

氏 名 宋 剛秀

学位（専攻分野） 博士（情報学）

学位記番号 総研大甲第 1455 号

学位授与の日付 平成 23 年 9 月 30 日

学位授与の要件 複合科学研究科 情報学専攻
学位規則第 6 条第 1 項該当

学位論文題目 Studies on Applying Incremental SAT Solving to
Optimization and Enumeration Problems

論文審査委員 主 査 教授 井上 克巳
教授 佐藤 健
准教授 宇野 毅明
准教授 細部 博史
教授 田村 直之（神戸大学）

論文内容の要旨

Optimization and enumeration problems have been actively studied. There are not only academic interests but also real world applications as many researches have been done for industrial purpose. However, despite the recent advancements in computer technology, there are still difficult problems to solve. To break this situation, we focus on technologies in solving propositional satisfiability (SAT). Although SAT technologies are not so focused as a method for optimization and enumeration problems, the recent progress of SAT technologies is so tremendous that it can be expected to become a potential approach. In this thesis, we particularly study a method utilizing SAT technologies, which is called incremental SAT solving, and apply it to optimization and enumeration problems.

The propositional satisfiability problem (or the Boolean satisfiability problem), the SAT problem for short, is a problem that has been paid much attention in computer science. When a propositional formula is given, the solution of the SAT problem is whether there is an assignment satisfying the given formula or not. SAT technologies have been studied in several research domains such as computational logic and electronic design automation until today. In 1962, Davis et al. develop a procedure called DPLL, which has become the basis of modern SAT solvers. Since 2000, the effective implementation of SAT algorithms has become a popular topic as well as search strategies. For instance, a SAT solver Chaff features the two literal watching mechanism and it is outstanding to others. Following that, Eén and Sörensson polish up the implementations of previous solvers and provided an extensible SAT solver. These technologies are now matured and should be applied to a wide range of problems. However, since the solvers are developed for the SAT problem that is a decision problem, we need some extension to apply them to such a wide range of problems.

In this thesis, we study a method called incremental SAT solving. It incrementally computes the satisfiability of a sub-problem obtained from a given original problem until a given goal condition is satisfied. We review how previous approaches utilizing SAT technologies are explained by this solving method. Following that, we also review several applications of it and how to utilize learned clauses for acceleration. The main contribution of this thesis is applying this incremental SAT solving to the following optimization and enumeration problems.

We apply incremental SAT solving to an optimization problem, the two-dimensional strip packing problem (2SPP). In this problem, we are given a set of rectangles and one large rectangle called a strip. The goal of the problem is to pack all rectangles without overlapping, into the strip by minimizing the overall height of the packing. Although the 2SPP has been studied in operations research, some instances are still hard to solve. Our method solves the 2SPP by translating it into SAT problems through a propositional encoding called order

encoding. The size of translated SAT problems tends to be large; thus, we apply several techniques to reduce the search space by symmetry breaking and positional relations of rectangles. Besides that, to compute the minimum height of a 2SPP, we apply incremental SAT solving with reusing learned clauses. For evaluation, we make comparisons with a constraint satisfaction solver and ad-hoc methods of 2SPP on 38 instances obtained from the literature.

We then apply incremental SAT solving to the minimal active pathway finding problem that we propose to analyze metabolic pathways. In systems biology, identifying vital functions like glycolysis from a given metabolic pathway is important for better understanding of living organisms. The goal of the problem is to identifying such functional reaction sets in a given metabolic pathways. More specifically, we focus on enumerating minimal active pathways producing target metabolites from source metabolites. We translate laws of biochemical reactions into propositional formulas and apply incremental SAT solving to solve the problem. An advantage of our method is that each solution satisfies qualitative laws of biochemical reactions. Moreover, we can calculate such solutions for a cellular scale metabolic pathway within a few seconds. For evaluation, we apply it to a whole *Escherichia coli* metabolic pathway and make comparisons with previous approaches.

In this thesis, we mainly investigate applications of SAT technologies. Apparently, it is simple and seems difficult to apply it to real world problems. However, it has remarkable potential to be core solvers for problems such as optimization and enumeration problems as we show throughout this thesis.

博士論文の審査結果の要旨

博士論文は、SAT 技術に基づいた組合せ最適化問題および列挙問題に対する効果的な解法を提案することを目的としている。SAT 技術をこれらの組合せ問題に適用するためには拡張された解法が必要であり、本論文ではそのような解法としてインクリメンタルに SAT 解法を実行する方法を示し、それぞれの問題に対する有効性を実証している。ここで最適化問題とは与えられた制約を満たす解の中で最適化関数の値を最大（または最小）にするような解を見つける問題であり、列挙問題とは与えられた制約条件を満たす解を複数もしくは全てを見つける問題である。これらの問題は学術・産業の両分野において重要である。一方、命題論理式の充足可能性を判定するために SAT 技術は 50 年以上前から数多くの研究が報告されてきた。近年特に飛躍的な向上を遂げており、その応用が期待されている。

本論文では、そのような SAT 技術の最適化問題と列挙問題への適用のために、まず与えられた問題に対してまず境界付け（バウンド）を行い、その後バウンドされた判定問題を漸進的に解いていくというインクリメンタル SAT 解法の枠組みが示されている。解法の過程で出力される学習節を解法の中で再利用することにより高速化を図る方法についても説明が示されている。また論文では 2 つの問題に解法を適用しその有効性を示している。1 つ目は最適化問題である 2 次元矩形パッキング問題であり、学習節の再利用を行うインクリメンタル SAT 解法により従来の専用手法との比較において競争的な結果が得られることを示している。2 つ目の問題はシステム生物学におけるパスウェイの解析手法として本論文で提案された極小活性パスウェイ同定問題である。インクリメンタル SAT 解法を用いて段階的に解を列挙することで、得られた解から従来の生物学的知識と一致するパスウェイを高速に求解可能であることを示している。

本博士論文は、インクリメンタル SAT 解法の適用を最適化問題と列挙問題に対して行っており、SAT 技術の応用研究の発展に貢献するものである。2 次元矩形パッキング問題への適用においては、最適値は事前に知られておらず、インクリメンタル SAT 解法では 2 分法を用いて SAT 問題を学習節の再利用を行いながら漸進的に複数解くことによって最適値にアプローチを行う。ここで最適値が事前に分かっていたと仮定し、その値でバウンドした判定問題を SAT ソルバーに解かせたとしても解けない問題が、本論文によるインクリメンタル SAT 解法を用いることで解けるようになる点は特に興味深い。これは緩和された問題において得られた学習節が元の問題の求解に役立つことを示唆しており、求解困難な問題の解法としての発展が見込まれる。また極小活性パスウェイ同定問題を用いた解析を通して、システム生物学という新しい分野への SAT 技術の応用を示したことは意義があると評価できる。

なお予備審査時にインクリメンタル SAT 解法のより正確な定式化と各問題における有効性、およびその他の指摘事項に対処しておくことが課題として出されたが、適切に対処されていると認められた。

また本博士論文に記述されているインクリメンタル SAT 解法の 2 次元矩形パッキングに対する適用については 2010 年に学術雑誌 *Fundamenta Informaticae* で発表しており、極小活性パスウェイ同定問題に対する適用についても 2010 年に国際会議 *The 6th*

Conference on Prestigious Applications of Intelligent Systems で発表しているため研究成果についても十分にあると認められる。

以上、発表及び質疑応答と博士論文原稿、研究成果の内容に基づき、審査委員全員により審査した結果、本論文は博士論文として十分な水準であると認められた。