

氏 名 Hernandes Mauricio Simoes Camilo

学位(専攻分野) 博士(情報学)

学位記番号 総研大甲第 1761 号

学位授与の日付 平成27年3月 24 日

学位授与の要件 複合科学研究科 情報学専攻  
学位規則第6条第1項該当

学位論文題目 A Complete Conditional Probability Logic and Its Dynamic  
Extensions

論文審査委員 主 査 准教授 金沢 誠  
教授 龍田 真  
教授 胡 振江  
教授 佐藤 健  
教授 鈴木 信行 静岡大学大学院  
助教 佐野 勝彦 北陸先端科学技術大  
学院大学

(別紙様式 2)  
(Separate Form 2)

論文内容の要旨  
Summary of thesis contents

The idea of modeling beliefs with probabilities comes from the assumption that we can talk about degrees of beliefs—for instance, the belief that an apple falls after it is released from a tree, that it might rain tomorrow, that a flip of a coin will land heads or that a black box that actually contain only red balls has a green ball in it. These beliefs come with different expectations, or as some say, you would be willing to bet different amounts of money on each of these events.

In cases where I am not sure, I can say, for example, that I believe with probability 95% that an event (say, that I will receive a Ph.D.) is happening/will happen. A logic of degrees of beliefs helps us reason in a clear way about our beliefs.

If I believe it is going to rain tomorrow and I believe that bringing an umbrella will keep me dry, then I should bring an umbrella. But we all see how often the weather forecast misses its predictions. My rule could be that I bring an umbrella only if it is going to rain with probability at least 80%; after all it is unpleasant to carry an umbrella that is necessary.

It is also interesting to note that beliefs can be wrong, as our earlier belief about the flatness of Earth was.

Either because our beliefs were wrong or because we were misinformed, we change our minds during our interactions with others. For example, if I have a biased coin, I could flip it enough many times and convince myself that it is more likely to land tails. A magician's performance is a good example of belief change. If I believed that a magician had cut his assistant in half only to see her appearing on the other side of the stage seconds after the box she entered was closed, then I could start considering the impossible a possibility.

Processes that lead to changes are numerous. However, we can put them in two different categories. The first category includes the changes that occur only in our minds. This type of effect is often triggered by some announcement, either verbal or signaled in some other way. For example, if you tell me you were born in Brazil, the probability that I assign to the fact that you may speak Portuguese will increase.

Other changes modify the real world and consequently our beliefs. I believe I will be safer in a car if I fasten my seat belt, for instance. Changing the world changes our beliefs.

Also, there are changes in beliefs that are triggered by both types of changes at the same time.

Dynamics of belief—how degrees of belief change—is an important theme of this thesis. Among other things, I propose a formal language to express changes when we are completely wrong in our beliefs and faced with true information that contradicts them. With this language we can express beliefs after events that were considered impossible (that had probability zero) happen.

This thesis applies the formal language presented to an analysis of a card game.

(別紙様式 2)  
(Separate Form 2)

Games offer a rich environment to describe with logic because of the intrinsic flow of information and changes that they present. The focus is exclusively on a game called Algo, a card game created by the Japanese Sansu Olympic Committee.

The final chapter contains a program, written in Haskell, which automatically plays Algo with customizable artificial intelligence (AI) players. The strategies are expressed in the formal language, and each AI player carries its beliefs through the plays. One could stop the game and ask a player what its beliefs are, for instance, concerning its opponent's hand or ask about higher-order beliefs, e.g., what is its belief about its opponent's beliefs concerning its own hand.

I sum up the accomplishments of the present work as follows:

1. The design of a formal language able to express conditional probabilistic beliefs.
2. The introduction of a language with dynamic operators to express flow of information (announcements, events, and assignments).
3. The implementation and study of the card game Algo, expressing strategies with the logical language developed in the thesis.

The literature on doxastic logics (logics of belief) has a number of different ways of modeling beliefs of agents. One of the ways of expressing qualitative beliefs is through probability theory. Popper-Renyi conditional probability theory, an alternative approach to probability, is well-suited to dynamic languages and able to express formulas expressing propositions of the form:

I believed that  $p$  had probability 0 of happening, but now that  $p$  has been announced to be true, I believe in  $p$  with positive probability.

In this thesis, I define a language for expressing conditional probabilities, and a system of axioms that is sound and complete for it. The proof of completeness for some extensions for dynamics can be given by reduction axioms, another advantage of using conditional probabilities.

Summary of the results of the doctoral thesis screening

本研究は、確率論理(probabilistic logic)と動的認識論理(dynamic epistemic logic)を結びつけるもので、非古典論理の分野に属する数学的研究である。Zhouによる確率論理の研究で、標準的な命題論理の言語に主観的確率を表す演算子を付け加えた言語に対する完全な公理化が与えられていた。この言語では、「エージェント  $a$  にとって命題  $\phi$  が成り立つ主観的確率は  $r$  以上である」という命題が  $L_r^a \phi$  という論理式で表現される。本研究は、この言語をさらに主観的確率の変化をもたらすようなモデルの更新を表す「動的演算子」を付け加えることによって拡張し、そのように拡張された言語に対する完全な公理化を与えることを目標として始められた。「公表」(public announcement)に代表される動的演算子を含む言語の公理化には、一般に、「還元公理」(reduction axiom)と呼ばれる公理が用いられる。還元公理は、動的演算子を含んだ論理式を、動的演算子を含まない同値な論理式に変形する働きを持ち、還元公理が見つければ、動的演算子を含んだ言語の公理化の問題が動的演算子を含まない言語の公理化の問題に帰着することになる。しかし、動的演算子と確率演算子を含んだ言語の場合、動的演算子を消去する還元公理を書くことはできない。例えば、「命題  $\phi$  が真であることが公表されれば、その後、命題  $\psi$  が成り立つ主観的確率は  $r$  以上になる」ことを表す論理式  $[!\phi]L_r^a \psi$  を公表演算子  $[!\phi]$  を含まない論理式に変形するためには、「(公表の前において)  $\phi$  のもとで  $\psi$  が成り立つ条件付き確率が  $r$  以上である」ことを表現できなければならない。このためには、2つの命題の確率のあいだの比較  $P(\phi \wedge \psi) \geq r P(\phi)$  を表現するか、条件付き確率  $P(\phi | \psi)$  を直接表現することができるような言語の拡張が必要になる。

出願者は、Zhouの確率論理の言語において確率演算子  $L_r^a \phi$  を条件付き確率演算子  $L_r^a(\phi | \psi)$  で置き換えた言語を導入し、それに対して完全な公理化を与えた。条件付き確率演算子の解釈では、条件付き確率が常に定義されるように、条件付き確率を基本概念とするRenyiの理論を用いた。公理化では条件部分の事象が空でないことを表現することが必要となるため、さらに、モデルの全域において命題が真であることを表す様相演算子を言語に追加した。完全性定理の証明はZhouの証明に基づくアイデアを多く含んでいるが、条件付き確率に関する固有の公理と様相演算子の扱いは出願者独自の発想によるものである。出願者は、この言語にさらに公表演算子を付け加えて拡張した言語に対して、公表される命題の事前確率が0の場合も適切に扱えること、および、還元公理の方法で完全性定理が証明できることを示した。以上が提出された博士論文の主要な成果である。この成果をまとめた論文は、Springer社のLogic in Asiaシリーズから刊行される本に収録されることが決定しており、国外の専門家からも高い評価を得ている。

博士論文で示されている他の結果として、還元公理の手法が、限定された範囲で他の動的演算子にも適用できることがある。これが可能になるのは、動的演算子が表すモデルの更新が、新たな不確実性を導入しない非確率的な更新の場合である。

この他、博士論文では、例題として、カードゲーム「Algo」のプレイヤーの主観的確率がゲームの進行につれて変化する様子が論理式でどのように表現できるかが考察されている。

論文は6章からなり、第1章が導入、第2章が研究の背景、第3章が条件付き確率の論理に対する完全性定理、第4章が動的演算子を加えた論理、第5章がカードゲームAlgoの分析、第6章が結語という内容である。

(別紙様式 3)  
(Separate Form 3)

条件付き確率を表す演算子を用いた既存の研究は、有限の確率分布のみを扱っており、0と1以外の確率値を論理式で表現できない極めて限定されたものであった。また、条件付きでない確率を扱う確率論理に公表演算子を加えた先行研究では、事前確率0の命題の公表がうまく扱えなかった。この意味で、公表演算子を含む条件付き確率の論理に関する申請者の完全性定理は、この分野に対する重要な貢献である。以上のことから、提出され本論文は博士の学位にふさわしいものと判断する。