| | |
|---|---|
| 氏　　　　名 | 齋藤　信明 |
| 学位（専攻分野） | 博士（理学） |
| 学 位 記 番 号 | 総研大 1276 号 |
| 学位授与の日付 | 平成２１年９月３０日 |
| 学位授与の要件 | 物理科学研究科　天文科学専攻<br>学位規則第６条第１項該当 |
| 学 位 論 文 題 目 | Two New Sets of Universal Elements in Orbital Motion; Canonical and Non-Canonical |
| 論 文 審 査 委 員 | 主　　査　　教授　　吉田　春夫<br>准教授　　吉川　真<br>教授　　真鍋　盛二<br>准教授　　渡部　潤一<br>教授　　渡辺　憲昭（千葉商科大学） |

## 論文内容の要旨

軌道の種類は離心率の値に応じて楕円、放物線、そして双曲線がある。本論文のキーワード「普遍」とは、軌道の種類に依存しないことを意味する。

軌道要素変化法は摂動２体問題の代表的解法である。この解法に用いられる方程式が軌道要素方程式である。準円や低傾斜角軌道を扱うときの見かけ上の困難を避ける軌道要素方程式は提案されてきたが、軌道の種類が変わる困難を避ける同方程式は提案されていない。NASA/JPL Small-Body Database によると離心率の値がほとんど１の彗星が数多く存在する。このような彗星は摂動を受けると軌道の種類が横断的となる。つまり、軌道の種類が楕円から双曲線へあるいは双曲線から楕円へと変わる。このような軌道進化の問題は周期性の有無に関するため軌道力学的に重要である。そこで本論文では、普遍的な軌道要素方程式を考案した。

軌道要素方程式は摂動２体問題の運動方程式を書き換えることによって得られる。軌道要素方程式が非普遍となるのは、書き換えに用いる変数変換式が非普遍であるからである。現在提案されている軌道要素方程式の導出に用いられた変数変換式の種類は、（１）楕円、（２）低傾斜角楕円、（３）準円、（４）低傾斜角準円、（５）双曲線、そして（６）低傾斜角双曲線、の６通りである。この種類は、離心率の関数（ブルンナウのパラメーター）と軌道傾斜角の２指標を用いて、変数変換式（軌道要素方程式）の２指標使用領域の違いにより分類される（本論文２章前説のダイアグラム参照）。このように、軌道要素方程式の導出に用いられた変数変換式は準円や低傾斜角軌道は扱えるが、いずれも非普遍である。（正確には、最後の２つの変数変換式が用いられた軌道要素方程式は標準的な天体力学の教科書（例えば、Brouwer & Clemence 1961）においても見当たらないが、最初の２つから容易に導出可能である。この２つの場合における軌道要素方程式は、本論文の 2.5、2.6、4.5、および 4.6 節参照）

摂動２体問題の運動方程式はケプラー力項と摂動力項の２項からなる。軌道要素方程式を導出する変数変換式の必要条件は、ケプラー力項が除去されることである。したがって、この条件を満たす変数変換式は、２体問題解析解の関数関係式となる。この関数関係式は、時間に代わる変数が導入され、時間に陰的な部分と陽的な部分の２部分で構成される。前者は基準面と軌道面の位置速度変数の関係が表され、後者は時間に代わる変数と時間の関係が表される。後者の関係式はケプラー方程式（ここでは、楕円の場合に限らず、総称として使用）と呼ばれる。変数変換式が非普遍となるのは、ケプラー方程式（および、同方程式を記述する時間に代わる変数によって表される軌道面の位置速度変数）が非普遍であるからである。現在、変数変換式に用いられたケプラー方程式の種類は、（１）楕円、（２）準円、（３）低傾斜角準円、そして（４）双曲線、の４通りである。ケプラー方程式は基本的に時間に代わる変数とそれを引数とする関数からなる。最初のケプラー方程式は、楕円離心近点角と正弦関数、２番目は楕円離心緯度引数と正弦および余弦関数、３番目は楕円離心経度と正弦および余弦関数、そして最後は双曲線離心近点角と双曲線正弦関数である。このように、変数変換式に用いられたケプラー方程式は準円や低傾斜角軌道は扱えるが、いずれも非普遍である。（＜注１＞正確には前述のとおり、最後の場合の軌道要素方程式が見当たらないゆえに、最後の場合のケプラー方程式は変数変換式として用いられていない

ことになる。<注２>２番目と３番目のケプラー方程式は、解法の立場では同形であるため同一視される。しかし、低傾斜角の困難回避か否かの立場では、両ケプラー方程式の変数および軌道要素の幾何学的意味が異なるため区別を要する）

要するに、普遍的な軌道要素方程式を導出するためには、ケプラー方程式（および、同方程式を記述する時間に代わる変数によって表される軌道面の位置速度変数）の非普遍性が解消されていなければならない。幸運にも、先行研究によりケプラー方程式の普遍化が完了している。現在までに普遍ケプラー方程式は、（１）Stiefel & Scheifele (1971)、（２）Battin (1987)、そして（３）Fukushima (1999)、の３本の提示がある。初めの２本でなされていなかった無次元化が、最後でなされた。最後の普遍ケプラー方程式は、普遍離心近点角とそれをひとつの引数とするバッティンの普遍関数（Battin 1987）からなる。バッティンの普遍関数は三角関数と双曲線関数の統一的扱いを可能とする。

軌道要素変化法で用いられる方程式の種類は、２表現（ラグランジュ表現とガウス表現）を持つ非正準と正準がある。本論文によって、これらすべてが普遍化された。非正準の導出は伝統的な手法（ラグランジュ括弧の利用および、摂動ポテンシャルの偏微分表示から直接摂動加速度表示）の踏襲によるが、新しく Fukushima (1999) の普遍ケプラー方程式（および、軌道面の普遍化された位置速度変数）の関数関係式を変数変換式として用いられた。正準の導出はドローネー要素を正準変換することによる。

普遍化された軌道要素方程式で用いられる（正準および非正準）軌道要素はすべて普遍性をもつ。非正準の場合、（q，λ，I，Ω，ω，L）である。ここで、qは近点距離、λはブルンナウのパラメーター（Colwell 1993）（採用理由は本論文２章前説参照）、Lは普遍平均近点角（Fukushima 1999）、そして残る要素（I，Ω，ω）はオイラー角である。非普遍（楕円）から普遍となった同格要素の移行は（a，M）→（q，L）である。ここで、aは楕円長半径、そしてMは楕円平均近点角である。正準の場合、（K，G，H；k，g，h）である。ここで、Kはケプラーエネルギー、k＝t－Tは近点通過時刻からの時間、そして残る要素（G，H；g，h）はドローネー要素と同じ意味でそれぞれ、Gは全角運動量、Hは角運動量ベクトルのｚ成分、ｇは近点引数、そしてｈは昇交点経度である。非普遍（楕円）から普遍となった同格要素の移行は（L；ℓ）→（K；k）となる。ここで、Lはドローネー要素のL、そしてℓは楕円平均近点角である。非正準の場合は移行要素に次元の同等性があるが、正準の場合はない。

軌道要素変化法はケプラー方程式を解くことが必須であるが、同方程式の閉じた解は知られていない。結果として軌道要素変化法は複雑となっている。平均近点角Mおよび時間ｔの代わりに離心近点角 E および Stiefel & Scheifele (1971) の時間要素 $\tau$ を用いることにより、ケプラー方程式を全く用いない軌道要素変化法が考案された（Fukushima 2008）。同法は楕円の場合に限定されていたが、同格要素を普遍化することにより、同法の普遍化が行えた（本論文 3.4 節参照）。この手法に基づき、簡単化された非保存摂動加速度の問題に対して、１次の摂動解（普遍解、放物線解）を与えた（本論文６章参照）。

本研究の成果により、各種の普遍的な軌道要素方程式が整備された。彗星軌道の木星による重力摂動問題（普遍関数を用いた摂動関数の展開）への取り組みが、今後の発展的課題である。一方、軌道要素方程式の普遍化に伴って現れた「混合永年項の困難」が、今後の回避的課題である。

## 博士論文の審査結果の要旨

太陽系の惑星運動に代表される、摂動を受けたケプラー運動の軌道変化を研究するためには、無摂動のケプラー運動において定数となる積分定数（軌道要素）が摂動によってどのように変化するかを表す方程式が古くラグランジュ、ガウスの頃より知られており、実際に使われてきた。この方程式は楕円軌道と双曲線軌道に対して全く異なる軌道要素を用いて表されている。しかるに実際の太陽系では、木星の摂動によって双曲線軌道から楕円軌道、あるいはその逆という軌道進化を行う天体が発見されており、これらに対しても適用可能な軌道要素の変化の方程式、つまり楕円、放物線、双曲線を問わずに普遍的に用いることができる軌道要素およびその変化の方程式が必要とされていた。

本学位論文出願者は以上の目的を達成するために、既知の軌道要素の変化の方程式の詳細な吟味を手始めとした研究を遂行した。そして結果としてまとめた本論文において下記の結果を得た。

1．普遍的な軌道要素の組を楕円軌道の場合の、軌道長半径 a 、離心率 e 、平均近点角 l の代わりに近点距離 $q = a(1-e)$ 、ブルンナウのパラメータ $\lambda = (1-e)/(1+e)$ 、および普遍平均近点角 L に置き換えることで定義した。こうすることで放物線軌道、双曲線軌道に対してもそのまま適用できる軌道要素になる。他方、軌道面の位置を決定する要素としては楕円軌道で用いられている軌道傾斜角 I 、昇交点経度 Ω 、および近日点引数 ω が引き続き採用された。これらの時間変化を表す要素変化の式はラグランジュ括弧式を用いる見通しの良い方法で導出された。最初に摂動が保存力で与えられる場合のラグランジュ流の要素変化の方程式を導き、その後に非保存力の場合も含むガウス流の方程式が導出された。軌道の普遍的表現に関しては Stiefel & Scheifele(1971)、 Battin(1987)、Fukushima(1999) らの先行研究があるものの、普遍的な要素の変化の方程式は文献に見あたらず歴史上初めてのことである。

2．得られた要素の変化の方程式を速度に比例する抵抗を受けたケプラー運動に応用して１次の摂動計算を行った結果、初期の放物線軌道が楕円軌道に移行する様が簡単な解析的表式によって表されることを確認した。この解析的表式は直接数値積分の結果とも比較され、導出された方程式群の正しさ並びに有用性が実証された。

3．それ自身正準共役な変数の組である、ドゥローネイ変数と呼ばれる要素の組を出発点として、普遍的な正準変数である要素の組、およびその変化の式を導出することに成功した。これは正準性という理論的に優れた性質を持つために、将来的に多くの応用を持つことが期待される。

以上のように、出願者の研究結果は放物線軌道に近いケプラー運動に対して多くの応用が期待される普遍的な軌道要素の変化の方程式を独力で導き、かつ実際にその応用例を示したものである。これは長い歴史を有する天体力学の軌道研究の分野において新しい地平を切り開いたものとして高く評価できる。