

量子力学を考える

総研大・教育研究交流センター

湯川哲之

e-mail: yukawa@theory.kek.jp

はじめに 現代の科学技術は量子力学に依存するところが大きい。原子力エネルギー・半導体エレクトロニクス・レーザー光学など、我々の日常生活を支える技術の多くは量子力学に立脚している。量子力学がこれほど社会生活に応用されているという事実は、その理論が基本的に正しい予言能力を持っていることを示している。現在、量子力学が誤りであることを示す実験的証拠は何もない。それでは量子力学は論理的に完璧な理論かと言うと、そうとも言い難い。そのような印象を抱かせる主な原因は、観測に関係したいくつかのパラドックスが存在することにある。これから、なぜパラドックスが現れるのか、どうしたらそれをなくすことが出来るのかを考えたい。

1 自然と認識

人間が存在するしないに関わらず自然の法則は存在する。まさにその法則によって人間は存在しえた。しかし、人間が自然の法則をどのように理解してきたかは時代時代により変化する。従って、我々が「自然の法則」を語る時二つの法則が存在する。人間の存在を超越した法則と、人間の頭脳に投影された法則である。物理学は自然の法則を、出来る限り人間の主観を排除して、頭脳に投影しようとする活動及びその結果と言え。同じ実験を見ても、人により帰納される法則が異なることが起こり得るのは、頭脳に刻み込んだ法則に個人的な差があるからで、その解釈の任意性は自然と頭脳という二つの宇宙のインターフェースで生じる。

ところが、量子力学ではさらにもう一つの任意性が存在する。ミクロな系が量子論に従って推移し、古典論的な測定器と接触することにより状態が観測される過程で、人間の解釈が必要とされている。即ち、量子力学では、ミクロな対象の状態は波動関数で完全に記述されている、と考えられている一方、観測過程では、測定器がとらえたミクロな系の信号を複雑な過程を経てマクロな量に増幅した後、人間の脳にとって意味のある情報に変換して処理される。波動関数と観測とを結びつけるのが量子力学に於ける解釈であり、よく知られているように「コペンハーゲン解釈」が標準として採用されてきた。

コペンハーゲン解釈は、後でも述べるように、不自然な仮定を導入しているにもかかわらず実験をよく説明する。しかし、その不自然さがいくつかの重大なパラドックスを生み出し、量子力学が出来てから80年経った今も、依然として我々を満足させる理論と言うにはほど遠い。この原因は、自然の法則についての任意性が自然と頭脳の間だけでなく、ミクロとマクロの間にも入る余地が存在することであり、一見矛盾する実験結果に対し、それが解釈の問題なのか、理論自体の問題なのかが量子論誕生以来延々と議論されてきた。

宇宙の自然法則は量子力学で尽きるという立場からは、量子論は現象を記述するための全ての要素を含んでいて、波動関数と観測量の間に異質の理論による解釈は不必要である。従来の解釈は正しい理論から導けるものとして理解されるべきである。このような立場に立ちEverettは、「多世界理論」こそ量子力学のパラドックスを取り除く正しい考え方であると提唱した。次の章ではその理論を簡単に紹介し、引き続き章でミクロとマクロをつなぐ現象の量子論的記述を試みる。マクロな系が、古典的振る舞いを示すためにはカオスが重要な役目を果たすことが予想される。最後の章では、マクロな系のモデルを与え、数値的にマクロな量子系が古典系に転移する条件を吟味する。

2 基本法則としての量子力学

標準的な量子力学の解釈によると、対象とする物理系は複素数に値を持つ波動関数 ψ で完全に記述され、その時間的推移は次の2つの法則に従う：

法則1) 孤立した系の波動関数 ψ は、ハミルトニアンを H とすると、線形微分方程式 $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi$ で決定論的に推移する。

法則2) 測定により波動関数は確率論的に推移する。例えば、対象に対し観測量 A の測定を行ったとき、もし A の固有値 a が測定されたとすれば、波動関数はその固有状態 ϕ_a に確率 $|\langle \phi_a, \psi \rangle|^2$ で瞬時に遷移する。

宇宙の量子化に興味を抱いていたEverett[1]は、次のような問題を提起した。”測定器や観測者も入れた全体系はなぜ法則1)で推移しないのか。”もし、量子力学が全宇宙について正しいのなら、対象と観測者の分離には意味がなく法則2)のような確率的な遷移は起こり得ない。でなければ、観測者を含むマクロな系は量子力学に従わないことになる。この問題に対して、彼は、法則1)だけで十分なこと、2)は1)から演繹されることを示した。

原子核の β 崩壊によるパリティ非保存の実験を例にとり、多世界理論を要約してみよう。この実験は、原子核を磁場で偏極しておき、 β 崩壊により放出された電子の角分布の非対称性からパリティの破れの度合いを測定する。中心に崩壊核サンプルを置いた球形の真空容器の表面を荷電粒子検出器 $D_i (i = 1, 2, \dots, N)$ で取り囲む。実験は次のように進行する：

1) サンプル核が β 崩壊し、電子とニュートリノが核外に放出される（簡単にするために核の反跳や光子の放出などの2次過程は無視する）。

2) 電子は容器内を自由に伝播し、検出器 D_i を励起する。引き続き検出器内で電子雪崩が起き信号が増幅される。

3) 更に、電子回路で十分大きく増幅された信号が電流計 M_i の針を動かす。

まずはじめにこの実験を標準的なコペンハーゲン解釈で考えよう。電子の波動関数は、測定器に吸収されるまでは測定器などの環境とは独立な、自由電子として球面波で記述される。それを $\psi = \sum_i c_i \psi_i$ と重ね合わせで書く。ここで、 ψ_i は、十分時間がたてば測定器 D_i に吸収される部分波の、吸収されるまでの波動関数である。コペンハーゲン解釈は、電流計 M_i が電子を観測して振れる確率は $|c_i|^2$ であり、観測と同時に波動関数は ψ_i に収縮すると仮定する。

多世界理論では、波動関数は電子だけでなく残留核・ニュートリノ・測定器・観測者・環境などの全てを考える。この理論では波動関数は世界の事象を表すシンボルと考える。電子が測定器に届くまでは波動関数は $\Psi = \psi\Phi = \sum_i c_i \psi_i \Phi$ と波動関数の積で書けるが、十分時間がたち電子が測定器に吸収され相互作用が始まると波動関数は法則1)に従って $\sum_i c_i \Phi_i$ となる。ここで、 Φ_i は電子が検出器 i を励起し、その結果検出器に電子雪崩が起こり測定器や測定者などがマクロに異なる状態に推移して行く世界を表す波動関数である。

多世界理論では、コペンハーゲン解釈では仮定であった波動関数の確率解釈が量子力学の運動方程式から自然に導かれる：互いに独立な n 回の崩壊後の世界の波動関数 Ψ は、

$$\Psi = \sum_{\{i_m\}} c_{i_1} c_{i_2} \dots c_{i_n} \Phi_{i_1, i_2, \dots, i_n}$$

と書ける。ここで、 $\Phi_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ は始めに M_{i_1} 次に M_{i_2} の順で電流計が振れた観測器が属する世界の波動関数である。波動関数が $\Phi_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ で表された世界では、電流計 M_i が振れた頻度の分布は $f_i = \frac{1}{n} \sum_m \delta_{i, i_m}$ で定義され、統計量 n が十分大きくなれば $|c_i|^2$ に近づく。これを示すには、 $\{f_i\}$ と $\{|c_i|^2\}$ とのずれ $\delta \equiv \sum_i (f_i - |c_i|^2)^2$ が ϵ より大きい世界の波動関数

$$\chi_\epsilon = \sum_{\{i_m\} (\epsilon < \delta)}$$

のノルム $|\chi_\epsilon|^2$ が $\frac{1}{n\epsilon}$ より小さくなることを証明する(略)。言い換えれば、ほとんどの世界 $\Phi_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ では、頻度分布 f_i はコペンハーゲン解釈が仮定する確率分布 $|c_i|^2$ にほぼ一致するということである。多世界理論によると、宇宙の波動関数は実験の度に可能な事象の世界が重ね合わされる。これを、奇妙なこととして感覚的に拒絶する研究者も多くいるが、観測値の異なる世界の波動関数の間には全くと言っていいほど重なりはなく、これらの並行世界の間で影響を及ぼしあうことはない。マクロな波動関数の重ね合わせは、見かけ上観測においては波束の収縮と同じ効果を示すが、波束の収束が量子力学を越えた仮定であるのに対し、状態の重ね合わせは、それがマクロな系であるとしても量子力学の基本原則であることが本質的な相違である。

3 巨視的量子系の自発的な干渉の崩壊

観測は物理的過程であり、自然の基本的な法則である量子力学により記述されるべきである。宇宙の事象を表す波動関数でも、実際的には測定が与える定量的な結果と参照されるべきであり、そのためには、コペンハーゲン解釈と多世界理論を結びつける理論の存在が望ましい。それを示す直接的な方法は、巨視的な系の量子化についての考察をすすめることである。

考える系は非常に多数の複雑な部分系のネットワークで構成されている。例えば試料・それを支持する装置から成る観測対象、その対象と効果的に結合した第一段測定装置・そこで得た微少なシグナルを観測者が認識可能なレベルまで高める増幅器系等の部分系があり、それらは、LSIチップ・コイル・コンデンサーなどの電子部品、シャーシ・ボルト・ナット等の様々な部品からなる。更にこれらもより小さい部分系からなるというように、巨視的な系は複雑な階層構造をなす。いかなる観測プロセスにも、量子的な状態を古典的なシグナルに翻訳する階層のインターフェースがどこかにある。この翻訳がどのように実現されるかは巨視的な系を量子力学で計算することにより理解できるはずであるが、その実行は不可能に近い。そこで、巨視系の量子力学的なモデルを近似的にシミュレーションする事により観測系の量子-古典転移を考える。

巨視系のモデルとして、最も単純な非可積分系(これを「微小系」と呼ぶ)のネットワークを考える。独立な微小系の量子運動は(準)周期的だが、その系の古典運動にはカオス運動が含まれる。このような系のシミュレーションは、結合した微小系の数が4を越えると、すでに最高性能のスーパー・コンピュータを持ってしても不可能なほど複雑である。そこで、このような結合系が、結合している微小系の数が多くなるとどのような振る舞いの転移が起こるかを、計算は後回しにして予想してみる。

まず1つの微小系を、もう1つの古典運動をしている微小系と結合する。孤立微小系は周期運動をするだけだが、それをランダムな外場と結合させると非周期的なカオス運動をし始めることは確かめられている。この系は古典的なカオス系と結合した系とほとんど同じ性質を持つことは次の章で示される。さて、この系にもう1つ微小系を結合させるとどうなるだろうか。もし古典カオス系と結合した量子系が古典的なカオスの振る舞いをし始めるなら、この量子系と結合した3番目の量子系もまた古典的なカオスの振る舞いをするはずである。この推論を続けると多数の微小系の結合系は、もしその中のどれか1つが古典的なカオスの振る舞いをし始めたならば、全ての微小系が古典的な運動をし始めるという事になる。これは場の理論で相転移を起こす系を記述するとき現れる自発的な対象性の破れと類似した現象と考えられることから、自発的な量子位相の崩壊とも呼べよう。

ここで、直接観測問題と関係はないがひとつコメントをしておく。量子力学にカオスがないことは、孤立量子系のスペクトルが離散的であることから明らかであるが、古典運動がカオスになる可能性を持つ量子系が結合した場合にのみ、その系が古典的なカオスを発現出来る。

4 数値シミュレーション

自発的な量子位相の破れを検証するために、巨視系を具体的に構築しその量子化を実行する。微小系

のモデルとして、保存系カオスの研究者が標準的に採用している回転子(kicked rotator)模型[2]を採用する。これは、時間に周期的な撃力を及ぼすポテンシャルの摂動のもとで運動をする2次元回転子で、最小自由度の非可積分系の典型的な例である。回転子模型のように時間に周期的な外場の摂動を受けた量子系は、レゾナンスと呼ばれる特殊な場合をのぞいて、(準)周期的な運動をする。一方、その系の古典運動は一般にカオス運動をする。回転子模型の結合としては典型的に2つの場合が考えられる。一つは、ポテンシャル項の中の回転角を通して結合する場合であり、もう一つは運動エネルギー項の角運動量を通して結合する場合だが、ここでは後者のモデルを考える。

ハミルトニアンは運動エネルギーと撃力のポテンシャルから成る。波動関数は各回転子の角運動量を量子数として表わされ、自由回転運動及び撃力による発展は各周期毎に2つのユニタリ行列を状態ベクトルにかける。もし、各回転子が同じ周期の撃力を受けているとすると、この系の運動はFloquetの定理から孤立量子系と同様周期的な振動の重ね合わせで書ける。即ち、有限個の回転子を結合させただけでは量子系では状態は振動するだけでカオス的な散逸を起こさない。そこで無限個の回転子を結合させるとどうなるだろうか。

今、 N 個の回転子が運動エネルギーの質量テンソルの非対角成分を通して結合しているとし、そのうち対角成分のオーダーは1、非対角成分はオーダー $1/N^\nu$ の大きさとする。 ν のとり値により N が無限大の極限での系の性質は大きく異なる。例えば ν が1より大きいと、非対角項のエネルギーは対角エネルギーに比べ $N^{1-\nu}$ だから N が無限大の極限でゼロ、即ち独立な回転子の集合となる。 $\nu=1$ のときは2つの成分は同じオーダー N となり、よく知られた平均場近似が成り立つ。 ν が1より小さいと平均場の運動エネルギーは一般には発散することもあるが、系の対称性などにより平均場のエネルギーが有限に押さえられる場合が多い。この時、 ν が1より小さく $1/2$ より大きい場合は依然として平均場近似が成り立つ。 $\nu=1/2$ は特殊でこの場合に限り量子位相の自発的崩壊が起こる。更に、 ν が $1/2$ より小さくなると運動エネルギーの非対角項が対角項より大きくなるため各々の回転子は部分系としての意味を失う。また、全エネルギーは N よりも早く大きくなるため物理系としての意味はなくなる。

ν が $1/2$ の場合、全系の分布関数を各微小系の分布関数の積で書く近似が成り立つ。これは ν が1の場合の波動関数が積で書ける平均場近似とは対照的である。平均場近似では密度行列は純粋状態の条件、即ち $\rho^2 = \rho$ を保存するが、 $\nu=1/2$ ではこの条件は保存されず、系は混合状態に移行する。この系は適当な条件の下で、丁度前述の量子回転子模型と古典回転子模型の結合系で近似できる。この系は、各々の回転子のカオス性をコントロールするパラメータが2個と、1つの結合定数の全3個のパラメータを持つが、パラメータ空間での振る舞いの相図は興味深い。

シミュレーションの結果を示す前に、先ず量子回転子が古典的振る舞いをしたということの判定条件を示す。古典的回転子は、自由回転子にその正弦に比例する撃力を周期 T で作用させた系である。従って、周期がゼロの極限でこの運動は重力振り子と同一となる。撃力の周期が長くなると、撃力の作用するタイミングがバラバラになり、系はカオス運動を始める。カオス運動であることのチェックは、撃力がかかった直後の運動エネルギーを見ればよい。運動エネルギーは運動量の揺らぎでもあるから、もし回転子が位相空間内でランダムな運動をしているなら、時間に比例して揺らぎが大きくなる。即ち、ランダムウォークと同じ振る舞いを示すはずである。量子回転子でも運動エネルギーの散逸の度合い、即ち拡散計数を測定し、古典運動のそれと一致すれば古典的振る舞いだと判断する。

この系のシミュレーションの結果を列記すると：

1)もし量子系がカオス領域にあるときは、古典系がカオス運動をし始めると量子系も古典的振る舞いをし始める。即ち、カオスによる摂動はランダムな外場の摂動と同じ働きを量子回転子に及ぼす。また、古典系がカオス的でないと量子系もカオスにならないということは、カオスが測定器を測定器として働かせる基となっていることを示している。

2)もし古典系がカオス領域にあるなら量子系がカオス領域にはいるに従って少しずつ古典的な運動をし始める。しかし、量子系はなるべく量子力学的運動を続けようとする傾向が強い。従って古典的な測定器に接触している量子系は、すぐに古典的な運動に落ち込むというのではなく量子的な運動を保とうとする。即ち、対象と測定器が自発的に分離することを示している。

5 まとめ

量子力学の基本原理は状態の重ね合わせである。ミクロな対象の波動関数が観測量 A の固有状態 $\{\phi_a\}$ の重ね合わせになっていることは誰も疑わない。しかし、 ϕ_a はミクロな状態であり、実際の観測はマクロな測定器で観測される。多世界理論では測定器を含む世界の波動関数 Φ_a でマクロな状態を表す。ミクロな世界の微少な差がマクロに異なる世界にまで分岐が成長する様は古典カオスの決定論的不確定性の比でない。量子力学が誕生して間もなく確率論的解釈が現れた素地はこの点にあるのかもしれない。しかし、確率的解釈は決定論的な量子力学から導き出せることを Everett は示した。

量子力学が世界を完全に記述できるものとして、世界の発展は線形微分方程式に従う世界の波動関数で表せるとしても、波動関数が我々に語りかけるのは単なる複素数であり、このままでは何の意味も持たない。量子力学は抽象的に事象の発展を記述するだけではなく、精密科学として定量的な測定を予言する能力を持つ。従って、従来解釈である、確率振幅としての波動関数の意味づけを放棄した多世界理論では、波動関数を直接観測と結びつけることが必要となる。観測は常に古典力学の言葉で語られることから、波動関数も、それがマクロな実験装置を記述するときは古典力学の法則に従うことを示すことにより、量子系を実験装置と結びつけることが出来た。これが可能となったのはカオスの存在が基本的である。カオスの統計的振る舞いが量子力学の位相を払拭し古典力学を生み出した。そのカオスは量子力学が固有に持つ性質とは考えられず、量子力学から自発的に出現した。量子と古典のインターフェースとしてカオスが持つ意味は大きい。

References

- [1] Everett III H., Rev. Mod. Phys. **29**(1957)454.
- [2] Chirikov B., Phys. Rep. **52**(1979)263.