

氏 名 阿部 充志

学位（専攻分野） 博士（工学）

学位記番号 総研大乙第 193 号

学位授与の日付 平成 21 年 9 月 30 日

学位授与の要件 学位規則第 6 条第 2 項該当

学位論文題目 特異値分解を用いた磁場再構成・制御法と
核融合研究への応用に関する研究

論文審査委員 主 査 教授 松岡 啓介
教授 中島 徳嘉
教授 山崎 耕造(名古屋大学)
准教授 中村 祐司(京都大学)
教授 岡村 昇一

論文内容の要旨

(1) 緒言

電流分布を与えて、磁場分布を計算する過程とは逆の過程、即ち、磁場分布が与えられた場合に、その磁場分布を再現する電流分布やコイル形状を求める逆問題が本研究の課題である。核融合の実験研究では、トカマク装置において、計測した磁場からプラズマの断面形状を求めるポロイダル磁場の再構成(数十点の磁場計測値からポロイダル断面全体の磁場分布を再現)やプラズマの位置や断面形状を所定の値に調整するポロイダル磁場の負帰還制御において逆問題を解くことが必須となる。また、核融合装置を含む磁気応用機器の設計においても設計目標の磁場を発生できるようにコイル形状や位置を決める過程でも逆問題を解く。

逆問題を解く手段として、最小二乗法により目標の磁場を再現できる電流分布を求める方法もあるが、電流分布に大きな振幅が現れ、非実用的な解となることも多い。本研究では、この手段に特異値分解SVD(Singular Value Decomposition)を応用し、実用的な解が得られることを次の例で示す。(i)核融合分野の2次元問題で、トカマク装置のプラズマ断面形状の把握とポロイダル磁場の制御、(ii)3次元問題としてステラレータのモジュラーコイル設計である。さらに核融合分野以外への適用例として核磁気共鳴撮像装置(MRI)への応用を示す。

(2) 特異値分解の応用

いくつかのコイルなどで磁場が発生されていると、その磁場分布は各電流の線形結合で表されるので、与えられた位置の磁場を成分とするベクトル B と、各電流を成分に持つ電流ベクトル I との間に、 $B=AI$ のように応答行列 A が存在する。行列 A にSVDを使うと、 $A=\sum u_i \cdot \lambda_i v_i^t$ のように、磁場分布の直交基底 u_i 、電流分布の直交基底 v_i 、およびその両者の換算係数(Tesla/Ampere)である特異値 λ_i に分解でき、 u_i の磁場分布を発生する電流分布が v_i/λ_i となる。目標の磁場分布を発生する電流分布は固有モードの組み合わせで求める。この方法には次の2つの利点がある。(a)特異値 λ_i は各固有モードの単位電流当たりの磁場強度であるため、この特異値の大きな固有モードを選択すると、小電流で十分な磁場強度と精度の電流分布を求めることが出来る。(b)非正方の応答行列にも適用できるので、広い適用範囲となる。

(3) トカマク装置における磁場制御への応用

核融合研究の高度化は、閉じ込め用磁場分布を高精度に制御できる実験装置の建設と平行して進展している。そして核融合装置の大型化・超伝導化で、プラズマ容器である真空容器は強固な構造となり、低一周抵抗化の傾向にある。ITERでは真空容器の一周抵抗は初期プラズマ(電子温度10eV)抵抗の1/10程度に設計されている。このような条件下では真空容器に流れる誘導電流が安定な放電開始を妨害する可能性がある。そこで、低一周抵抗化

したHT-2トカマクで、ポロイダル磁場制御と磁場分布の再構成の高精度化にSVDを応用し、安定に放電開始出来ることを示した。

ポロイダル磁場分布再構成では、真空容器壁の誘導電流からポロイダル磁場への応答行列に SVD を適用し、真空容器電流の固有モードを得た。その大きさを、ポロイダル磁場コイル(PFC)やプラズマ電流と共に、計測磁場を再現するように最小2乗法で決めた。この電流でポロイダル断面全体の磁場分布を計算し再構成する。その結果、放電開始時の真空容器電流による磁場が PFC による磁場に比べて強い場合に於いても精度良くポロイダル磁場分布が再構成でき、低一周抵抗真空容器でも放電開始位置が把握できるように精度良くポロイダル磁場分布を再構成出来るようになった。

次に、HT-2の多変数制御型{ハイブリッド型とも言う}PFC(MPFC)を用いて、ポロイダル磁場の非干渉制御に適用した。PFC電流からプラズマ領域の磁束への応答行列にSVDを適用して得た固有モードから、特異値の大きな変流器、2極(垂直、水平磁場)、4極磁場成分に相当する固有モードを選択した。それらの固有モードの強度を磁気センサで検出し、負帰還制御した。SVDにより相互に独立しているので非干渉制御が実現した。その結果、前記の磁場分布の再構成で磁場分布を正確に把握し、それを元に磁場制御を調整することで、低一周抵抗真空容器での放電開始が安定に可能となった。

(4) 三次元磁場再構成手法とモジュラーコイル形状設計

さらに、準軸対称ステラレータ装置では、目的の磁場分布を発生できるように、3次元コイル(モジュラーコイル)形状を決める必要がある。この課題に対してDUCAS (Design tool Using Current potential And SVD)コードを開発した。P. Merkel開発の計算コードNESCOILと同様に、まず曲面上の電流分布を磁場を再現するように決め、その電流分布を離散化してコイル形状を得る。曲面上の電流は電流ポテンシャルの等高線に沿って流れる。NESCOILでは電流ポテンシャルをフーリエ展開で表したが、DUCASでは曲面を有限要素で構成し、その節点に電流ポテンシャルを割り当てた。これにより、任意の体系に適用できるという汎用性が得られた。

電流ポテンシャルから磁場分布への応答行列にSVDを適用し、固有モードを得て、その組み合わせで目的の磁場を再現できる面電流分布を得る。電流ポテンシャルの等高線に沿って導体を配置すれば離散化した目的のコイル形状となる。手法を確立する過程で、節点電流ポテンシャルの重み、初期電流ポテンシャルの導入の改良を行った。その目的は、電流ポテンシャルの局所的な集中を防ぎ、より製作容易なコイル形状を得ることである。

トロイダル磁場を作る初期電流ポテンシャルを導入し、その補正分をDUCAS計算で求める手法で、小型ステラレータCHS-qa計画のモジュラーコイルの形状を求めた。得られた面電流分布を使って磁力線追跡計算を行い、磁気面が精度良く再構成できることを確認した。さらに、等高線から20個の離散化モジュラーコイルの中心位置・形状を求めた。このコイルで計算した磁気面もプラズマ表面を良く再現した。磁場リップルを低減するためには、主半径外側でプラズマから離れた位置にコイルを配置するように、電流面を修正したコイ

ル形状も求めた。

他分野への応用の可能性を確認するために、MRI装置の傾斜磁場コイル設計に応用し、実際に十分耐えうる傾斜磁場コイルが設計できることを確認した。

(5) まとめ

本論文では、磁場分布から電流分布を解く逆問題について議論し、これを解く手段としてSVD利用が有効で、核融合装置での実験や機器設計に応用できることを示した。

電流から磁場への応答行列へ SVD を適用して電流分布と磁場分布のそれぞれの基底を持つ固有モードを得た。その組み合わせで電流分布を求めた。核融合実験分野の2次元磁場で、(a)ポロイダル磁場分布の再構成、(b)多変数制御型の PFC 電流を制御する非干渉ポロイダル磁場制御、の2つに適用して効果を確認し、低一周抵抗真空容器での放電を成功させた。また、ステラレータの3次元磁場分布を再現するモジュラーコイル設計に適用した結果、磁場を精度よく再現するコイル形状が得られた。この3次元手法(DUCAS)は他分野応用も可能で、核磁気共鳴撮像装置 MRI の傾斜磁場コイル設計に応用し、実用的に使えることも解った

博士論文の審査結果の要旨

本論文の内容は特異値分解という線形代数にもとづくスペクトル解析を核融合に応用したものである。物理量の時系列等を行列として表す時、特異値分解はデータに依存する直交基底（あるいはモード）を生成し、データの特長を失わずにノイズを低減できる（データの圧縮が可能）等、実用的なスペクトル分解をもたらす。本論文で議論されている研究課題は、磁場分布を与えてコイル電流分布を求めるという逆問題である。フーリエ展開等を用いる方法に比べて、特異値分解によると、出力（磁場ベクトルのノルム）／入力（電流ベクトルのノルム）が最大になる。即ち、ノイズの低減・データ圧縮が得られるという意味で、特異値分解の有用性が研究分野に活用されている。

特異値分解が核融合分野において適用され始めたのは 1990 年代であるが、申請者はほぼ同時期に日立製作所の HT-2 トカマクにおいて、プラズマ電流の立ち上げや平衡制御を改善するために同手法をポロイダルコイル系の電流制御に適用した。当時の真空容器の構造は、世界的に真空容器のトロイダル方向一周抵抗を下げる傾向にあった。そのために先ず、HT-2 トカマクの真空容器を低一周抵抗（0.3 ミリオーム）化した。この抵抗値は、当時世界の大型・中型トカマクにおけるオーミック電流立ち上げと比較して最もきびしい状況をもたらしたため、プラズマを立ち上げるためには真空容器に流れる誘導電流がプラズマに与える影響についての詳細な解析が必要とされた。申請者は、ポロイダル磁場の測定値と真空容器電流分布との関係を特異値分解することによって、真空容器電流分布の基底を得、結果的にプラズマ中にヌル点を形成することにより、低い一周電圧での電流立ち上げに成功した。その成果を踏まえ、多変数制御型のポロイダルコイル電流制御において、各コイル電流からプラズマ表面のポロイダル磁場への応答行列を特異値分解し、磁場分布とコイル電流分配を対応付ける基底関数系を求め、これによりプラズマ位置や断面制御等の制御を干渉無しに行った。特異値分解を用いて、低一周抵抗真空容器に流れる誘導電流を評価した上で、ポロイダル磁場の非干渉制御を行ったのは、日本においては初めてであり、インパクトのある成果と言える。

次に、準軸対称ステラレータのモジュラーコイル設計に適用した。これまでマックスプランク・プラズマ物理研究所のメルケル博士達により行われていた手法はフーリエ級数展開を用いる方法であった。申請者は、コイルを設置すべき曲面を有限要素に分割し、その節点における電流ポテンシャルから磁場分布への応答行列に対して特異値分解を行い、その基底系の組み合わせにより目標とする磁場分布を与える電流ポテンシャル分布を得た。基底系が物理的に重要な主要項から順番に現れるという特異値分解の特長により、結果として無用なコイル変形を抑制でき、得られたコイルによる誤差磁場を従来の値よりも約 1 桁以上小さくすることが出来た。モジュラーコイルの設計に、節点での電流ポテンシャルを用いて特異値分解を適用したのは世界で最初である。ここで開発された磁場入力・面電流出力コードは DUCAS と名付けられている。

核融合で培われた成果の発展として、DUCAS コードに改良を加えた後、オープン型の MRI（核磁気共鳴画像法）用傾斜磁場のコイル設計に用いた。その結果、必要な磁場精度の確保、また漏洩磁場の抑制を実現し、製作可能な電流分布を持つ MRI 装置の設計に成功した。

この成果は商品化につながり、これもインパクトのある成果と言える。

このように、本論文は、特異値分解を用いた先駆的な研究成果を記述しており、博士（工学）の学位を授与するのに十分な内容である。