

氏 名 乾 伸雄

学位（専攻分野） 博士（情報学）

学位記番号 総研大甲第 1512 号

学位授与の日付 平成 24 年 3 月 23 日

学位授与の要件 複合科学研究科 情報学専攻
学位規則第 6 条第 1 項該当

学位論文題目 組み合わせ最適化問題に対する効率的な厳密解法のための
問題の記述法に関する研究

論文審査委員 主 査 教授 速水 謙
教授 大山 敬三
教授 佐藤 健
教授 井上 克巳
准教授 宇野 毅明
准教授 定兼 邦彦
客員教授 相澤 彰子

本論文は、組合せ最適化問題の効率的な厳密解法に関するものである。背景として、近年のハードウェア・ソフトウェア技術の非常な進歩が挙げられる。これらの進歩に伴って、混合整数線形計画問題(MILP)や充足可能性問題(SAT)などを解くためのソルバーの性能が飛躍的に向上した。その結果、これまで解くことが出来なかった問題が実用的な時間内に解けたり、厳密解がわからなかった問題の厳密解がわかるようになってきた。そのため、ソルバーは幅広い分野で使われ始めている。

しかし、ソルバーを使って問題を解こうとしても、問題によって解を得るまでの時間にばらつきがあったり、非常に時間がかかることがある。得られた解が問題の厳密解であることを保証している問題記述であっても、このようなことは問題記述が効率的に厳密解を求めるのには不十分である場合に起きる。本論文ではこの点に着目し、計算時間に特化して組合せ最適化問題を効率的に解くための手法を研究した。本論文では三つの重要な既存問題に関して、次の二点を研究した。

- ソルバーの違いによる効率性の比較
- 計算時間的効率性を重視した問題記述

ソルバーの違いに関しては、特に近年の性能向上が著しい二つのソルバー、MILPソルバーとSATソルバー、を個々の問題に適用し、問題記述の効率性を比較する。そして、問題記述独自の効率化手法を開発することで、さらに効率的に問題を解くための手法を確立する。

本論文は6章からなる。1章では本研究の動機について述べ、2章では関連研究について述べる。3章から5章が具体的な研究成果となる。そして、6章では本論文の研究成果をまとめる。

3章では決定性有限状態オートマトン(DFA)の学習問題の一つである最小無矛盾DFA生成問題を取り上げる。この問題は古典的な研究問題であり、正・負のラベルが与えられた二つの文字列集合に無矛盾な状態数最小のDFAを求めることが目的である。この問題については、近年SATによるアプローチが提案され、現在最も効率的な手法であると考えられるが、文字列集合が疎な場合は解くことが難しい問題となってしまう。本章ではMILPとSATによる適用を評価し、SATが効果的であることを実験的に明らかにした。この結果から、SATを使ったアプローチを更に改善するため、変数の削減、対称性除去制約、ハイパーエッジ彩色問題制約などの新たな問題記述法を導入した。そして、これらの手法について、ベンチマーク問題を使って計算時間を評価した。その結果、提案手法を用いることによって、特に従来手法によって解くことが難しい問題を高速

に解くことができるようになった。

4章では、走査型半導体露光装置における移動順最適化問題を取り上げる。この問題は、ウェハ上のすべての所定の位置に回路パターンを露光する最短経路を決定する問題である。ウェハ一枚の露光時間が少しでも短いと一日の生産量を高めることができ、コスト削減に寄与する。走査型半導体露光装置では一枚のウェハ上の複数箇所回路パターンを走査露光するので、走査方向が上と下の場合、ある露光位置から別の露光位置までの移動時間には（上上，上下，下上，下下）の4種類が存在し、最短経路では高々一つの移動時間が選ばれることになる。このような移動順最適化問題は巡回セールスマン問題（TSP）の一種と考えることができるが、TSPによる表現方法は過去に提案されてなく、厳密解を得ることが難しい問題であった。まず、MILPソルバーとMaxSATソルバーのTSPに対する適用可能性を予備実験により評価し、MILPソルバーの適用が適切であると判断した。次にTSPソルバーを適用するため、二つの所定位置間の移動時間に対して3種類の表現方法を提案し、実用に近い問題で評価した。その結果、MILPで記述するよりも、TSPソルバーを用いた提案手法によって最短時間の厳密解が効率よく得られることがわかった。

5章ではナーススケジューリング問題を取り上げる。ナーススケジューリング問題は、病院の看護師の勤務スケジュールを決定する問題であり、病院での勤務体制の効率化のために実用的に重要な研究である。看護師の数を N 、シフト数を S 、勤務日数を D としたとき、 S^{ND} 通りのスケジュールにおいて、勤務に関する制約条件を満たす解の中から最も看護師数に対する要求を満たす解（ペナルティ最小化）を求める問題である。この問題では、様々な制約が整数の下限値と上限値を持つ変数の和の形で現れるので、MILPによる問題記述は容易である。

しかし、実際にMILPソルバーで解くことは難しいベンチマーク問題が存在した。そこで、SATによる記述を行った。SATによる記述では前記のような和を表現することが効率に影響を与えるが、これに対して二つの方法を提案し、実験的に効果を検証した。この結果、ペナルティが小さい問題に対しては、MILPソルバーが解けない問題でもSATソルバーを使うことによって高速に解が求まることがわかった。

6章では、個々の問題に関する研究成果をまとめる。最小無矛盾DFA生成問題はSATによるアプローチが有効であり、移動順最適化問題はMILPによるアプローチが有効であった。また、ナーススケジューリング問題は問題によってSATが有効であったり、MILPが有効である問題であったが、効率的に厳密解を得るための手法をまとめる。

本論文の成果として、三つの既存問題に関して、問題を分析することによって得られるアドホックな条件に関する新規の提案を行い、実験的にそれらの条

件の計算時間短縮への寄与を確認した。そして、MILP と SAT による問題記述を行い、実験結果から問題記述の適用可能性を検討した。そこから、組合せ最適化問題の厳密解法に対して効率的な記述方法を示した。

出願者、乾伸雄氏の博士論文は「組合せ最適化問題に対する効率的な厳密解法のための問題の記述法に関する研究」と題し、混合整数線形計画問題 (MILP) や充足可能性問題 (SAT) のソルバーを効率的に適用するための、問題の記述法について論じている。

近年のハードウェアの高速化やアルゴリズム研究の展開により、MILPやSATに対するソルバーの性能が飛躍的に向上し、大規模なベンチマーク問題が実用計算時間で解けるようになってきた。ただし、実際に問題を解く場合には、ソルバーの性能だけではなく、「どのように問題を記述するか」ということが効率化に大きな影響を与える。このような背景のもとで本論文では、組合せ最適化問題の三つの事例を扱い、効率的に厳密解法を適用するための記述法と、MILPとSATを中心とした効率性の評価を行っている。

本論文は、全6章からなる。第1章「はじめに」では、研究の目的と背景について論じ、代表的なソルバーについて紹介している。

第2章「関連研究」では、MILPを使った解法に関する知見およびグラフ彩色問題における問題記述法の現状について述べている。

第3章「最小無矛盾決定性有限オートマトン生成問題」では、正・負いずれかのラベルを持つ文字列の集合に無矛盾な状態数最小の決定性有限状態オートマトン (DFA) を求める問題を扱っている。このようなDFAの学習問題については、近年SATによる効率的な解法が提案されているが、本章ではまずMILPとSATの適用による解法を評価し、SATが効果的であることを示すとともに、文字列集合が疎である場合には従来のSATの解法の適用が必ずしもうまく行かないことを実験的に明らかにしている。さらに、SATによる解法を改善するため、変数の削減、対称性除去制約、ハイパーエッジ彩色問題制約などの新たな問題記述法を導入し、その結果、従来手法によって解くことが難しい問題が高速に解けることを示している。

第4章「走査型半導体露光装置における移動順最適化問題」では、ウェハ上に回路パターンを露光する最短経路を求める問題を扱っている。スキャンによって回路パターンが露光されることから、従来の解法では巡回セールスマン問題 (TSP) として直接表現することができなかったが、 $8 \cdot 6 \cdot 4$ 頂点を使う表現を用いることで対称型TSPとして扱う手法を考案し、初めて厳密解を得ることができるようになったことを報告している。また、MaxSATとMILP、およびTSPソルバーを用いた実験により、現状ではTSPソルバーを用いる手法が最も効率的であり、実用的な時間で最短経路が求められることを示している。

第5章「ナーススケジューリング問題」では、30人程度の看護師のひと月分の勤務スケジュールを決定する問題を扱い、各種制約条件をMILPおよびSATにより記述する方法を提案している。SATにおいては勤務看護師数を表現する場合などで真となる変数の数を制約する必要があるため、算術加算を表現する手法を考案している。数値実験から、2シフト問題についてはMILP、3シフト問題に関してはSATによる解法が効果的であることを示している。特に3シフト問題については、未解決のベンチマーク問題を短時間で解くことができるようになったことを成果として報告している。

第6章「おわりに」では、第3章から第5章で述べた三つの事例研究を統括し、問題の

記述法について得られた知見をまとめている。

本研究に関連する成果として、出願者は、技術論文2編、査読付き国際会議論文3編を発表しており、対外的にも高く評価されている。以上を要するに、本論文は、新たな問題記述法を適用することで、組合せ最適化問題の三つの事例に関して従来手法よりも効率的に厳密解を得ることができることを示した点で、当該研究分野に貢献するものである。これより、本論文は博士論文として十分な水準であると審査委員全員一致で認められた。

博士論文審査会は審査委員全員の出席のもとに行われた。まず、公開の論文発表会では、出願者から博士論文内容の内容について約45分の発表が行われ、次に審査委員と一般傍聴者による質疑のあと、出願者と審査委員のみによる非公開審査が行われた。

論文発表会においては、まず研究の動機、目的、博士論文の構成、成果が簡潔に紹介され、続いて博士論文の内容に沿って、具体的な研究成果に関する説明が行われた。また、最後に各章で示された事例研究の総括と論文全体のまとめが示された。質疑応答では、発表内容と博士論文に関して質問やコメントなどがあり、出願者により明確かつ適切な回答がなされた。非公開審査では、予備審査の指摘事項に対する修正点について説明が行われ、了解された。

以上に基づき博士論文審査委員会で審議の結果、出願者は十分な学識と語学力を備えており、論文の内容も博士論文として十分であると審査員全員一致で判断した。これより最終試験は合格と判定された。