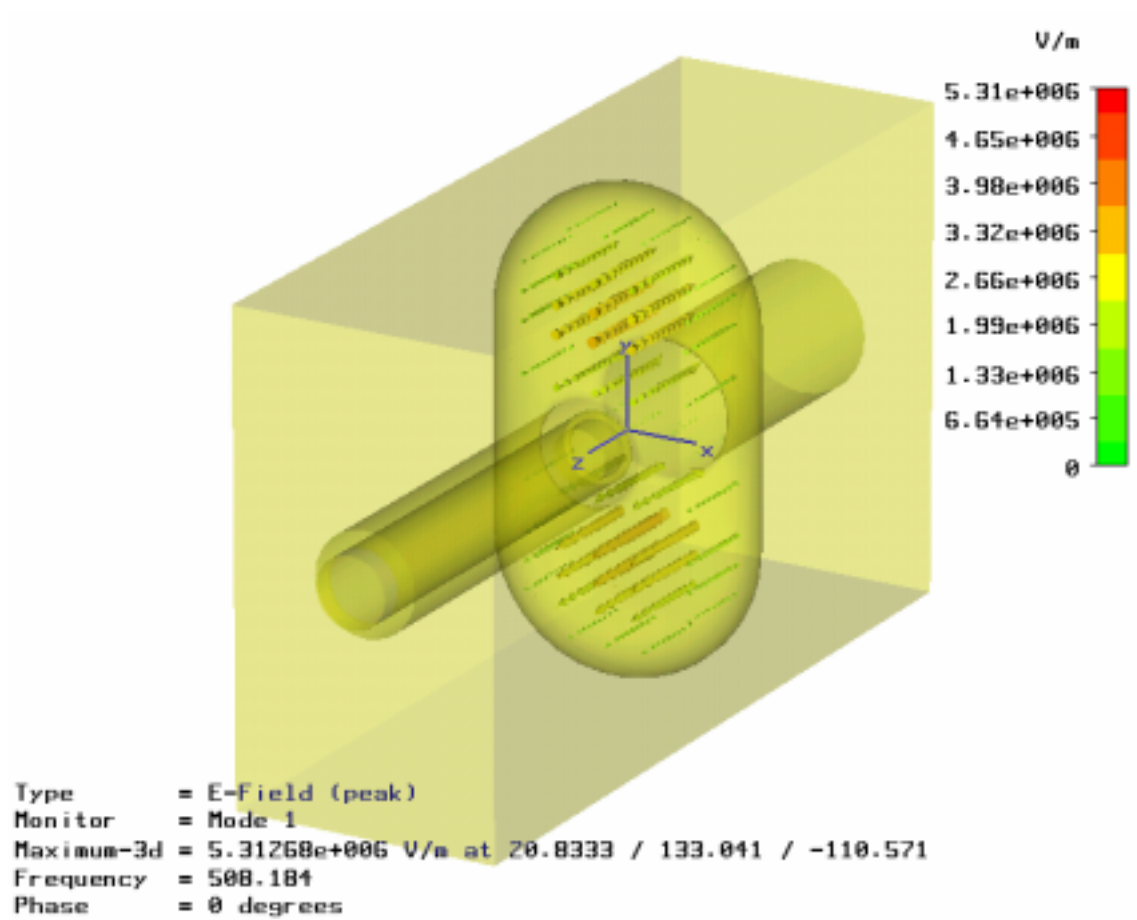


図 19 同軸部付きクラブ空洞固有振動モード

表 1 無酸素銅製クラブ空洞の Q 値

	同軸部なし	同軸部付き
全体 Q 値	$4.4 \times 10^4$	$4.1 \times 10^4$
空洞部 Q 値	$4.4 \times 10^4$	$4.3 \times 10^4$
同軸部 Q 値	-	$9.6 \times 10^5$

### 3.2. 試験用の超伝導空洞の製作

クラブ空洞は大型の空洞であるため、実験が大掛かりになりがちである。一回の測定のためには冷却に液体窒素 1700L、液体ヘリウム 5000L が必要である[5]。実験規模を小さくし、実験を容易にするために試験用の超伝導空洞を製作することとした。試験用の空洞はクラブ空洞を 1/3 スケールに縮小したものである。

1/3 スケールクラブ空洞用のクライオスタットでは 1 回の測定に冷却時間 4 時間、液体窒素 200L、液体ヘリウム 300L を使用する。

1/3 スケール空洞用の同軸部を設計製作した。クラブ空洞の同軸部を忠実に再現する必要はないので、素材の入手性や、加工の簡便さを考慮して形状は実機同軸部から少し変更した。1/3 スケールモデル用同軸部を図 20 に示す。

本設計に基づき部品加工、脱脂洗浄、開先部化学研磨、EBW(Electron Beam Welding)、ビード研磨、化学研磨の工程を経て同軸部を製作した。EBW 完了後の同軸部の写真を図 21 に示す。製作にあたって、EBW のビード部の純度が低下しないように留意した。EBW 実施前に各部品を純水中で超音波洗浄して油脂類を除去した後、溶接開先部を幅 5mm 程度化学研磨処理して表面の不純物を除去した。このときの研磨量は約  $20\mu\text{m}$  である。化学研磨液はフッ化水素酸(46%)とリン酸(85%以上)と硝酸(61%)を体積比 1:1:1 で混合したものを使用した。この薬液を使用した化学研磨は研磨速度が  $10\mu\text{m}/\text{min}$  であると報告されている[6]。EBW 完了後の化学研磨の様子を図 22 に示す。EBW 完了後の化学研磨は約  $50\mu\text{m}$  である。

化学研磨実施後、8MPa の純水を用いた高圧水洗を行い、同軸部をクリーンルーム内で 1/3 スケールクラブ空洞に組み込み、真空排気、ベーキングの作業を経て低温での性能測定を実施した。

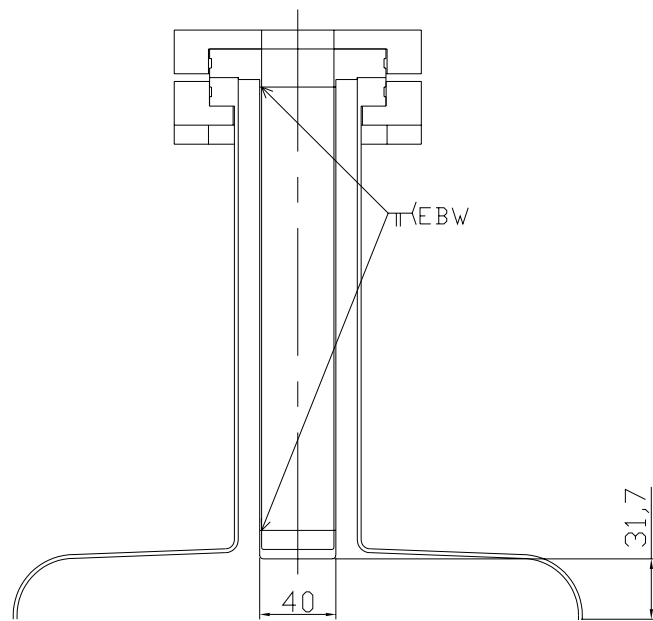


図 20 1/3 スケールモデル用同軸部

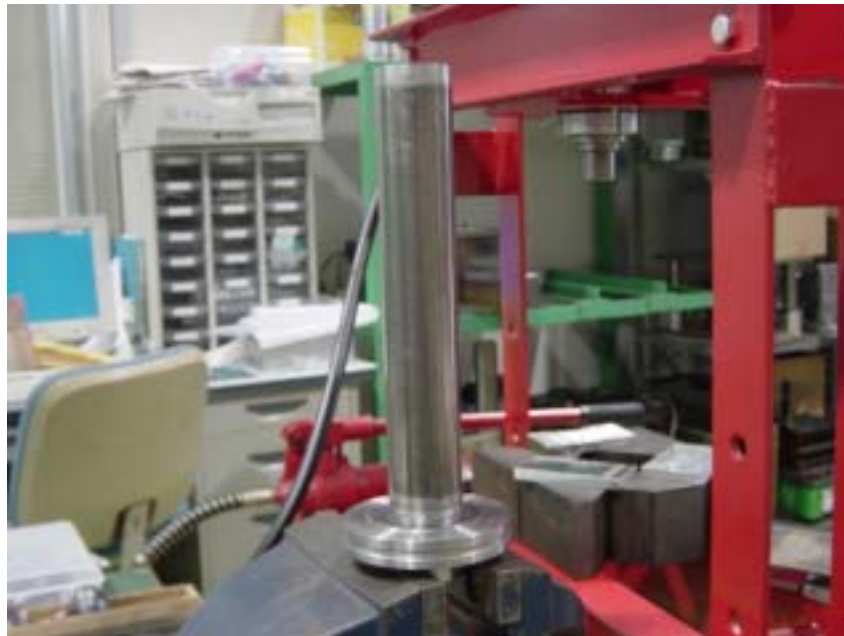


図 21 内導体(1/3 スケールモデル用)

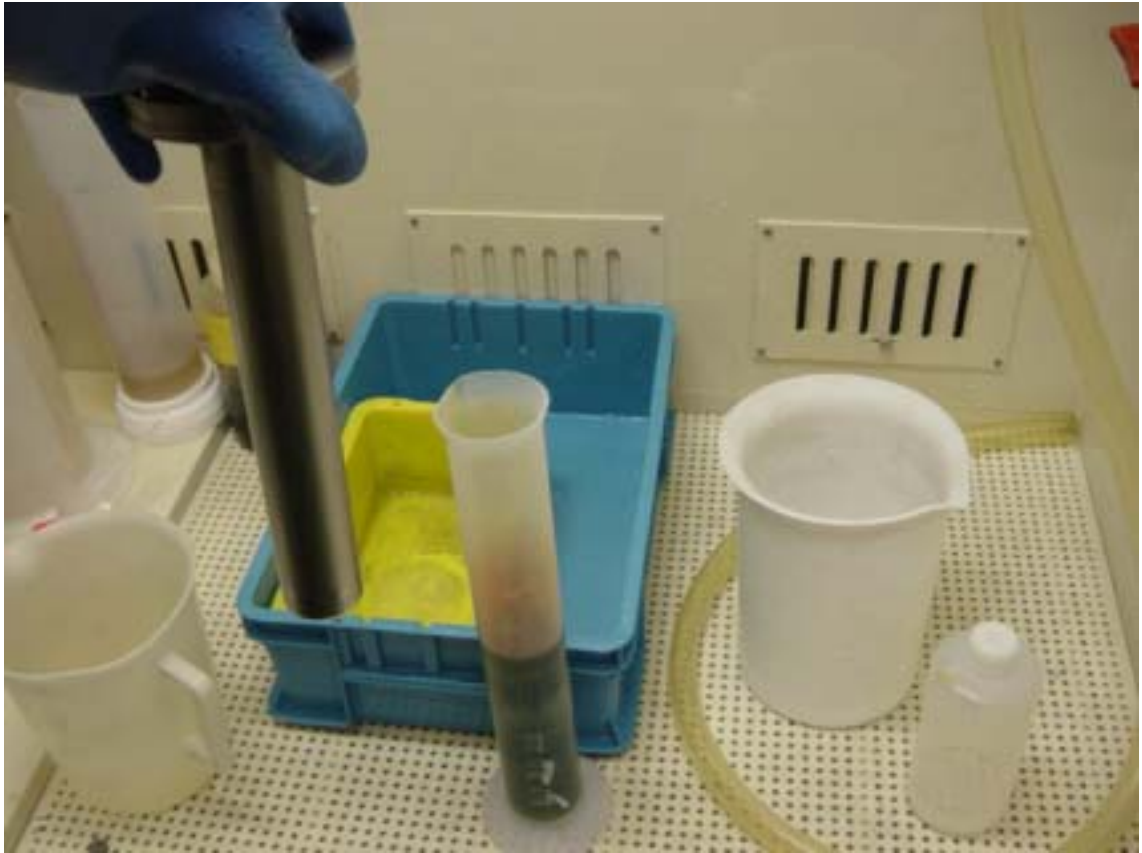


図 22 内導体化学研磨の様子

### 2.3. 測定結果

Appendix1 に示した装置・方法を用いて空洞の性能測定を行った。本測定では低電磁場での  $Q_0$  値を測定するのが目的のため空洞の高周波結合器は入力結合器のみである。高周波電力による定常的な熱負荷がある状態での  $Q_0$  値を測定する場合は空洞に蓄積電力に比例した高周波の信号を取り出すための高周波結合器を追加することで対応できる。

液体ヘリウム温度にて 1/3 スケールクラブ空洞の性能測定を試みたが、空洞共振点を検出するに至らず  $Q$  値を測定することが出来なかった。1/3 スケールクラブ空洞の測定装置の入力結合器の外部  $Q$  値の可変範囲が、空洞の  $Q_0$  の値から大きく外れていたために共振点を捕らえられなかった可能性がある。

この後は、 $Q_0$  値の測定可能範囲が十分に広く、室温から液体ヘリウム温度まで  $Q_0$  値の測定が可能な、水素吸蔵試験専用の空洞を製作して実験を進めることとした。

## 第4章 同軸サンプル空洞による試験

### 4.1.同軸サンプル空洞概要

様々な条件で表面処理された超伝導材料の表面抵抗を自由に測定するために空洞を設計製作した。この空洞を“同軸サンプル空洞”と呼称する。本空洞の基本的なコンセプトはTEMモードで使用される同軸導波管の中に励振される定在波を1波長分だけ切り出すというものである。従って、形状は同軸線路の両端を短絡させたものである。また、空洞はクラブ空洞の同軸部の製作に使用したニオブと同一の材料より製作可能な寸法とした。空洞形状を図23に示す。この空洞は長さが共振周波数の波長に一致する。内導体の中央の半波長分がサンプルピースであり、交換可能である。空洞外導体同士のつなぎ目、内導体とサンプルピースのつなぎ目、および真空排気用のギャップは空洞の端部から1/4波長の位置にあり、つなぎ目を横切って流れる電流がないため、共振モードの電磁場分布やQ値に影響を与えない。

真空排気用のギャップや端部の隅部の曲率の影響を無視すれば、同軸型空洞のQ値は次式で与えられる。式の導出はAppendix2に示す。

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{R_s \sigma} \left\{ \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2 \ln\left(\frac{b}{a}\right)} + \frac{2}{l} \right\}$$

空洞はTEMモードで励振されるので、共振周波数は $f_0 = c/l$ で与えられる。ここで、 $a$ は内導体半径、 $b$ は外導体半径、 $l$ は空洞長さ、 $c$ は光速を示す。 $a = 21.65 \text{ mm}$ 、 $b = 50 \text{ mm}$ 、 $l = 200 \text{ mm}$ を代入し、空洞素材に無酸素銅を仮定すると、 $Q = 11830$ 、 $f_0 = 1499 \text{ MHz}$ となる。

排気用ギャップと端部の隅部の曲率の影響を考慮するため、解析コードSUPERFISHを用いてQ値および共振周波数を計算した。計算結果は $Q = 12004$ 、 $f_0 = 1503 \text{ MHz}$ であり上記計算と一致するものであった。

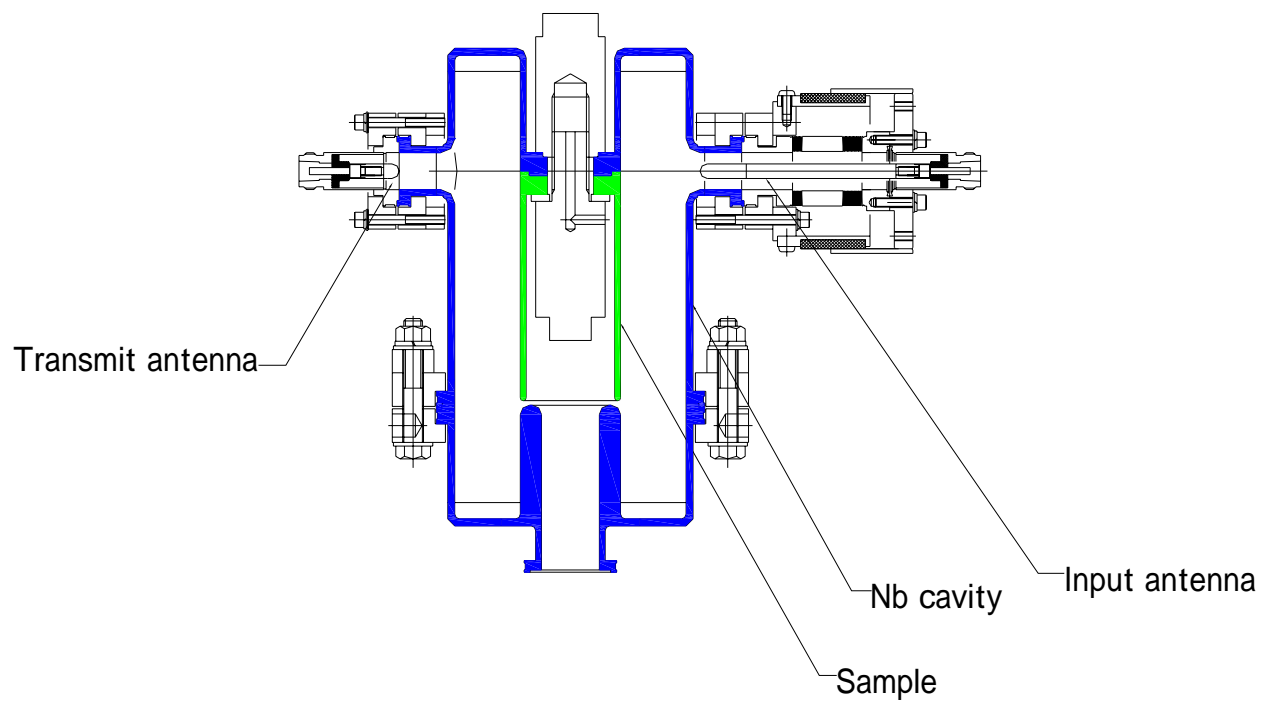


図 23 同軸サンプル空洞

#### 4.2.同軸サンプル空洞の製作

部品加工、部品化学研磨、EBW、ビード研磨、電解研磨の工程を経て空洞を製作した。

空洞外導体はクラブ空洞内導体の内管を使用し、その他の部分は同軸部先端と同じ材料からの切削加工により製作した。すなわち、この空洞は水素吸蔵により Q 値の劣化を起こした実績のある素材により構成されている。

EBW 後の溶接ビード部分の研磨は、バレル研磨を実施したが 1 週間の施工後、目に見える効果がなかったためサンドペーパーを取り付けたエアグラインダーを使用し、ビードの凸部が目視で完全に滑らかになるまで機械研磨を実施した。ただし、外導体のフランジと外導体を接続しているビードにはアンダーカット(凹部)があり、平坦に仕上げる事が出来ないため、幅約 10mm の凹部を作り滑らかに仕上げた。ビード研磨前後の表面状態の変化を図 24、図 25 に示す。

電解研磨用の治具は同軸サンプル空洞専用に設計製作した。電解研磨治具を図 26、図 27 に示す。この治具は空洞内に差し込まれた純アルミ製の陽極と空洞の間に通電し、通電部からは絶縁されたモータにより液の攪拌を行なう仕組みになっている。電解研磨液は硫酸(95%以上)とフッ化水素酸(46%)を 10:1 で混合したものを使用した[1]。電解研磨の平均研磨量は  $50\text{ }\mu\text{m}$  とした。サンプルピースにも空洞と同等の処理を施した。



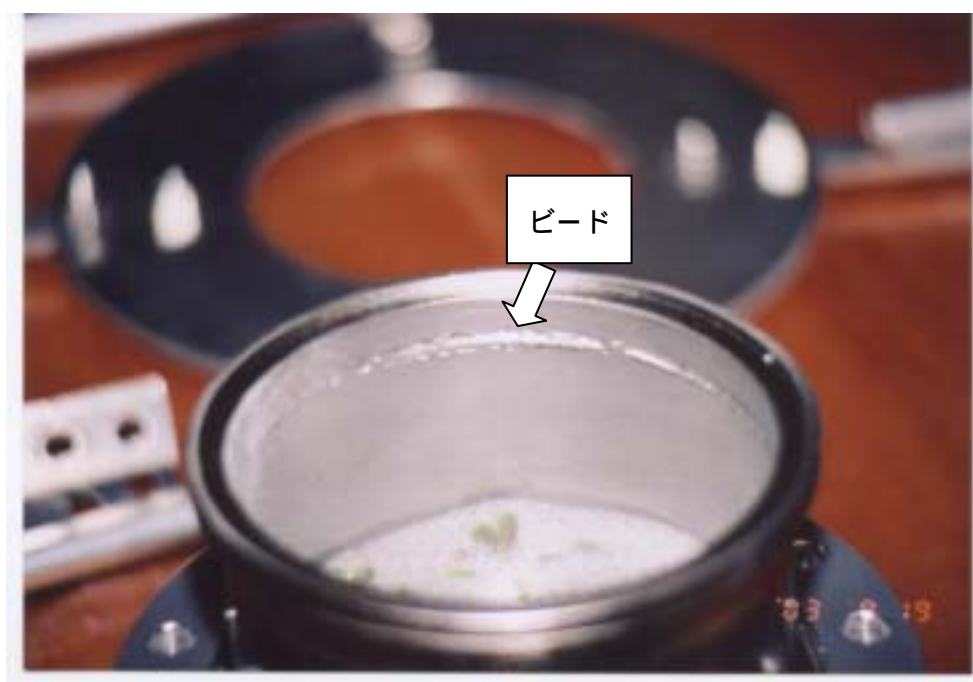


図 24 EBW ビード研磨前



図 25 EBW ビード研磨後

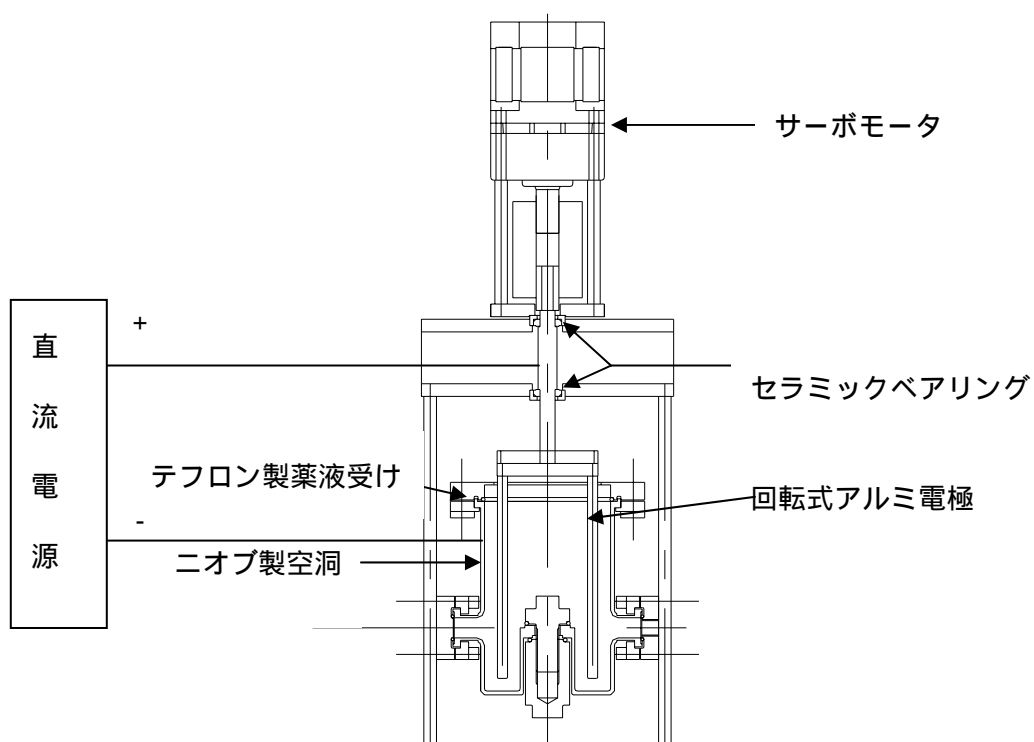


図 26 同軸サンプル空洞電解研磨治具配置図

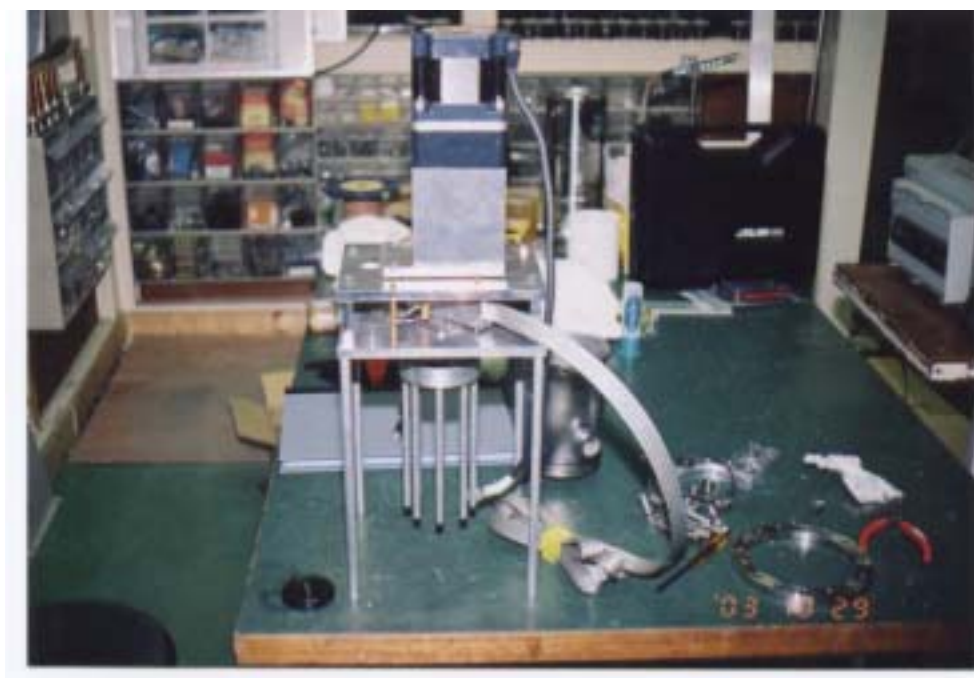


図 27 同軸サンプル空洞電解研磨治具写真

#### 4.3.測定結果

同軸サンプル空洞を約 1.8K まで冷却し、 $Q_0$  値の測定をおこなった。表面最大電場  $E_{sp}$  と  $Q_0$  値の関係を図 28、29 に示す。 $E_{sp}=0.06\text{MV/m}$  の時、 $Q_0$  値は約  $3.7 \times 10^6$  であり空洞内表面の平均の表面抵抗が  $32 \mu$  と計算できる。これは常伝導空洞と比べると高い  $Q_0$  値であるが、超伝導空洞としては著しく低い  $Q_0$  値である。また、電磁場強度を大きくすると  $Q_0$  値が下がり、超伝導空洞としては非常に低い電場強度  $0.23\text{MV/m}$  で  $Q_0$  値が  $1/20$  程度に不連続に下がることが観測された(図 28 中の矢印)。これは、空洞内表面の一部が局所的に過熱し常伝導状態になったためと考えられる。特に本空洞は真空排気用ギャップ周辺の冷却能力が低いため、この部分の冷却の強化が必要である。

低電磁場強度での  $Q_0$  値が低いことに関しては、空洞性能測定用の高周波結合器等による対象性の崩れによる影響、または複雑な空洞形状に起因する多くの溶接部分での発熱の影響等が原因として考えられる。

これらの問題点を考慮した空洞について次章に記載する。

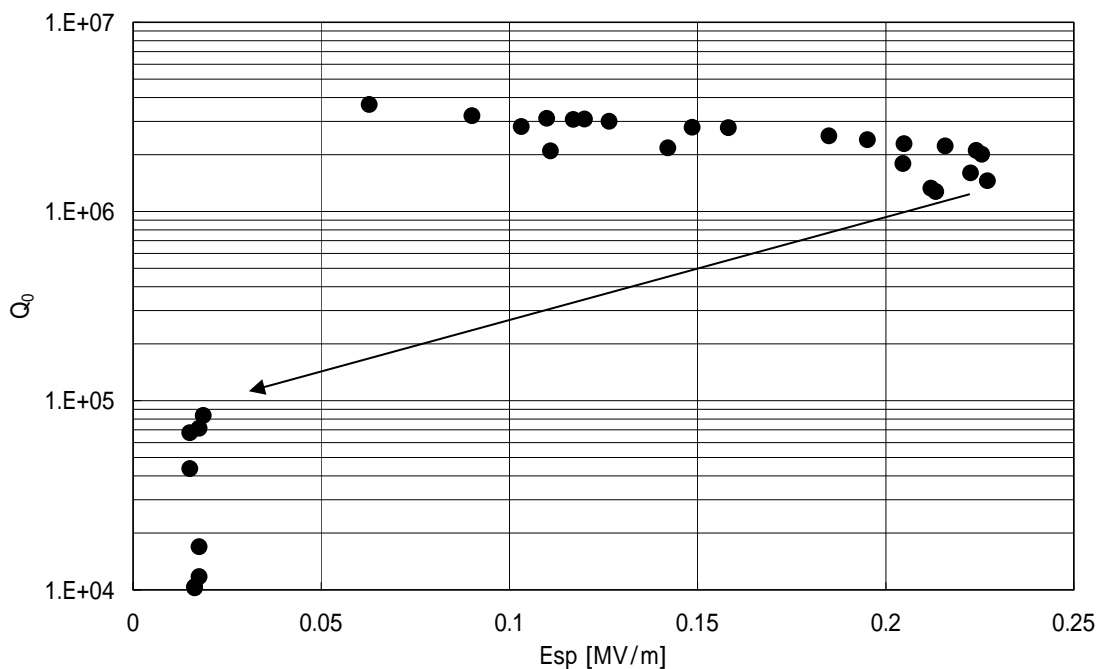


図 28 同軸サンプル空洞性能測定結果( $Q_0$  vs.  $E_{sp}$ )

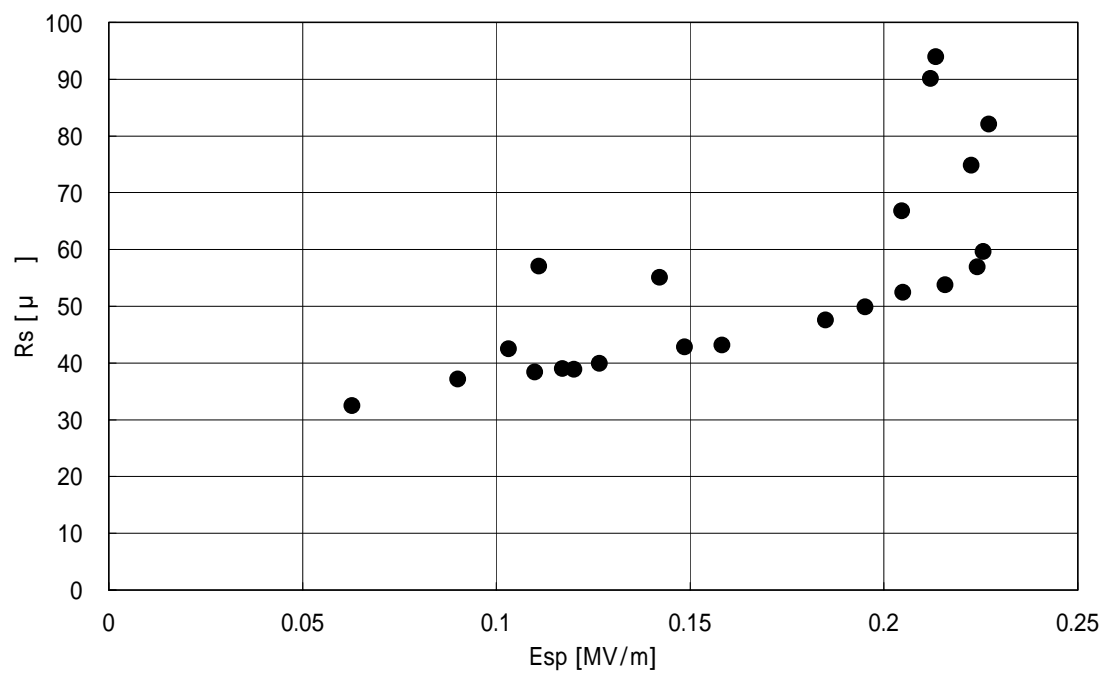


図 29 同軸サンプル空洞性能測定結果( $R_s$  vs.  $E_{sp}$ )

## 第5章 改良型同軸空洞による試験

### 5.1. 改良型同軸空洞概要

同軸サンプル空洞の試験結果を基に、新たな空洞を設計製作した。この空洞を“改良型同軸空洞”と呼称する。空洞の概略を図 30 に示す。この空洞は同軸導波管の TEM モード半波長の定在波からなる共振周波数 1.5GHz のモードで使用される。この空洞も同軸サンプル空洞と同様に、最も高電場が発生する場所に継ぎ目を配置した。電場が最大となる位置は磁場の節にあたり継ぎ目を横切る電流がないため空洞の Q 値に影響を与えない。同軸サンプル空洞の経験から、超伝導空洞では空洞壁面の高周波損失が小さいため、高周波結合器や排気ポートなどが空洞内部の電磁場分布に与える摂動も無視できない可能性が高いことが分かった。本空洞は高周波結合器を内導体の内部に配置し、空洞内導体のギャップを通して空洞と結合しており、可能な限り空洞の対称性を保つように設計した。特に、EBW はビード部にアンダーカットが出る可能性があるだけでなく、溶接縮み量のばらつきがあり、空洞の対称性に悪影響を及ぼす可能性がある。このため、空洞の主要部分はニオブ材からの機械加工で製作し、溶接部を持たない構造とした。EBW 部で最も空洞本体に近い箇所は真空排気用ギャップ内である。

本空洞はフルスケールクラブ空洞で Q 値の劣化を引き起こした素材と同一の材料(同一のブロック)から製作した。また、この空洞を冷却するために小型のクライオスタットが利用できるように設計をおこなった。このことにより、1 回の測定に必要な冷却時間と冷媒は、冷却時間 30 分、液体窒素 10L、液体ヘリウム 100L となり、実験規模を大幅に小さくすることが出来た。

高周波結合器側の空洞内導体を冷却するため、この部分を折り返し構造とし、内部に冷却チャンネルを持たせた。また、高周波結合器のアンテナ先端部はニオブ製とし、冷却性を確保するためアンテナの内部にも冷却チャンネルを設けた。この構造を可能とするため高周波結合器は T-stub 部を持つ構造となった。

この空洞では、空洞を組み立て、低温での性能測定を実施後に水素を吸蔵させる必要が

ある。空洞への水素の導入は空洞を組み立てた状態で、図 30 で上側に描かれた内導体の内面(空洞としては外面)に前述の電気化学的な方法で実施し、空洞内面まで水素を拡散させることとした。

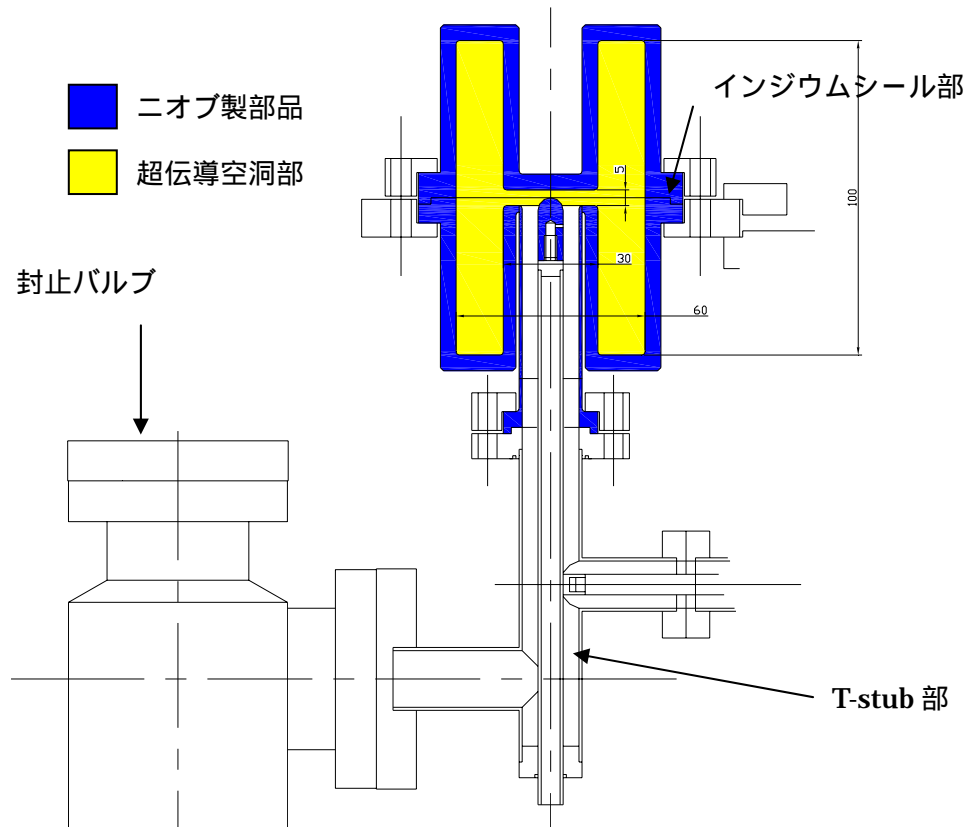


図 30 改良型同軸空洞

## 5.2. 高周波結合器

計算機コードを用いて無酸素銅製の改良型同軸空洞の  $Q_0$  値を計算した。解析結果は 6357 であり、ギャップ等を無視した場合に解析的に求められる値 6360 にほぼ一致している。これらの計算結果から、改良型同軸空洞の 4.2K における表面抵抗を数百 n と仮定して、 $Q_0$  値は  $10^8$  程度になると期待される。効率的に高周波を空洞に供給するためには、高周波結合器の外部  $Q$  値を空洞の  $Q_0$  値と同程度に調整する必要がある。外部  $Q$  値を実験的に求める方法には(1) 空洞内部の蓄積エネルギーと高周波結合器からもれ出てくる電力の比率を用いる方法、(2)高周波結合器から入出力される高周波電力の収支と、空

洞内に共振モードを励起した後高周波電力の供給を止めて空洞からもれ出てくる高周波電力の時間変化を用いる方法、がある。

高周波結合器の設計のために、計算コードを用いて外部 Q 値を求める場合にも同様の値を必要とする。上記の(1)(2)に対応する方法で外部 Q 値の計算を試みた。計算には 3 次元高周波解析コード MICROWAVE-STUDIO ver5.1.3 (CST 社製)を使用した。

#### (1)Eigen mode solver と Frequency domain solver を使用する方法

まず、Eigen mode solver を使用し空洞の共振周波数を求める。解析結果を図 31 に示す。この解析により共振周波数が 1507.28MHz であることが分かるので、図 32 に示すモデルにより改良型同軸空洞に励振された定在波からアンテナに染み出す高周波電力を計算することが出来る。空洞を模した部分に定在波を発生させる。そのために本来なら空洞の上側端面である面を高周波電力供給のためのポートと定義する。このポートは解析コード上はポート 1 と呼ばれる。同様に高周波結合器の端部を出力用にポート 2 と定義しポート 1 からポート 2 への透過電力を計算する。これは、ギャップ部で生じた TEM モードの乱れの影響が空洞端部には及ばないと仮定したものである。Eigen mode solver と Frequency domain solver により求めた電磁場分布(中心軸より 20mm 離れた軸上での電場の絶対値)の比較を図 33 に示す。図には内導体中央のギャップを無視した電磁場分布の計算値も表示した。解析コードの出力は、Eigen mode solver では蓄積エネルギーが 1J に、Frequency domain solver では入力電力のピーク値が 1W(実効電力では 0.5W)に規格化されている。すなわち、エネルギーの線密度はそれぞれ  $2f_0/c$  と  $1/c$  である。従って、Frequency domain solver の計算結果を  $54905(=\sqrt{2f_0})$  倍したものと Eigen mode solver の計算結果を比較し、両者が一致することから、それぞれの計算結果が等価であることが確認できる。以上の計算結果より外部 Q 値は以下のように求められる。

$$Q = \frac{\omega U}{P} = \frac{2\pi f_0}{S_{21}^2 \cdot 54905^2}$$

透過スペクトルの計算結果を図 34 に示す。空洞の共振周波数での  $S_{21}$  は 0 ではないことが分かる。しかし、共振点の近傍に  $S_{21}=0$  の点があり  $Q$  値の計算は誤差の影響を極めて強く受ける。 $Q$  値の計算結果の信頼性を増すため、空洞内導体内部に設置された高周波結合器の内導体(ピックアップアンテナ)の先端位置を変化させて計算を行なった。ピックアップアンテナがギャップから遠ざかると(アンテナを短くすると)、使用する高周波の周波数が内導体内筒部のカットオフ周波数以下であるため外部  $Q$  値は指数関数的に増加する。このため、アンテナ位置と外部  $Q$  値の関係を指数関数でフィッティングすればアンテナ先端をギャップ中央に配置した場合の  $Q$  値をより精度よく求めることが出来ると考え計算を実施した。しかし、図 35 に示す通り、図 3 が、ばらつきが大きくあまり信頼できない。また、図 35 には別の解析コード HFSS で求めた空洞の共振周波数 1507.56MHz を採用した場合の外部  $Q$  値もあわせて示した。

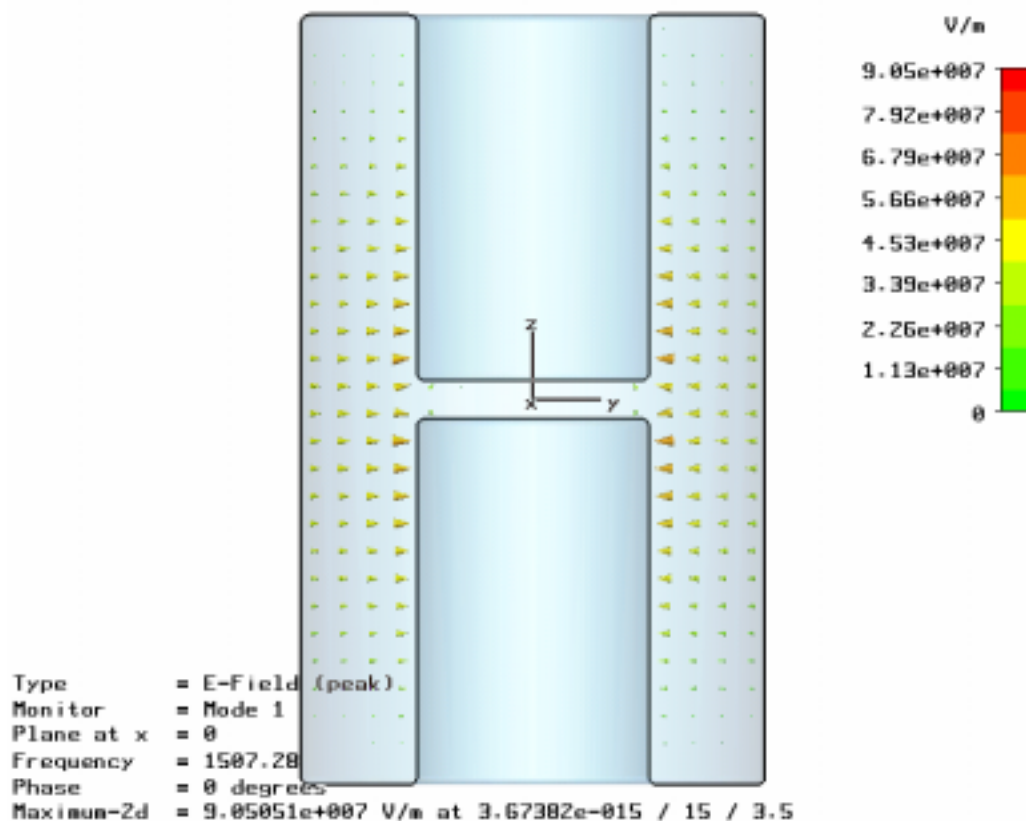


図 31 改良型同軸空洞の固有値解析の結果



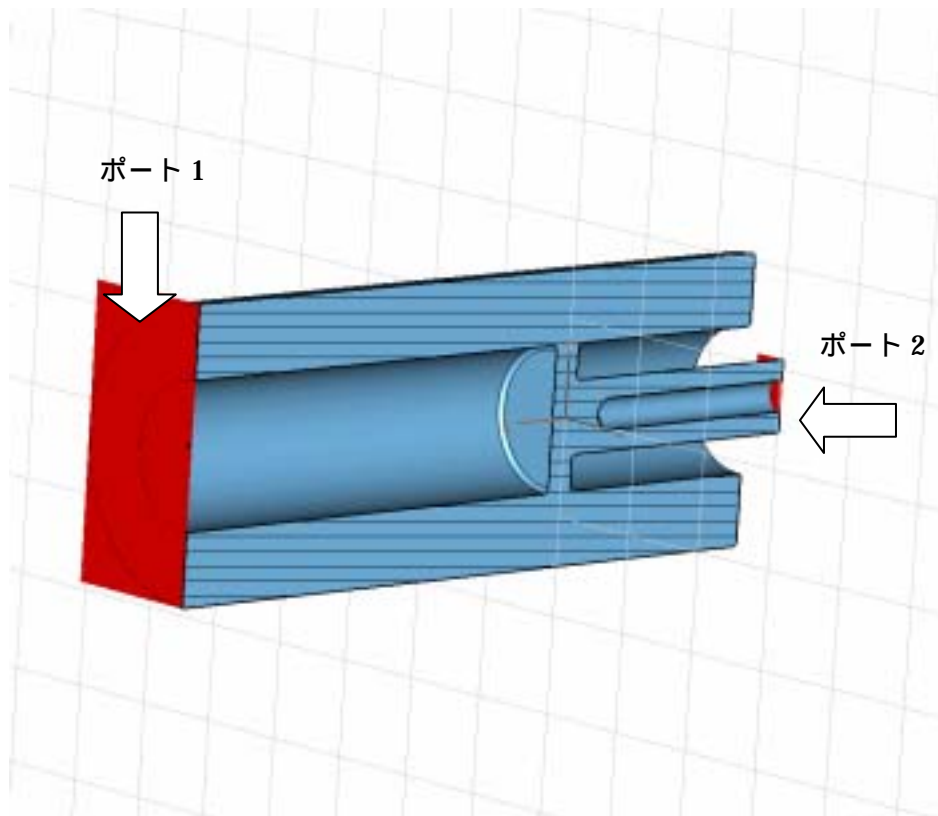


図 32 アンテナへの透過率の計算モデル

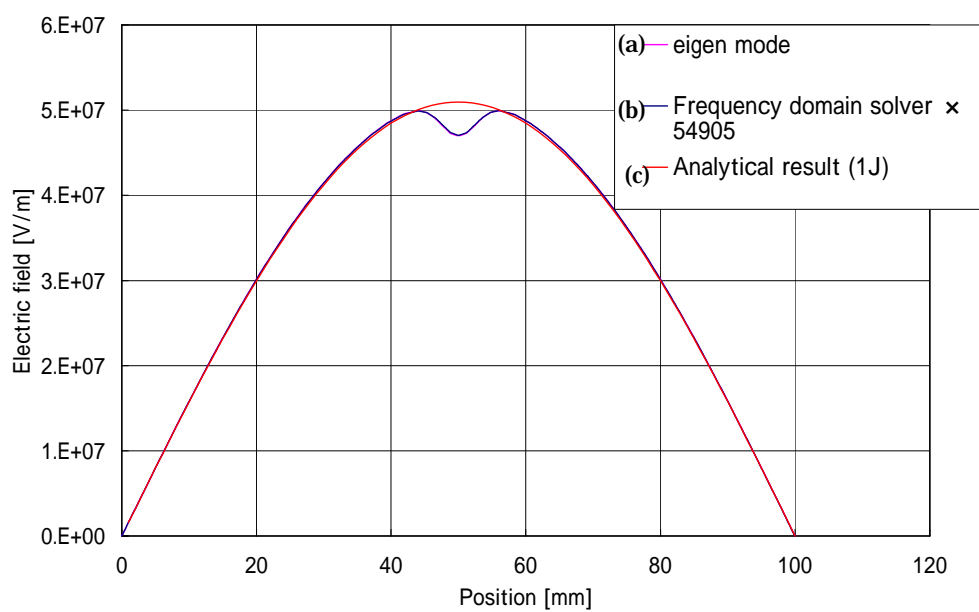


図 33 各 solver で計算した電場分布の比較

(a)Eigen mode solver により求めた電場分布(b)Frequency domain solver による計算結果を 54905 倍し

蓄積エネルギー1J に換算した電場分布(c)ギャップの影響を無視して解析的に求めた電場分布

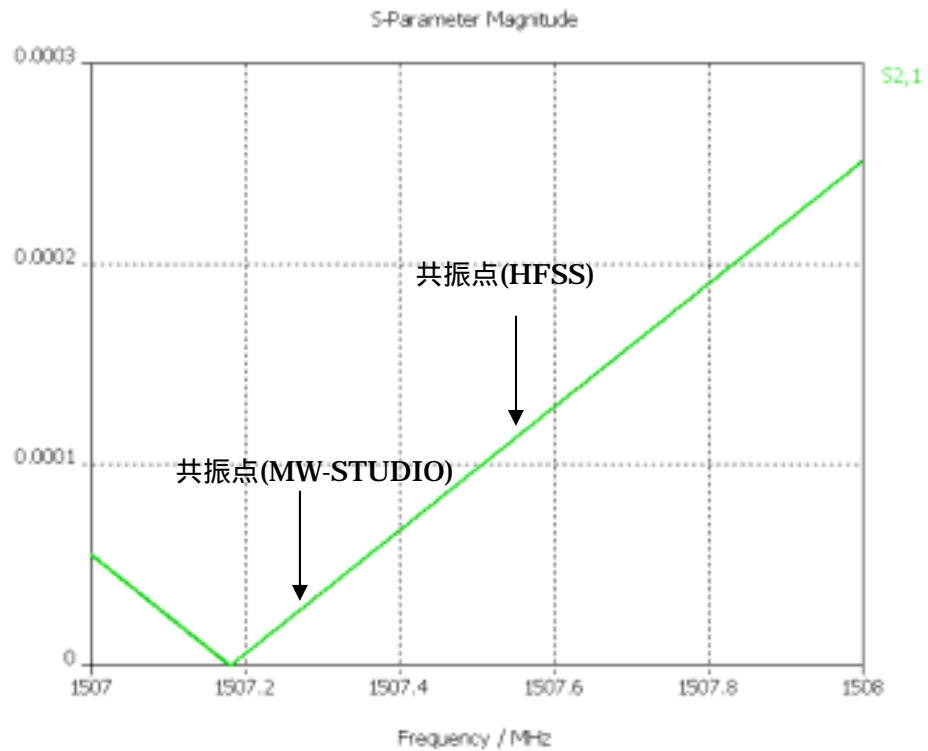


図 34 アンテナ透過率の計算結果 (データ点は 20kHz おき)

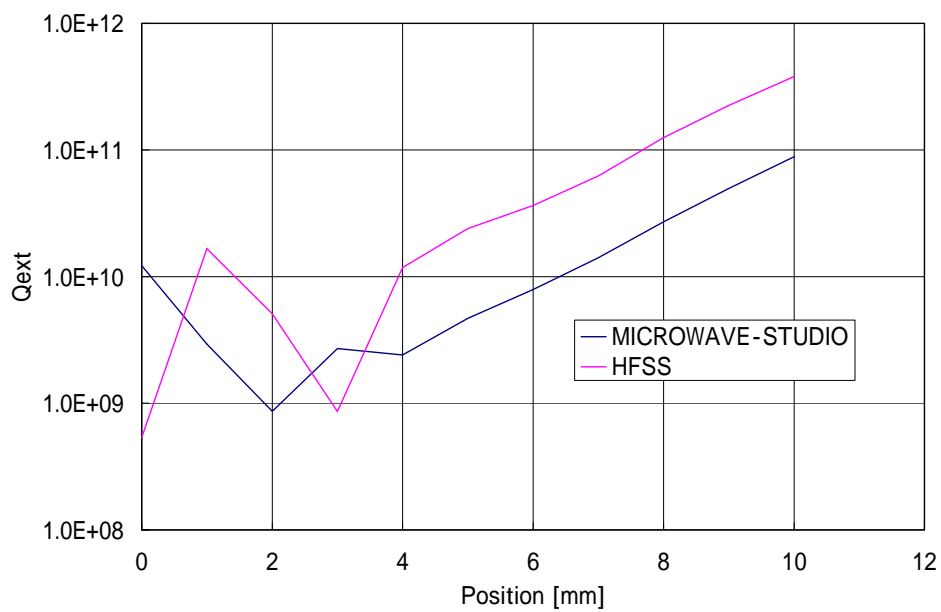


図 35 空洞外部 Q 値のアンテナ位置依存性

横軸の Position は、アンテナ先端の位置を示し、アンテナ先端がギャップの中心にある場合を 0mm と  
して、アンテナが短くした長さとして定義する。

## (2)減衰による方法

MICROWAVE-STUDIO の Time domain solver による解析結果を利用した方法でも外部 Q 値を計算した。[1]MICROWAVE-STUDIO の Time domain solver は入力ポートから図 36 に示すような電磁波の波束を入力し、空洞の応答をモニターしている。計算上は空洞壁面でのジュール損失を無視しているため、入力されたエネルギーは最終的にすべて反射される。特に周波数が共振条件から大きく離れた高周波は直ちに反射されるが、共振周波数に近い高周波電力の一部は空洞内に蓄積され、アンテナより徐々にその電力を放出する。

MICROWAVE-STUDIO は解析モデル内に残留するエネルギーを出力できる。解析モデル内のエネルギーはほとんど空洞内の固有モードとして存在すると考えられるため、空洞の負荷 Q 値は定義式より簡単に計算することが出来る。

$$Q_{in} = \frac{\omega U}{P_{emit}}, \quad -\frac{dU}{dt} = P_{emit}$$

$$-\frac{dU}{dt} = \frac{\omega}{Q_{in}} U$$

$$U = C_1 e^{-\frac{\omega}{Q_{in}} t}$$

ここで、 $Q_{in}$  は高周波結合器の外部 Q 値、 $P_{emit}$  は高周波結合器からもれ出てくる電力、他の変数の定義は 2 項と同様である。蓄積エネルギーをデシベルで表示すると次の通りである。

$$\begin{aligned} U &= 10 \log_{10} C_1 e^{-\frac{\omega}{Q_{in}} t} \\ &= -\frac{10\omega t}{Q_{in}} \log_{10} e + C_2 \\ &= -4.343 \frac{\omega t}{Q_{in}} + C_2 \end{aligned}$$

蓄積エネルギーの時間変化を図 37 に示す。図より、高周波の波束を入力後蓄積エネルギーは入力前の水準より高い状態にあり、空洞内に共振モードが励振されている。

図 30 に示した空洞及び高周波結合器の形状について、上記の方法により外部 Q 値の計算を試みた。その結果、高周波電力の供給停止後の蓄積エネルギーはほぼ一定であり、減衰量を求めることは出来なかった。

Frequency domain solver を使用した解析においても、信頼できる外部 Q 値を得ることは出来なかった。図 30 の形状は MICROWAVE-STUDIO を使用して解析するには外部 Q 値が大きすぎるようである。実際、本結合状態で Q 値の測定試験をおこなったが著しいアンダーカップリング( $Q_0 \ll Q_{in}$ )のため共振周波数を検出することが出来なかった。

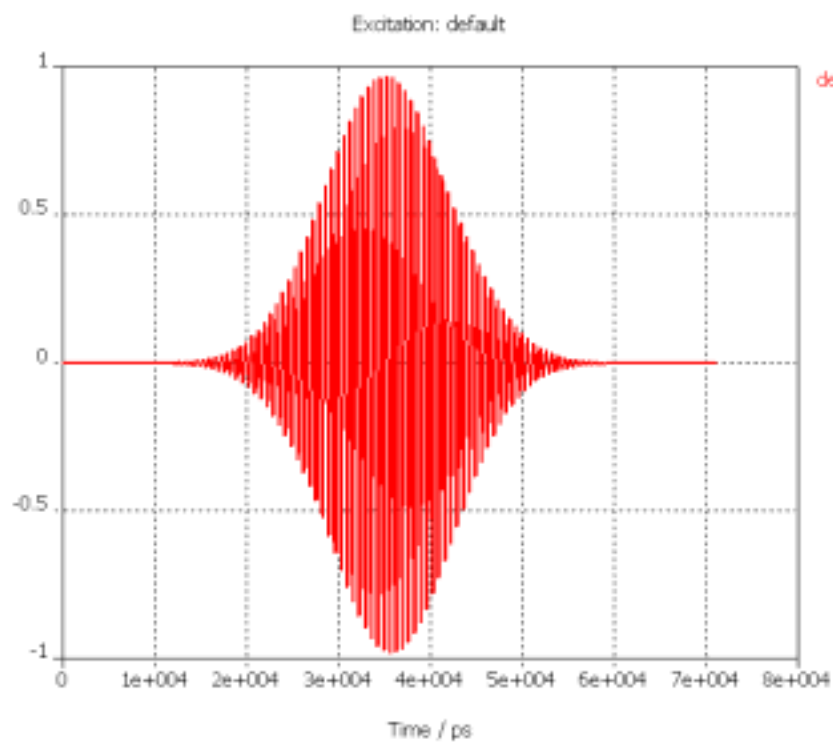


図 36 MICROWAVE-STUDIO 入力波束

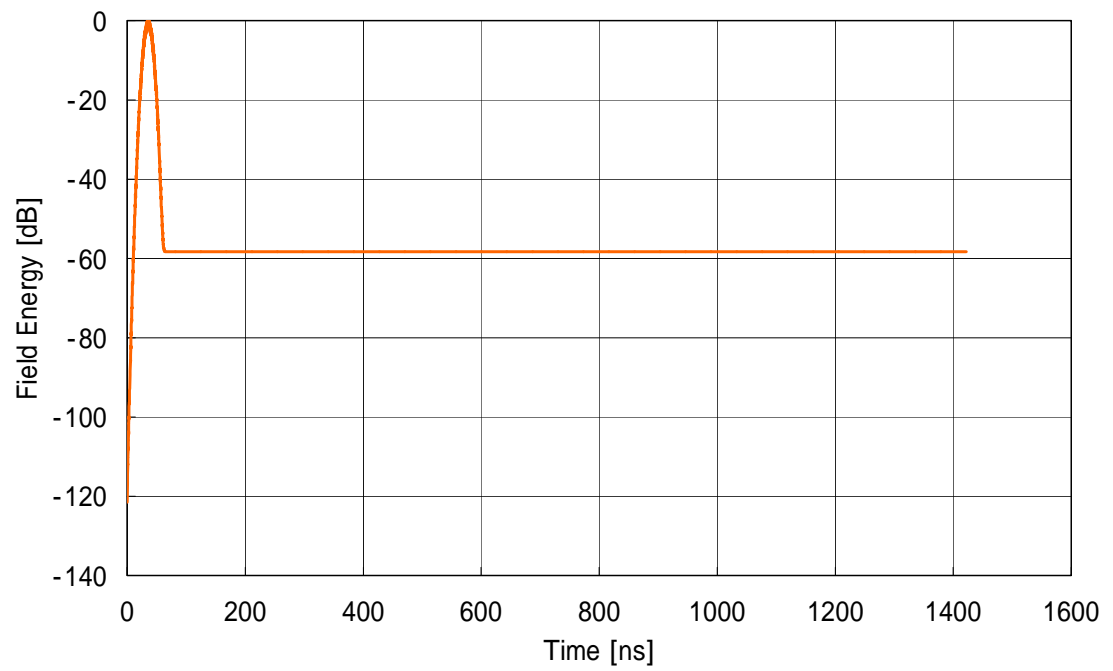


図 37 Time domain solver 解析結果(蓄積エネルギーの時間変化)

### (3)結合の増強

入力カプラーと空洞の結合を大きくするために、上側の空洞内導体ギャップ部を図 38 の様に 1mm 削り取った。下側の空洞はギャップ部に EBW の溶接線があり、リークの危険があるため手を加えない。1mm 削った場合の外部 Q 値の計算結果を示す。(1)で示した frequency domain solver を用いた計算方法による外部 Q 値の解析結果を図 39 に示す。アンテナ先端がギャップ部の中央にある場合、外部 Q 値は約  $2.2 \times 10^5$  である。(2)で示した計算方法でも同様に計算した。高周波の波束入力終了後の蓄積エネルギーの変化を図 40、図 41 に示す。図 40 は空洞改造前、図 41 は改造後の様子を示している。蓄積エネルギーの減衰量から、改造後の外部 Q 値は  $3.8 \times 10^5$  と計算できる。

後述するように、改造後の外部 Q 値の測定値は  $2.7 \times 10^5$  であり、計算とよく一致している。

ギャップ部を片側のみを追加することによる効果について Appendix4 に記載する。

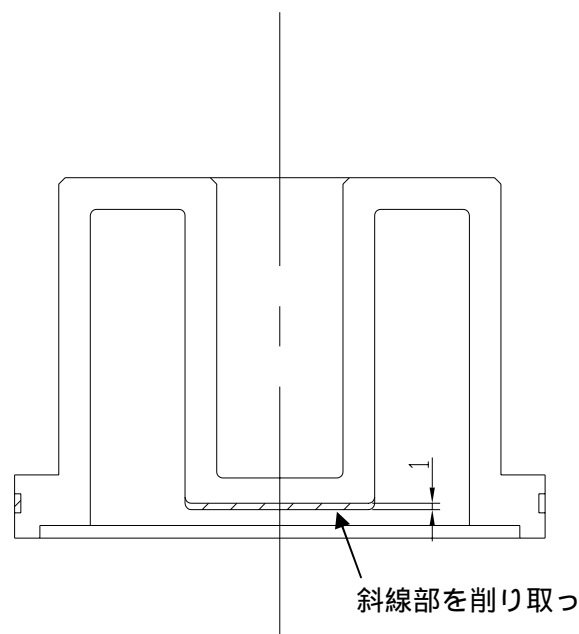


図 38 外部 Q 値増強のための改造

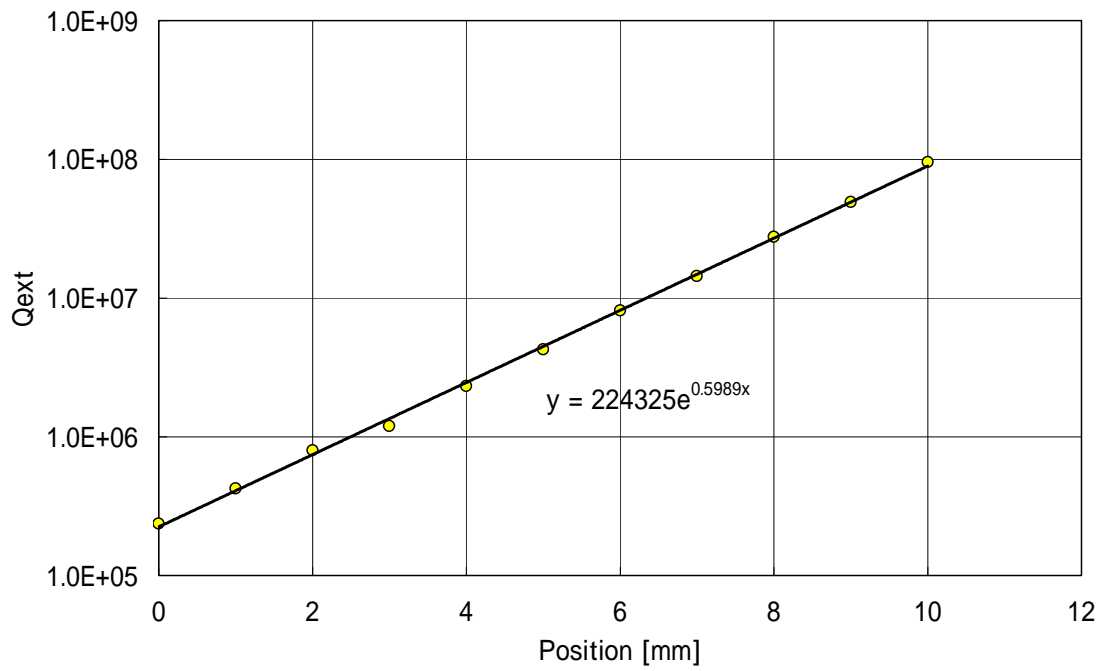


図 39 空洞外部 Q 値のアンテナ位置依存性(追加工後)

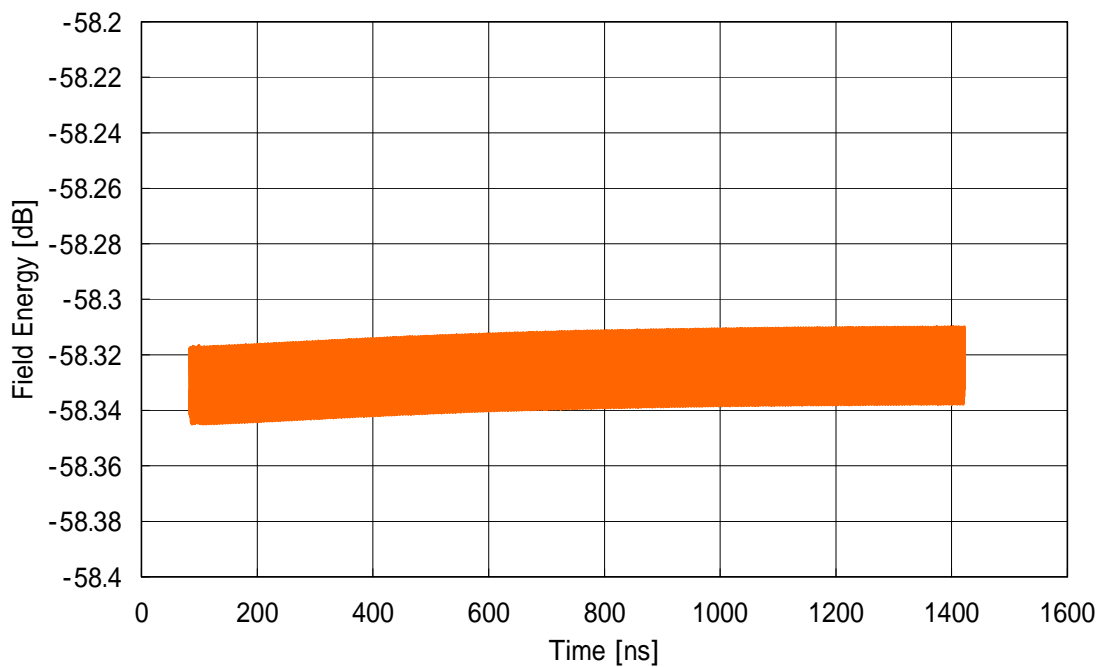


図 40 Time domain solver 解析結果(蓄積エネルギーの時間変化) 空洞追加工前

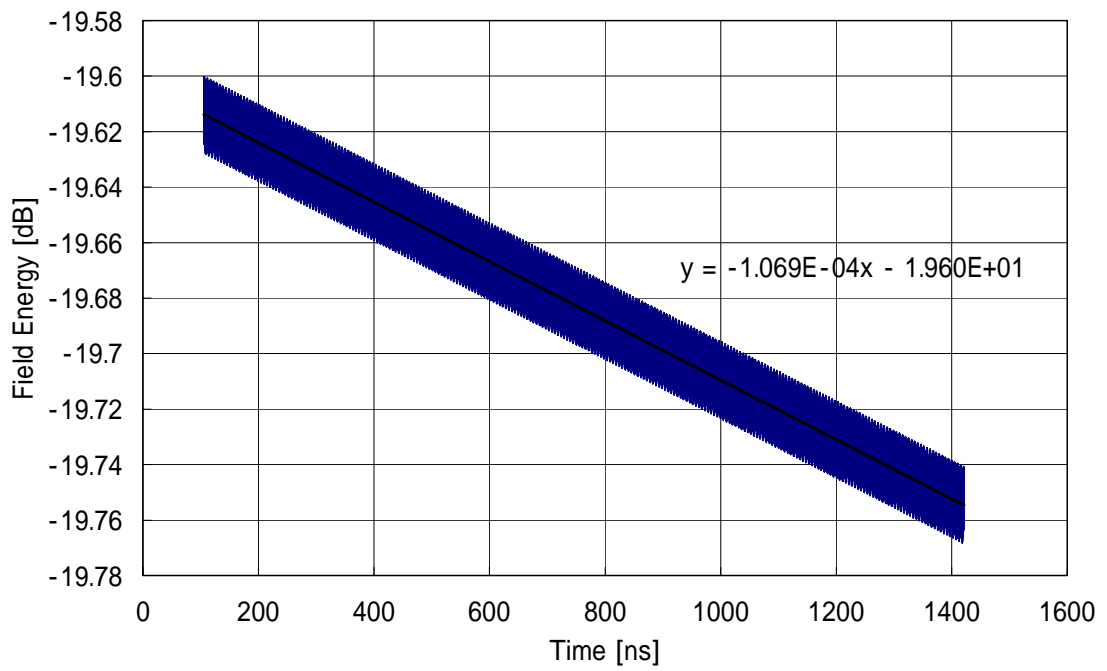


図 41 蓄積エネルギーの時間変化(追加工後)

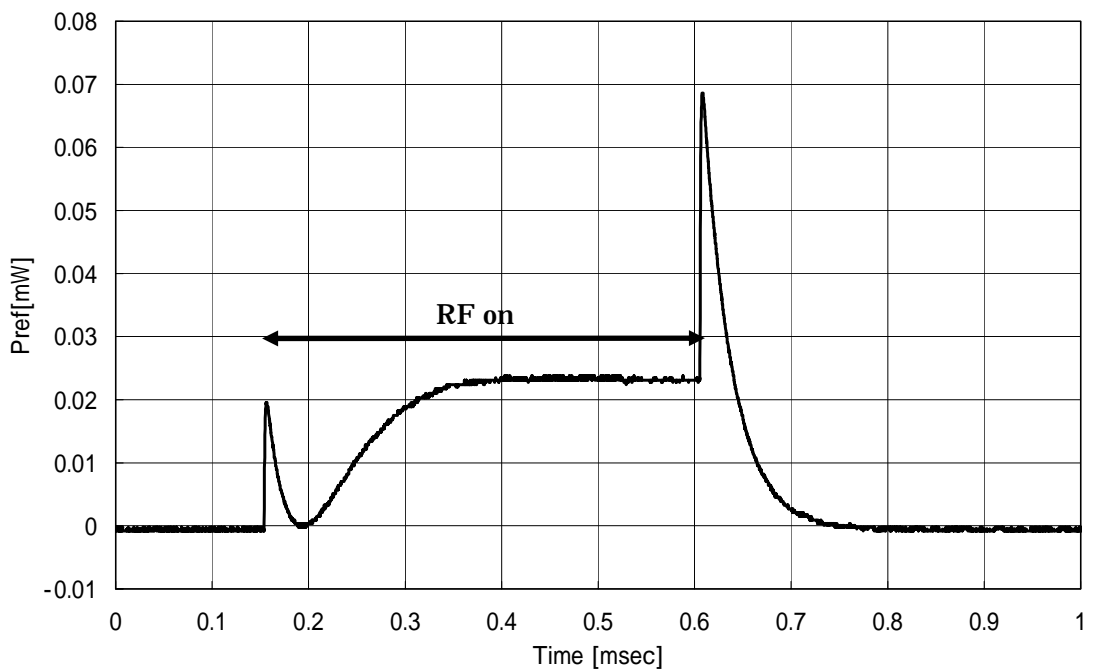


図 42 反射電力の時間変化(追加工後 実験結果)



### 5.3. 空洞製作

改良型同軸空洞は中央より 2 つに分割できる。内導体内部に高周波結合器を持つ方を空洞下部、持たない方を空洞上部と呼ぶことにする。表面処理を除けば、空洞上部は切削加工により完成する。空洞下部は、ポート部が折り返し構造となっているため、部品を機械加工後 EBW(Electron Beam Welding)によりそれぞれの部品を溶接接合して完成する。

表面処理は、切削加工のバイト目をグラインダーで研削し、電解研磨( $100\text{ }\mu\text{m}$ )、高圧水洗( $8\text{MPa}$ )を施工した。電解研磨は同軸サンプル空洞で使用した電解研磨治具の電極部のみを新たに製作して同軸サンプル空洞と同様に実施した(図 45)。

素材に予め吸蔵された水素により空洞  $Q$  値が劣化することを確認後、真空アニール( $700\text{ }^{\circ}\text{C}$  90 分)、電解研磨( $10\text{ }\mu\text{m}$ )を実施予定であったが、初めの実験で共振周波数が観測されなかったことから、空洞追加工前にこれらの処理を実施してしまった。このために熱処理前の  $Q$  値のデータを採ることが出来なかった。

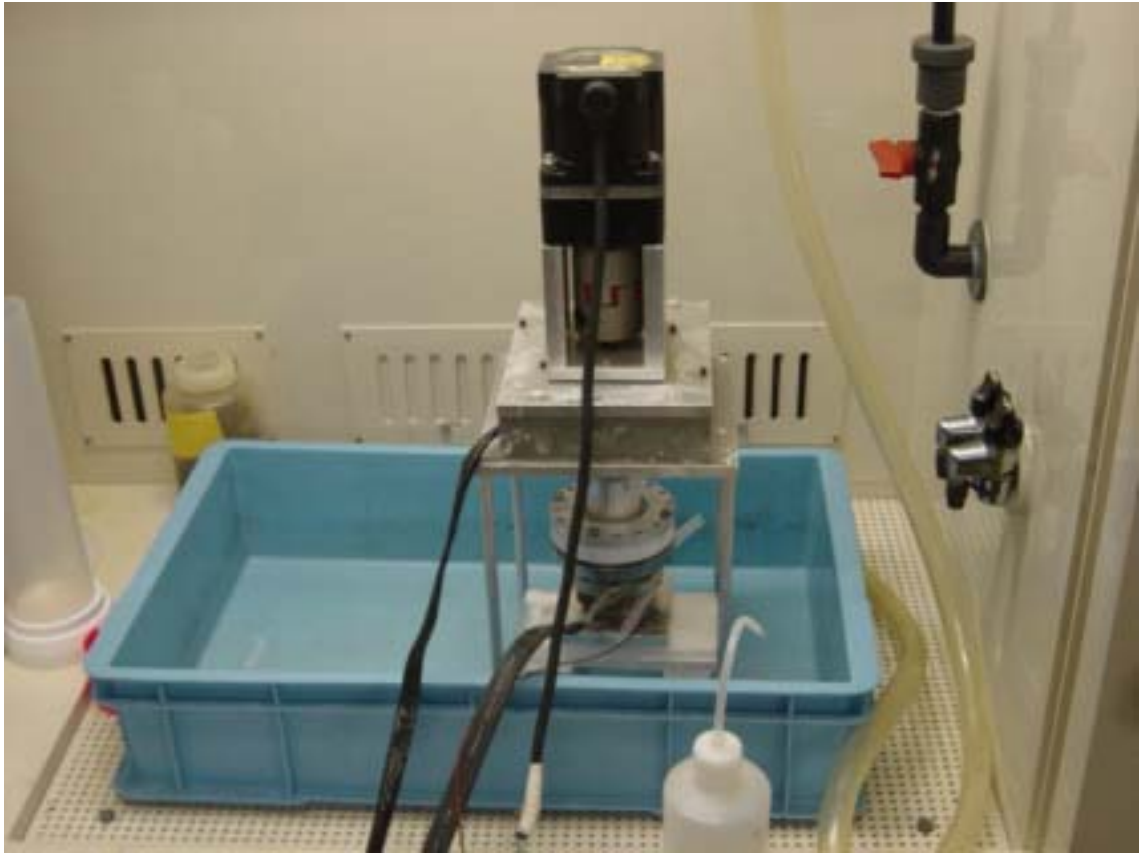


図 43 電解研磨の様子

#### 5.4. 予備測定

空洞に水素を導入する前に高周波結合器のカップリングを調整し、空洞の無負荷  $Q$  値 ( $Q_0$ )を測定可能な状態にすることを目的として、空洞の予備測定を行った。空洞内部に共振モードを励振し、高周波電力の供給を止めた際に高周波結合器から放出される高周波電力  $P_{emit}$  の減衰の時定数を測定する。この値から空洞の負荷  $Q$  値( $Q_L$ )が計算される。

次に空洞に連続的に高周波電力を供給し、入力電力  $P_{in}$  と反射電力  $P_r$  を測定し、 $Q_0$  を計算する。各パラメータの関係式は次式の通りである。

$$\beta_{in} = \frac{Q_0}{Q_{in}} = \frac{1 + \sqrt{P_r/P_{in}}}{1 - \sqrt{P_r/P_{in}}} \text{ (オーバーカップリング) or } \frac{1 - \sqrt{P_r/P_{in}}}{1 + \sqrt{P_r/P_{in}}} \text{ (アンダーカップリング)}$$

$$Q_0 = Q_L(1 + \beta_{in})$$

以下に空洞の測定結果を時系列に示す。

#### (1)空洞改造前

前述のとおり、空洞共振点を見出すことが出来ず、性能測定には至らなかった。

#### (2)空洞改造後

真空アニール(700 90 分)、電解研磨(10  $\mu$  m)を実施した。真空アニールは 1 時間の 200 の割合で昇温し、炉内の圧力が  $4 \times 10^{-3}$  Pa を超えるようであれば昇温を止めるようにした。具体的には 400 で 30 分程度昇温を止めている。これらの処理の後、空洞を液体ヘリウム温度(4.2K)に冷却し、性能測定を実施した。測定結果は図 44 に示したように高周波電力の供給を止めた瞬間に、入力電力を上回る電力が空洞から放出される典型的なオーバーカップリングである。放出される電力  $P_{emit}$  の減衰の時定数  $\tau = 28.6 \mu$  s、共振周波数は 1522.9MHz である。この計測結果から負荷 Q 値は  $Q_L = \tau\omega = 2.7 \times 10^5$  と計算できる。本測定では  $P_{in}$  と  $P_r$  の間に差を見出すことが出来ず、 $Q_0$  を評価することは出来なかった。 $P_{in}$  の測定に関して、Appendix3 に述べるように高周波電力供給開始直後の反射電力で測定できないため、供給する高周波電力の周波数を空洞の共振周波数から少しずらし、全反射の条件でアンプと空洞の間に設置された方向性結合器の構成を行い、空洞に連続的に高周波電力を供給しながら  $P_{in}$  と  $P_r$  を測定した。本実験で得られた情報は  $Q_0 \gg Q_{in}$ 、 $Q_{in} \approx Q_L = 2.7 \times 10^5$  である。

$Q_{in}$  は MW-Studio の Time domain solver を使用した方法では  $3.8 \times 10^5$ 、Eigen mode solver 及び Frequency domain solver を使用した方法では  $2.2 \times 10^5$  と計算されている。測定された  $Q_{in}$  は 2 通りの方法で計算した値の間であった。

### (3)アンテナ長さ変更(-5mm)

高周波結合器のアンテナの長さを 5mm 短くして再度性能測定を実施した。本測定においてもまだオーバーカップリングであることが分かる(図 46)。P<sub>emit</sub> の減衰の時定数は  $\tau = 380.2\mu s$ 、共振周波数は 1523.1MHz であり、そこから  $Q_L = 3.6 \times 10^6$  である。また、 $P_{in} = 142mW$ 、 $P_r = 70.7mW$  であり  $Q_0 = 2.5 \times 10^7$ 、 $Q_{in} = 4.3 \times 10^6$  と計算できる。

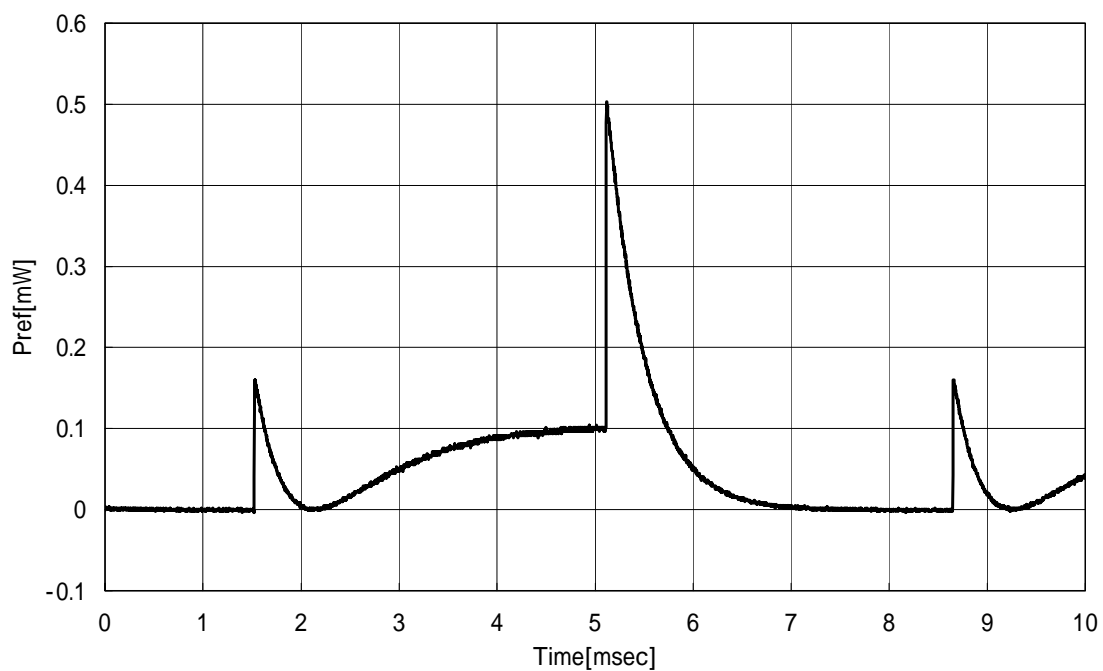


図 44 反射電力の時間変化(アンテナ -5mm)

#### (4)アンテナ長さ変更(-10mm)

高周波結合器のアンテナの長さをさらに 5mm 短くして性能測定を実施した。本測定において空洞は著しいアンダーカップリングになった(図 47)。測定結果は $\tau = 590 \mu s$ 、共振周波数は 1523.1MHz であり、そこから  $Q_L = 5.7 \times 10^6$  である。また、 $P_{in} = 86.6mW$ 、 $P_r = 49.0mW$  であり  $Q_0 = 6.5 \times 10^6$  と計算できる。

液体ヘリウム槽を減圧し約 1.8K まで冷却した上で同様の測定を実施した。その結果、 $\tau = 799 \mu s$ 、 $f_0 = 1523.1MHz$ 、 $P_{in} = 97.7mW$ 、 $P_r = 74.5mW$  であり、そこから  $Q_L = 7.6 \times 10^6$ 、 $Q_0 = 8.2 \times 10^6$  とほとんど改善は見られなかった。

これらの結果は前回の測定から著しく劣化しており異常である。状況を確認するため、一旦空洞を分解し内面を観察することとした。

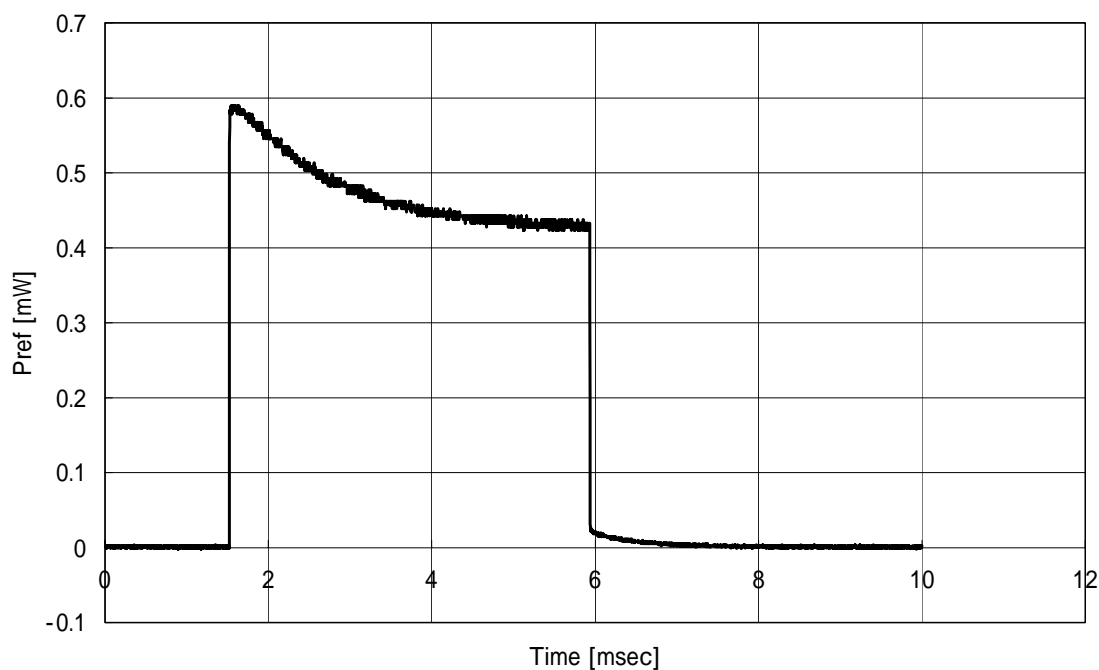


図 45 反射電力の時間変化(アンテナ -10mm インジウムで汚染)

#### (5)高圧水洗後

空洞を分解し内部を観察すると、空洞下部の底に  $0.5\text{mm} \times 0.5\text{mm}$  程度のインジウム箔が落ちているのが見つかった。アンテナ長さ調整時に混入したものと考えられる。これをピンセットで取り出し、高圧水洗を実施して再度性能測定を実施した。測定結果は  $\tau = 2.46\text{ms}$ 、 $f_0 = 1523.3\text{MHz}$ 、 $P_{\text{in}} = 89.8\text{mW}$ 、 $P_r = 14.0\text{mW}$  であり、そこから  $Q_L = 2.4 \times 10^7$ 、 $Q_0 = 7.8 \times 10^7$ 、 $Q_{\text{in}} = 3.4 \times 10^7$  であった(図 48)。本カップリング状態であれば水素吸蔵による  $Q_0$  値の変化を測定できるので、このセットアップを分解することなく水素吸蔵試験を実施する。

念のために  $1.8\text{K}$  での試験も実施した(図 49)。この結果、 $\tau = 3.48\text{msec}$  で  $Q_L = 3.3 \times 10^7$  であることは測定できたが、著しいオーバーカップリングのため  $Q_0$  と  $Q_{\text{in}}$  に分離することは出来なかった。

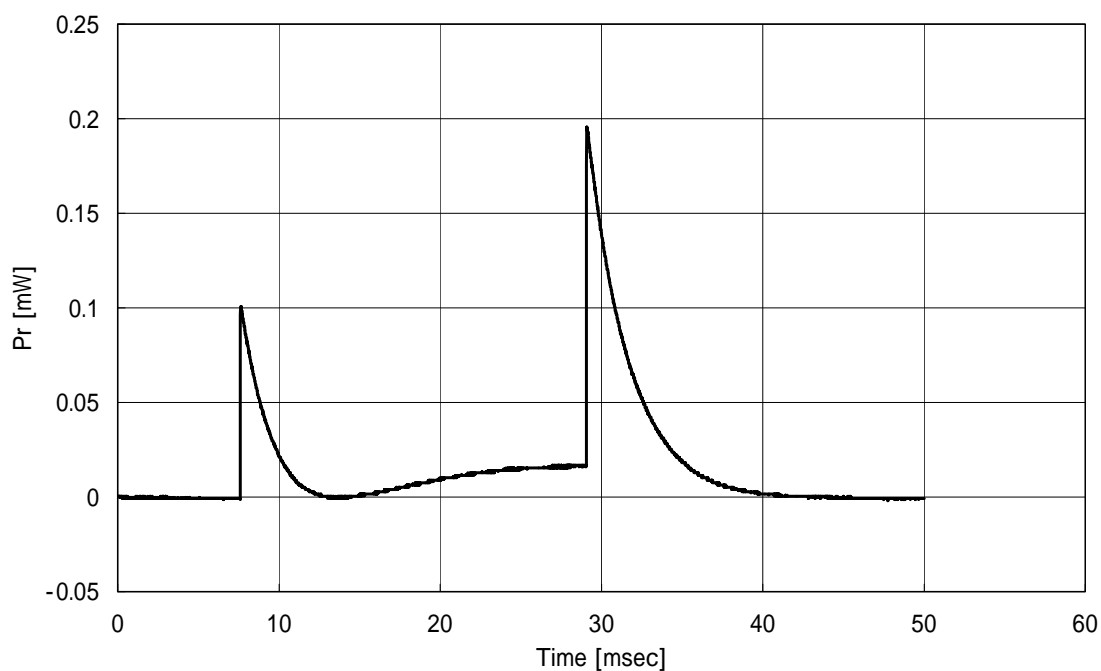


図 46 反射電力の時間変化(アンテナ -10mm 4.2K)

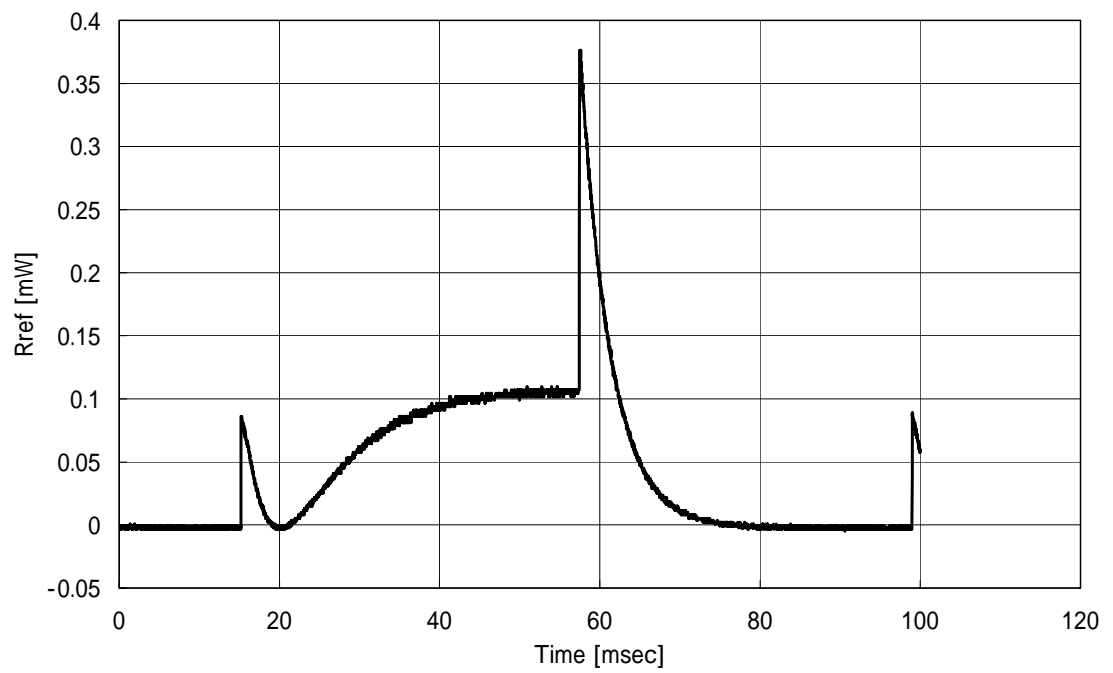


図 47 反射電力の時間変化(アンテナ -10mm 1.8K)

### 5.5. 水素導入試験

2 章で記載した希硫酸の電気分解を利用する方法により、空洞壁面に水素を導入した[2][3]。電気分解時の配置を図 50 に示す。1 回の通電時間は合計 30 分で、電流密度は  $0.5\text{mA}/\text{mm}^2$  とした。本条件は、水素吸蔵量が通電した電荷に比例すると仮定し、空洞壁に 1ppm 程度の水素の吸蔵が期待される量として、文献値より類推した[2]。改良型同軸空洞の内導体の内部空間に貯めることの出来る薬液の容量が  $11\text{cm}^3$  と小さいことから、通電 1 分ごとに薬液を新しいものに換えながら実施した。

本作業は空洞内部を窒素ガスで置換し、メタルバルブを用いて窒素ガスを封入した状態で実施した。窒素ガスを  $2000\text{cm}^3/\text{min}$  程度の速度で供給し、真空を置換する方法はスローリークと呼ばれる。スローリークに使用するバルブ及びフィルターの系統を図 51 に示す。スローリークは 1/3 スケールクラブ空洞及びフルスケールクラブ空洞の開発用に日常的に使用されているもので、これまでに本機器を用いて行ったスローリークにより性能が劣化したことはなく、信頼性が確認された機器であると考えている。また、空洞は分解せず組み立て状態のまま移動し、姿勢変化も最小限にとどめるよう留意した。水素導入作業時の様子を図 52 に示す。空洞に水素を導入し、内部を真空排気した後、2 日間常温で維持して、その後液体ヘリウム温度での  $Q$  値の測定をおこなった。後述するように水素は約 8 時間後には板厚方向にほぼ均一になるので、2 日間の放置は水素の拡散を待つという位置づけからは十分な時間である。

$Q$  値の測定は空洞を室温から 4.2K(液体ヘリウム温度)まで 30 分程度の時間で急冷した場合と、2 日程度約 77K(液体窒素温度)に保持した後 20 分程度で 4.2K まで冷却した場合の両方の場合について実施した。水素導入による  $Q_0$  値の変化を空洞温度と共に図 53 に示す。3 度行った水素の導入により、液体窒素温度で保持した後の  $Q_0$  値が水素導入の度に下がっていることが分かる。また、急冷した場合には  $Q_0$  値は回復することから、観測された  $Q_0$  値の劣化は吸蔵水素の影響によることが確認できた。表面抵抗の増大が水素を導入した改良型同軸空洞の内導体表面でのみ起こっているものと仮定すると、その表面抵



抗の変化は図 54 に示す通りである(計算は Appendix2 に記載)。3 回の水素導入後のニオブの表面抵抗は  $2.6\ \mu$  とクラブ空洞同軸部で観測された表面抵抗の増大  $15\ \mu$  (@508MHz)と比べると小さい。これは空洞壁の水素濃度がまだ低いことを示しており、さらに水素を導入することが可能であると考えられる。

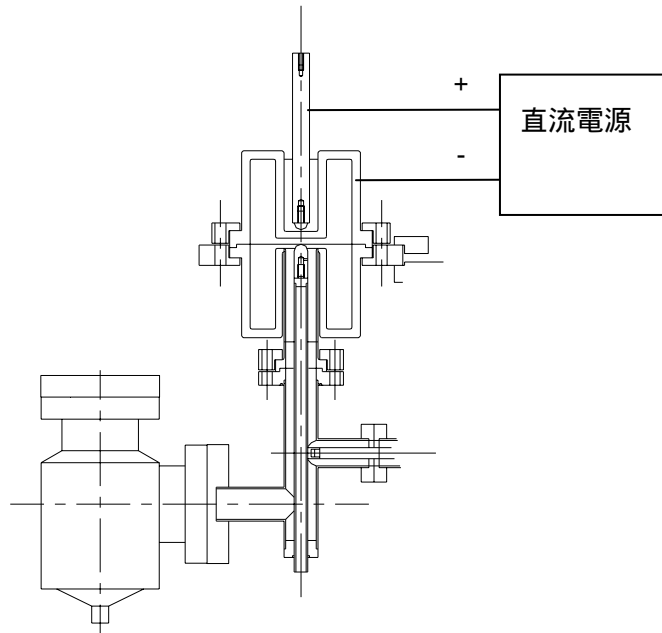


図 48 改良型同軸空洞への水素導入配置図

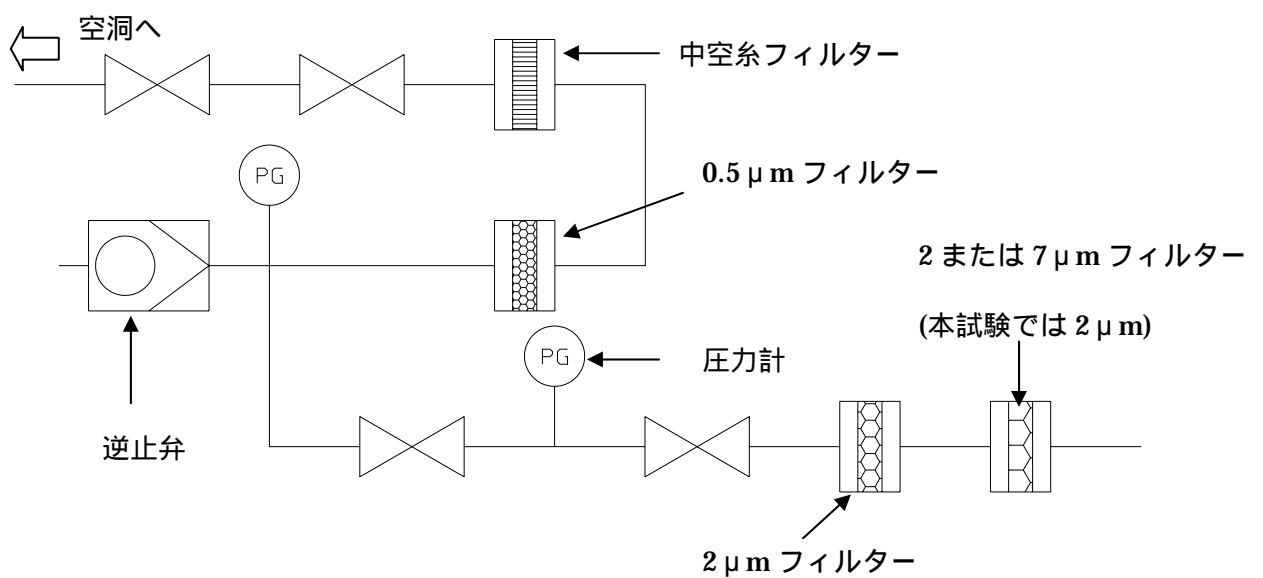


図 49 スローリーク系統図

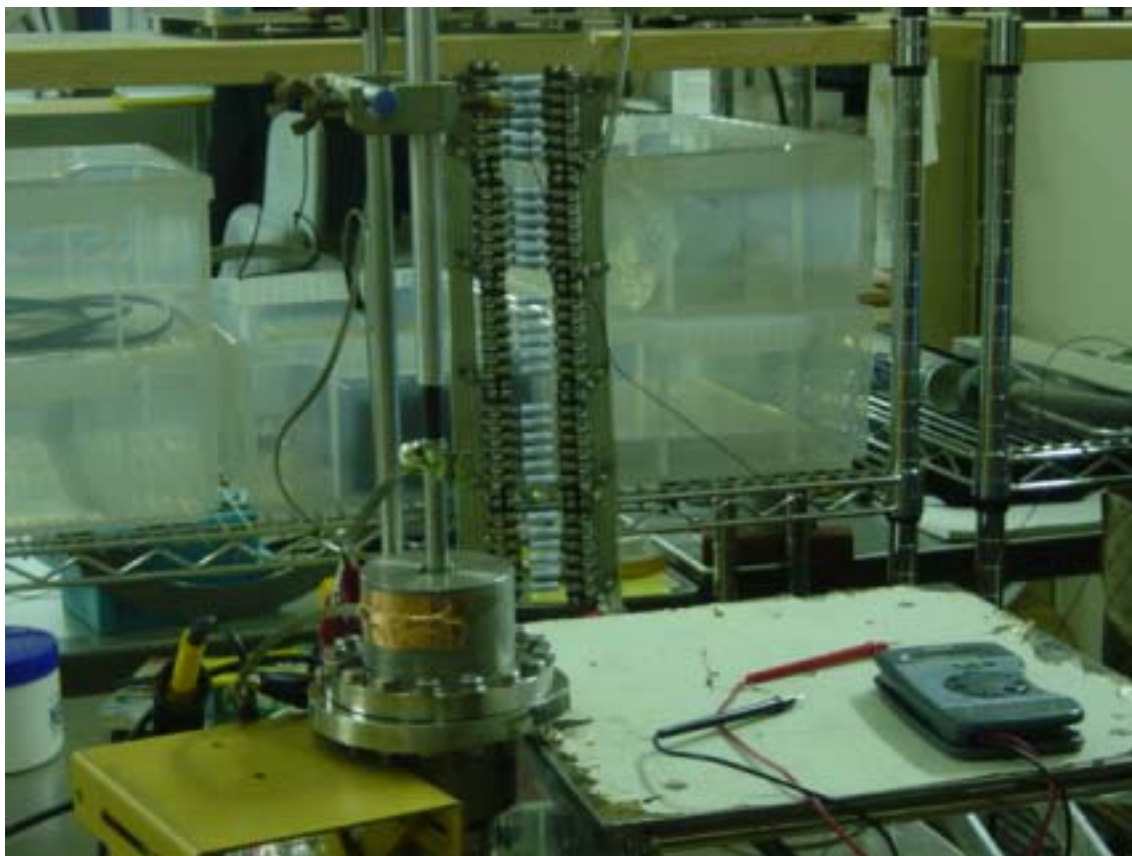


図 50 改良型同軸空洞への水素導入作業の様子

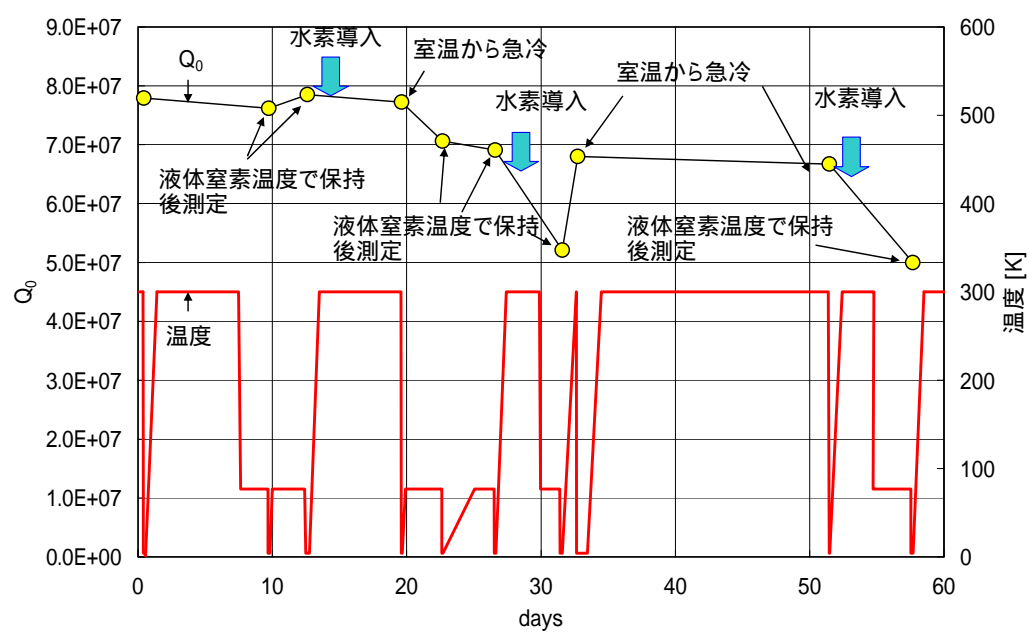


図 51 水素の導入と  $Q_0$  値の変化

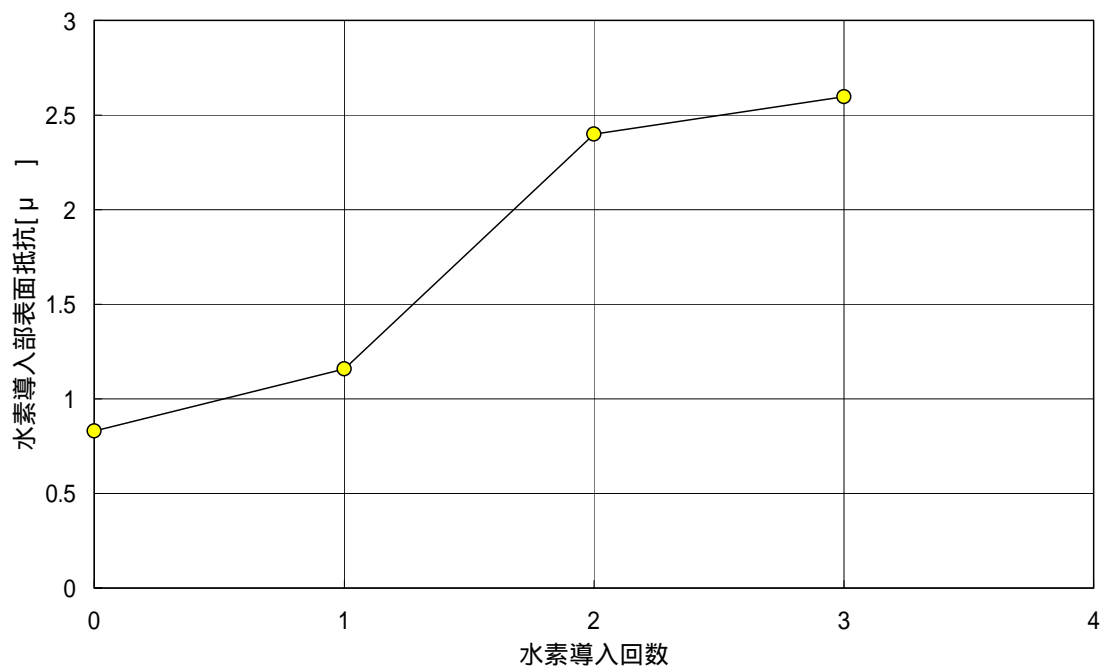


図 52 水素の導入による表面抵抗の変化

## 第6章 考察

### 6.1. 室温保持時間

本研究では改良型同軸空洞の外表面より水素を導入しているため、導入した水素が拡散により空洞内表面に到達するのを待つ必要がある。初回の水素の導入後、室温で3日間置いて冷却を開始し、2回目の水素導入時は5日間、3回目の水素導入時は2日間、室温で保持した後に冷却を行った。

金属中の水素の拡散については、建築用鉄鋼等の水素脆性などの研究を通じて鉄に関するデータが多く存在する。鉄中の水素の拡散係数は200以上の温度領域においては様々な計測の結果が一致しているが、それ以下の温度領域では測定者により大きく異なり、高温領域から外挿される値より著しく小さい[1]。これは様々な測定方法が存在し、それぞれ試料の形態が異なるため、結晶欠陥の分布が異なることが原因と考えられている。

拡散係数  $D$  は次式の通り与えられる。ここで  $k_B$  はボルツマン定数、 $T$  は温度、 $E_D$  は拡散のエネルギー、 $D_0$  は材料密度などに起因する定数である[2]。

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_D}{k_B T}\right)$$

また、拡散速度  $Q$  は次式により与えられる。

$$Q = -D \frac{\partial C}{\partial x}$$

ここで、 $C$  はニオブ中の水素濃度、 $x$  は位置を表す。ニオブ中を拡散する水素に関し、温度 0 以上においては  $D_0 = 0.5 \times 10^{-3} [\text{cm}^2/\text{s}]$ 、 $E_D = 2.44 [\text{kcal/mol}]$  である[2]。従って、試験時の気温約 295[K]における拡散係数は  $D = 7.67 \times 10^{-6} [\text{cm}^2/\text{s}]$  であると求められる。

定義より拡散速度  $Q$  と水素濃度  $C$  は次式の関係が成り立つ。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

初期条件として、時刻  $t=0$  での水素濃度分布  $C = \cos \alpha x$  とおくと次式の解を持つ。

$$C = \cos(\alpha x) e^{-D\alpha^2 t}$$

水素が厚さ  $a$  の板の一方の面に 関数的に分布し拡散していく様子を、水素が表面から放出されないという条件の下で解くには、 $x=0, \pm 2a, \pm 4a \dots$  に周期的に水素が分布する状態を初期条件とし、 $0$  から  $a$  の水素濃度分布を解として取り扱えばよい。この初期条件は次式で表される。フーリエ級数で表した式も記載する。

$$C(x) \Big|_{t=0} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x + 2ma) = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos \frac{m\pi x}{a}$$

フーリエ級数で示された上式の初期条件からの時間変化は次式の通り表される。

$$C(x, t) = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos \frac{m\pi x}{a} e^{-D \frac{m^2 \pi^2}{a^2} t}$$

$a$  に実際の板厚  $5\text{mm}$  を代入し水素分布の時間変化を計算する。室温保持時間と水素分布の関係を図 53 にしめす。 $t=0$  近傍におけるフーリエ級数の収束が悪いため、図 53 の水素分布は数値的な取り扱いにより、微分方程式から直接水素分布の時間変化を求めたものである。水素導入後の空洞内表面の水素濃度の時間変化を図 54 に示す。図 54 には解析解と数値解を示した。計算結果から、水素導入から 2 時間後には空洞内表面上の水素濃度は平衡時の 80% 程度まで上昇していることが分かる。実験においては水素導入後少なくとも 2 日間室温に保っており、十分な拡散時間の後、冷却を実施したといえる。

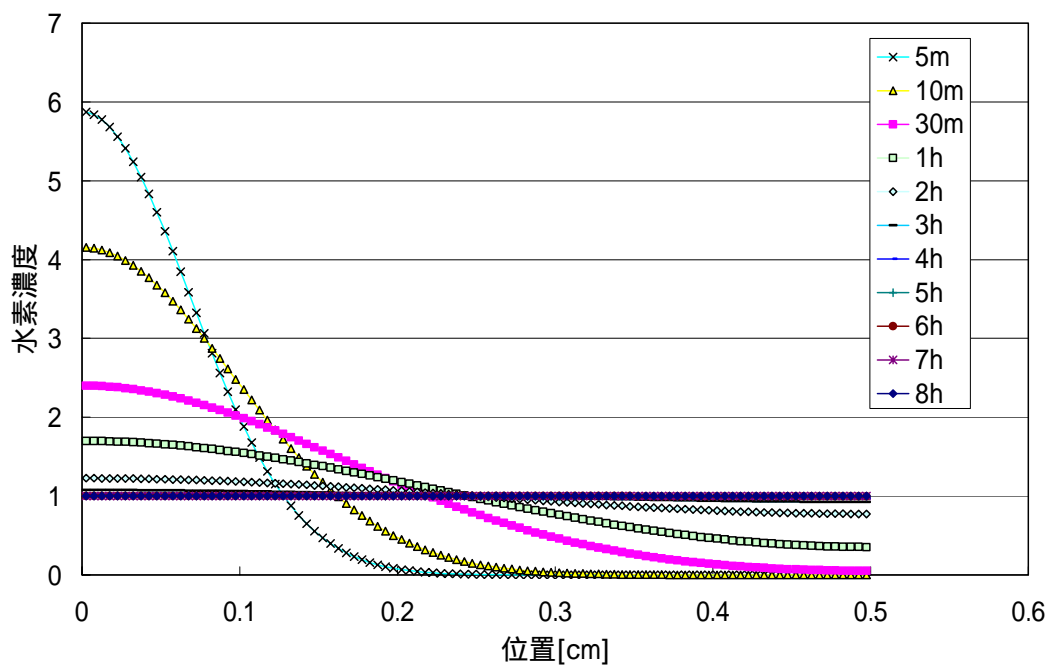


図 53 室温保持時間による水素濃度分布の変化

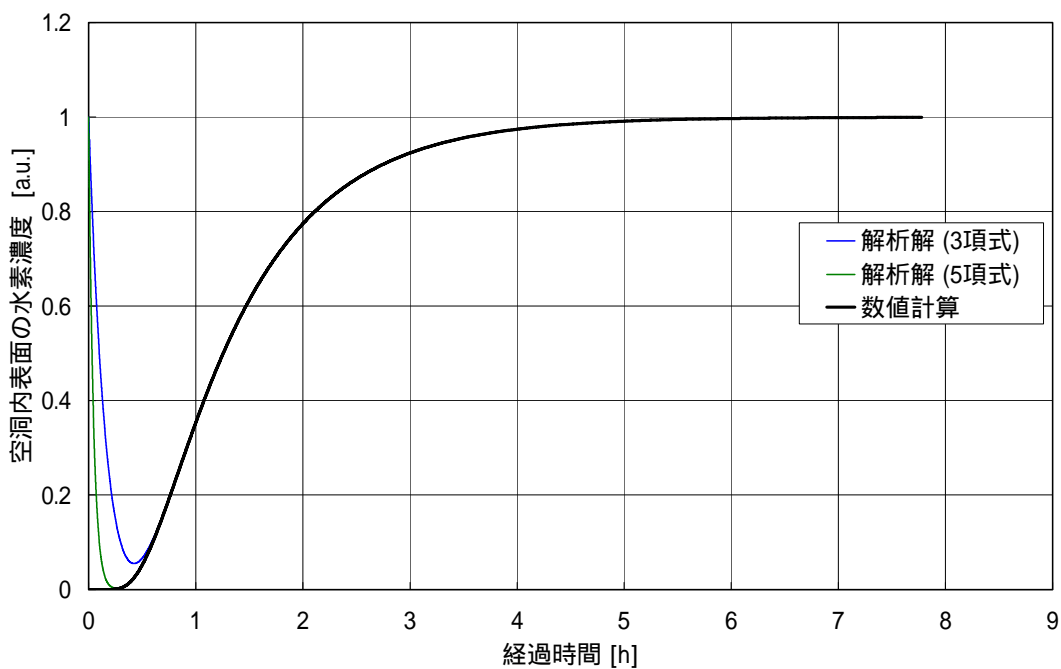


図 54 水素導入後の空洞内表面における水素濃度の時間変化

## 6.2. 液体窒素温度保持時間

先に記載した室温でのニオブ中水素の拡散係数は0 以下の温度領域では適用できないが、無理に液体窒素温度(77K)に適用してみると  $D = 5.6 \times 10^{-11} \text{ [cm}^2\text{/s]}$  となり、室温での拡散係数より約 5 桁小さい。鉄鋼中の水素の拡散係数のアナロジーから、ニオブ中においても欠陥の影響などにより実際にはさらに小さい拡散係数を示すものと考えられる。このように小さな拡散係数では、板厚方向への水素の移動はほとんど期待できないので、ニオブの水素化物の形成は極めて局所的な反応として起こるものと考えられる。

初回の水素導入の後、3 日間空洞を液体窒素温度に保持した結果、空洞の Q 値が劣化することを観測した。この測定を行った後、さらに 4 日間空洞を液体窒素温度に保持して再度 Q 値を測定したが、このときは 3 日間保持した場合と比べて顕著な Q 値の劣化は観測されなかった。このことから、空洞は 3 日間程度の液体窒素温度保持で十分に Q 値が劣化することが分かった。保持時間と表面抵抗の関係を観測することは今後の課題である。

## 6.3. 表面抵抗増大

3 回の水素導入によりニオブの表面抵抗は  $0.83 \mu$  から  $2.6 \mu$  に増大した。空洞を急冷した場合には Q 値の劣化が見られないことから、水素吸蔵による影響以外の要因を排除して空洞の表面抵抗の変化を観察するという当初の目的は達成できた。水素吸蔵による Q 値の劣化は周波数が高いほど顕著であることから、共振周波数が約 1.5GHz の改良型同軸空洞は 0.5GHz のクラブ空洞同軸部先端より最終的には表面抵抗が大きくなると考えられる[3]。クラブ空洞同軸部先端の表面抵抗が  $15 \mu$  程度であるから、改良型同軸空洞の表面抵抗はさらに増大させることが可能である。さらに水素を導入していき、高い水素濃度領域での表面抵抗を調べる必要がある。

## 第7章 まとめと今後の課題

### 7.1. まとめ

ニオブ製空洞を用いて、吸蔵水素による空洞  $Q$  値の劣化を観測することが出来た。表面の状態を維持するために、空洞外面から水素を導入し吸蔵水素の影響を測定した。本研究を通じて行った主な試験は以下に示す通りである。

#### (1) 電気分解によるニオブ内への水素の導入

希硫酸の電気分解によりニオブ内に水素が導入できることを確認した。本手法はすでに公知であるが、追試を行い、有用性を確認した。また、本手法によりニオブ製空洞に水素を導入した。

#### (2) 空洞外面からの水素導入による空洞壁素材の水素濃度のコントロール

空洞の外面から水素を導入し、空洞を構成するニオブ素材中の水素濃度をコントロールした。本手法は、水素の導入の際に空洞内部の表面状態や清浄度を変化させないことが特徴である。

#### (3) 水素吸蔵による超伝導空洞の $Q$ 値の劣化の測定

空洞を構成するニオブ材に水素を吸蔵させ、 $Q$  値の劣化を観測した。本測定により吸蔵水素の影響を排し、吸蔵水素のみによりニオブ製超伝導空洞の  $Q$  値の劣化が起こることが確認できた。

### 7.2. 今後の課題

本研究を通じて開発した装置及び手法を用いて今後以下の点について研究を進めて行きたい。

#### (1) 吸蔵水素の絶対量

本研究では希硫酸を用いてニオブ内に水素を導入したが、その絶対量に関しては十分に調査することが出来なかった。通電量に比例するものと考えているが処理温度や電極形状などに依存する可能性もあり十分に調査したい。



## (2) 液体窒素温度保持時間と $Q$ 値の劣化の関係

十分に  $Q$  値を劣化させるという観点から、空洞を長めに液体窒素温度に保持して  $Q$  値の測定をおこなった。本試験で取得できなかった、液体窒素温度での保持時間と  $Q$  値の変化の関係を測定したい。それらの結果は、加速器にインストールされた空洞の安全な冷却速度を推定するために役立つと考えられる。

## (3) 高水素濃度時の表面抵抗の挙動

ニオブに多量の水素を吸蔵させた場合の表面抵抗の変化を測定したい。水素濃度が約 10% 以下では水素はニオブの結晶格子の隙間に押し込められているが、それ以上の濃度では水素化物として、異なった結晶構造を持つ島を作ることが知られている[1]。この水素濃度まで表面抵抗が単調に増加するのか、ある程度で飽和するのか調査を進めたい。

## (4) 様々な表面処理に対する水素吸蔵レートの測定

水素濃度を表面抵抗の詳細なデータを採取し、電解研磨や化学研磨によりどの程度水素が吸蔵されるのか調査したい。現段階においても、相対的な吸蔵水素量の比較は可能であるから、様々な表面処理の吸蔵水素に関する特徴を明確にすることが出来る。

## (5) ニオブ中に吸蔵された水素の拡散係数の測定

本研究ではニオブ製空洞に水素を供給後、拡散するための時間を十分にとったが、室温保持時間と  $Q$  値の劣化の関係を調査することで、ニオブ中に吸蔵された水素の拡散速度を求めることが出来る。低温における、結晶粒の大きさや不純物濃度などの材料の状態と拡散係数の関係を調査したい。

## 第 8 章 謝辞

本研究を進めるにあたって様々な有益な助言を頂き、多くの時間を割いて頂いた指導教官の細山謙二教授に感謝いたします。放射線科学センター環境安全管理室の神田征夫助教授、別所光太郎助手、吉岡綾氏には、電解研磨、化学研磨の施工にあたりご協力いただきました。実験に使用する冷媒や計測機器はクラブ空洞グループの皆様の協力により準備することが出来ました。特に可部農志前任技師、小島裕二技師、原和文技師には、空洞の性能計測や、試験装置の製作にあたって多大な協力を頂きました。

超伝導空洞の製作にあたっては、株式会社 SFC テクノセンターの佐藤長治氏に、真空炉の製作にあたっては同社の田中康仁氏にご協力を頂きました。全ての装置の機械加工について、スズノ技研株式会社の野口英一氏にご協力頂きました。

様々な急なお願いにも快く対応してくださった皆様に心よりお礼申し上げます。

## 参考文献

### 第 1 章

- [1]H.Padamsee et al., "RF Superconductivity for Accelerator", (1998)
- [2]樋口玉緒, "新しい機械研磨と電解研磨による水素吸蔵を起こさない超伝導空洞の表面処理法の開発", 博士論文, (2002)
- [3]J.Jacob et al., "TEST OF THE SOLEIL CRYOMODULE PROTOTYPE WITH BEAM AT ESRF", Proceedings of 11th Workshop on RF Superconductivity, 403-407, (2003)
- [4]E.Minehara, "JAERI superconducting rf linac based free electron laser facility", Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A, No.445, 432-436, (2000)
- [5]諏訪田剛 他, "放射光将来計画検討報告 -ERL 光源と利用研究-", (2003)
- [6]Jean-Eudes Augustin et al., "Executive Summary of ITRP Report", (2004)
- [7]K.Saito, "R&D of SUPERCONDUCTING CAVITIES at KEK", Proceedings of 5th Workshop on RF Superconductivity, 635-693, (1991)
- [8] H.Padamsee, "Records fall at Cornell", CERN COURIER, Volume45, No5, 32-33, (2005)
- [9]B.Bonin,R.W.Toth, "Q degradation of Niobium cavities due to Hydrogen contamination", Proceedings of 5th Workshop on RF Superconductivity, 210-244, (1991)
- [10]Y.Morita et al. "VERTICAL COLD TEST OF THE CRAB CAVITY WITH A CO-AXIAL BEAM PIPE", Proceedings of 10th Workshop on RF Superconductivity, 403-407, (2001)
- [11]S.Isagawa, "Hydrogen absorption and its effect on low-temperature electric properties of niobium", J.Appl.Phys. 51(8), 4460-4470, (1980)
- [12]キッテル,"固体物理学入門 第 6 版", (1988)

[13]W.J.Moore, “物理化学 第4版”, (1974)

## 第2章

[1] J.Bonin,R.W.Toth, “Q degradation of Niobium cavities due to Hydrogen contamination”, Proceedings of 5th Workshop on RF Superconductivity, 210-244, (1991)

[2] J.K.Saito, “R&D of SUPERCONDUCTING CAVITIES at KEK”, Proceedings of 5th Workshop on RF Superconductivity, 635-693, (1991)

[3] 樋口玉緒, “新しい機械研磨と電解研磨による水素吸蔵を起こさない超伝導空洞の表面処理法の開発”, 博士論文, (2002)

[4] S.Isagawa, “Hydrogen absorption and its effect on low-temperature electric properties of niobium”, J.Appl.Phys. 51(8), 4460-4470, (1980)

[5]H.Koike, “Superabundant vacancy formation in Nb-H alloys; resistometric studies” J.Phys.: Condens. Matter 16, 1335-1349(2004)

[6]G.L.Miller, “TANTALUM AND NIOBIUM”, (1959)

## 第3章

[1]Y.Morita et al. “VERTICAL COLD TEST OF THE CRAB CAVITY WITH A CO-AXIAL BEAM PIPE”, Proceedings of 10th Workshop on RF Superconductivity, 403-407, (2001)

[2]K.Akai, “Crab Cavity for the B-Factories” Int.J.Mod.Phys. A 2B, 757-759, (1993)

[3]P.A.Rizzi, “Microwave Engineering Passive Circuits”, (1988)

[4]細山謙二(KEK) :private communication

[5]兼清貴之(日立テクノサービス(株)) :private communication

- [6]樋口玉緒, “新しい機械研磨と電解研磨による水素吸蔵を起こさない超伝導空洞の表面処理法の開発”, 博士論文, (2002)

#### 第 4 章

- [1]樋口玉緒, “新しい機械研磨と電解研磨による水素吸蔵を起こさない超伝導空洞の表面処理法の開発”, 博士論文, (2002)

#### 第 5 章

- [1]D.Li, OHP, LHC IR Upgrade Workshop, (2005)
- [2] S.Isagawa, “Hydrogen absorption and its effect on low-temperature electric properties of niobium”, J.Appl.Phys. 51(8), 4460-4470, (1980)
- [3]H.Koike, “Superabundant vacancy formation in Nb-H alloys; resistometric studies” J.Phys.: Condens. Matter 16, 1335-1349(2004)

#### 第 6 章

- [1]中井揚一 他, “鋼中における水素の拡散挙動”, 川崎製鉄技報 vol.6 No.3, 20-35, (1974)
- [2]小林正典, “真空工学の基礎 II”, 総研大講義テキスト, (2004)
- [3]H.Padamsee et al., “RF Superconductivity for Accelerator”, (1998)

#### 第 7 章

- [1]H.Padamsee et al., “RF Superconductivity for Accelerator”, (1998)

## Appendix1 超伝導空洞の性能測定方法

空洞の高周波入出力ポートが 1 つの場合の計測機器系統図を図 A1-1 に示す。ポートが 2 つの場合も透過電力  $P_t$  の測定器を増設するだけである。

空洞の共振周波数は空洞壁面の微小な振動などにより常時変化している。空洞を励振中に空洞の共振周波数が変化すると、入力波と空洞内の高周波の位相差が変動する。ポートが 1 つの場合は空洞内の高周波を直接観測することが出来ないが、観測される反射波は、空洞から漏れ出す高周波と入力波の直接の反射による波の合成であり、空洞内部の共振周波数の影響を受けているため、ここから空洞内の高周波の情報が得られる。使用した測定系は入力波と反射波の位相差を Double Balanced Mixer で DC 信号として検出し位相差を相殺するように入力周波数を制御する仕組みである。

Double Balanced Mixer は入力された 2 系統の RF 信号の積を出力する素子である。振動数 で励振されている空洞の共振周波数が変動し、それにより反射高周波の位相が 変化したとする。入力波と反射波の積は次式の様に表される。

$$\sin(\omega t + \phi) \cos(\omega t) = \frac{1}{2} \{ \sin(2\omega t + \phi) + \sin(\phi) \}$$

高周波成分と直流成分は簡単に分離できるので、DC 信号として  $\sin$  が得られる。

### A1-1 ポートが 1 つの場合

空洞に高周波結合器が 1 つのみ取り付けられている場合の空洞性能の測定手順を記載する。ケーブルの減衰特性の測定は冷却の度に行うがここでは省略する。

#### (1) 負荷 Q 値( $Q_L$ )の測定

空洞にパルス的に高周波電力を供給し、高周波電力供給停止後の漏れ出し電力の減衰の時定数 を測定する。本文中に示した通り  $Q_L = \tau\omega$  である。

#### (2) 電力収支の測定

空洞に高周波電力を連続的に供給し、供給電力  $P_{in}$  と反射電力  $P_r$  を測定する。

### (3) $Q_0$ 値の算出

次式により  $Q_0$  値を算出する。カップリングの状態は高周波電力の供給を開始した時、一旦反射がなくなった後、反射電力が増加する場合はオーバーカップリング、反射がなくならずに平衡に達するのはアンダーカップリングと判断できる。

$$Q_0 = Q_L \left( 1 + \frac{1 + \sqrt{P_r/P_{in}}}{1 - \sqrt{P_r/P_{in}}} \right) \quad (\text{オーバーカップリングの場合})$$

$$Q_0 = Q_L \left( 1 + \frac{1 - \sqrt{P_r/P_{in}}}{1 + \sqrt{P_r/P_{in}}} \right) \quad (\text{アンダーカップリングの場合})$$

### A1-2 ポートが 2 つの場合

空洞に高周波結合器が 2 つある場合について記載する。高周波結合器は、一方は空洞の蓄積エネルギーを測定するためのモニター用、もう一方が空洞に高周波電力を供給するための入力用であるものとする。

#### (1) 負荷 $Q$ 値( $Q_L$ )の測定

#### (2) 電力収支の測定

空洞に高周波電力を連続的に供給し、供給電力  $P_{in}$ 、反射電力  $P_r$ 、モニターポートからの出力  $P_t$  を測定する。

### (3) $Q_0$ 値の算出

次式により  $Q_0$  値を算出する。

$$Q_0 = Q_L \left( 1 + \frac{1 + \sqrt{P_r/P_{in}}}{1 - \sqrt{P_r/P_{in}}} \right) (1 + \beta_t) \quad (\text{オーバーカップリングの場合})$$

$$Q_0 = Q_L \left( 1 + \frac{1 - \sqrt{P_r/P_{in}}}{1 + \sqrt{P_r/P_{in}}} \right) (1 + \beta_t) \quad (\text{アンダーカップリングの場合})$$

ただし、 $\beta_t = \frac{P_t}{P_{in} - P_r - P_t}$  である。





## Appendix2 同軸型空洞の Q 値の計算

### A2-1 計算モデル

計算モデルを図 A2-1 に示す。内導体径を  $2a$ 、外導体径を  $2b$ 、全長を  $l$  とし、かつ  $l$  は  $\lambda/2$  の整数倍とする。又、座標は一方の端板の中心を原点とし、空洞軸方向に  $z$  軸をとる円筒座標を使用する。  $\lambda$  は空洞共振周波数における電磁波の自由空間での波長である。

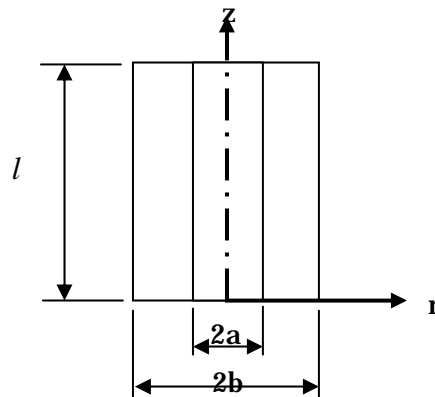


図 A2-1 同軸型空洞計算モデル

### A2-2 磁場分布

まず、内導体を流れる電流  $I$  を定義する。電流は  $z$  方向と  $-z$  方向に進行する波の重ねあわせとして表現できる。ここでは、RF の周波数は与えられている、空洞の  $Q$  値は大きく ( $Q \gg 1$ ) 往復する波の振幅は等しい、空洞内には定在波が発生し端部は電流の腹にあたるということが分かっているものとする。すると電流  $I$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I &= \frac{I_0}{2} \{ \sin(\omega t - kz) + \sin(\omega t + kz) \} \\ &= I_0 \sin \omega t \cos kz \\ &= I_0 \sin \omega t \cos \frac{2\pi z}{\lambda} \end{aligned}$$

ここで、 $t$  は時刻、 $\omega$  は RF の角振動数、 $k$  は空洞内の波数を示す。本計算では、TEM モードを対象とし、磁場  $B$  は軸対称で軸と垂直な方向を向いている。Maxwell の方程式の一つ(次式)を積分形にして、磁場強度を計算出来る。

$$c^2 \nabla \times \vec{B} = \frac{\vec{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

ここで、 $c$  は光速、 $\vec{j}$  は電流密度、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $\vec{E}$  は電場を示す。上式は、 $c^2 \oint \vec{B} \cdot \vec{n} ds$  の経路積分が経路面を横切る電流値に等しいことを表し、以下のように磁場分布を求めることが出来る。

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{n} ds = 2\pi r B = \frac{I}{c^2 \epsilon_0}$$

$$B = \frac{I_0 \sin \omega t \cos \frac{2\pi z}{\lambda}}{2\pi r c^2 \epsilon_0}$$

### A2-3 電場分布

磁場と同様に TEM モードの対象性から電場は径方向を向いており、Maxwell の方程式の一つ(次式)を積分形にして計算出来る。

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_z}{\epsilon_0}$$

上式は、閉曲面から外に向かい電場の面積分は、(閉曲面内部の電荷)/ $\epsilon_0$  に等しいことを示している。従って、空洞と同一の軸を持つ短い円筒を考えて、 $E$  は次式のとおりに計算出来る。 $\rho_z$  は内導体の電荷の線密度を示す。

$$2\pi r E = \frac{\rho_z}{\epsilon_0}$$

内導体の電荷は次式により求められる。

$$\frac{\partial \rho_z}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{I}$$

$$\frac{\partial \rho_z}{\partial t} = \frac{2\pi I_0}{\lambda} \sin \omega t \sin \frac{2\pi z}{\lambda}$$

$$\rho_z = -\frac{2\pi I_0}{\lambda \omega} \cos \omega t \sin \frac{2\pi z}{\lambda}$$

従って、 $E$  は次式のように求められる。

$$\begin{aligned}
E &= \frac{\rho_z}{2\pi r \epsilon_0} \\
&= \frac{I_0}{r \lambda \omega \epsilon_0} \cos \omega t \sin \frac{2\pi z}{\lambda}
\end{aligned}$$

#### A2-4 蓄積エネルギー

空洞内に蓄積される電磁場のエネルギー $U$ は、空洞内の電磁場から次式のとおりに計算出来る。ここでの体積積分は同軸型空洞の内部空間について実施する。

$$\begin{aligned}
U &= \int \left( \frac{\epsilon_0}{2} E \cdot E + \frac{\epsilon_0 c^2}{2} B \cdot B \right) dV = \int \left( \frac{\epsilon_0}{2} E \cdot E + \frac{\mu_0}{2} H \cdot H \right) dV \\
&= \int \left( \frac{\epsilon_0}{2} \frac{I_0^2}{r^2 \lambda^2 \omega^2 \epsilon_0^2} \cos^2 \omega t \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} + \frac{\epsilon_0 c^2}{2} \frac{I_0^2}{4\pi^2 r^2 c^4 \epsilon_0^2} \sin^2 \omega t \cos^2 \frac{2\pi z}{\lambda} \right) dV \\
&= \iiint \left( \frac{I_0^2}{2r^2 \lambda^2 \omega^2 \epsilon_0} \cos^2 \omega t \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} + \frac{I_0^2}{8\pi^2 r^2 c^2 \epsilon_0} \sin^2 \omega t \cos^2 \frac{2\pi z}{\lambda} \right) r dr d\theta dz \\
&= \frac{I_0^2}{8\pi^2 c^2 \epsilon} \iiint \left( \frac{1}{r} \cos^2 \omega t \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} + \frac{1}{r} \sin^2 \omega t \cos^2 \frac{2\pi z}{\lambda} \right) r dr d\theta dz \\
&= \frac{I_0^2}{8\pi^2 c^2 \epsilon} \cdot 2\pi \cdot \ln \frac{b}{a} \int \left( \cos^2 \omega t \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} + \sin^2 \omega t \cos^2 \frac{2\pi z}{\lambda} \right) dz \\
&= \frac{I_0^2}{4\pi c^2 \epsilon} \cdot \ln \frac{b}{a} \int \left\{ \cos^2 \omega t \left( \frac{1 - \cos \frac{4\pi z}{\lambda}}{2} \right) + \sin^2 \omega t \left( \frac{1 + \cos \frac{4\pi z}{\lambda}}{2} \right) \right\} dz \\
&= \frac{I_0^2}{8\pi c^2 \epsilon} \cdot \ln \frac{b}{a} \int_0^l 1 + (\sin^2 \omega t - \cos^2 \omega t) \cos \frac{4\pi z}{\lambda} dz \\
&= \frac{I_0^2}{8\pi c^2 \epsilon} \cdot \ln \frac{b}{a} \left[ z - \frac{\lambda}{4\pi} (\sin^2 \omega t - \cos^2 \omega t) \sin \frac{4\pi z}{\lambda} \right]_0^l \\
&= \frac{I_0^2 l}{8\pi c^2 \epsilon} \cdot \ln \frac{b}{a}
\end{aligned}$$

#### A2-5 最大電流値 $I_0$

これまでの計算結果から、空洞内部の蓄積エネルギー  $U$  が分かれば最大電流値  $I_0$  が決まり、任意の位置、時刻での電場及び磁場が求められる。蓄積エネルギー  $U$  は実際の実験において検出・制御されるパラメータではないが、検出される空洞  $Q$  値  $Q_0$ 、及び制御される投入電力  $P$  と次式の関係にあり、実験的に求めることが可能である。

$$Q_0 = \frac{U\omega}{P}$$

従って  $I_0$  は次のとおり計算出来る。

$$\begin{aligned} U &= \frac{PQ_0}{\omega} = \frac{I_0^2 l}{8\pi c^2 \varepsilon} \cdot \ln \frac{b}{a} \\ I_0^2 &= \frac{8\pi \varepsilon_0 c^2 PQ_0}{\omega l \ln \frac{b}{a}} \\ &= \frac{4\varepsilon_0 c^2 PQ}{\omega l \ln \frac{b}{a}} \end{aligned}$$

#### A2-6 空洞 $Q$ 値

空洞  $Q$  値は実験によっても測定可能な量であり、実験と計算を比較する上で重要な量である。

空洞内表面におけるジュール損失が投入電力とつりあった状態を考える。ジュール損失  $P$  は内導体の寄与分  $P_{\text{inner}}$ 、外導体の寄与分  $P_{\text{outer}}$ 、端板の寄与分  $2 \times P_{\text{end}}$  の和として求められる。ジュール損失による発熱密度は表面抵抗を  $R_s$ 、表面電流密度を  $j$  として、 $R_s \cdot j^2$  となる。又、電流密度は次式の通りである。ただし、内導体の表面電流密度を  $j_{\text{inner}}$ 、外導体の表面電流密度を  $j_{\text{outer}}$ 、端板の表面電流密度を  $j_{\text{end}}$  とする。

$$j_{inner} = \frac{I}{2\pi a}$$

$$j_{outer} = \frac{I}{2\pi b}$$

$$j_{end} = \frac{I}{2\pi r}$$

ジュール損失はそれぞれ次式の通りとなる。 $\bar{P}$  は時間平均を表す。

$$\begin{aligned} P_{inner} &= \int_0^l R_s \cdot 2\pi a \cdot j_{inner}^2 dz \\ &= \frac{R_s I_0^2}{2\pi a} \int_0^l \sin^2 \omega t \cdot \cos^2 \frac{2\pi z}{\lambda} dz \end{aligned}$$

$$\bar{P}_{inner} = \frac{R_s I_0^2 l}{8\pi a}$$

$$\bar{P}_{outer} = \frac{R_s I_0^2 l}{8\pi b}$$

$$P_{end} = \int_a^b 2\pi r R_s \cdot j_{end}^2 dr$$

$$\bar{P}_{end} = \frac{R_s I_0^2}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

従って  $P$  はそれぞれの寄与分の和として次式で求められる。(以降、時間平均の記号は省略する。)

$$\begin{aligned} P &= P_{inner} + P_{outer} + 2P_{end} \\ &= \frac{R_s I_0^2 l}{8\pi a} + \frac{R_s I_0^2 l}{8\pi b} + \frac{R_s I_0^2}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \\ &= \frac{R_s I_0^2}{2\pi} \left( \frac{l}{4a} + \frac{l}{4b} + \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right) \end{aligned}$$

従って、空洞  $Q$  値は次式の通り求められる。

$$\begin{aligned}
Q_0 &= \frac{U\omega}{P} \\
&= \frac{I_0^2 l \omega}{8\pi c^2 \varepsilon_0} \cdot \ln \frac{b}{a} \cdot \frac{2\pi}{R_s I_0^2} \left( \frac{l}{4a} + \frac{l}{4b} + \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right)^{-1} \\
&= \frac{l \omega \ln \frac{b}{a}}{4R_s c^2 \varepsilon_0 \left( \frac{l}{4a} + \frac{l}{4b} + \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right)}
\end{aligned}$$

常伝導空洞の場合、 $R_s$  を電気伝導率、表皮厚  $s$  により次式のように表すことが出来る。

$$R_s = \frac{1}{\delta_s \sigma} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\omega}{2\sigma \varepsilon_0}}$$

空洞が均質な材質であれば、次式のように簡単な式にまとめることが出来る。

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{R_s \sigma} \left\{ \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2 \ln \left( \frac{b}{a} \right)} + \frac{2}{l} \right\}$$

本文中の実験のように、内導体の半分のみが異なる表面抵抗を持つ場合は、内導体の半分の部分の表面抵抗を  $R_{sample}$ 、それ以外の部分を  $R_s$  として、 $Q$  値は次式により求められる。

$$\begin{aligned}
Q_0 &= \frac{U\omega}{P} \\
&= \frac{I_0^2 l \omega}{8\pi c^2 \varepsilon_0} \cdot \ln \frac{b}{a} \cdot \frac{2\pi}{R_s I_0^2} \left\{ \frac{R_s l}{4a} + \frac{R_s l}{4b} + \frac{R_s + R_{sample}}{2} \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right\}^{-1} \\
&= \frac{l \omega \ln \frac{b}{a}}{4c^2 \varepsilon_0 \left\{ \frac{R_s l}{4a} + \frac{R_s l}{4b} + \frac{R_s + R_{sample}}{2} \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right\}}
\end{aligned}$$

### Appendix3 空洞性能測定時の反射電力挙動

本文中の第4章で高周波電力をパルス的に空洞に供給した際の反射電力の時間変化を示した。このうち空洞追加工直後の反射電力の挙動について記載する。高周波電力の供給開始直後及び供給停止直後に反射電力の急激な増加があり、それぞれ速やかに減衰するため、急峻なピークを持っている。このピークの高さから  $P_{in}$ (入力電力)と  $P_{emit}$ (電力収支が定常状態になったときの蓄積エネルギーが空洞内部にあるときカプラーから漏れ出てくる電力)が測定できるはずである。高周波電力供給開始直後は全反射であるため、反射電力のピークの高さは入力電力値に等しい。同様に、高周波電力の供給中に電力収支が定常状態になっている場合は、高周波電力供給停止直後の反射電力は  $P_{emit}$  に等しい。極端なオーバーカップリングの場合に図 A3-1 に示すように、高周波電力供給開始直後の反射電力が定常状態での反射電力を上回るケースが観測された。これは高周波電力供給開始直後の反射電力が入力電力に一致するという予想と矛盾する。ここで、カップリングの強さを表す指標  $\beta_{in}$  を計算してみる。 $\beta_{in}$  は次式で定義され、 $\beta = 1$  で臨界結合(無反射)  $\beta > 1$  でオーバーカップリング  $\beta < 1$  でアンダーカップリングである。ここで  $P_0$  は平衡時の空洞壁面でのジュール損失を示す。

$$\beta_{in} = \frac{Q_0}{Q_{in}} = \frac{P_{emit}}{P_0}$$

定常状態時の反射電力  $P_r$  と  $P_{emit}$  と  $\beta_{in}$  の関係は次式の通りである。

$$\beta_{in} = \frac{1}{1 - 2\sqrt{\frac{P_r}{P_{emit}}}}$$

ここで、図 A3-1 のデータから、 $P_r$  と  $P_{emit}$  を求めて代入すると  $\beta_{in}$  が負の値を持つこととなり、先に示した  $\beta_{in}$  の定義と矛盾する。 $\beta_{in}$  が正の値を持つためには  $P_{emit}/P_r > 4$  である必要があり、図 A3-1 では高周波電力供給停止直後のピークの高さも足りないことが分かった。

高周波電力の供給停止後は空洞から漏れ出してくる電力は第 4 章でのカップリングの計算で議論したとおり指数関数的に減少するのみなので、高周波電力供給開始直後のピークに比べて現象が単純である。図 A3-2 に高周波電力供給停止後の空洞からの漏れ出し電力の時間変化を拡大する。高周波電力の供給を停止した瞬間に立ち上がるべき漏れ出し電力は時間をかけて立ち上がったかのごとく観測されており、これによりピークの高さが実際より低く見えたことが分かる。高周波電力供給開始直後に関しても同様である。

反射電力のデータは 1/10000 秒刻みで記録されており、後の調査で前後各 1 点の測定値と平均を取ることで平滑化してあることが分かった。図 A3-2 より、平滑化の機能を除いたとしてもピークの電力を測定するには測定器、またはモジュレータ類の応答速度が不十分であることが分かる。

Appendix1 に示した  $Q_0$  値の測定手順においては、これらのピーク電力値を使用していないので、高周波電力供給停止後の漏れ出し電力の減衰の時定数が測定できれば問題ない。高周波電源、または測定系の時間分解能により測定値が受ける影響を、測定データの平滑化と同等に扱えるものと仮定すると、平滑化の影響を代表する関数  $g(t)$  と漏れ出し電力

$P_{emit}(t) = Ce^{-\frac{t}{\tau}}$  から、測定される電力  $P_{monitor}$  は次式のように表すことが出来る。

$$\begin{aligned} P_{monitor} &= \int g(\Delta t) P_{emit}(t + \Delta t) d\Delta t \\ &= \int g(\Delta t) e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} d\Delta t \cdot P_{emit}(t) \end{aligned}$$

積分部分は定数であるから、 $P_{monitor}$  は  $P_{emit}$  の定数倍であり、時定数は変化しない。図 A3-2 の電力のスケールを対数にしたものが図 A3-3 である。漏れ出し電力の時間変化が直線に乗っていることから漏れ出し電力が指数関数的に変化しており、精度よく時定数の測定が可能であることが分かる。



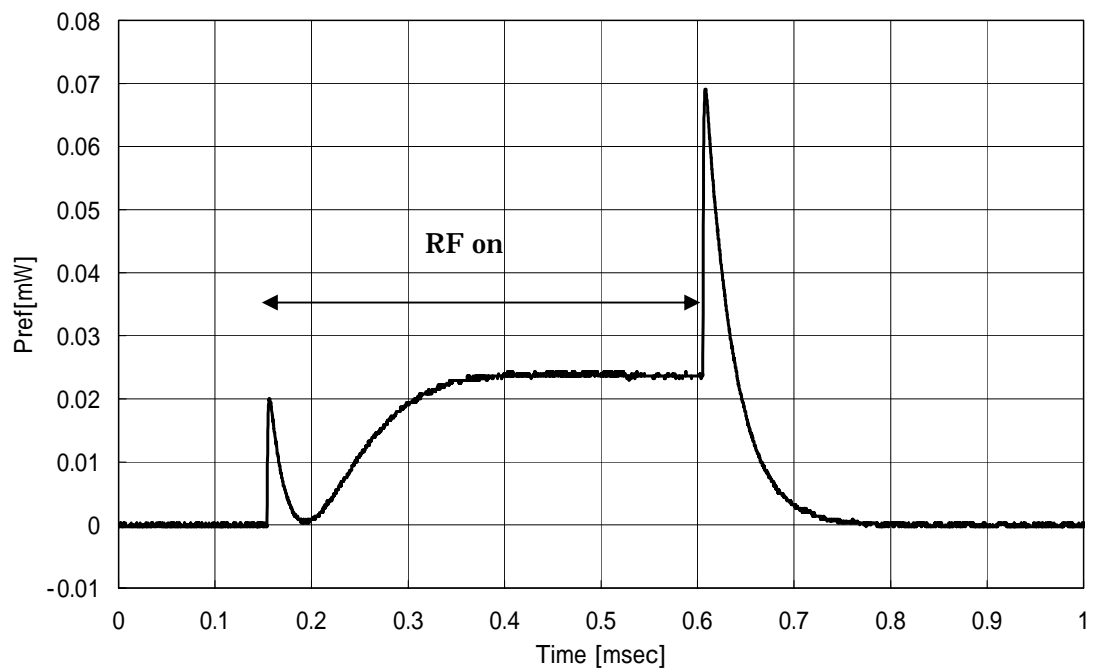


図 A3-1 オーバーカップリング時の反射電力の時間変化

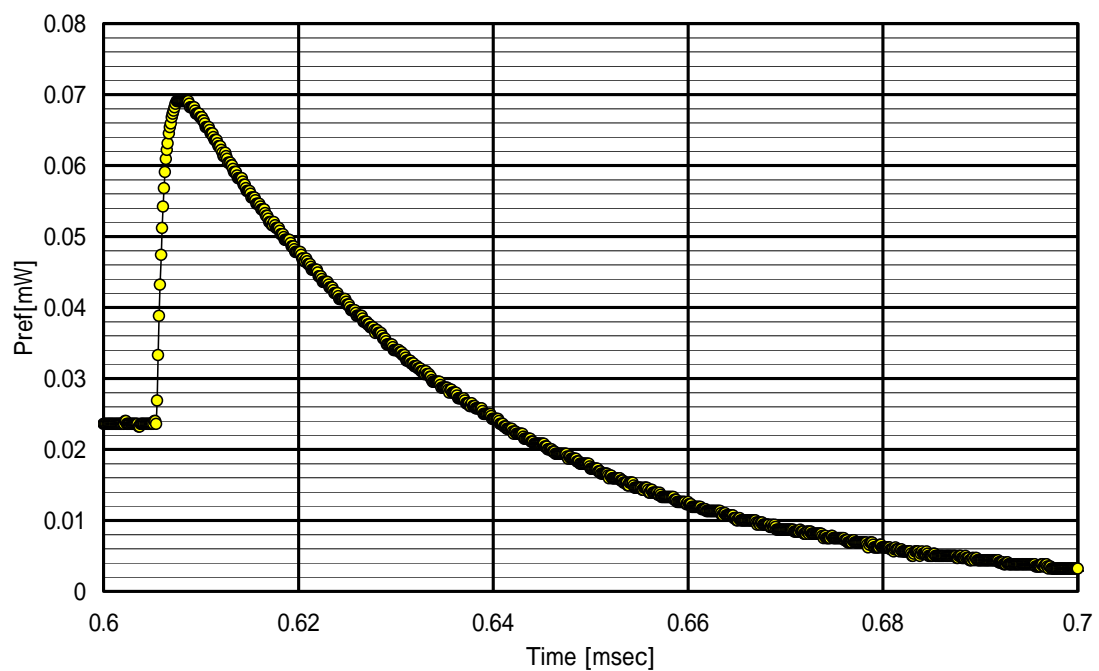


図 A3-2 高周波電力供給停止時の漏れ出し電力の時間変化

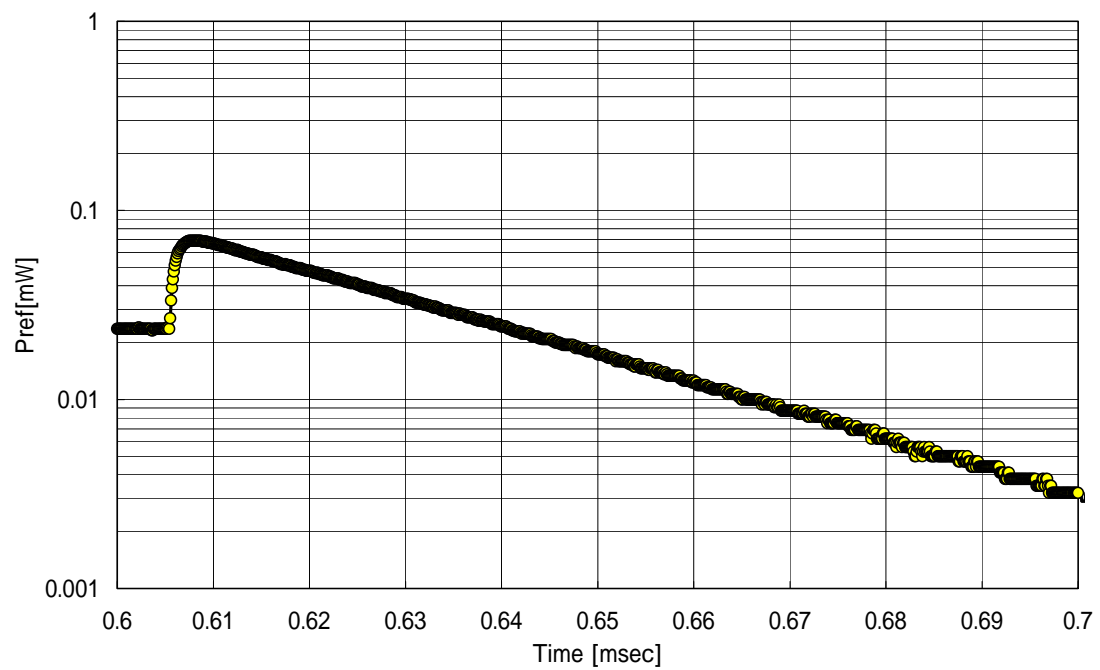


図 A3-3 高周波電力供給停止時の漏れ出し電力の時間変化

## Appendix4 改良型同軸空洞ギャップ部の改造と高周波結合器の外部 Q 値

### A4-1 改良型同軸空洞ギャップ部を上下均等に加工した場合

改良型同軸空洞の結合度を調整するために空洞ギャップ部を上下とも 0.5mm ずつ加工する場合の外部 Q 値を計算する。ここでは 5.2.(1)で計算した eigen mode solver と frequency domain solver を用いた計算方法を採用することにする。計算コードは同様に MICROWAVE-STUDIO ver5.1.3 を使用する。

まず、高周波結合器を省略したモデルにより共振周波数を計算した。計算機コードは有限要素法により空間を分割して計算している。分割数を大きく取ることによって計算精度が向上すること為、荒い分割から細かい分割に徐々に分割数を増やしていき、計算結果が収束するまで計算を繰り返す手法がしばしば用いられる。

図 A4-1 は分割数 40000 から約 40% ずつ分割数を増加させていった場合の共振周波数の計算結果の推移である。最終的な共振周波数の計算値は約 1510MHz である。ただし、1509.5~ 1510.3MHz の幅を持っている。

図 A4-2 に示す通り、1509.7~1512.8MHz の範囲に空洞から高周波結合器への高周波の透過がなくなる周波数がある。この周波数は空洞の共振周波数の計算結果の分布する周波数領域と一致している。即ち、外部 Q 値が無限大に発散し結合が得られないケースを含んでいる。

以上の計算により、空洞ギャップ部の両側を 0.5mm ずつ追加工した場合の高周波結合器の外部 Q 値は  $3.22 \times 10^6$  以上であり、結合しない可能性もあることが分かる。

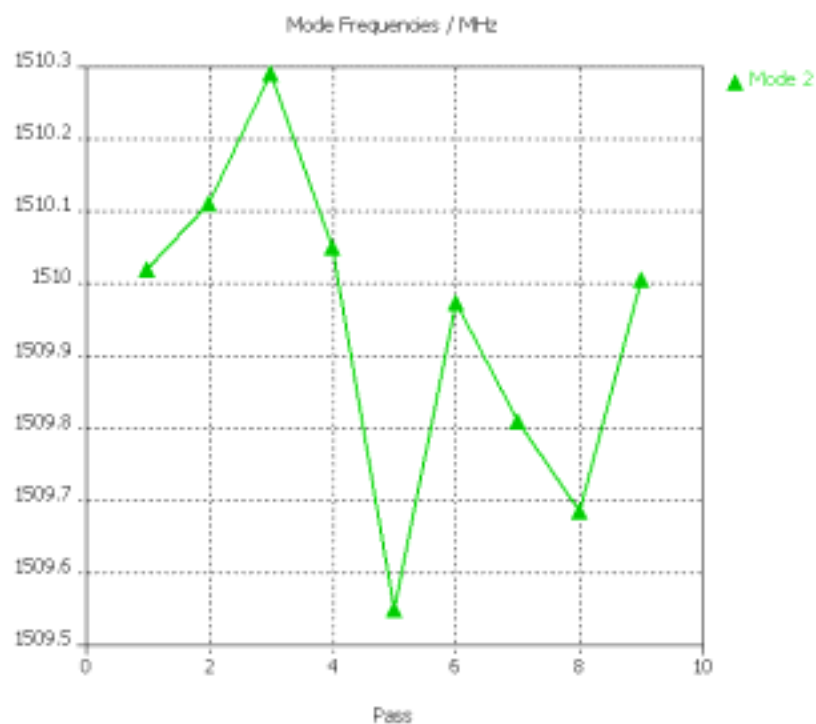


図 A4-1 改良型同軸空洞の共振周波数計算結果(両側 0.5mm ずつ追加工)

MICROWAVE-STUDIO はモデルの分割数を増しながら解析を繰り返している。横軸は何度目の計算結果であるかを示し、縦軸がその計算での共振周波数を示す。共振周波数は約 1510MHz であるが 1509.5~1510.3 の間で変動している。

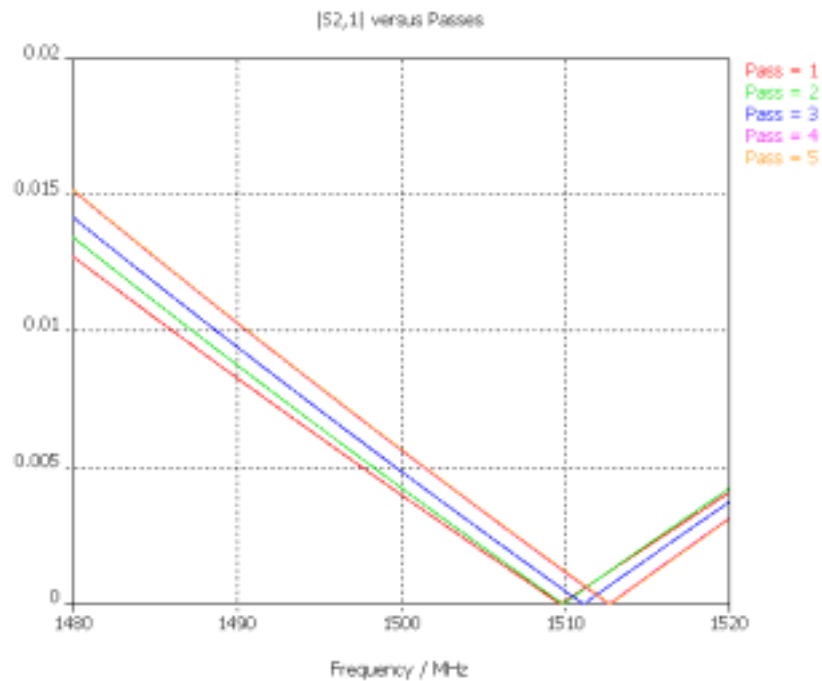


図 A4-2 空洞部から高周波結合器への透過スペクトル(両側 0.5mm ずつ追加工)

透過率を計算するモデルは本文中図 32 に示したものと同様である。図 A4-1 と同様に、繰り返し行った計算の結果を示している。図は周波数(横軸)に対する透過率  $S_{21}$ (縦軸)を示している。透過率が 0 になる周波数は図 A4-1 で計算した空洞共振周波数と一致する範囲に分布している。計算結果は 20kHz おきにプロットされている。

#### A4-2 改良型同軸空洞ギャップ部の上部のみを追加加工した場合

改良型同軸空洞ギャップ部の上側のみを 1mm 追加加工した場合について、同様に計算する。空洞両端における電磁場分布はギャップ部の影響を受けず TEM モードになっていると考えられるため、共振周波数は両側を追加加工した場合と等しいはずである。共振周波数の解析結果を図 A4-3 に示す。計算結果の分布は 1507.3~1510.5MHz と、片側のみ追加加工した場合と比べて広がっているが、1510.5MHz に収束する傾向を見せており、先の計算結果と矛盾しない。

frequency domain solver により計算した透過スペクトルを図 A4-4 に示す。この場合は、空洞から高周波結合器への透過がなくなる周波数は 1495.4~1497.8MHz と離れているため、解析の誤差を考慮しても外部 Q 値が発散することはない。それぞれの計算値結果の内、外部 Q 値が最小になるものと最大になるものを組み合わせて計算すると、それぞれ  $1.95 \times 10^5$  と  $4.70 \times 10^5$  である。この程度の範囲で外部 Q 値が算出できれば、測定機器の設計上は十分である。

機器の追加加工後の外部 Q 値の計測結果は  $2.7 \times 10^5$  であった。

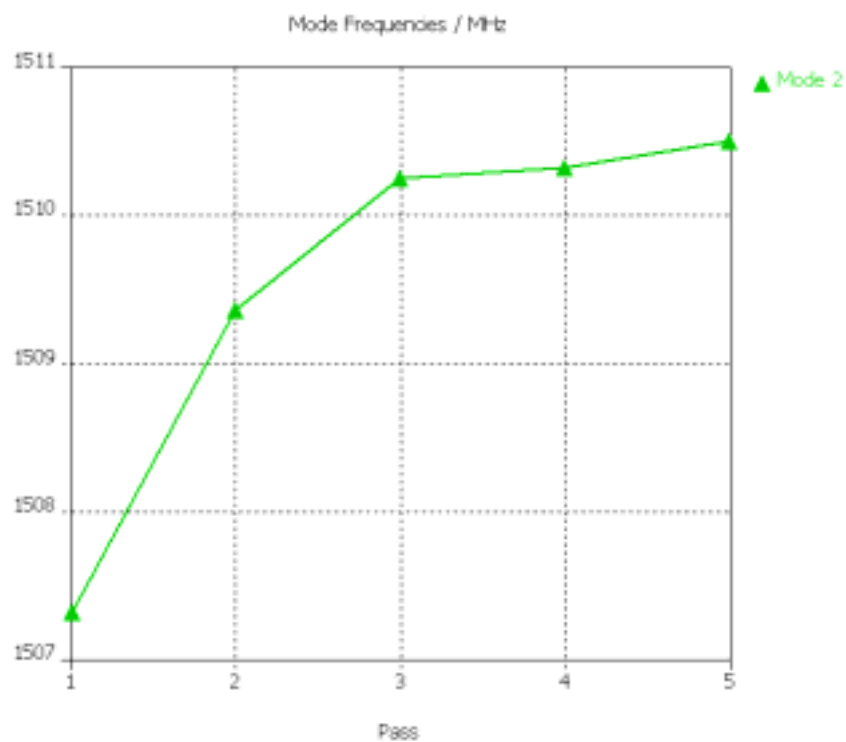


図 A4-3 改良型同軸空洞の共振周波数計算結果(片側 1mm 追加工)

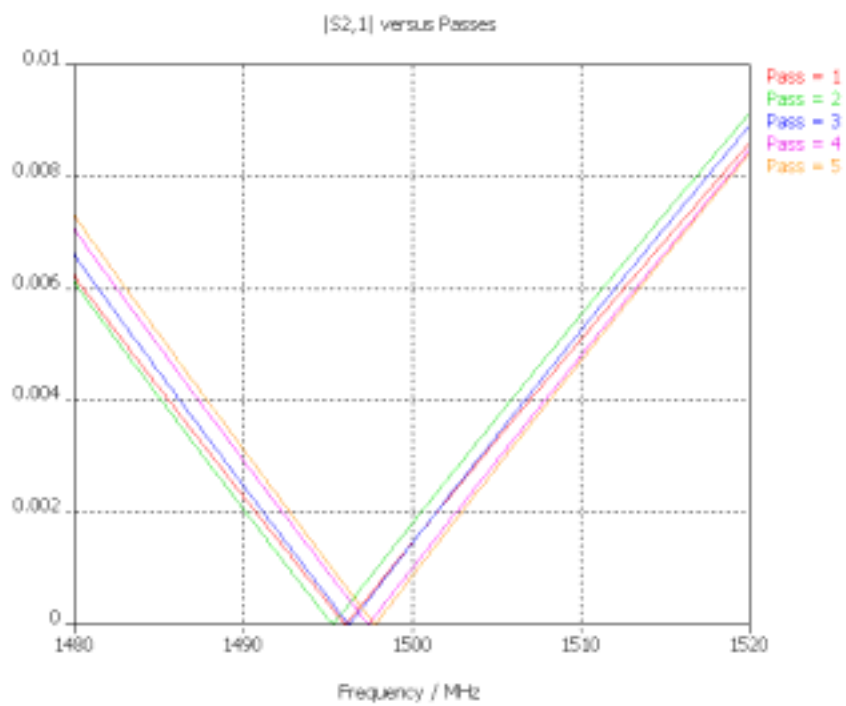


図 A4-4 空洞部から高周波結合器への透過スペクトル(片側 1mm 追加工)

#### A4-3 改良型同軸空洞ギャップ部を通過する電磁波

ギャップ部を通過する電磁波の電磁場分布を計算する。取り扱う空間内に電流や電荷がない場合の maxwell 方程式は以下のとおりである。

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ c^2 \nabla \times \vec{B} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}\quad (\text{式 A4-1})$$

電磁場の時間依存性が変数分離可能で、 $e^{i\omega t}$  で表されるものとし、式 A4-1 の 4 番目の式の回転を計算すると以下のようになる。

$$\text{左辺} = c^2 \nabla \times \nabla \times \vec{B} = c^2 (\nabla \nabla \cdot \vec{B} - \nabla^2 \vec{B}) = -c^2 \nabla^2 \vec{B}$$

$$\text{右辺} = \nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = i\omega \nabla \times \vec{E} = \omega^2 \vec{B}$$

3 番目の式についても同様に計算し次式を得る。

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{B} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{B} \\ \nabla^2 \vec{E} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}\end{aligned}\quad (\text{式 A4-2})$$

今後の計算では円柱座標系を用いる。空洞の軸方向を  $z$  軸とし、ギャップの一方の面内に原点を持つものとする。また、半径を  $r$ 、 $z$  軸周りの回転を  $\theta$  で表すものこととする。また、ギャップ長は  $a$  とする(図 A4-5)。

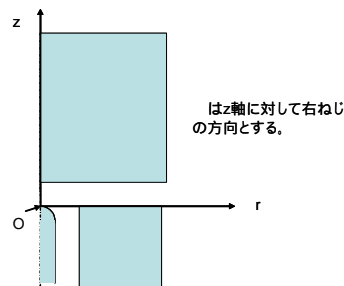


図 A4-5 座標軸の定義



ギャップ部の外側の空洞共振モードは電場の向きが  $r$  方向であり、磁場の向きが  $\theta$  方向であるため、空洞と結合するギャップ部の伝播モードは TM モードであると考えられる。まず、 $\theta$  方向の磁場分布  $B_\theta$  について計算することとする。 $B_\theta$  が変数分離できるものとし、次式のように表す。

$$B_\theta = B_0 R_{B\theta}(r) Z_{B\theta}(z) \Theta_{B\theta}(\theta) e^{i\omega t}$$

上式を式 A4-2 に代入し以下の式を得る。

$$\nabla^2 B_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial z^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} B_\theta$$

$$\left( \frac{R'_{B\theta}}{r R_{B\theta}} + \frac{R''_{B\theta}}{R_{B\theta}} + \frac{\Theta''_{B\theta}}{r^2 \Theta_{B\theta}} \right) + \left( \frac{Z''_{B\theta}}{Z_{B\theta}} \right) = -\frac{\omega^2}{c^2}$$

ここで、 $R'_B = dR_B(r)/dr$ 、 $R''_B = d^2R_B(r)/dr^2$ 、 $Z'_B = dZ_B(z)/dz$  などと略記した。上式の括弧でくくられた項が、それぞれ定数になる。 $Z''_{B\theta}/Z_{B\theta}$  を  $-k_z^2$  として次式のようにまとめる。

$$r^2 \frac{R''_{B\theta}}{R_{B\theta}} + r \frac{R'_{B\theta}}{R_{B\theta}} + r^2 \left( \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 \right) = -\frac{\Theta''_{B\theta}}{\Theta_{B\theta}} = n^2$$

この式は  $R_B$  に関する Bessel の微分方程式であり、その解は  $\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 > 0$  の場合、次式

に示す Hankel 関数である。ここで  $J_n(r)$  は Bessel 関数、 $N_n(r)$  は Neumann 関数である。

$$R_{B\theta}(r) = CH_n \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) = CJ_n \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) \pm iCN_n \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) \quad (\text{式 A4-3})$$

すなわち一般解は次式で与えられる。Hankel 関数の  $\pm$  の添え字は式(A4-3)の複合の採り方を示す。

$$R_{B\theta}(r) = C_1 H_{n+} \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) + C_2 H_{n-} \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right)$$

境界条件  $Z'_{B\theta}(0) = Z'_{B\theta}(a) = 0$  より  $Z_{B\theta}(z) = \cos(\beta z)$  である。ただし、 $\beta = 0$ 、 $\beta = \pi/a$ 、 $2\pi/a$ 、...。また、 $\Theta_{B\theta}(\theta) = C_3 e^{in\theta}$ 。ここで、ギャップ長  $a=6\text{mm}$ 、 $\omega = 2\pi \times 1.5 \times 10^9 \text{rad/s}$

の場合、 $n=0$  の場合は  $\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 > 0$  を満たすが、 $n \neq 0$  の場合、 $\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 < 0$  となるた

め式 A4-3 は適用できない。

$\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 < 0$  すなわち高周波の周波数が 25GHz 以上の場合は、 $H_n \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right)$  の代

わりに第 1 変形 Bessel 関数  $I_n \left( r \sqrt{\beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \right)$  と、第 2 変形 Bessel 関数  $K_n \left( r \sqrt{\beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \right)$

が解になる。 $I_n(r)$  は  $r$  の増加に伴い増加する関数であり、 $K_n(r)$  は  $r$  の増加に伴い減衰する関数である。すなわち、カットオフ周波数以下での高周波の磁場分布の内、 $K_n(r)$  は入力電力の伝播を、 $I_n(r)$  は反射電力の伝播を示している。

カットオフ周波数以上の周波数を持つ高周波がギャップ部を通過する際の電磁場の分布について引き続き計算を行う。式 A4-3 の複合は電磁波の進行方向によって選択する必要がある。ここでは、入力結合器から空洞に向かう方向の解を取り扱うこととし、負号を採用する。また、空洞共振モードの対象性から  $n=0$  の場合のみを扱うことにすると、 $B$  は次式で表される。ただし、 $B_0$  は任意の定数である。

$$B_\theta = B_0 \cos(\beta z) \left\{ J_0 \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) - i N_0 \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) \right\} e^{i\omega t}$$

式 A4-1 の 3 番目 4 番目の式を次式の様に展開する。この式に  $B$  と、TM モードを取り扱うため  $B_r=0$  であることを使うと電磁場の各成分が求められる。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\partial z} &= -i\omega B_r \\
\frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} &= -i\omega B_\theta \\
\frac{\partial E_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} &= -i\omega B_z \\
\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} &= -i \frac{\omega}{c^2} E_r \\
\frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial r} &= -i \frac{\omega}{c^2} E_\theta \\
\frac{\partial B_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} &= -i \frac{\omega}{c^2} E_z
\end{aligned}$$

これらの式より電磁場の各成分は次式の通り与えられる。

$$B_r = 0$$

$$B_\theta = B_0 \cos(\beta z) H_0 \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) e^{i\omega t}$$

$$B_z = 0$$

$$E_r = -i \frac{c^2 B_0}{\omega} \sin(\beta z) H_0 \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) e^{i\omega t}$$

$$E_\theta = 0$$

$$E_z = -i \frac{c^2 B_0}{\omega} \cos(\beta z) \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} H_1 \left( r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2} \right) e^{i\omega t}$$

$\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 < 0$  の場合は関数  $H_0$  を  $K_0$  に、 $H_1$  を  $K_1$  に、 $\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2$  を  $\beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2}$  に置き換え

れば良い。

これらの電磁場分布を模式的に図 A4-2 に示す。ギャップ位置が空洞中央よりずれている場合は、ギャップ部を横切る変異磁場があり図 A4-6 中の(a)のモードで結合することが出来る。一方、ギャップ位置が空洞中央であれば、(b)または(c)のモードで結合する必要がある。

改良型同軸空洞に 1.5GHz の高周波数を供給する場合、ギャップ部を伝播するモードは (a)又は(c)である。(c)のモードでは、 $r=10\text{mm}$  から  $15\text{mm}$  まで伝播する間に電力は  $1/184$  に減衰し、高周波ポートの外部 Q 値を 200 倍程度に押し上げることに寄与している。

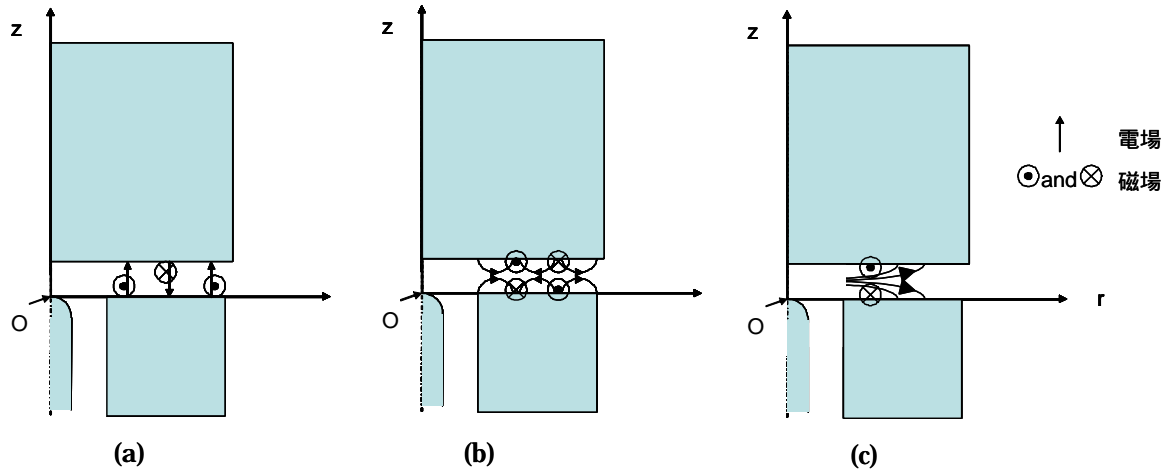


図 A4-6 ギャップ部を通過する電磁場分布の模式図

(a)  $\beta = 0$  の場合 (b)  $\beta = \beta_c$  の場合 (c)  $\beta > \beta_c$  の場合を示す。図中には電気力線・磁力線を示し ⊗ は紙面と垂直に奥向きを、⊙ は手前向きを示す。図中の  $r$  方向の位相の変化は実際の空洞のギャップ及び周波数とは対応していない。