

氏 名 平沢 光昭

学位(専攻分野) 博士(理学)

学位記番号 総研大甲第 2234 号

学位授与の日付 2021年3月 24日

学位授与の要件 高エネルギー加速器科学 素粒子原子核
学位規則第6条第1項該当

学位論文題目 Complex Langevin simulations of quantum systems with the
sign problem

論文審査委員 主 査 日高 義将
素粒子原子核専攻 教授
磯 暁
素粒子原子核専攻 教授
北澤 良久
素粒子原子核専攻 教授
山田 憲和
素粒子原子核専攻 講師
西村 淳
素粒子原子核専攻 教授
森田 健
静岡大学 理学部 講師

(様式3)

博士論文の要旨

氏名 平沢 光昭

論文題目 Complex Langevin simulations of quantum systems with the sign problem

The non-perturbative dynamics plays important roles in quantum field theories and superstring theory. Monte Carlo calculation of the systems is one of the useful methods to study non-perturbative dynamics. There are many successful works. However, the usual Monte Carlo methods are not applicable, for example, in the Lorentzian metric case, theories with a θ term, theories at finite density, and so on. In such cases, since the Boltzmann weight becomes complex, it is not possible to interpret the weight as the probability. This problem is called the sign problem. Some methods to overcome the sign problem have been proposed. The complex Langevin method (CLM) is one of such methods. An advantage of the method compared with others is that the numerical cost for increasing the system size is reasonable.

This method was applied to many toy models, in which it worked well. However, the applications to physically interesting models are not so many. In our work, we apply the CLM to the gauge theories with a θ term and the Lorentzian type IIB matrix model.

As a validity test of the CLM for the gauge theories with a θ term, we first apply the CLM to the 2d U(1) gauge theory on the torus with a θ term which is solvable with finite lattice spacing and finite volume on an arbitrary manifold. We find that a naive implementation of the method fails because of the topological nature of the θ term. In order to circumvent this problem, we simulate the same theory on a punctured torus, which is equivalent to the original model in the infinite volume limit for $|\theta| < \pi$. Rather surprisingly, we find that the CLM works and reproduces the exact results for a punctured torus even at large θ , where the link variables near the puncture become very far from being unitary.

Since the application of the CLM to the 2d U(1) case is successful, we next apply the CLM to the 4d SU(2) case. There are interesting predictions for the phase structure around $\theta = \pi$ by using 't Hooft anomaly matching condition. Therefore our aim is to investigate the phase structure by the first principle calculation. We apply the CLM to the theory on a torus and find that, in the coarse lattice case, there is no freezing of topological charge. Although the CLM works well even at large θ , we cannot see the 2π periodicity due to the finite lattice spacing effects. Therefore, we need to decrease the lattice spacing. However, there is the freezing problem in the fine lattice case. We try to solve the problem by imposing the periodic boundary conditions. We find that imposing the open boundary condition in all spatial directions alleviates the topology freezing sufficiently, and the CLM works well at large θ . However, the finite volume

effect occurs as a drawback of the open boundary conditions. We also discuss the possible way to investigate the phase structure.

The Lorentzian type IIB matrix model was proposed as a non-perturbative formulation of superstring theory in 1996. The emergence of (3+1)-dimensional expanding space-time in the model is an intriguing phenomenon which was observed in Monte Carlo studies of this model. In this work, we investigate the space-time structure of the matrices generated by simulating this model and its simplified versions by using the hybrid Monte Carlo method, and find that the expanding part of the space is described essentially by the Pauli matrices. We argue that this is due to an approximation used in the simulation to avoid the sign problem, which actually amounts to replacing e^{iS_b} by $e^{\beta S_b}$ ($\beta > 0$) in the partition function, where S_b is the bosonic part of the action.

In order to treat the weight e^{iS_b} appropriately, we use the CLM instead of the approximation to overcome the sign problem. We generalize the model by introducing two parameters which correspond to the Wick rotation on the world sheet and that in the target space. This generalized model interpolates among the Lorentzian case, the Euclidean case, and a model with $e^{\beta S_b}$. We apply the CLM to this generalized model and find that the singular structure phase is not stable in the Lorentzian case. We also find that a new phase appears in the Lorentzian case where the CLM works well although the Boltzmann weight becomes a pure phase factor. In the bosonic model which is a simplified model of the type IIB matrix model, we cannot see the spontaneously breaking of $SO(9)$ symmetry as in the case of the Euclidean bosonic model. We also discuss the possible scenario for emerging a regular space-time with the (3+1)-dimensional expanding behavior in the original model.

博士論文審査結果

Name in Full
氏名 平沢 光昭Title
論文題目 Complex Langevin simulations of quantum systems with the sign problem

平沢光昭氏の学位論文は、符号問題をもつ様々な量子系に複素ランジュバン法を適用した、同氏の一連の研究をまとめたものである。本論文は7章構成で、1章で研究の背景が概説され、2章で符号問題と本論文で用いられる複素ランジュバン法及び手法の解説が与えられている。3章から6章が本論文の中心をなす章で、複素ランジュバン法を、 θ 項を持つ2次元 $U(1)$ ゲージ理論(3章)及び4次元 $SU(2)$ ゲージ理論(4章)に適用している。5章では IKKT 行列模型を符号問題がないように近似した模型の解析、6章で行列模型に複素ランジュバン法を適用している。7章で本論文のまとめが与えられている。

符号問題とは、経路積分の被積分関数が正定値でない場合に、従来のモンテカルロ法による数値積分の考えを適用する際に生じる問題である。実際この問題は、素粒子・原子核・物性といった理論物理学の様々な分野で大きな問題となっており、これを克服する新しい方法が確立すれば、分野を超えた大きなインパクトが期待される。平沢氏が着目した複素ランジュバン法は、1983年に Parisi と Klauder によって独立に提唱されたものであるが、2011年以降急速に進展して、有限密度 QCD などのこれまで数値的な解析が困難であった重要な問題への適用が盛んに研究されている。

本論文の3章では解析解が知られている θ 項を含む2次元 $U(1)$ ゲージ理論の問題に複素ランジュバン法を適用している。複素ランジュバン法が正しい結果を与える条件とトポロジー凍結が起きない条件の間にトレードオフ関係があり素朴に複素ランジュバン法を適用するだけではうまく行かないこと示し、この問題を空間に穴を空けてトポロジカル電荷が非整数になる状況を作ることによって克服している。この結果を解析解と比較し手法の有用性を確かめている。

4章では、 θ 項を持つ4次元 $SU(2)$ ゲージ理論に複素ランジュバン法を応用した。特に $\theta = \pi$ における有限温度の相構造は、アノマリー一致条件の議論やゲージ重力対応を用いた計算による予言などから特に興味を持たれている。2次元 $U(1)$ ゲージ理論と同様に、ここでもトポロジー凍結問題が生じるが、本論文では開放境界条件を用いることでこの困難を克服し、 $\theta = \pi$ の場合に非閉じ込め相にある高温で CP 対称性の破れが生じているという興味深い可能性を指摘している。

5章及び6章では、超弦理論の非摂動的定式化として提唱されている IKKT 行列模型を用いて (3+1)次元の膨張時空の出現の可能性を追究している。5章で符号問題が生じないように修正された模型を解析し、 $SO(9)$ が $SO(3)$ に自発的に破れた膨張時空を示す結果が得られた。しかし、その時空構造がファジー球に似たパウリ行列構造を持つため、期待していた膨張宇宙と解釈するのは困難である事が明らかになった。これは位相因子が本質的な役割を担う可能性があり、その役割を明らかにするために6章では、符号問題を持つオ

リジナルの IKKT 行列に複素ランジュバン方を適用している。フェルミオン項を落としたボソン模型では、 $SO(9)$ の破れを持たない新しい相を発見し、 $SO(9)$ の自発的破れを起こすためには、フェルミオン項が重要になる可能性がある事を指摘している。フェルミオン項を入れた計算では、複素ランジュバン法がうまくいく条件を満たすように正則化のための質量項を導入する必要がある。この質量項を入れた計算ではボソン模型と同様に $SO(9)$ の自発的破れは見られないという結果が得られた。これは、フェルミオンの質量をより小さくする必要がある事を示唆する。ディラック演算子の固有値分布の解析から質量項をさらに小さくしても複素ランジュバン法が適用可能である事がわかり、今後の研究の発展に繋がっている。

審査委員会はこれらの結果は学術的に十分な価値が認められるものであり、博士論文の内容として必要な水準を満たしていると判断し、全会一致で平沢氏の博士論文審査を合格と判定した。