氏名	土　屋　高　宏
学位（専攻分野）	博士（学術）
学位記番号	総研大甲第１６９号
学位授与の日付	平成８年３月21日
学位授与の要件	数物科学研究科　統計科学専攻 学位規則第４条第１項該当
学位論文題目	Specifications of Multivariate Distibutions and Some Related Approximation Theories
論文審査委員	主　査　教　授　平　野　勝　臣 教　授　松　縄　　規 助教授　吉　田　朋　広 助教授　田　村　義　保 教　授　小　西　貞　則（九州大学）

論文内容の要旨

本研究は，従来の統計理論において殆ど考慮が払われなかった，統計基礎モデルの数学的な型を明確な原理に基づいて構築するという意味での，特定化の問題に，ノンパラメトリックな多変量解析の観点から，理論的な手掛かりを得るための研究を，二つのアプローチから，行っている．ランダム行列は一般矩形，対称および歪対称を考察対象とし，実数および複素数のそれぞれの場合を扱っている．また，基礎モデルが構築された後の統計的推測で重要課題となる分布の近似理論について，多変量解析に関連するいくつかの統計量の分布に対する，一般化サドルポイント法の改善を行っている．

論文は，四章から構成されている．緒言で論文全体の構成，研究内容について紹介されている．初めの三章ではノンパラメトリックな場合の多変量分布の特定化の問題を，最後の一章で多変量分布と関連する近似理論を論じている．その他に，特定化の研究に関連する付録がある．

第１章では，実ランダム行列に関するモデル分布の特定化がノンパラメトリックな修正最尤法によって考察されている．即ち，観測値が独立で同一な分布に従う場合，データのモデル記述能力に関する方程式と，観測量に関する推定方程式とが成立するという条件の下で，多変量ノンパラメトリックなモデル分布の特定化方程式が与えられている．この特定化方程式に基づいて，修正された多変量指数分布族の密度関数の一般型が誘導され，次の様な分布族に含まれる代表的な多変量分布が多数構築されている：行列正規分布，行列対称正規分布，多変量歪対称正規分布，多変量対数正規分布，多変量対称対数正規分布，多変量ガンマ分布，ウィシャアート分布，多変量逆ガンマ分布，多変量逆ガウス分布，多変量対数ガンマ分布，多変量パレート分布，多変量ベータ分布，非心多変量ガンマ分布，非心ウィシャアート分布，非心多変量ベータ分布，などが誘導されている．

また，分布の特定化の問題に対する別のアプローチである，ノンパラメトリックな統計的不確定性関係に基づく統計基礎方程式を与えるMatsunawa による方法との比較・検討がなされている．この場合の基礎方程式に基づいて，次のような固有値分布が誘導されている：ガンマランダム行列，ウィシャートランダム行列，逆ガウスランダム行列，等々．

第２章では，前章で展開した方法を複素ランダム行列の場合に拡張している．この分野が応用面でも，多変量時系列解析におけるスペクトル密度行列の構造の研究や，物理学における電子等のエネルギー水準間の配置に関する分布の研究に関連することが指摘されている．解析の過程から，複素多変量解析に特有な事情により，本章の結果は実ランダム行列の場合の形式的な拡張ではないことが示されている．複素ランダム行列の場合にも，その特定化方程式から，エルミートランダム行列および歪エルミートランダム行列に対する分布の密度関数の一般型と，それらに基づいて前章の事例に対応する複素多変量分布が多数誘導されている．

第３章では，複素ランダム行列に関する，複素多変量ノンパラメトリックな統計基礎モデルの，統計的不確定性関係を与えている．これは第１章で与えた実ランダム行列に関するものの拡張となっている．この場合の最小不確定性分布の一般型とそれに基づく，ランダム行列の固有値に関する，いくつかの具体的な分布の事例が与えられている．

第４章では，Daniels によって統計学に紹介され，Easton and Ronchetti によって一般化さ

れたサドルポイント法を用いて，固有値や相関係数等の多変量分布に関連する近似を試み，Edgeworth 展開との比較・検討がなされている．この近似はキュミュラント母関数の２次導関数が負になる場合適用出来なくなる．これに対処するため Konishi による統計量の正規化変換を，一般化サドルポイント法に適用して，この不都合を克服している．これらの理論的結果を検証するための数値解析も種々な場合に実行されている．

上記四章に加えて，Appendix 1 で，分布を特定化する際に導いた二つの特定化方程式の関係を実ランダム行列の場合に明らかにしている．これは，具体的には，ノンパラメトリックな場合の，行列表現の基礎方程式とベクトル表現の基礎方程式の同等性の条件を，両者の観測精度行列の間の関係として与えることにより，実現されている．また，Appendix 2 で，多変量ノンパラメトリックな統計的不確定性関係を，データによるモデル記述能力をより高度にとりこんだ不等式を与えることにより，原理的に，より精密にすることが可能なことを示している．また，その等号条件より，修正された特定化方程式が高階偏微分方程式として導かれている．

論文の審査結果の要旨

本研究は，近代統計学の創始者であるR.A. Fisherが統計学に於けるデータの縮約に関連して最重要なこととして挙げた，特定化の問題に対して，ノンパラメトリックな多変量統計基礎モデルの構築を行うという視点から，組織的な研究を展開した意義のある仕事である．また，基礎モデルが確定した状況下で，多変量の統計的推測解析で重要となる，いくつかの統計量の分布の近似について，一般化サドルポイント法を改善することも合わせて行った水準の高い論文である．

具体的には(i)修正最尤法と(ii)不確定性関係に基づいて，ノンパラメトリックな統計基礎方程式を与え，実ランダム行列および複素ランダム行列についての統計基礎モデル構成の組織的理論の構築を目指しており，注目すべき結果を相当数得ている．また，誘導した多変量分布のうち，固有値や相関係数に関わる統計量について，一般化サドルポイント法を適用した近似とEdgeworth展開等の方法とを，数値計算も実行して，比較・検討し興味ある知見を得ている．更に，相関係数の場合，正規化変換を援用して一般化サドルポイント法の適用範囲の拡張と近似の改善を図り，この分野の研究に新しい工夫を導入した点は注目に値する．

各章について評価される点は次の通りである：

第1章の主な貢献は，ノンパラメトリックな多変量統計基礎モデルの構築方法を，統計理論で重要な各種の実ランダム行列の分布について，組織的に研究し，統計基礎方程式を与えたことにある．代表的な多変量分布を含む多変量統計基礎モデルの事例が多数与えられており，本章で展開している理論の一般性と有効性を明らかにしている．

第2章の貢献は，統計学ではこれまで一般論の研究があまりなされていない，複素ランダム行列のノンパラメトリックな多変量統計基礎モデルの構築の理論を展開した点である．問題解決の基本的アプローチは前章に準じているが，複素ランダム行列特有な複雑さがモデル構築の際に登場してくる点を明確にした本章の結果は，今後の多変量複素時系列解析等の理論展開にもおおいに役立つものと評価できる．また基礎物理学での電子のエネルギー順位の分布との関連性も深く，両分野の今後の連携も期待される．

第3章の貢献は，第2章で扱った問題を，全く別のアプローチである複素ランダムベクトルに関する統計的な不確定性を基盤にした，統計基礎方程式を与えることによって解決した点にある．これまでの，Matsunawaによる実ランダムの場合の結果を複素ランダムの場合にも対応する結果が成立することを示した優れた成果である．

第4章の貢献は，多変量基礎モデルが確定している場合に，Easton and Ronchettiによる一般化サドルポイント法に基づく，考察対象の統計量の分布の近似について考察し，彼らの方法の改善を図ったことにある．改良法の一つとして，Konishiによる正規化変換を用いて，統計量の変換を行い，一般化サドルポイント法の適用限界を拡張した点は大いに評価される．

以上のように，土屋高宏君の論文は，多変量ノンパラメトリックな統計基礎モデルの構築の理論とその関連領域の研究開拓に重要な寄与をするものであり，今後のこの方面の研究の一つの指針となり得るものといえる．この結果，本論文は学位を授与するに十分なものと判断する．