

氏 名 森 紳悟

学位(専攻分野) 博士(理学)

学位記番号 総研大甲第 1992 号

学位授与の日付 平成 30 年 3 月 23 日

学位授与の要件 高エネルギー加速器科学研究科 素粒子原子核専攻
学位規則第6条第1項該当

学位論文題目 Confronting the instanton calculus in Yang-Mills theories to
the lattice

論文審査委員 主 査 教授 橋本 省二
教授 北野 龍一郎
教授 磯 暁
講師 山田 憲和
講師 金児 隆志
教授 鈴木 博 九州大学 理学研究院

Summary (Abstract) of doctoral thesis contents

The Standard Model (SM) in the elementary particle physics describes the fundamental physical law in nature and, in principle, provides us infinitely accurate predictions, which are consistent with most of the currently available experimental measurements. The CP is not a symmetry of the SM. The weak interaction has the source of the CP-violating effects, while there is no experimental indication for the CP violation in the electromagnetic interaction and the strong interaction. However, the QCD Lagrangian, in general, includes the CP-violating term θF^*F . The neutron electric dipole moment bounds $|\theta| \leq O(10^{-10})$, which mean that CP is a symmetry or an approximate symmetry of QCD. Also, due to the U(1)_A rotation of the quark fields, the θ parameter is related to the phase of the quark mass. Thus the suppression of the CP-violating term is equivalent to the fine-tuning problem in the QCD Lagrangian without any reason, which is called the strong CP problem. There are several ways to solve this problem, which are realized within the SM or require some extension to the SM. The best-motivated solution is to deal with the coupling θ as a dynamical axion field $a(x)$, whose potential has a minimum at $\theta = 0$ due to the non-perturbative topological fluctuation of the gluon fields called the QCD instanton. The axion solution is attractive because it also provides a candidate for the dark matter of the universe through the misalignment mechanism for the axion generation.

The QCD topological susceptibility at high temperature, $\chi_t(T)$, provides an essential input for the estimate of the axion abundance in the present universe. Since the axion potential is induced by the fluctuation of the instanton, its mass is directly related to the topological fluctuation $\chi_t(T)$ which, in the path integral formalism, is dominated by the non-perturbative instanton configuration. The instanton gas approximation to the analytic calculation of $\chi_t(T)$ is applicable in the high-temperature limit and is not justified at the low temperature where the strong coupling is not small, for instance at the temperature at which the axion starts to oscillate in the early universe. Although the model-independent determination of $\chi_t(T)$ should be possible from the first principles using lattice QCD, the existing method has a statistical disadvantage in the high-temperature region. This is not only because the probability for generating the configuration with non-trivial topological charge in the Monte-Carlo process decreases but also because the auto-correlation time increases. We propose a novel method to calculate the temperature dependence of topological susceptibility at high temperature. We test the feasibility of this method on a small lattice in the quenched approximation, and the results are compared to the prediction of the dilute instanton gas approximation. It is found that the method works well at a very high temperature and the result is

(別紙様式 2)
(Separate Form 2)

consistent with the instanton calculus down to $T \sim 2T_c$ within the statistical uncertainty.

The instanton is the non-perturbative topological fluctuation of the gluon, which is physically essential not only as one of the sources of non-perturbative dynamics in QCD but also the foundation of the solutions for the strong CP problem. In spite of its relevance, the understanding of the role of the instanton based on the QCD Lagrangian is still poor since it is based on the semi-classical approximation and the notorious infrared divergence happens at zero temperature. Only at high temperature, the instanton picture is applicable. In the $SU(N)$ Yang-Mills theory, the topological susceptibility $\chi_t(T)$ at high temperature is numerically consistent with the instanton calculus. However, we need more precise information to conclude the instanton calculus determines non-perturbative dynamics related to the topology. Also, it is still unclear that this picture applies the local observables, by which the information of the instanton density $n(\rho)$ can be extracted. Besides, it is also unclear that how the picture disappears as temperature decreases. To better understand the role played by the instantons behind the QCD topology, we investigate the instanton contribution to the gluonic two-point correlation functions in the $SU(N)$ Yang-Mills theory to explore the distribution of the instanton size. The CP-violating gluonic correlator is an excellent laboratory to investigate the instanton effects in the local observable, since, in the lattice calculation, the instanton contribution would dominate the perturbative contribution. In this work, the pseudoscalar-scalar gluonic correlation functions are calculated on the lattice at various temperatures and compared with the instanton calculus. In the semi-classical instanton calculus, we use the regularized thermal instanton to avoid the singularity at the instanton position in the usual thermal instanton. In the lattice calculation, we use the gradient flow with large flow time to reduce the quantum fluctuation around the classical solution. Under the procedure, the instanton size is untouched since the gradient flow does not change the classical solution. Then, the instanton-size distribution $n(\rho)$ generated by the Monte-Carlo process survives even after the large flow time. Comparing the numerical and analytic calculation, we find at high temperature the CP-violating correlator calculated on lattice behaves consistently with the semi-classical calculation in the single instanton background. At low temperature, we find the larger size instanton dominate than what the instanton calculus predicts.

Summary of the results of the doctoral thesis screening

素粒子の相互作用を記述するゲージ理論は、ゲージ変換で移り変わる場の配位は同じであるとするゲージ原理に基づいている。そのため、ゲージ場の配位には、ゲージ変換を使って貼り合わされたトポロジカルに非自明なものが存在し、それにより摂動論の範疇を超えた興味深い現象が引き起こされることが知られている。特に、強い相互作用における強い CP 問題はトポロジーに直接関連した標準模型の未解明の謎の 1 つである。

森紳悟氏の学位論文は、ゲージ理論のトポロジカルな性質を調べる 2 つの手法である、準古典的インスタントン計算と格子シミュレーションを比較し、特に前者の妥当性を調べるものである。ヤン=ミルズ理論の古典解であるインスタントン解が経路積分にどのように寄与し、閉じ込めやクォーク対凝縮などの真空の構造や、有限温度における熱力学量にどのように影響を与えているのかは、1970 年台から盛んに議論されてきた。森氏の研究では、格子ゲージ理論の最新の技術を用いてこの問題に 2 つの方法でアプローチした。その 1 つ目は、位相感受率、つまりインスタントンの出現頻度、の温度依存性の計算である。インスタントン計算が良い近似になるとされている高温においては、位相感受率は非常に小さくなるため、格子計算が困難になる。そこで、位相感受率の温度微分が、トポロジー価の異なるセクターの作用の期待値の差によって表されることを導き、両計算の比較が可能となることを示した。数値計算により、インスタントン計算の結果が高温で再現された。この手法は格子計算による位相感受率の計算を広い温度領域で可能とし、それは、宇宙の暗黒物質候補であるアクシオンの現在の残存量の決定に使われている。

上記の研究により、格子ゲージ理論による定量的なインスタントン計算の確認ができたが、完全に満足なものではない。位相感受率の温度依存性は、経路積分に古典解が主要な寄与していることを意味するが、それが本当に準古典的なインスタントンに支配されているかどうかは相関関数のような局所量を見て確認するべきである。

そこで、2 つ目の研究では、インスタントンの出現率だけでなく、その大きさの確率分布（インスタントン密度）を調べるため、局所演算子の相関関数をトポロジー価の固定された背景で計算し、比較した。格子計算では、インスタントンの大きさを引き出す技術としてグラディエントフローと呼ばれる手法を用い、各配位から古典解を引き出し、それと準古典的計算と比較した。高温では格子計算に現れた配位から得られるインスタントンの大きさが、準古典的計算とよく一致することが確認され、これにより、インスタントン模型の正当性が強く示唆されたと言える。一方、閉じ込め相にある低温では、インスタントンの描像とは異なる結果が得られ、準古典近似に適用限界があることが確認された。

これらの成果は強い相互作用の非摂動的性質を調べるうえで重要な新しい知見を与えており、学位論文の研究として必要な水準を十分に満たしている。一つ目の研究はすでに学術雑誌に掲載され、関係する研究者の注目を集めた。二つ目の研究も国際会議で発表されており、別途論文誌への投稿も準備中である。博士論文は、関連する研究のレビューを含めて要領よくまとめられている。これらのことから、審査委員会として森紳悟氏の博士論文審査を合格と判断した。