

氏 名 二 宮 嘉 行

学位（専攻分野） 博士(学術)

学 位 記 番 号 総研大甲第500号

学位授与の日付 平成13年3月23日

学位授与の要件 数物科学研究科 統計科学専攻

学位規則第4条第1項該当

学 位 論 文 題 目 確率場の最大値に関する分布論及び変化問題点への応用

論 文 審 査 委 員 主 査 助 教 授 栗 木 哲
教 授 江 口 真 透
教 授 尾 形 良 彦
教 授 竹 村 彰 通 (東京大学)
助 教 授 福 水 健 次 (統計数理研究所)

論文内容の要旨

統計的推測理論において中心的な役割を果たしている考え方のひとつに尤度比検定がある。尤度比検定は1930年代に J. ネイマンおよび E.S. ピアソンにより提案されたものであるが、直観的な解釈の容易さと構成方法の簡便さ、および一般的な正則条件の下での一貫性、漸近有効・不偏性などといった理論的に望ましい性質を備えているため、現在でももっとも良く用いられている検定方式の一つとなっている。

とくに尤度比検定はその検定統計量の帰無仮説の下での分布、すなわち帰無分布が正則条件の下で漸近的にカイ2乗分布に従うという性質(漸近カイ2乗性)を持つため、その棄却域の構成が容易であるという利点を持つ。またこの性質に基づいて AIC (赤池情報量規準) などのモデル選択基準の構成もなされている。しかしながらこの尤度比検定の漸近カイ2乗性が前提とする正則条件は、医学統計、地震統計、画像処理、計量経済などの分野でしばしば現れる変化点問題と総称される統計推測問題、統計モデルでは満たされていないことが多い。

従来この種のモデルは例外的な“非正則”統計モデルとみなされ、個別のモデル毎に尤度比検定統計量の帰無分布の理論的性質や数値計算法が研究されてはきたものの系統だった方法論の展開はほとんどなされていなかった。しかし近年になって、積分幾何学(微分位相幾何学)や確率幾何学を用いて非正則統計モデルにおける尤度比検定統計量の分布理論を展開しようという研究が現れ始めている。本論文の研究はこの線に沿ったものである。

論文の前半では正規確率場の最大値の分布に関する評価問題が扱われている。変化点問題における尤度比検定統計量の帰無分布の評価は、複雑な自己相関構造を持った正規確率場の最大値分布の評価に帰着されることが多い。しかしその分布の評価は難しく、解析的導出はもちろんその数値的評価ですら困難である場合がほとんどである。しかしながら近年その裾確率を近似的に評価するためのチューブ法と呼ばれる幾何学的方法が開発され、研究が始められている段階である。

チューブ法は正規確率場の添字集合を多様体にとらえ、その多様体の幾何学的諸量(体積、曲率等)の計算を通して確率分布を評価する方法である。そのためチューブ法においては確率場の添字集合として連続集合を想定することが前提であり、分散分析モデル、分割表モデルなどにおける変化点問題のように添字集合が離散的である場合に適用することはできなかった。本論文においては、離散添字集合に対応してある種の区分的線形な1次元あるいは2次元多様体を想定し、そのまわりのチューブ領域の体積を微分位相幾何の理論や組み合わせ論的な考察をもとに評価し、結果として尤度比検定の保守的な検定棄却域を与えることができることを示している。本論文で展開された方法は従前のチューブ法と対比して離散チューブ法とも呼ぶべき方法である。本方法はまたナイマン不等式として知られるチューブ体積の上界公式の一つの拡張とみなすこともできる。提案する諸公式のボンフェロニ法、改良ボンフェロニ法などの従来法に対する優位性が数値実験によって確認することができる。

論文の後半では独立観測系列における変化点問題の尤度比検定の漸近理論が扱われている。時系列における構造変化の検出という問題設定は、変化点問題の中でも最も基本的なものであり、多くの先行研究が見られる。また実際上の適用場面も多い。この問題に関し

て、従来は主として一つの変化点を検出するための尤度比検定が扱われてきた。本論文では、従来の問題設定を拡張する形で複数個存在する変化点の検出、あるいは変化点の個数決定問題を数学的に定式化し、対応する尤度比検定を扱っている。最初に検定統計量を具体的に構成し、その分布のブラウニアンブリッジによる表現を与えている。次いでランダムウォークの再生理論を用いることにより、構成した尤度比検定統計量の帰無分布の裾確率の大偏差評価に関する定理を証明している。また導かれた漸近評価の妥当性が数値計算によって確認されている。最後にこれらの結果を組み合わせることによる変化点個数決定の手続きが提案されている。

論文の審査結果の要旨

本審査委員会は二宮嘉行氏の論文について慎重に検討し、公開の論文発表会を開催し審査を行った。

1. 論文の概要

申請論文は全5章から構成されている。第1章は序説として歴史的な背景と論文全体の構成が説明されている。第2章以降は第I部、第II部に分けられている。

第I部は全2章(第2章、第3章)から構成される。第I部では正規確率場の最大値の分布に関する評価問題が扱われている。第2章ではチューブ法に関する先行研究が要約されている。続く第3章が本論文の中核をなす部分の一つである。連続添字集合を持つ確率場を対象としている既存のチューブ法を離散添字集合の場合に拡張し、上側裾確率の上界を与えている。これは離散チューブ法とも呼ぶべき方法である。

後半の第II部は全3章(第4章、第5章、第6章)で構成されている。第II部では独立観測系列における変化点問題の尤度比検定の漸近理論が扱われている。第4章は従来研究の要約である。第5章が後半の主要部分であり、ここでは第4章の問題設定を拡張する形で複数個ある変化点の検出、あるいは変化点の個数決定を目的とする尤度比検定が扱われている。また、尤度比検定統計量の帰無分布の裾確率の大偏差評価に関する定理が与えられている。第6章では、前章で得られた結果を多重比較法により組み合わせることによる変化点個数決定の手続きが提案されている。

2. 論文の評価

本論文の主要な貢献は以下の2点である。

- i. 積分幾何、位相幾何、確率幾何といった統計科学では比較的馴染みの薄い数学的概念を駆使して離散確率場におけるチューブ法(離散チューブ法)の理論を展開し、併せてそれらの実用性を数値実験で検証していること。
- ii. 独立観測系列における複数個の変化点の検出、変化点の個数の決定という基本的な問題に正面から取り組み、再生理論などを用いて検定統計量の裾確率の漸近評価を与えることに成功していること。

以上のように二宮嘉行氏の論文は、変化点問題という応用上重要であるにもかかわらずその非正則的性質のため扱いが難しいとされていた統計推測問題を、積分幾何、位相幾何、確率過程論などの数理的手法を用いて解析したものであり、今後のこの方面の研究に一つの方向性を与えるものである。これらの貢献により、本論文は博士号取得に値する内容を備えているものと判断する。