氏　　名	簡 直人
学位（専攻分野）	博士（理学）
学位記番号	総研大甲第 2148 号
学位授与の日付	2020 年 3 月 24 日
学位授与の要件	高エネルギー加速器科学研究科　素粒子原子核専攻 学位規則第6条第1項該当
学位論文題目	Analyses of symmetry enhancement in F-theory from geometries and gauge theories
論文審査委員	主　査　　教授　磯　暁
	准教授　西村　淳
	講師　阪村　豊
	講師　溝口　俊弥
	教授　阪口　真 茨城大学大学院理工学研究科

（様式３）

博士論文の要旨

氏　　名　簡　直人

論文題目 Analyses of symmetry enhancement in F-theory from geometries and gauge theories

In 1996, Vafa proposed F-theory, which is a non-perturbative description of compactified type IIB superstring theory with 7-branes. Type IIB superstring theory has self. This is a strong-weak duality since roughly speaking, S-duality map a coupling constant g to 1/g. S-duality in type IIB superstring theory plays a central role in the construction of F-theory.

S-duality appears in various places in physics. Historically, S-duality is first found in N=4 SU(N) supersymmetric Yang-Mills (SYM) theory by Montonen and Olive. N=2 SYM theory also exhibits S-duality. The duality also plays an important role in Seiberg-Wiiten theory, which is characterized by Seiberg-Witten curve. The relation between Seiberg-Wiiten theory and F-theory is discussed.

Type IIB superstring theory includes two scalars, the Ramond-Ramond (RR) 0-form and the dilaton. Combining the 0-form and the dilaton, we can define the axio-dilaton field. The S-duality transformation converts τ to (a·τ +b)/(c τ +d), where a,b,c,d are integers and ad-bc=1, which is SL(2,Z) transformation. The transformation is identical to the modular transformation of the torus. In this sense, we can give a geometric interpretation to type IIB superstring theory, that is, we identify the axio-dilaton with the complex structure moduli of the torus. This is F-theory. The configuration space of the axio-dilaton filed corresponds to the moduli space of the torus, which is similar to Seiberg-Witten theory. In Seiberg-Witten theory, the axio-dilaton that is identified to the moduli of the torus is a function of the Coulomb branch parameter.

It is sometimes said that F-theory is the twelve-dimensional theory. However, the extra two dimensions are virtual dimensions. This is in contrast to M-theory. In the case of M-theory, the extra one dimension is the eleventh real space. Indeed, the extra two dimensions in F-theory do not have the Kahler moduli. One emphasize that F-theory is a geometric representation that provide the definition of some compactifications of type IIB superstring theory.

The concrete description of F-theory is established as follows: We consider the torus with the complex moduli that depends on the coordinates of a compact subspace B of the ten-dimensional space-time. Combining B with the torus, the total manifold Y is described by the elliptic fibration. We call it the compactification of F-theory on Y. When B is n-dimensional complex manifold, we denote as B_n, Y becomes (n+1) complex manifold, we denote as Y_{n+1}. In the language of type IIB superstring theory, it is the compactification on the manifold B_n with the non-trivial axio-dilaton background field that depends on the coordinates of B_n. Supersymmetry requires that the first Chern class of Y_{n+1} needs to vanish, which means that Y_{n+1} is a Calabi-Yau manifold. For example, the base space B_n is P^1 when Y_{n+1} is a K3 manifold.

The existence of the axio-dilaton background field, which is the complex scalar field, implies the existence of 7-branes. Due to S-duality, 7-branes have not only RR charges but also Neveu-Schwarz-Neveu-Schwarz (NSNS) charges. The axio-dilaton field has non-trivial monodromies around singular points, which correspond to the positions of 7-branes. In the context of F-theory, the positions are points where the fibered torus shrinks. When we place 7-branes in different points, the torus becomes singular, but the total space Y_{n+1} is not singular.

When some 7-branes make a stack, not only the fibered torus but also total space becomes singular. The gauge symmetry enhances on the world-volume of the 7-brane stack. Information of the gauge symmetry is translated to the fiber type of the codimension-one singularities in F-theory. Such singularities are classified by Kodaira. In particular, the fiber types of IV*, III* and II* are remarkable since the corresponding gauge symmetries are E_6, E_7 and E_8, respectively. If we have only D-branes (and orientifold planes), such exceptional groups do not appear. Indeed, we cannot construct the exceptional groups in type IIB compactifications. It is one of the advantages of F-theory that we can realize the exceptional groups.

In this thesis, we will review the relation between enhancement of the gauge symmetries and singularities of geometry. The fiber type of a codimension-one singularity can be labeled by the SL(2,Z) monodromy around the fiber. It was show that all types of Kodaira fibers can be represented by some product of monodromies of a basic set of 7-branes: A=[1,0]-brane, B=[1,1]-brane and C=[1,-1]-brane, where a [p,q]-brane is a 7-brane with p RR charges and q NSNS charges. The gauge symmetry on a coalescence of 7-branes has been clearly explained by using string junctions. String junctions are also useful to describe chiral matter, non-simply laced Lie algebras, i.e., B_n, C_n, F_4 and G_2 types of simple Lie algebra, the Mordell-Weil lattice of a rational elliptic surface and deformations of algebraic varieties.

An elliptic fibration K3 manifold or a rational elliptic surface is defined by the Weierstrass equation, $y^2=x^3+fx+g$, where f and g depend on the coordinates of the base space P^1. The positions of 7-branes are given by the discriminat locus, $\Delta=0$, where $\Delta=4f^3+27g^2$. One of the purposes of this thesis is that one investigates the role of the locus of f=0 and g=0. We will identify the loci with the two kinds of critical points of a dessin d'enfant of Grothendieck. The base space P^1 is divided into several cell regions bounded by some domain walls extending from these planes and D-branes. This corresponds to drawing a dessin with a canonical triangulation. We also study how the locus of f=0 and g=0 and the cell regions depend on monodromies.

Perhaps the field of string phenomenology is the best place where F-theory fulfills potential. One readily realize the SU(5) grand unified theory (GUT), which can naturally explain the apparently complicated assignment of hypercharges to quarks and leptons, in F-theory. Moreover, F-theory also has good compatibility to the GUT with the exceptional gauge groups since the exceptional gauge groups, e.g. E_6, naturally emerge in F-theory as we saw above.

In order to understand the relation between geometries and realized theories, we need to go beyond the Kodaira classification that associates with codimension-one singularities. Let us consider a F-theory compactification on an elliptic fibration singular Calabi-Yau four-fold. This compacification provide us a four-dimensional theory. The Calabi-Yau four-fold has not only codimension-one singularities but also codimension-two and three singularities. As we saw, information of a gauge symmetry is translated to the types of the codimension-one singularities. The data of the matter representations in four dimensions are encoded to the codimension-two singularities. In addition, the codimension-three singularities correspond to the Yukawa coupling in the four-dimensional theory.

Unfortunately, there is no a complete classification of the codimension-two and three singularities. This is a big problem in mathematics and physics. However, we can analyze some specific cases. In this thesis, we will review the case of a Calabi-Yau three-fold that is the elliptic fibration over the Hirzebruch surface. In this case, we can classify the singularities by Tate's algorithm

In addition, we can investigate resolutions of Calabi-Yau four-folds via the Coulomb branch of three-dimensional N=2 SYM theories. This is motivated by the duality between F-theory and M-theory. The Coulomb branch is separated into some phases, and each phase corresponds to the different resolutions. As an example, we will analyze SU(5) gauge group, and we will obtain a network of the resolutions of the Calabi-Yau four-fold.

For Calabi-Yau three-folds, the matters are the hypermultiplets in six-dimensions, which localize at the condimension-two singularities. The hypermultiplets are typically full-hypers, but in special cases half-hypers. When the enhancements of the symmetries are SU(6) to E_6, SO(12) to E_7 and E_7 to E_8, we obtain the half-hypers under some conditions. We will consider the resolutions of such singular Calabi-Yau three-folds. The first case was performed by Morrison and Taylor. In the first case, we do not need small resolutions when we have the half-hypers. This is called the incomplete resolution. We focus on the second and third cases. We will find the same structure from the explicit resolutions of SO(12) to E_7 and E_7 to E_8.

Form8・Separate Sheet
（様式８・別紙）

Results of the doctoral thesis screening

博士論文審査結果

Name in Full
氏　名　簡　直人

Title
論文題目　Analyses of symmetry enhancement in F-theory from geometries and gauge theories

超弦理論は、時空と物質を統一的に記述する自然界の究極理論として最も有望な候補であり、発見から 30 年以上の年月を経て、その性質は少しずつ解明されてきた。特に超弦理論の顕著な性質として、時空の幾何学的性質が、低エネルギーで軽くなる物質場の種類やそれらを規定するゲージ対称性を決定することが挙げられる。これは、10 次元時空で定式化される超弦理論と、私たちが住んでいる 4 次元時空とを結びつけるコンパクト化という機構の数学的理解が、時空と物質の統一を理解するための本質であることを意味している。

本学位論文において、出願者は、F 理論とよばれる超弦理論の枠組みの中で、コンパクト化された時空がもつ特異点の数学的性質と、ゲージ対称性の出現（およびそれに付随する物質の種類）に関して、次の二つの性質を発見した。F 理論における例外群ゲージ対称性の拡大が、D-ブレインとは異なる 2 種のブレイン的物体（＝「f 面」、「g 面」）の存在と本質的に関わり、その構成はグロタンディエクが提唱した dessin d'enfant という見方で解釈できること。もう一つは、特異点解消理論で incomplete resolution として知られている数学的性質が、物理的には、half hypermultiplet とよばれる物質場の出現と関係しているという Morrison たちの予想をいくつかの具体例で示したことである。

F 理論は、10 次元で定義される超弦理論に、弦の相互作用の強さを決めるディラトン場と、その虚部として与えられるアクシオン場の 2 方向を新たな時空次元と解釈することで定式化される 12 次元の超弦理論である。余分な 2 次元が作る 2 次元トーラスは、10 次元時空の各点上にファイバーされている。10 次元の各点で 2 次元トーラスの異なる 1 点を対応させることで、各時空点上で異なる相互作用の強さ（とアクシオン場の値）を与えることができる。さらに、2 次元トーラスが（単純な直積ではなく）ファイバーされているということから、時空を動いて再び同じ点に戻ってくると、相互作用の強さが異なる値に変化することがある。この変化はモノドロミーと呼ばれ、10 次元時空に D 7 ブレーンが存在することに対応する。出願者の学位論文では、12 次元の F 理論のコンパクト化として、前半では複素 2 次元カラビヤウ空間（＝K 3 曲面）へのコンパクト化を、後半では複素 3 次元以上のカラビヤウ空間へのコンパクト化を考察した。

通常、楕円（＝トーラス）ファイブレーション(elliptic fibration)をもつ K 3 面への F 理論のコンパクト化において、K 3 面が特異点をもつ場合のゲージ対称性の拡大は次のように議論される。この K 3 面は 24 枚の D 7 ブレーンをもつ超重力理論の古典解に対応することが知られており、ゲージ対称性は一般的には 24 個の U(1)対称性を持ち、トーラスが潰れた位置がブレーンの場所に対応する。D 7 ブレーンが同じ場所に重なった時、ゲージ対称性が拡大する。この拡大は、数学で小平分類として知られる K 3 面の特異点の分類

で記述されることが知られており、伝統的にはＤ７ブレーンに加えて出現する(p,q)ブレーンとそれらをつなぐ弦ジャンクションにより説明される。ところが、実際には全ての７ブレーンに区別はなく、特定の潰れた点が(p,q)という固有の性質をもつわけではない。出願者の学位論文では、このような(p,q)ブレーンや orientifold 面は、いくつかの７ブレーンと楕円点面の結合状態の有効的な記述であることを、楕円 K3 面の底である複素平面に「dessin（＝絵)」を描くことによって示した。この dessin は、その場所における弦の結合の強弱を詳細に表す地図になっており、さらに orientifold 面やＤ７ブレーンが、時空上でどのように配置されるかを分類して、Ｄ７ブレーンの位相（モノドロミー）を計算する手法を与えた。そして、この分類は、数学で現れるグロタンディエクの dessin d'enfant に対応することも明らかにした。

後半では、より高い次元を持つ空間へのコンパクト化を考察した。その場合、特異点の解消は小平分類のような簡単な性質を持たず、また出現する物質場やゲージ対称性もより複雑な性質を持つ。これに関しては、Morrison たちの先行研究により、数学的に“imcomplete な特異点解消”が出現する時空点では、物理的に half hypermultiplet とよばれる自由度が通常の半分の質量ゼロ物質場が出現することが予想されていた。出願者は、この予想をいくつかの特別な場合において具体的に示し、Morrison たちの予想が正しいことを明らかにした。

このように、出願者は極めて高度な数学を駆使して、超弦理論の性質を明らかにし、GUT のような大きなゲージ対称性の出現メカニズムの一端を示した。この研究は、すでに査読付き雑誌に投稿中である。また学位論文は英語で書かれており、海外（イギリス）での滞在経験や英語での学術発表もこなしており、外国人研究者とも不自由なく議論することができる。上記の結果は学術的に十分な価値が認められるものであり、博士論文の内容として必要な水準を満たしている。以上の理由により、審査委員会は、本論文が学位の授与に値すると全員一致で判断した。