

氏 名 長 田 宏 二

学位（専攻分野） 博士(理学)

学 位 記 番 号 総研大甲第712号

学位授与の日付 平成15年3月24日

学位授与の要件 先端科学研究科 光科学専攻

学位規則第4条第1項該当

学 位 論 文 題 目 Theory on detection of multipartite entanglement

論 文 審 査 委 員 主 査 教授 石黒 真木夫

教授 井元 信之

助教授 猿倉 信彦

教授 高木 伸（富士常葉大学）

論文内容の要旨

Since the 1980s, there has been a physical problem relating to the detection of multipartite entangled states that helps us to investigate fundamental point of view on interpretations of quantum mechanics. On the other hand, information theories based on the mathematical structure of quantum mechanics, for example, quantum cryptography and quantum computation, have been investigated by researchers whose number has been increasing day by day in the world. This field became to be called quantum information theories. A practical experimental realization of quantum information processing needs that we detect experimentally multipartite entangled states. The number of researchers for multipartite entangled states is increasing rapidly. Especially, Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) states are useful for quantum information processing information processing using quantum mechanics, which improves the conventional information processing ability which had been based on classical theories. However, practical experimental realization of the theories and controlling quantum states have inevitable difficulties due to the interaction with environments. The requirement in maintaining multipartite entangled states in relation to the time that takes to make a practical experiment is also a problem. Many experimentalists are tackling this problem, and recently, several groups have reported that multipartite entangled states have been physically detected in their laboratories. The main difficulty is how to judge whether or not the observed quantum state is indeed a multipartite entangled state. For this purpose, it is necessary to construct theoretical models to analyze such experimental data.

In this thesis, we apply a mathematical structure as to density operators described in a high-dimensional Hilbert space, and we employ mathematical theories to prove if the corresponding density operator represents a multipartite entangled state or not. The main aim for constructing such models is to analyze the raw experimental data. Moreover, this model helps experimentalists in the sense that it allows them to see how to confirm that observed states are indeed the desired state. With mathematical theories developed before this thesis, only limited applications for this purpose were allowed. Some theories cover two-dimensional Hilbert space only. It has not been even discussed how to analyze the fidelity to GHZ states of the observed state. This has led to some doubt of that experimental data might not always confirm three-partite entangled states. However, by using the method of this thesis, statistical check based on such experimental data of the existence of three particle-entangled states is possible under appropriate assumptions. This example symbolizes that our analytical knowledge has improved very much in the last few years. This thesis gives us an advanced mathematical model for analyzing experimental data.

近年、量子記号、量子テレポーテーション、量子コンピューティングなど、量子力学の特異な性質を利用して新しい情報処理を行う、いわゆる量子情報処理の研究が注目を集めている。そこでは、エンタングルメントと呼ばれる複数粒子の間の遠隔量子相関が本質的役割を果たすため、エンタングルメントを自由に操るための研究が理論及び実験の両面から研究が進められている。ここで「自由に操る」とは、まずエンタングルメントの発生・伝送・保存・そしてエンタングルメントの分散や集中が基本である。特に量子テレポートを担う二つの粒子を別々の場所に配って保存しておくことが不可欠である。

非常に強い非線形相互作用を自由に操ることができればエンタングルメントを自由に扱えることが理論的に知られているが、現実にはそれは実現困難である。たとえば非線形光学効果は光を結晶に入れたり出したりすることにより自由にスイッチ ON/OFF できるが、現在のところ非線形性が弱すぎて不十分である。電子系ではクーロン相互作用という強い強い非線形性が存在するが、これは基本物理法則なので常時 ON 状態であり、擬似的に ON/OFF を起こすため特定の二つの電子を自由に接近させたり離したりは現在のところできない。

そこでいろいろなアプローチが考えられるが、その一つとして現在「線形光学素子」を用いて「確率的操作」を行うことが提唱されている。ここで確率的操作とは「常に操作が成功するとは限らないが、成功した場合は（原理的には）誤差なく遂行され、かつ成功したということがわかる」ような操作である。実はこのパラダイムを同時期（2001年）に最初に提唱した二つの論文のうち一つはオーストラリアのグループによる Nature 論文であり、もう一つは申請者も連名となっている総研大の Phys.Rev.A の論文である。これは一般理論であり、より「具体的エンタングルメント操作」の可能性を追及するためには、さらに物理系に即した研究が不可欠であった。

エンタングルメントは最低2つの粒子が関与する概念であるが、量子情報処理を有効に実現していくためにはさらに3つ、4つそして n 個の粒子が関与するエンタングルメントの操作が必要となってくる。現在のところ、2対のエンタングルメントの発生自体パラメトリック効果を用いて行うことができる。しかし2つの粒子を配る間に、あるいはそれぞれの地点で保存している間に、種々の影響を別々に受けるためエンタングルメントが弱まってしまうという問題がある。この場合、エンタングルメントの蒸留と呼ばれる操作が必要となる。これも非現実的なほど強い非線形性があれば可能なことは知られているが、それは実現困難と考えられていた。また2体の系には一種類のエンタングルメントしかないが、3体の系には二種類のエンタングルメント（GHZ型及びW型）がある。このうちGHZ型は発生実験を含め研究が進んでいるが、W型については進んでいない。4体以上になると理論的に不明の点が多く、実験は一層困難になる。

このような状況のもと、申請者は「現実的に実現可能な線形光学効果を用いたエンタングルメント操作とは何か」という主題のもとに、理論及び実験の両面から研究を行った。2対から始まって関与する個数をどこまで増やした操作が現時点でできるか

を追及しようというものである。

まず2体のエンタングルメントに関しては「蒸留」が重要なターゲットとなる。これは地点 A と B に配られた弱いエンタングルメントを有するペアが N 組あるとき、それぞれの場所で N 個を減らして n 個にする操作を行い、出来上がった n 個のペアは強いエンタングルメントを有するような操作である。これはエンタングルメントの蒸留と呼ばれる他、濃縮あるいは純粋化などと呼ばれる。これはどんな経緯でエンタングルメントが減ったかは問わない代わりに、ある程度強度のエンタングルメントが残っていないとできないことが理論的に知られている。

これに対し、現実的には地点 A に配られた N 粒子は同じ雑音を被り、地点 B に配られた N 粒子は地点 A とは別（しかし N 個は同じ）雑音を被ることが普通である。このような場合は、それぞれのペア単独で見たエンタングルメントが完全に消えても、ペアの数を減らせばエンタングルメントの回復が可能である。一般には N ペアから n ペアの抽出であるが、第一歩として宰相ユニット即ち 2 ペアから 1 ペアの抽出からスタートしなければならない。申請者は線形光学素子のみを使ってこれが可能であることを理論的に示した。これはエンタングルメント抽出と呼んでいるが、この方法は現実エンタングルメントが消えるほどの雑音を受けても回復する点が特徴的である。以上の結果は *Physical Review A* 誌に掲載され、博士論文の第 3 章に詳述されている。

次に申請者は、この現実的方法を実験に移し、実証することに成功した。これを行うにはまずエンタングルした 2 つの光子からなるペアを二対（つまり 4 つの講師）を同時に発生する必要がある。申請者はまず日本ではじめてこの発生実験に成功した。ここで得られたエンタングルメントの強度は（エンタングルなしを 0, 最大を 1 として）約 0.9 という高いものだった。次このペアに雑音を加えた。雑音は光の位相雑音（屈折率の時間変化）であり、これはたとえば光ファイバーや大気のゆらぎを模倣する実験である。これを行った結果エンタングルメントが消えていることを確認した。実際に残留したエンタングルメントは 0.03 ほどであった。次に、第 3 章で提案した方法を使って二つのペアを処理したあと一つのペアだけ取り出し、そのエンタングルメントが約 0.6 まで回復していることを確認した。これによりエンタングルメントの抽出実験が世界ではじめて実行された。なおこの結果は *Nature* 誌に掲載され、その重要性のゆえに朝日新聞全黒板をはじめとする 6 新聞に報道された。博士論文では第 4 章に詳述されている。

次に 3 体のエンタングルメントについては、W 型エンタングルメントの発生がターゲットであるが、申請者はこれも線形光学素子のみを用いて確率的に行えることを見だし、具体的光回路を提案した。この提案も世界的に初めてのものであり、*Physical Review A* 誌に掲載された。さらに W 型エンタングルメントに関しては、発生自体のスキームは困難ではないが、確認実験に関して評価推定理論の開発および実験的には非線形性の増強の必要があることがわかった。以上の結果については博士論文の第 5 章に詳述されている。

本論文により、線形光学で現時点で無理なく行える 2 体あるいは 3 体のエンタングルメント操作について、その可能性とか大の全貌が理論および実験により明らかになった。この提案および実験結果は今後世界的に徐々に実現が図られる量子情報処理の

研究を勇気づけるのみならず、次のステップに向けての課題にも触れられており、今後の同分野の発展に多大な貢献を与えられられる。したがって本論文は、博士論文として十分にふさわしい内容である。