

# レーザープラズマ加速による高品質電子 ビームの発生に関する研究

吉玉 仁

総合研究大学院大学  
高エネルギー加速器科学研究科  
加速器科学専攻

2010

## 論文要旨

近年、レーザープラズマ加速器の研究は進み、その高い加速勾配と従来の高周波加速器では不可能な高品質ビームを利用する小型 X 線自由電子レーザー等への応用が期待されている。プラズマ波を励起してウェーク場を作るには高強度のレーザーパルスが必要だが、レーザーの焦点から遠ざかると回折によりレーザーの強度が低下してしまいウェーク場を作ることができなくなる。このことにより加速距離が制限され、エネルギー利得は高々 100MeV 程度に留まっていたが、キャピラリーを使った光ガイディングにより焦点付近の高強度状態を保ったまま回折させずにレーザーパルスを伝播させることによってこの制限を克服することができ、3cm のキャピラリーを用いて 1GeV の加速が実現している。しかし、レーザー及びプラズマのパラメーターと生成される電子ビームのエネルギー広がり、エミッタンス、バンチ長、電荷量等のビーム品質との関係はいまだ十分に研究がなされていない。そこで、本論文はレーザーとプラズマの相互作用を扱うために PIC シミュレーションを用い、高品質電子ビームを実現するプラズマ加速器の開発と小型のシンクロトロン放射光源に応用可能な高品質電子ビームパラメーターの生成条件に関する研究について述べる。

まず、ガスフィル型放電キャピラリーを開発し、それを用いた光ガイディング実験を行い、生成されるプラズマチャネルによる光ガイディングを実証した。次に、キャピラリーによる電子加速で、高品質な電子ビームを生成するために、Particle in Cell(PIC) シミュレーションでレーザープラズマ加速による電子ビームの品質とレーザー及びプラズマパラメーターを探索し、キャピラリープラズマチャネルが高品質化に有効であることを見出した。

キャピラリーの作成では生成されるプラズマチャネルを光ガ

イディング実験により調査した。作成したキャピラリー内で水素ガスの放電を行いガイディングに最適な時刻にレーザーパルスを入射したところ、光ガイディングが観測され、非局所熱平衡モデルをこの結果に当てはめて電子密度プロファイルを計算し、**GeV** 級の電子加速に使用可能であることが判明した。

シミュレーションはガスジェットの場合とキャピラリーの場合の 2 種類について行った。一様分布の場合プラズマ電子密度、スポット半径、パルス幅をそれぞれ変化させ、密度分布がある場合はパルス幅を変化させて生成される電子ビームのエネルギー、エネルギー広がり、電荷量、エミッタンス、バンチ長の各パラメーターに対する依存性を調べた。その結果、電子ビームを高品質化するための条件が判明した。

本研究では、ガスフィル型キャピラリーの作成を行い、生成されるプラズマチャネルの特性を分析した。その結果、電子加速に使用できることが判った。更にシミュレーションでは各パラメーターと電子ビームパラメーターとの関係が判明した。本研究で得られたビームパラメーターは軟 X 線自由電子レーザーに応用可能であると言える。





# 目次

第 1 章	序論	17
第 2 章	レーザープラズマ加速の理論	23
2.1	線形プラズマ波の理論 . . . . .	23
2.1.1	基礎方程式 . . . . .	23
2.1.2	ポンデロモーティブ力 . . . . .	26
2.1.3	レーザーウェーク場加速器のエネルギー利得 . . . . .	30
	回折長限界 (Diffraction limitation) . . . . .	30
	位相すべり限界 (Dephasing limitation) . . . . .	32
	ポンプ消耗限界 (Pump depletion limitation) . . . . .	33
2.2	非線形プラズマ波の理論 . . . . .	34
2.2.1	基礎方程式 . . . . .	34
2.2.2	非線形プラズマ波でのエネルギー利得 . . . . .	38
2.2.3	バブル構造をとる非線形プラズマ波 . . . . .	39
	相対論的空洞内の電磁場 . . . . .	40
	バブルの形状 . . . . .	44
	電子の捕捉 . . . . .	46
	電子捕捉の反応断面積 . . . . .	48
	加速された電子のエネルギー利得 . . . . .	52
	加速された電子のベータトロン振動 . . . . .	55

第 3 章	レーザープラズマ加速器の開発	57
3.1	光ガイディング . . . . .	57
3.1.1	相対論的光ガイディング . . . . .	59
3.1.2	プラズマ密度チャネル . . . . .	61
3.2	ガスジェットを用いたプラズマ加速 . . . . .	64
3.3	キャピラリーを用いたプラズマ加速器 . . . . .	66
3.4	キャピラリーの作成 . . . . .	69
3.5	キャピラリーの組み立て . . . . .	72
3.6	キャピラリー実験装置 . . . . .	80
3.6.1	ガス供給系 . . . . .	80
3.6.2	キャピラリー放電回路 . . . . .	82
3.6.3	光ガイディング実験 . . . . .	88
第 4 章	レーザープラズマ加速実験	93
4.1	セットアップ . . . . .	93
4.2	電子の加速エネルギースペクトルの測定 . . . . .	97
4.3	ポンプ消耗距離の測定 . . . . .	100
4.4	側方散乱による入射位置の測定 . . . . .	101
第 5 章	レーザープラズマ加速のシミュレーション	105
5.1	基礎方程式 . . . . .	105
5.2	マクロ粒子 . . . . .	108
5.3	電流密度 . . . . .	110
5.4	Maxwell 方程式の差分化 . . . . .	112
5.5	電磁場の境界条件 . . . . .	113
5.6	ムービングウィンドウ (Moving window) . . . . .	117
5.7	シミュレーションパラメーター . . . . .	119
5.7.1	二次元と三次元との違い . . . . .	120
5.8	レーザープラズマ加速実験のシミュレーション . . . . .	122

---

5.9	高品質ビームの発生条件の探索 . . . . .	131
5.9.1	一様プラズマの場合 . . . . .	131
	プラズマ電子密度に関する依存性 . . . . .	131
	スポット半径に関する依存性 . . . . .	142
	パルス幅に関する依存性 . . . . .	150
5.9.2	プラズマ密度チャネルがある場合 . . . . .	155
5.9.3	高品質電子ビームの発生についての考察 . . . . .	163
第 6 章	結論	165
付録 A	ハウジング図面	167
付録 B	放電回路ボックス図面	183
付録 C	タイミング回路	187
付録 D	PIC シミュレーション	189
D.1	運動方程式の差分化 . . . . .	189
D.2	Maxwell 方程式の差分化 . . . . .	191
D.3	電磁場の境界条件 . . . . .	192
参考文献		199
謝辞		203



# 目次

2.1	プラズマ中における電磁波の分散関係 . . . . .	25
2.2	パルス幅 . . . . .	30
2.3	スポット半径と Rayleigh 長 . . . . .	31
2.4	非線形プラズマ波のポテンシャルと電場 . . . . .	37
2.5	静止している帯電球内の場 . . . . .	40
2.6	速度 $v_0$ で運動するキャビティ . . . . .	41
2.7	運動しているキャビティ内の場 . . . . .	43
2.8	バブルの形状 . . . . .	44
2.9	バブルの半径 $R$ とスポット半径 $r_0$ . . . . .	45
2.10	球対称でない電子密度分布 . . . . .	49
2.11	バブルに捕捉される電子の軌跡 . . . . .	50
2.12	軌跡の発散 . . . . .	51
2.13	エネルギースケリング則 . . . . .	54
3.1	屈折率分布による光の集光 . . . . .	58
3.2	相対論的光ガイディング . . . . .	59
3.3	マッチング半径 $r_M$ とチャネル半径 $r_{ch}$ . . . . .	63
3.4	レーザー場による電離 . . . . .	65
3.5	ガスジェットの概念図 . . . . .	66
3.6	アブレーションキャピラリー . . . . .	67
3.7	動径方向のプラズマ電子密度分布 . . . . .	68

3.8	フェムト秒レーザーによるアブレーション加工 . . . . .	70
3.9	レーザー加工のセットアップ . . . . .	72
3.10	サファイアブロックの加工 . . . . .	72
3.11	キャピラリーと電極 . . . . .	73
3.12	キャピラリーを固定したホルダー . . . . .	74
3.13	電極を構成する部品 . . . . .	76
3.14	挿入した電極 . . . . .	76
3.15	キャピラリーに加わる余分な力を吸収する構造 . . . . .	77
3.16	エンドキャップの装着 . . . . .	78
3.17	キャピラリー使用時の様子 . . . . .	79
3.18	ハウジングの概観図 . . . . .	79
3.19	電動ステージに固定したハウジング . . . . .	80
3.20	ガスを供給する配管図 . . . . .	81
3.21	ガスの配管 . . . . .	82
3.22	放電回路図 . . . . .	83
3.23	各電圧における電流波形 . . . . .	84
3.24	電流-電圧特性 . . . . .	85
3.25	ガイディング実験におけるタイミングチャート . . . . .	87
3.26	光ガイディング実験のセットアップ図面 . . . . .	89
3.27	キャピラリー出口でのスポットサイズ . . . . .	91
3.28	$t=440\text{ns}$ における $x$ 方向のレーザープロファイル . . . . .	92
3.29	$t=440\text{ns}$ における $y$ 方向のレーザープロファイル . . . . .	92
4.1	チャープパルス増幅法 . . . . .	94
4.2	光伸張器 . . . . .	95
4.3	光圧縮器 . . . . .	95
4.4	SILEX-I のレイアウト . . . . .	96
4.5	電子ビームのスペクトル . . . . .	98
4.6	P[TW] . . . . .	99

4.7	ポンプ消耗距離と Thomson 散乱の位置次元強度分布 . . .	101
4.8	捕捉された電子のシンクロトロン放射 . . . . .	102
4.9	側方散乱と入射位置 . . . . .	103
5.1	リープフロッグ図 . . . . .	108
5.2	格子点での重み . . . . .	112
5.3	形状因子 . . . . .	113
5.4	Yee セルに基づいた格子 . . . . .	114
5.5	移動するシミュレーション領域 . . . . .	118
5.6	2D シミュレーションと 3D シミュレーションのプラズマ 電子密度分布 . . . . .	121
5.7	2D シミュレーションと 3D シミュレーションのエネルギー スペクトル . . . . .	122
5.8	レーザープラズマ加速実験の密度分布 . . . . .	123
5.9	$a_0$ を変化させたときの電子密度分布 . . . . .	124
5.10	$a_0$ を変化させたときの電子の加速エネルギースペクトル .	125
5.11	バブルが変形していく過程 . . . . .	127
5.12	自己入射位置の $a_0$ に関する依存性 . . . . .	129
5.13	シミュレーションでの最大エネルギーと準単色エネルギー	130
5.14	プラズマ電子及び He イオン密度の密度分布 . . . . .	132
5.15	位相すべりを起こす距離だけ進んだときのプラズマ電子密 度分布 . . . . .	133
5.16	位相すべりを起こす距離だけ進んだときのエネルギースペ クトル . . . . .	134
5.17	$a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 4.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ のプラズマ電子密度分布 .	135
5.18	位相すべりを起こす距離のプラズマ電子密度に関する依存性	136
5.19	位相速度と第 1 ウェーク場の波長 . . . . .	137
5.20	補正されたエネルギー利得 . . . . .	138
5.21	ビームパラメーターのプラズマ電子密度に関する依存性 . .	140

5.22	加速電場の比較 . . . . .	141
5.23	プラズマ電子及び He イオン密度がレーザー伝播軸方向に 沿って一様な矩形の密度分布 . . . . .	143
5.24	位相すべりを起こすまで進んだときのプラズマ電子密度分布	144
5.25	位相すべりを起こすまで進んだときのエネルギースペクトル	145
5.26	ビームパラメーターのスポット半径に関する依存性 . . . . .	147
5.27	$R$ のスポット半径に関する依存性 . . . . .	148
5.28	理論とシミュレーションでの電荷量の比較 . . . . .	149
5.29	プラズマ電子及び He イオン密度がレーザー伝播軸方向に 沿って一様な矩形の密度分布 . . . . .	150
5.30	位相すべりを起こすまで進んだときのプラズマ電子密度分布	151
5.31	位相すべりを起こすまで進んだときのエネルギースペクトル	152
5.32	ビームパラメーターのパルス幅に関する依存性 . . . . .	153
5.33	第 1 ウェーク場の波長と第 2 ウェーク場の波長 . . . . .	154
5.34	ウェーク場の波長のパルス幅に関する依存性 . . . . .	155
5.35	プラズマ密度分布 . . . . .	156
5.36	$a_0 = 3.0$ 、 $n_0 = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、 $\Delta n_{ch} = 0.3n_0$ のときのプ ラズマ電子密度分布 . . . . .	157
5.37	$a_0 = 3.0$ 、 $n_0 = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、 $\Delta n_{ch} = 0.3n_0$ のときのエ ネルギースペクトル . . . . .	158
5.38	ビームパラメーターのパルス幅に関する依存性 . . . . .	159
5.39	ウェーク場の長さのパルス幅に関する依存性 . . . . .	160
5.40	入射位置と位相すべりを起こす位置 . . . . .	161
5.41	2 ビーム運転のエネルギースペクトル . . . . .	162
A.1	ハウジング本体 . . . . .	168
A.2	エンドキャップ . . . . .	169
A.3	左電極ホルダー . . . . .	170
A.4	右電極ホルダー . . . . .	171



---

A.5	右電極スペーサー . . . . .	172
A.6	キャピラリースリーブ . . . . .	173
A.7	キャピラリーホルダー A . . . . .	174
A.8	キャピラリーホルダー B . . . . .	175
A.9	左外部電極 . . . . .	176
A.10	左内部電極 . . . . .	177
A.11	右外部電極 . . . . .	178
A.12	右内部電極 . . . . .	179
A.13	高電圧コネクタ . . . . .	180
A.14	ケーブルクランプ . . . . .	181
B.1	放電回路ボックス図面 . . . . .	184
C.1	タイミング回路 . . . . .	188



# 表目次

2.1	実験データ . . . . .	55
3.1	フィットパラメーター . . . . .	68
3.2	各絶縁体の物性表 . . . . .	71
5.1	最適なビームパラメーター . . . . .	164
B.1	回路部品の仕様表 . . . . .	185



# 第 1 章

## 序論

レーザープラズマ加速のはじまりは 1979 年に Tajima と Dawson がプラズマ進行波加速を提唱したことである [1]。その後、チャープパルス増幅法が発見され TW レーザーが発達したことによりレーザープラズマ加速は飛躍的に発展した [2]。多数の実験で電子加速が観測され [3]-[11]、レーザーウェーク場加速、プラズマウェーク場加速そしてプラズマビート波が実験的に示された。プラズマを使用した加速器はその大きな加速勾配により注目を集めている。従来の RF 加速器では、加速電場が大きくなると加速空洞の内壁がブレイクダウンを起こすため、加速勾配は高々 100MV/m であった。しかし、プラズマを用いた加速器ではそのような制限は無く、RF 加速空洞の 1000 倍以上の電場を作ることが出来る。

プラズマを用いた加速器は大きく 2 つに分けられ、電子ビームでプラズマ波を励起するプラズマウェーク場加速器 (Plasma WakeField Accelerator: PWFA) とレーザーパルスでプラズマ波を励起するレーザープラズマウェーク場加速器 (Laser WakeField Accelerator: LWFA) がある。

レーザーウェーク場加速では高強度 ( $\geq 10^{18} \text{W/cm}^{-2}$ )、短パルス ( $\leq 1 \text{ps}$ ) のレーザーパルスによってウェーク場が作られる。レーザーパルスのパルス幅がプラズマ波長と同程度のとき最も効率よくウェーク場が励起される。レーザーウェーク場加速の一次元の非線形理論は Bulanov、Sprangle、

Ting そして Bereziani らによって研究され [12]-[15]、二次元の非線形理論は Sprangle によって研究された [16]-[17]。

レーザーウェーク場は Hamster によって行われた実験で確認された [18]。この実験ではパルス幅 100fs、密度  $2 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$  のプラズマで 4.6THz のウェーク場の電子プラズマ電流による放射が観測された。その他にも高強度レーザーパルスによるプラズマ波の発生は Marques によってパルス幅 120fs、強度  $3 \times 10^{17} \text{W/cm}^2$ 、プラズマ密度  $10^{17} \text{cm}^{-3}$  を使った実験で観測されている。お互いにプラズマ波長の 1.5 倍の距離で隔てられた 1 組のプローブパルスがプラズマ波を観測するのに使用され、プラズマ密度の 30% から 100% の摂動を持ったプラズマ波が観測された。

電子加速の観測では Joshi が前方 Raman 散乱を用いて行っており、これは 700ps、強度  $10^{15} \text{W/cm}^2$  の長パルスを炭素薄膜に照射して 1.4MeV の電子を観測した [3]。また、Nakajima がパルス幅 1ps、強度  $10^{17} \text{W/cm}^2$  の短パルスを密度  $\simeq 10^{19} \text{cm}^{-3}$  のプラズマに入射し、17MeV 以上に加速された電子を観測し [8]、Modena は自己捕捉された 44MeV 以上の電子ビームをパルス幅 1ps、強度  $5 \times 10^{18} \text{W/cm}^2$  のレーザーを密度  $1.5 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$  のプラズマに入射することで発生させている [10]。

Meyer-ter-Vehn と Pukhov により高強度レーザーパルスによるバブル理論 (ブローアウト理論) と呼ばれる三次元非線形プラズマ波の理論がコンピュータシミュレーションにより研究された [19]。これは従来の一次元非線形プラズマ波とは異なり、準単色の電子ビームを生成することが可能であった。その後 Kostyukov、Gordienko、Lu 等がバブル理論を解析的に研究し、それぞれ独立にスケーリング則を与えている。

それまでのレーザープラズマ加速では生成される電子ビームはエネルギー広がりが大きく、また殆どの電子は低エネルギー側に分布していた。しかし 2004 年、Mangles、Geddes、Faure 等によりガスジェットを用いた準単色の電子ビームが生成された。Mangles はレーザー出力 13TW、プラズマ電子密度  $2.0 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$  のヘリウムガスジェットでエネルギー 70MeV、エネルギー広がり  $\pm 3\%$ 、Geddes はレーザー出力 9TW、プラズ

マ電子密度  $1.9 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$  の水素ガスジェットでエネルギー 86MeV、エネルギー広がり  $\pm 2\%$ 、Faure はレーザー出力 30TW、プラズマ電子密度  $2.0 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$  のヘリウムガスジェットでエネルギー 170MeV、エネルギー広がり  $\pm 12\%$  の準単色ビームを発生させた。

プラズマを用いた加速方法は加速勾配が大きいが加速距離が短いためエネルギー利得が 100MeV のオーダーに留まっている。加速距離に関する制限は複数あるが、レーザーの集光点付近でしか大きな加速勾配を得られないことが大きな問題である。この問題を克服するために光ガイディングが提案された [32]。キャピラリーを用いたプラズマ密度チャネルによる光ガイディングが有力視されており、主にアブレーション型 [33] とガスフィル型 [34] の 2 種類があり、前者では Kameshima が長さ 4cm、直径  $500 \mu\text{m}$  のアクリル製キャピラリーを用いてレーザー出力 24TW、プラズマ電子密度  $1.9 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  でピークエネルギー 560MeV、エネルギー広がり 1.2%r.m.s.、電荷量 10fC の電子ビームを生成した [35]。後者では Leemans が長さ 3.3cm、直径  $310 \mu\text{m}$  のサファイアガラス製キャピラリーを用いてレーザー出力 40TW、プラズマ電子密度  $4.3 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、でピークエネルギー 1GeV、エネルギー広がり 2.5%r.m.s.、発散角 1.6mrad、電荷量 30pC の電子ビームを生成した。ガイディング後のレーザーパルススポット半径は  $r_x = 31 \mu\text{m}$ 、 $r_y = 34 \mu\text{m}$ 、ピーク強度は  $3 \times 10^{18} \text{W/cm}^2$  から  $1.2 \times 10^{18} \text{W/cm}^2$  に減少した [36]。

最近ではレーザープラズマ加速を用いた X 線自由電子レーザーが注目を集めている [37]-[40]。従来の RF 加速器では加速距離及びアンジュレーターが km のオーダーだったものがレーザープラズマ加速器を用いることで加速距離を cm、アンジュレーターを m のオーダーに縮小することができる。またレーザープラズマ加速はコンパクト性だけでなく、従来の加速器では不可能な fs オーダーの電子バンチを作り出せるため次世代の放射光源として期待されている。Schlenvoigt は出力 5TW のレーザーパルスでヘリウムガスジェットに入射し、エネルギー 64MeV、エネルギー広がり 5%、電荷量 28pC、エミッタンス  $1.3\pi \text{mm mrad}$  の電子ビームを生成

し、それを長さ 1m、周期 2cm、アンジュレーターパラメーター 0.6 のアンジュレーターを通過させ波長 680nm のアンジュレーター放射光の発生に成功している [39]。Fuchs は出力 20TW のレーザーパルスを手素ガスを封入したガスセルに入射し、 $8.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の水素プラズマでエネルギー 210MeV、エネルギー広がり 4.2%、電荷量 7pC、バンチ長  $3\mu\text{m}$ 、エミッタンス  $0.8\pi \text{mm mrad}$  の電子ビームを生成し、PMQ レンズでエネルギーを選別した後、エネルギーが 200-220MeV の電子ビームのみを長さ 30cm、周期 5mm、アンジュレーターパラメーター 0.55 のアンジュレーターに通過させ、波長 13.5nm の軟 X 線領域アンジュレーター放射光を生成した [40]。

レーザープラズマ加速のエネルギー利得は加速勾配と加速距離で決まり、加速距離は後述の回折限界、位相すべり限界そしてポンプ消耗限界によって制限される。このうち最も加速距離を制限する回折限界は前述のキャピラリー光ガイディングによって解決することができる。また位相すべり限界はプラズマ電子密度を低くすることで、ポンプ消耗限界はパルス幅を伸ばすことが解決策として挙げられている。しかしエネルギー広がり、エミッタンス、バンチ長、電荷量に関しては、それらを向上させるためのレーザーパラメーター及びプラズマパラメーターに関する依存性についての研究は充分に行われていない。そこで高品質電子ビームを実現するプラズマ加速器の開発とコンパクトなシンクロトロン放射光源に応用可能な高品質電子ビームパラメーターの生成条件の探索を本研究の目的とする。例えば波長 13.5nm の軟 X 線 FEL に必要なビームパラメーター<sup>\*1</sup>であるエネルギー 243MeV、エネルギー広がり 0.4%、エミッタンス  $7\pi$  mm mrad、バンチ長 10fs、ピーク電流 10kA を目標とし、これを生成するためのレーザーパラメーター及びプラズマパラメーターの探索を行う。

本研究では主にガスフィル型キャピラリーの開発と放電キャピラリーブ

---

<sup>\*1</sup> アンジュレーター長 1.1m、周期 5mm、アンジュレーター磁場 1T を使用したときのもの。



ラズマチャネルによる光ガイドイングの実証及び PIC シミュレーションを用いた高品質電子ビーム発生条件の探索を行った。そしてその結果、開発したキャピラリーが **GeV** 級の加速実験に使用可能であることを明らかにし、また波長 **13.5nm** の軟 **X** 線 **FEL** を発生させることができる高品質電子ビームの発生条件を明らかにする。

本論文の構成は第 2 章でレーザープラズマ加速の理論、第 3 章でキャピラリーレーザープラズマ加速器の開発、第 4 章でレーザープラズマ加速実験、第 5 章でレーザープラズマ加速のシミュレーション、そして第 6 章が結論である。



## 第 2 章

# レーザープラズマ加速の理論

本章ではレーザープラズマ加速の理論について述べる。初めにレーザーとプラズマの相互作用が弱く、電子の運動が非相対論的で線形理論が成り立つ場合について述べ、次にレーザーとプラズマの相互作用が強く、電子の運動が相対論的な一次元非線形プラズマ波の理論が成り立つ場合について論じ、最後に三次元の非線形プラズマ波であるバブル機構について述べる。

## 2.1 線形プラズマ波の理論

### 2.1.1 基礎方程式

プラズマとは一般的に気体分子が陽イオンと電子に分かれて自由に運動している状態を指す。プラズマ電子はイオンから引力を受けるためイオンの方向に引き戻されるが、オーバーシュートして調和振動を起こす。この振動はプラズマ振動と呼ばれ、電子密度にのみ依存する。次にプラズマ振動数を求めるために、密度  $n$  の一様プラズマ中にプラズマ電子密度の摂動が生じた場合を考える。平衡状態でのプラズマ電子密度を  $n_e$ 、プラズマ電子密度の摂動を  $\delta n$  とすると

$$n = n_e + \delta n \quad (2.1)$$

となる。 $e$  を素電荷、 $m_e$  を電子の質量、 $\vec{v}_e$  を電子の速度、 $\vec{E}$  を電場とすると、連続の式は CGS Gauss 単位系を用いて

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{v}_e) = 0 \quad (2.2)$$

であり、これに式 (2.1) を代入すると

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_e = -\frac{1}{n_e} \frac{\partial \delta n}{\partial t} \quad (2.3)$$

となる。ここで  $\vec{\nabla} n_e = \vec{\nabla} \delta n = \delta n (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_e) = 0$  とした。このときのプラズマ電子の運動方程式は

$$m_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = -e\vec{E} \quad (2.4)$$

であり、両辺で  $\vec{\nabla}$  との内積を取ると

$$m_e \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_e) = -e\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = e\Delta\phi \quad (2.5)$$

であり、ここに式 (2.3) を代入すると

$$\frac{m_e}{n_e} \frac{\partial^2 \delta n}{\partial t^2} = -e\Delta\phi \quad (2.6)$$

となる。プラズマ電子密度の摂動によって生じたポテンシャルはポアソン方程式

$$\Delta\phi = 4\pi e\delta n \quad (2.7)$$

を満たす。これに式 (2.6) を代入すると

$$\frac{\partial^2 \delta n}{\partial t^2} = -\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e} \delta n = \omega_p^2 \delta n \quad (2.8)$$

となり、プラズマ電子密度の摂動は振動数  $\omega_p$  で単振動をすることが解る。この

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}} \quad (2.9)$$

をプラズマ振動数と言う。

プラズマ波の位相速度は最小入射エネルギー、最大エネルギー利得及び後述の脱位相距離を見積もるのに重要である。PWFA の場合、位相速度  $v_p$  はドライブ電子ビームの速度  $v_b$  に等しく、LWFA の場合、 $v_p$  はレーザーパルスの群速度  $v_g$  に等しい。線形領域では、プラズマ中のレーザーパルスの群速度は Fig.2.1 に示す分散関係

$$\omega_L^2 = c^2 k_L^2 + \omega_p^2 \quad (2.10)$$

によって決まる。ここで  $\omega_L$ 、 $k_L$  はそれぞれレーザーの角振動数及び波数である。これより

$$v_g = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2}} \quad (2.11)$$

$$\gamma_g = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_g^2}{c^2}}} = \frac{\omega_L}{\omega_p} \quad (2.12)$$

となる [45]。ここで  $\gamma_g$  はプラズマ群速度に関する相対論的  $\gamma$  因子である。

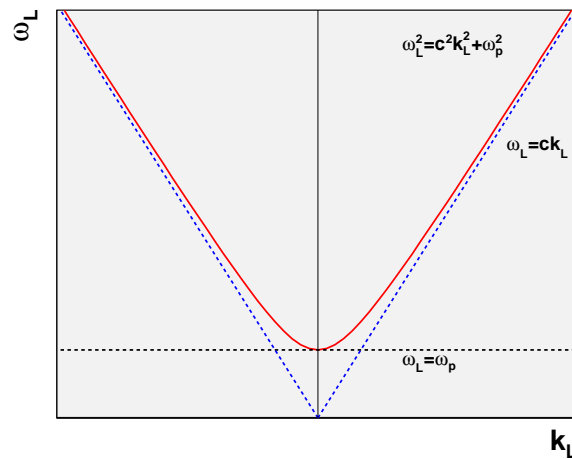


Fig.2.1: プラズマ中における電磁波の分散関係

プラズマは光速に近い位相速度を持つ大きな静電場の波を作ることが可能であり、そのような波を使って電子を加速する。線形領域では、プラズ

マ波のレーザー伝播軸方向の静電場は

$$E_z = E_0 \sin \omega_p \left( \frac{z}{v_p} - t \right) \quad (2.13)$$

と書くことが出来る。振幅  $E_0$  は平衡状態のプラズマ電子密度を  $n_{eq}$  とすると Poisson 方程式  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi e(n_{eq} - n_e)$  を使って見積もることができ、

$$\frac{\omega_p}{c} E_0 = 4\pi e n_e \quad (2.14)$$

となる。非相対論的なプラズマ波の最大電場は

$$E_0 [\text{V/cm}] = \frac{m_e \omega_p c}{e} \simeq 0.96 n_e^{1/2} [\text{cm}^{-3}] \quad (2.15)$$

となる [45]。例えば  $n_e = 1.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  とすると、 $E_0 \simeq 100 \text{GV/m}$  となる。

### 2.1.2 ポンデロモーティブ力

プラズマ中の1つの電子の運動について考える。プラズマ中に  $z$  軸方向に伝播するレーザーパルスが入射されたとき、そこにある電子の非相対論的な運動方程式は磁場を  $\vec{B}$  とすると

$$m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e(\vec{E} + \frac{\vec{v}_e}{c} \times \vec{B}) \quad (2.16)$$

である。電場を  $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x \cos(k_L z - \omega_L t)$  とすると。電子が  $x$  方向に振動する速度は

$$v_x = -\frac{eE_0}{m_e \omega_L} \sin(k_L z - \omega_L t) = -v_q \sin(k_L z - \omega_L t) \quad (2.17)$$

となる。この  $v_q = eE_0/m_e \omega_L$  を電子の振動の速度 (quiver velocity) と言う。

ここで電子の静止エネルギーで規格化されたベクトルポテンシャル (レーザー強度パラメーター) を

$$\vec{a} \equiv \frac{e\vec{A}}{m_e c^2} \quad (2.18)$$

と定義しておく。ここで  $\vec{A} = A_0 \vec{e}_x \cos(k_L z - \omega_L t)$  はレーザーパルスのベクトルポテンシャルであり、 $\phi$  をスカラーポテンシャルとすると電場とは

$$\vec{E} = \vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (2.19)$$

の関係があるので、真空中では  $E_0 = \omega A_0 / c$  となる。よって式 (2.18) は

$$a_0 = \frac{eA_0}{m_e c^2} = \frac{eE_0}{m_e \omega_L c} \quad (2.20)$$

と書き換えられる。レーザー強度と電場は

$$I = \frac{c}{8\pi} |\vec{E}|^2 \quad (2.21)$$

の関係があるため式 (2.20) はレーザー強度  $I$  と波長  $\lambda_L$  を使って

$$a_0 = \sqrt{\frac{2e^2 \lambda_L^2 I}{\pi m_e^2 c^5}} \simeq 8.6 \times 10^{-10} \sqrt{I} \lambda_L [\mu m] [W/cm^2] \quad (2.22)$$

と書くことが出来る [48]。また先ほどの電子の振動の速度を使うと

$$a_0 = \frac{v_q}{c} \quad (2.23)$$

となる。これよりレーザー場の相対論的  $\gamma$  因子は電子の振動の速度を使って

$$\gamma_L = \sqrt{1 + a_0^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{v_q}{c}\right)^2} \quad (2.24)$$

と書くことができる。

式 (2.16) の電子の速度の摂動について考える。電子の速度を

$$\vec{v}_e = \vec{v}_q + \delta \vec{v} \quad (2.25)$$

と書き直し、また式 (2.16) の左辺を

$$m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = m_e \left[ \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_e \right] \quad (2.26)$$

とすると、式 (2.16) は

$$m_e \frac{\partial \vec{v}_q}{\partial t} + m_e \frac{\partial(\delta \vec{v})}{\partial t} = -m_e(\vec{v}_q \cdot \vec{\nabla})\vec{v}_q - e\vec{E} - e\frac{\vec{v}_q}{c} \times \vec{B} \quad (2.27)$$

となる。ここで  $(\delta \vec{v} \cdot \vec{\nabla})\delta \vec{v} = (\delta \vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}_q \simeq 0$  及び  $\delta \vec{v}/c \simeq 0$  とした。

$$m_e \frac{\partial \vec{v}_q}{\partial t} = -e\vec{E} \quad (2.28)$$

はレーザー電場による横方向の振動を表し、残りの項

$$m_e \frac{\partial(\delta \vec{v})}{\partial t} = -m_e(\vec{v}_q \cdot \vec{\nabla})\vec{v}_q - e\frac{\vec{v}_q}{c} \times \vec{B} \quad (2.29)$$

は  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = (m_e c/e)\vec{\nabla} \times \vec{a}$ 、 $\vec{v}_q = c\vec{a}$  を用いると

$$m_e \frac{\partial(\delta \vec{v})}{\partial t} = -m_e c^2 [(\vec{a} \cdot \vec{\nabla})\vec{a} + \vec{a} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a})] = -m_e c^2 \vec{\nabla} \left( \frac{\vec{a}^2}{2} \right) \quad (2.30)$$

と書き直せる。ここで直線偏光の場合、レーザーの1周期の時間平均をとると  $\langle \vec{a}^2 \rangle = a_0^2/2$  なので式 (2.30) は

$$m_e \frac{\partial(\delta \vec{v})}{\partial t} = -m_e c^2 \vec{\nabla} \left( \frac{a_0^2}{4} \right) = \vec{F}_p \quad (2.31)$$

となる。この  $\vec{F}_p$  をポンドロモーティブ力と言い、

$$\vec{F}_p = e\vec{\nabla}\phi_p \quad (2.32)$$

を満たすポテンシャル

$$\phi_p = -\frac{m_e c^2 a_0^2}{4e} \quad (2.33)$$

をポンドロモーティブポテンシャルと言う [47]。これはレーザーが1周期の間に電子がレーザー場から得るエネルギーを表す。

ポンドロモーティブ力はプラズマ電子に作用しプラズマ電子密度を変調する。変調されたプラズマ電子密度  $n_1$  と平衡状態にあるプラズマ電子密度  $n_0$  には

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_e) = 0 \quad (2.34)$$



の関係がある。式 (2.34) を時間で偏微分すると、式 (2.17) と  $\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi en_1$  及び  $\vec{v}_q = c\vec{a}$  を用いて

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_e) \right] &= \frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} + n_0 (\vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{v}_q}{\partial t}) + n_0 (\vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \delta \vec{v}}{\partial t}) \\ &= \frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} + \frac{4\pi e^2 n_0 n_1}{m_e} - \frac{c^2 \vec{\nabla}^2 a^2}{2} n_0 \\ &= \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) n_1 - \frac{c^2 \vec{\nabla}^2 a^2}{2} n_0 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

となる。よってプラズマ電子密度の調和振動の方程式が得られる。

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \frac{n_1}{n_0} = \frac{1}{2} c^2 \vec{\nabla}^2 a^2 \quad (2.36)$$

この方程式の解は

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{c^2}{\omega_p} \int_0^t \sin[\omega_p(t-t')] \vec{\nabla}^2 \frac{a^2(r,t)}{2} dt' \quad (2.37)$$

である。ポテンシャルの振動について  $n_1$  と  $n_0$  を  $\phi$  と  $\phi_p$  に置き換えると

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \phi = \omega_p^2 \frac{m_e c^2 a^2}{4e} \quad (2.38)$$

となる。式 (2.37) と同様にこの式の解は

$$\frac{\vec{E}}{E_0} = -c \int_0^t \sin[\omega_p(t-t')] \vec{\nabla} \frac{a^2(r,t')}{2} dt' \quad (2.39)$$

である [47]。ここでウェークポテンシャル  $\vec{E} = \vec{\nabla} \phi$  及び  $E_0 = m_e c \omega_p / e$  を使った。レーザーパルスが直線偏光していると仮定するとその強度分布は

$$a(r, \zeta) = \frac{1}{\sqrt{2}} a_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2} - \frac{\zeta^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (2.40)$$

で与えられる。式 (2.39) は  $0 \ll \zeta \ll \sigma_z$  のとき縦方向及び動径方向について計算され

$$E_z(r, \zeta) = \frac{\pi}{4} E_0 a_0^2 k_p \sigma_z \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2} - \frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \cos k_p \zeta \quad (2.41)$$

$$E_r(r, \zeta) = -\sqrt{\pi} E_0 a_0^2 k_p \sigma_z \frac{r}{r_0^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2} - \frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \sin k_p \zeta \quad (2.42)$$

を得る。ここで  $\sigma_z$  はレーザーパルスの強度が Fig.2.2 のように  $e^{-1}$  となるパルス幅である。式 (2.42) から判るように軸上では  $E_r = 0$  であり、また  $r$  に比例した中心力が働くためビームは収束する。 $\lambda_p = \sqrt{2\pi\sigma_z}$  のとき、縦方向電場の最大振幅は

$$E_{zmax} = \frac{\sqrt{\pi} a_0^2}{2\sigma_z} \exp(-1/2) E_0 \quad (2.43)$$

で与えられる。

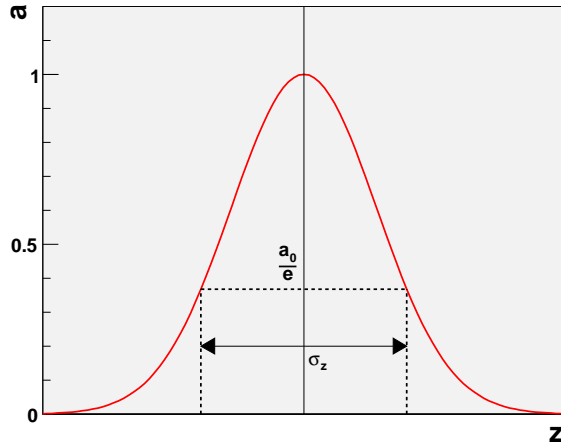


Fig.2.2: パルス幅

### 2.1.3 レーザーウェーク場加速器のエネルギー利得

#### 回折長限界 (Diffraction limitation)

一般に回折とは波動が障害物を回り込んで伝播する現象を指すが、ここではレンズ等で集光した光が集光後に再び広がる現象を指す。一様プラズマ中では回折により加速距離が制限される。位置  $z$  におけるスポット半径

$r_s(z)$  は

$$r_s(z) = r_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{Z_R^2}} \quad (2.44)$$

で決定され、 $Z_R$  は **Rayleigh 長** と呼ばれ、以下のように波長と真空中での最小スポット半径  $r_0$  で決まる。

$$Z_R = \frac{\pi r_0^2}{\lambda_L} \quad (2.45)$$

スポット半径と **Rayleigh 長** は Fig.2.3 に示すように  $r_s = r_0$  となる位置 (ビームウェスト) から **Rayleigh 長** だけ離れると  $r_s$  は  $r_0$  の  $\sqrt{2}$  倍になる。

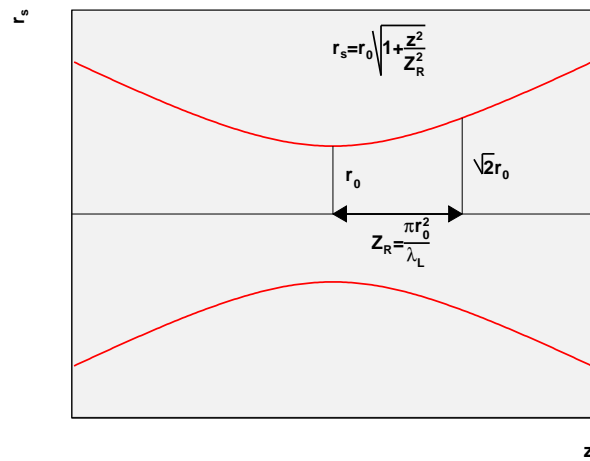


Fig.2.3: スポット半径と Rayleigh 長

レーザーパルスが空間的にガウス型の分布をしていると仮定するとその強度は

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi r_s^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{r_s^2(z)}\right] \quad (2.46)$$

で与えられる。ここで  $P$  はレーザーパルスのピーク出力、 $r$  は動径方向の座標であり、レーザーパルスは  $z$  軸方向に伝播しているとする。ウェーク

場の伝播軸方向成分は

$$E_z(r, z, t) = \frac{E_{z0}}{Z_R[1 + z^2/Z_R^2]} \exp\left\{-\frac{r^2}{r_0^2[1 + z^2/Z_R^2]}\right\} \cos k_p \zeta \quad (2.47)$$

$$E_{z0} = \frac{\sqrt{\pi} e^2 P}{m_e c^3} \frac{\lambda_L}{\lambda_p} \frac{k_p \sigma_z}{Z_R} \exp\left(-\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{4}\right) \quad (2.48)$$

となり、エネルギー利得は

$$\Delta W_{dif} = \int_{-\infty}^{\infty} e E_z(z) dx = \pi e E_{z0} Z_R \cos \Psi_s \quad (2.49)$$

と見積もられ、 $\Psi_s$  はプラズマの同期位相である。式 (2.49) より、 $\cos \Psi_s$  のときが最も効果的に加速され、このとき回折距離は

$$L_{dif} = \pi Z_R \quad (2.50)$$

となる。例えば、パルス幅  $\tau = 50\text{fs}$ 、出力  $P = 10\text{TW}$ 、レーザー波長  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$ 、スポット半径  $r_0 = 10\mu\text{m}$ 、プラズマ電子密度  $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  とすると、回折距離は  $L_{dif} \simeq 1.2\text{mm}$  でエネルギー利得は  $\Delta W_{dif} \simeq 8.4\text{MeV}$  である。

### 位相すべり限界 (Dephasing limitation)

相対論的速度にまで加速された電子ビームの速度は最終的にレーザーパルスの群速度を超え、加速位相から減速位相に突入してしまう。これにより電子のエネルギーは制限される。この位相のずれが起こる脱位相距離  $L_{dep}$  は加速された電子がプラズマ波に対して、位相が  $\pi$  だけずれる間に進む距離として求められ

$$\frac{1}{c} L_{dep} = \frac{1}{c - v_g} \frac{\lambda_p}{2} \quad (2.51)$$

である。このとき近似的に  $\omega_p^2/\omega_L^2 \ll 1$  とすると

$$L_{dep} = \frac{\lambda_p}{2(1 - \frac{v_g}{c})} \simeq \lambda_p \gamma_p^2 = \frac{\lambda_p^3}{\lambda_L^2} \quad (2.52)$$

となる。ここで  $\gamma_p = (1 - v_{ph}^2/c^2)^{-1/2}$  は位相速度に関する相対論的  $\gamma$  因子である。この加速距離  $L_{dep}$  におけるエネルギー利得は

$$\Delta W_{dep} = \int_0^{L_{dep}} eE_0 \sin[\gamma_p^{-2} k_p z + \Psi_0] dz = \frac{2}{\pi} eE_0 L_{dep} \cos \Psi_0 \quad (2.53)$$

である。ここで  $\Psi$  はプラズマ波の初期位相である。 $\Psi = 0$  のときエネルギー利得は最大となり

$$\Delta W_{dep} = \frac{2}{\pi} eE_0 L_{dep} \quad (2.54)$$

となる。例えばパルス幅  $\tau = 50\text{fs}$ 、出力  $P = 10\text{TW}$ 、レーザー波長  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$ 、スポット半径  $r_0 = 10\mu\text{m}$ 、プラズマ電子密度  $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  とすると、位相すべりを起こす距離は  $L_{dep} \simeq 20.5\text{mm}$  でエネルギー利得は  $\Delta W_{dep} \simeq 84.6\text{MeV}$  である。

### ポンプ消耗限界 (Pump depletion limitation)

レーザーパルスはプラズマ波を立てれば立てるほどそのエネルギーを失い、最終的には電子を加速するのに十分なプラズマ波を作ることが出来なくなる。このポンプ消耗距離  $L_{pd}$  はレーザーパルスが元のエネルギーの半分を失う間に走る距離と定義され

$$E_z^2 L_{pd} = \frac{1}{2} E^2 L \quad (2.55)$$

と書かれる。ここで  $L$  はパルス長である。ガウス型のレーザーパルスについて考えると

$$(eE_z)^2 L_{pd} = \frac{\pi}{16} L_{pd} m_e^2 c^4 a_0^4 k_p^4 \sigma_z^2 \exp\left(-\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{2}\right) \quad (2.56)$$

$$(eE)^2 L = \sqrt{\pi} m_e^2 c^4 a_0^2 k_L^2 \sigma_z \quad (2.57)$$

なので、ポンプ消耗距離は

$$L_{pd} = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{\gamma_p^2}{a_0^2 k_p^2 \sigma_z} \exp\left(\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{2}\right) \quad (2.58)$$

となる。よってポンプ消耗によるエネルギー利得は

$$\Delta W_{pd} = eE_0 L_{pd} = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{eE_0 \gamma_p^2}{a_0^2 k_p^2 \sigma_z} \exp\left(\frac{k_p^2 \sigma_z^2}{2}\right) \quad (2.59)$$

である。例えばパルス幅  $\tau = 50\text{fs}$ 、出力  $P = 10\text{TW}$ 、レーザー波長  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$ 、スポット半径  $r_0 = 10\mu\text{m}$ 、プラズマ電子密度  $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  とすると、ポンプ消耗距離は  $L_{pd} \simeq 36\text{cm}$  でエネルギー利得は  $\Delta W_{pd} \simeq 2.5\text{GeV}$  である。

## 2.2 非線形プラズマ波の理論

### 2.2.1 基礎方程式

プラズマ電子の相対論的な運動量  $\vec{p} = \gamma m_e \vec{v}$ 、相対論的  $\gamma$  因子を  $\gamma = (1 + p^2/m_e^2 c^2)^{1/2}$  とすると、一次元の冷たい流体モデルではプラズマ電子の運動方程式は

$$\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} + v_z \frac{\partial \vec{p}}{\partial z} = -e(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}) \quad (2.60)$$

である [48]。ここで任意のベクトル  $\vec{V}$  について

$$\vec{V}_\perp = V_x \vec{e}_x + V_y \vec{e}_y \quad (2.61)$$

と決めておく。すると正準運動量の保存より

$$\frac{\vec{p}_\perp}{m_e c} = \frac{e\vec{A}_\perp}{m_e c^2} \equiv \vec{a}(z, t) \quad (2.62)$$

$$\gamma = [1 + (\frac{\vec{p}_\perp}{m_e c})^2 + (\frac{\vec{p}_z}{m_e c})^2]^{1/2} = \gamma_L \gamma_z \quad (2.63)$$

が成立する。ここで、 $\gamma_z = (1 - \beta_z^2)^{-1/2}$ 、 $\beta_z = v_z/c$  である。ここで、 $\phi = e\phi/m_e c^2$  とすると。運動方程式、連続の式、Poisson 方程式及び波動方程式はそれぞれ

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\gamma_L \sqrt{\gamma_z^2 - 1}) + \frac{\partial}{\partial z} (\gamma_L \gamma_z) = \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.64)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( n \frac{\sqrt{\gamma_z^2 - 1}}{\gamma_z} \right) = 0 \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{n}{n_0} \frac{\vec{a}}{\gamma_L \gamma_z} \quad (2.67)$$

となる [48]。

ここで新しい変数

$$\theta = \omega_L t - k_L z \quad (2.68)$$

$$\xi = z - v_g t \quad (2.69)$$

を導入する。これらを使ってレーザーパルスの形状を

$$\vec{a}(z, t) = \frac{1}{2} \vec{a}_0(\xi, \tau) \exp(-i\theta) + c.c. \quad (2.70)$$

と仮定する。ここで  $\tau$  は

$$\frac{\partial^2 a_0}{\partial \tau^2} \ll \omega_L^2 a_0 \quad (2.71)$$

の関係を持つ遅い時間スケールを表す変数である。式 (2.64)、(2.65) から

$$\gamma_L (\gamma_z - \beta_g \sqrt{\gamma_z^2 - 1}) - \phi = 1 \quad (2.72)$$

$$n(\beta_g \gamma_z - \sqrt{\gamma_z^2 - 1}) = n_0 \beta_0 \gamma_z \quad (2.73)$$

が得られる [48]。ここで  $\beta_g = v_g/c$  である。また  $\gamma_L = 1$  のとき ( $|\vec{a}|^2 = 0$  のとき) は  $n = n_0$ 、 $\gamma_z = 1$ 、 $\phi = 0$  とする。式 (2.72)、(2.73) を式 (2.66) と式 (2.67) に代入すると  $\vec{a}_0$ 、 $\phi$  を決定する連立方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\sqrt{\gamma_z^2 - 1}}{\beta_g \gamma_z - \sqrt{\gamma_z^2 - 1}} \quad (2.74)$$

$$2i\omega_L \frac{\partial \vec{a}_0}{\partial \tau} + 2c\beta_g \frac{\partial^2 \vec{a}_0}{\partial \tau \partial \xi} + c^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} \frac{\partial^2 \vec{a}_0}{\partial \xi^2} = -\omega_p^2 \vec{a}_0 \left[ 1 - \frac{\beta_g}{\gamma_L (\beta_g \gamma_z - \sqrt{\gamma_z^2 - 1})} \right] \quad (2.75)$$

を得る。式 (2.72) から

$$\gamma_z = \frac{\gamma_g^2(1+\varphi)}{\gamma_L} \left[ 1 \pm \beta_g \left( 1 - \frac{\gamma_L^2}{\gamma_g^2(1+\varphi)^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.76)$$

なので、式 (2.74)、(2.75) はそれぞれ

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = k_p^2 \gamma_g^2 \left[ \beta_g \left( 1 - \frac{1+a^2}{\gamma_g^2(1+\varphi)^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] \quad (2.77)$$

$$\frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} (ik_L \vec{a}_0 + \beta_g \frac{\partial \vec{a}_0}{\partial \xi}) + \frac{1}{\gamma_g^2} \frac{\partial^2 \vec{a}_0}{\partial \xi^2} = -k_p^2 \vec{a}_0 \left[ 1 - \frac{\beta_g}{1+\varphi} \left( 1 - \frac{1+a^2}{\gamma_g^2(1+\varphi)^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.78)$$

となる [48]。この式はレーザーパルス  $\vec{a}_0$  によって励起されるプラズマ波とプラズマ波とレーザーパルスとの相互作用を表している。 $\beta_g \simeq 1$  のとき式 (2.77)、(2.78) はそれぞれ

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{k_p^2}{2} \left[ \frac{1+\vec{a}_0^2}{(1+\varphi)^2} - 1 \right] \quad (2.79)$$

$$\frac{2}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} (ik_0 \vec{a}_0 + \frac{\partial \vec{a}_0}{\partial \xi}) = -k_p^2 \vec{a}_0 \frac{\varphi}{1+\varphi} \quad (2.80)$$

となる。この式は  $\vec{a}_0$  が変化しないとすれば解くことが可能である。その数値解を Fig.2.4 に示す。ここでプラズマ密度とウェーク場のレーザー伝播軸方向はそれぞれは

$$\frac{n(\xi)}{n_0} = \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} \quad (2.81)$$

$$\mathcal{E} \equiv \frac{eE_z}{m_e c \omega_p} = \frac{d\varphi}{d\xi} \quad (2.82)$$

である。 $a_0 \leq 1$  の場合はプラズマ波は調和振動であるが、 $a_0 > 1$  の場合はプラズマ波長が伸び、プラズマ電子密度の振動は鋭いピークを示すようになり、電場は鋸波となる。



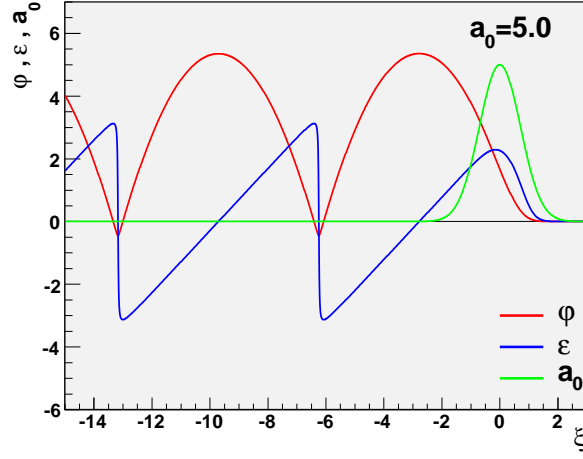


Fig.2.4: 非線形プラズマ波のポテンシャルと電場

レーザーパルスの形状が長さ  $l$  の矩形であるとき厳密解が存在し、 $-k_pl \leq \xi \leq 0$  の領域では

$$\xi = 2(1 + a_0^2)^{1/2} E(\Theta(\varphi), K) - 2 \left[ \frac{(a_0^2 - \varphi)\varphi}{1 + \varphi} \right]^{1/2} \quad (2.83)$$

となる [48]。ここで  $E(\Theta(\varphi), K)$  は第 2 種不完全楕円積分であり

$$\Theta(\varphi) = \sin^{-1} \left[ \frac{(1 + a_0^2)\varphi}{a_0^2(1 + \varphi)} \right]^{1/2} \quad (2.84)$$

$$K = \left( \frac{a_0^2}{1 + a_0^2} \right)^{1/2} \quad (2.85)$$

である。 $\xi \leq -k_pl$  の場合は

$$\xi = 2(b + 1)^{1/2} E(\Theta(\varphi), K) \quad (2.86)$$

である。このとき

$$\Theta(\varphi) = \sin^{-1} \left[ \frac{(b - \varphi)(b + 1)}{b(b + 2)} \right]^{1/2} \quad (2.87)$$

$$K = \frac{[b(b+2)]^{1/2}}{b+1} \quad (2.88)$$

$$b = \mathcal{E} \frac{\mathcal{E} + (\mathcal{E}^2 + 4)^{1/2}}{2} \quad (2.89)$$

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{a_0^2 \varphi_l}{1 + \varphi_l}} \quad (2.90)$$

である。 $\varphi_l = \varphi(-k_p l)$  はレーザーパルスの後端におけるポテンシャルである。この領域でのプラズマ波の波長は

$$\lambda_{np} = 4k_p^{-1}(b+1)^{1/2}E(K) \simeq 2\pi k_p^{-1}\sqrt{1+a_0^2} \quad (2.91)$$

で与えられる。ここで  $E(K)$  は第2種完全楕円積分である。つまり非線形プラズマ波の波長は線形プラズマ波の波長に比べ  $\gamma_L = \sqrt{1+a_0^2}$  だけ長くなる。

### 2.2.2 非線形プラズマ波でのエネルギー利得

式(2.77)は  $X = 1 + \varphi$ 、 $\psi = k_p \xi$  とすれば以下のように書き換えることができる。

$$\frac{d^2 X}{d\psi^2} = \gamma^2 \left( \frac{\beta_g X}{\sqrt{X^2 - \gamma_L^2/\gamma_g^2}} - 1 \right) \quad (2.92)$$

この式の両辺に  $dX/d\psi$  を掛けて積分すると

$$X'^2 = 2\gamma_g^2[(X_0 - X) + \beta_g(\sqrt{X^2 - \gamma_L^2/\gamma_g^2} - \sqrt{X_0^2 - \gamma_L^2/\gamma_g^2})] \quad (2.93)$$

が得られる [48]。  $X_0$  は初期条件で  $X' = 0$  のとき  $X = X_0$  である。

$$X' = \frac{d\phi}{d\psi} = \frac{e}{m_e c^2 k_p} \frac{d\phi}{d\xi} = \mathcal{E} = \frac{eE_z}{m_e c \omega_p} = \frac{E_z}{E_0} \quad (2.94)$$

は波破碎電場で規格化したレーザー伝播軸方向の電場である。電場の最大値  $X'_{max} = \mathcal{E}_{max}$  は式(2.92)から  $X' = 1$  のときに達成されることがわかる。

またポテンシャルの最小値  $X_{min}$  は式 (2.93) が  $\gamma_L = 1$ 、 $X = X_0 = X_{max}$  で 0 になることから、ポテンシャルの最大値  $X_{max}$  と最小値  $X_{min}$  はそれぞれ

$$X_{max} = 1 + \frac{\mathcal{E}_{max}^2}{2} + \beta_g \sqrt{\left(1 + \frac{\mathcal{E}_{max}^2}{2}\right)^2 - 1} \quad (2.95)$$

$$X_{min} = 1 + \frac{\mathcal{E}_{max}^2}{2} - \beta_g \sqrt{\left(1 + \frac{\mathcal{E}_{max}^2}{2}\right)^2 - 1} \quad (2.96)$$

となる。

プラズマ波の破碎はプラズマ波内の電子の速度がプラズマ波の位相速度を超えたときに起こる。つまり式 (2.92) にから  $X_{min} \rightarrow 1/\gamma_g$  のときにプラズマ波の破碎が起こる。このことは式 (2.96) で  $\mathcal{E}_{max}^2 \rightarrow 2(\gamma_g - 1)$  及び  $X_{max} \rightarrow (2\gamma_g^2 - 1)/\gamma_g$  に対応する [48]。

非線形領域のプラズマ波の振幅は式 (2.15) の  $E_0$  を超えることができ、最大振幅は

$$E_{wb} = \sqrt{2(\gamma_p - 1)}E_0 \quad (2.97)$$

となり、 $E_{wb}$  は相対論的波破碎電場と呼ばれる [45]。例えばレーザー波長  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$ 、プラズマ電子密度  $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  の場合、 $E_{wb} \simeq 1\text{TV/m}$  となる。

### 2.2.3 バブル構造をとる非線形プラズマ波

これまで一次元のプラズマ波について述べてきたが、二、三次元のプラズマ波では様相が異なる。 $a_0^2 \gg 1$  の二次元以上のプラズマ波では中性プラズマ内にバブル構造と呼ばれるレーザーパルスの群速度で運動する正電荷密度の高い球状の領域が作られ、この中で電子が加速される。この節では三次元での非線形プラズマ波について述べる [20]。

### 相対論的空洞内の電磁場

プラズマ中を相対論的速度で動く空洞について考える前に、静止又は相対論的速度で動くイオン球について考える。静止している一様に電荷密度  $en_i$  で帯電した半径  $R$  の球体内の電磁場とスカラーポテンシャルは

$$\vec{E} = \frac{m_e \omega_p^2}{3e} \vec{r} \quad (2.98)$$

$$\vec{B} = 0 \quad (2.99)$$

$$\phi = \frac{m_e c^2}{e} \left[ 1 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \left( \frac{R^2}{6} - \frac{r^2}{6} \right) \right] \quad (2.100)$$

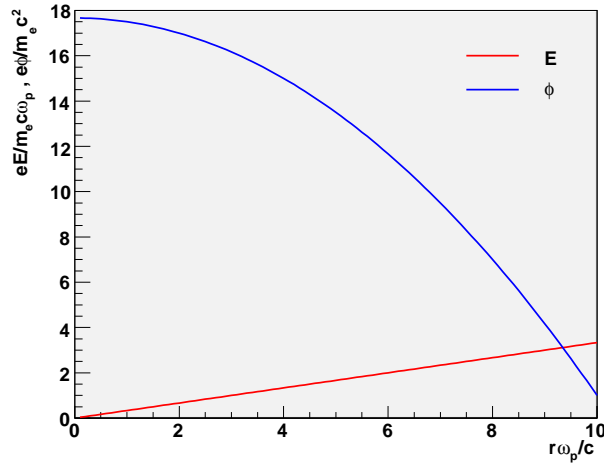


Fig.2.5: 静止している帯電球内の場。  $R = 10c/\omega_p$  の場合の電場とポテンシャル。赤線が電場、青線がポテンシャルを示す。

となる。ここで  $n_i$  はプラズマ中のイオン密度である。また球の表面でのポテンシャルを  $\phi = m_e c^2/e$  とした。次にイオン球が  $x$  軸方向に速度  $v_0 \simeq c$  で運動している場合を考える。イオン球内の電磁場は

$$E_x = B_x = 0 \quad (2.101)$$

$$E_y = B_z = \frac{m_e \omega_p^2}{e} \frac{y}{2} \quad (2.102)$$

$$E_z = -B_y = \frac{m_e \omega_p^2}{e} \frac{z}{2} \quad (2.103)$$

となる。ここでイオン球の相対論的  $\gamma$  因子を  $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$  としたとき、係数  $\gamma_0^{-2} \ll 1$  がかかる項は無視した。イオン球内で速度  $\vec{v}_e = -\vec{v}_0 = -c\vec{e}_x$  で運動する電子にかかる Lorentz 力は

$$F_x = 0 \quad (2.104)$$

$$F_y = -e(E_y + B_z) = -m_e \omega_p^2 y \quad (2.105)$$

$$F_z = -e(E_z - B_y) = -m_e \omega_p^2 z \quad (2.106)$$

となる [20]。

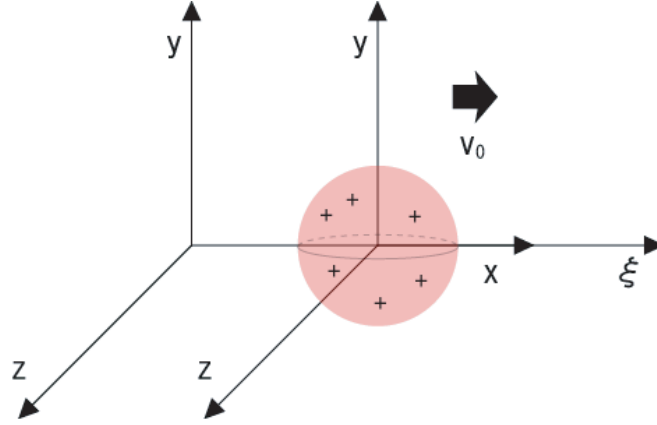


Fig.2.6: 速度  $v_0$  で運動するキャビティ

次に Fig.2.6 の様に電子の空洞 (キャビティ) がプラズマ中を相対論的速度  $v_0 \simeq c$  で  $x$  軸方向に運動することを考える。キャビティの半径  $R$  は  $R < c/\omega_{pi}$  と仮定するのでイオンは動かないものとして考える。ここで  $c/\omega_{pi}$  はイオンの応答長さで  $\omega_{pi} = (4\pi e^2 n_i / m_i)^{1/2}$  はプラズマイオン振動数、 $m_i$  はイオンの質量である。また、次のゲージ

$$A_x = -\phi \quad (2.107)$$

を導入し、 $\Phi = A_x - \phi$  とするとポテンシャルに関する方程式

$$\Delta\Phi = \frac{m_e\omega_p^2}{e}\left[1 - \frac{n_e}{n_i}\left(1 - \frac{p_x}{\gamma m_e c}\right)\right] + \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \frac{1}{2c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)\Phi \quad (2.108)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} \frac{\omega_p^2}{ec} \frac{n_e}{n_i} \frac{\vec{p}}{\gamma} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{\vec{\nabla}\Phi}{2}\right) = 0 \quad (2.109)$$

を得る。全ての物理量は  $\xi = x - v_0 t$  に依存していると仮定すると式 (2.108)、(2.109) は

$$\Delta\Phi = \frac{m_e\omega_p^2}{e}\left[\frac{3}{2}\left(1 - \frac{n_e}{n_i}\right)\right] + \frac{\omega_p^2}{ec} \frac{n_e}{n_i} \frac{p_x}{\gamma} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \xi}(\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{A}_\perp) \quad (2.110)$$

$$\Delta_\perp \vec{A}_\perp - \vec{\nabla}_\perp(\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{A}_\perp) = \frac{1}{2}\vec{\nabla}_\perp \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (2.111)$$

となる [20]。キャビティ内に電子が無い ( $n_e = 0$ ) とすると

$$\Delta\Phi = \frac{3m_e\omega_p^2}{2e} - 12\frac{\partial}{\partial \xi}(\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{A}_\perp) \quad (2.112)$$

$$\Delta_\perp \vec{A}_\perp - \vec{\nabla}_\perp(\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{A}_\perp) = \frac{1}{2}\vec{\nabla}_\perp \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (2.113)$$

を得る。ここで  $\gamma_0^2 \ll 1$  に比例する項は無視した。また  $\Delta_\perp = \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  であり、任意のベクトル  $\vec{V}$  について  $\vec{V}_\perp = V_y \vec{e}_y + V_z \vec{e}_z$  とする。式 (2.112)、(2.113) は球対称な解を持ち

$$\Phi = \frac{m_e c^2}{e}\left[1 - \frac{\omega_p^2}{c^2}\left(\frac{R^2}{4} + \frac{r^2}{4}\right)\right] \quad (2.114)$$

$$A_x = -\phi = \frac{\Phi}{2} \quad (2.115)$$

$$\vec{A}_\perp = 0 \quad (2.116)$$

である。ここで  $r^2 = \xi^2 + y^2 + z^2$  であり、積分定数は  $\Phi(R) = m_e c^2/e$  となるように選んだ。キャビティ内の電磁場は

$$E_x = \frac{m_e\omega_p^2}{2e}\xi \quad (2.117)$$

$$E_y = -B_z = \frac{m_e \omega_p^2}{4e} y \quad (2.118)$$

$$E_z = B_y = \frac{m_e \omega_p^2}{4e} z \quad (2.119)$$

$$B_x = 0 \quad (2.120)$$

であり Fig.2.7 に示すようになる。

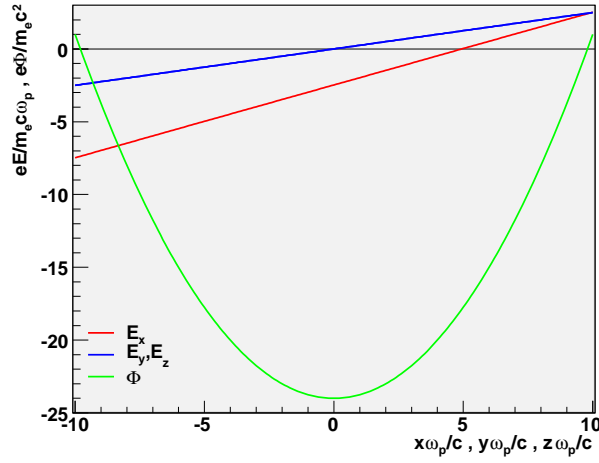


Fig.2.7: 運動しているキャビティ内の場合。  $R = 10c/\omega_p$  の場合の電場とポテンシャル。赤線が電場の  $x$  成分、青線が電場の  $y$  及び  $z$  成分、緑線がポテンシャルを示す。

キャビティ内を相対論的速度  $v_x \simeq c$  で運動する電子にかかる Lorentz 力は

$$F_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = -eE_x = -\frac{m_e \omega_p^2}{2} \xi \quad (2.121)$$

$$F_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = -e(E_y - B_z) = -\frac{m_e \omega_p^2}{2} y \quad (2.122)$$

$$F_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -e(E_z + B_y) = -\frac{m_e \omega_p^2}{2} z \quad (2.123)$$

となる。ここでウェークポテンシャル  $\Phi$  は速度  $v_x \simeq c$  で運動する電子の Lorentz 力のポテンシャルと考えることができる。Lorentz 力は電子がキャビティと同じ速度 ( $v_x = v_0 \simeq c$ ) で運動するとき最大となり、 $v_x \simeq -c$  のとき相対論的補償によりゼロとなる [20]。

### バブルの形状

キャビティとそこにある電子バンチの形状は時間と共に変化する。まだ電子バンチが入射されていない初期のキャビティはレーザーパルスのポンドロモーティブ力のみでその形状が決まる。バブルは Fig.2.8 が示すように、レーザーと共に運動する座標系から見た場合、レーザーの伝播方向とは逆の方向に電子が流れ、シースを形成する。そして電子が押しのけられ、イオンが残った部分がキャビティとなる。また、キャビティの速度  $v_0$  はレーザーパルスの群速度  $v_g$  と等しく  $v_0 = v_g$  である。

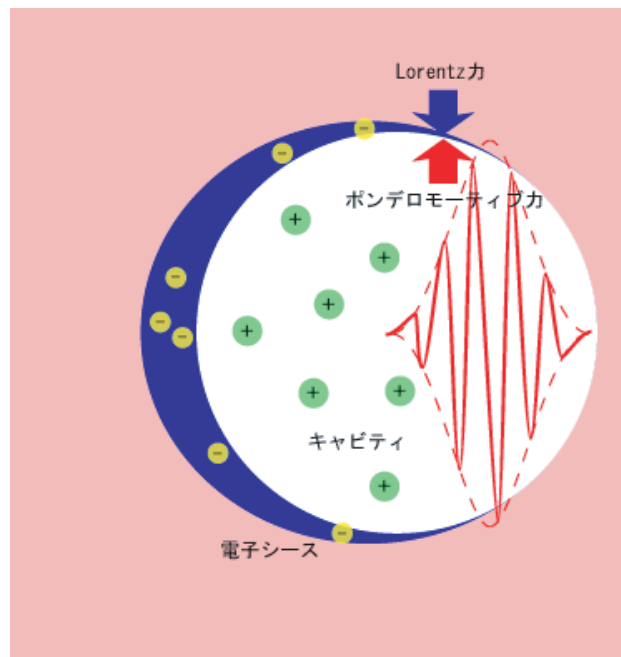


Fig.2.8: バブルの形状



これらの電子にかかる Lorentz 力とポンデロモータイブ力は釣り合っており、電子バンチが入射されていない初期段階では  $v_x \simeq 0$  なので  $R$  に関して

$$m_e \omega_p^2 \frac{R}{4} \left(1 - \frac{v_x}{c}\right) \simeq m_e \omega_p^2 \frac{R}{4} \simeq F_p \simeq -m_e c^2 \frac{\partial}{\partial R} \sqrt{1 + a^2(R)} \quad (2.124)$$

が成り立つ。ここでキャビティは球対称を仮定してある。ここで  $a(r) = a_0 \exp(-r^2/r_0^2)$  とすると

$$F_p \simeq \frac{2R}{r_0^2} \frac{a_0^2 e^{-\frac{2R^2}{r_0^2}}}{\sqrt{1 + a_0^2 e^{-\frac{2R^2}{r_0^2}}}} \quad (2.125)$$

となり  $R$  と  $r_0$  との関係は

$$k_p R = k_p r_0 \sqrt{\frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{a_0^2 (4/k_p r_0)^4}{2[1 + \sqrt{1 + (4/k_p r_0)^4}]} \right\}} \quad (2.126)$$

となる。このときの  $R$  と  $r_0$  の関係を Fig.2.9 に示す。

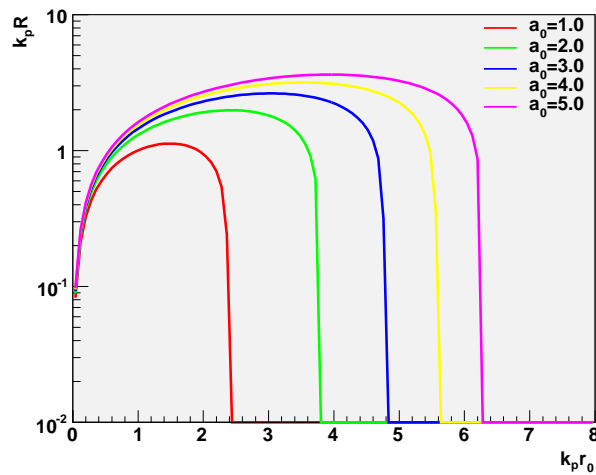


Fig.2.9: バブルの半径  $R$  とスポット半径  $r_0$ 。  $a_0 = 1 - 5$  のときの  $R$  と  $r_0$  の関係。

$R \simeq r_0$  となる  $R$  をマッチング半径と言い、このとき

$$k_p R \simeq k_p r_0 \simeq 2\sqrt{a_0} \quad (2.127)$$

の関係がある。

電子バンチが入射され、それからの力がポンデロモーティブ力を上回るようになると、バブルの形状はバンチによって決まる。シースとキャビティの界面での平衡はキャビティからの Lorentz 力と電子バンチからの Lorentz 力によって決まり、電子バンチの半径を  $r_b$ 、電子密度を  $n_b$  とすると

$$r_b \sqrt{\frac{n_b}{n_i}} < R < r_b \sqrt{\frac{2n_b}{n_i}} \quad (2.128)$$

である。下限は  $n_b \pi r_b^2 \omega_p^2 / n_e c^2 \ll 1$  の場合に相当し、このときのシースの厚さはプラズマ表皮長  $c/\omega_p$  程度であり、シースの電子のエネルギーは小さく  $\gamma \simeq 1$  である。一方、上限は  $n_b \pi r_b^2 \omega_p^2 / n_e c^2 \gg 1$  の場合に相当し、電子はバンチから受ける Lorentz 力により加速され  $\gamma > 1$  となる。また、シースの厚さも  $\sqrt{\gamma}c/\omega_p$  に増加する [20]。

## 電子の捕捉

バブル内への電子の捕捉について考える前に、簡単のため電子の起動は  $z=0$  の  $x-y$  平面上にあるとして、またレーザーは円偏光しており、方位角方向の運動は無視する。バブルの電磁場は時間平均をとったハミルトニアン

$$H = \sqrt{(m_e c^2)^2 + (c\vec{P} + e\vec{A})^2} + (m_e c^2 |\vec{a}|)^2 + e\phi \quad (2.129)$$

によって決まる [20]。ここで  $\vec{P}$  は電子の正準運動量、 $\vec{a}$  はレーザー場のベクトルポテンシャル、 $\vec{A}$  及び  $\phi$  はそれぞれバブルのベクトルポテンシャルとスカラーポテンシャルである。この記述ではレーザー場の電子の振動は時間平均をとることによって消え、ポンデロモーティブ力のみが残る。ここでハミルトニアンの変数を  $x \rightarrow \xi = x - v_0 t$  とし、 $P_\xi = P_x$  とする。新し

い変数でハミルトニアンを書き直すと

$$H = \gamma m_e c^2 - v_0 P_x - e\phi = \sqrt{(m_e c^2)^2 + (c\vec{P} + e\vec{A})^2 + (m_e c^2 |\vec{a}|)^2} - v_0 P_x - e\phi \quad (2.130)$$

となる。これより Hamilton の運動方程式

$$\frac{dP_x}{dt} = -e \left( \frac{v_x}{c} \frac{\partial A_x}{\partial \xi} + \frac{v_y}{c} \frac{\partial A_y}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \quad (2.131)$$

$$\frac{dP_y}{dt} = -e \left( \frac{v_x}{c} \frac{\partial A_x}{\partial y} + \frac{v_y}{c} \frac{\partial A_y}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \quad (2.132)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{p_x}{\gamma m_e} - v_0 = v_x - v_0 \quad (2.133)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{p_y}{\gamma m_e} = v_y \quad (2.134)$$

を得る [20]。

電子がキャビティ内に捕捉されるための必要条件是シース電子の  $\xi$  方向の速度が逆転すること、つまり  $d\xi/dt = 0$  となる点が存在することである。式 (2.133) よりこの点で

$$p_x = \gamma m_e v_0 \quad (2.135)$$

となる。式 (2.130) は、初期条件を  $\vec{p} = \vec{A}_\perp = \vec{a} = 0$ 、 $\Phi = m_e c^2$  とすると

$$H = \gamma m_e c^2 - v_0 p_x - e\Phi = 0 \quad (2.136)$$

となる。式 (2.135)、(2.136) より電子が捕捉される点では

$$p_x = \gamma_0 \gamma_\perp m_e v_0 = \frac{\gamma_\perp^2 e v_0 \Phi}{c^2} \quad (2.137)$$

となる。ここで  $\gamma_\perp = \sqrt{1 + (p_y/m_e c)^2 + |\vec{a}|^2}$  である。これより位相空間内の電子が捕捉される領域は

$$p_x \geq \gamma_0 \gamma_\perp m_e v_0 = \frac{\gamma_0^2 e v_0 \Phi}{c^2} \quad (2.138)$$

捕捉はこの領域の境界 (式 (2.137)) で起こり、ここではレーザー場は小さいため捕捉の過程では無視される。

相対論的速度で運動する電子にかかる Lorentz 力を

$$F = -\frac{m_e \omega_p^2}{4} r \left( \tanh \frac{r-R}{d} - 1 \right) \quad (2.139)$$

のように動径方向のみで決定するモデルを考える。ここで  $d$  はシースの厚さである。この Lorentz 力のポテンシャルは

$$\Phi = \frac{m_e c^2}{e} \left\{ 1 + \frac{\omega_p^2}{4c^2} \left[ r^2 - \frac{\pi^2}{12} d^2 - r d \ln \left( 1 + \exp \frac{2r}{d} \right) \right] - \frac{1}{2} Li_2 \left( -\exp \frac{2r}{d} \right) \right\} \quad (2.140)$$

である [20]。ここで

$$Li_2(z) = \int_z^0 \left[ \ln \frac{(1-t')}{t'} \right] dt \quad (2.141)$$

は二重対数関数である。

式 (2.137) より、電子の捕捉は  $\Phi$  が最小となるキャビティの界面付近で起こりやすいことが判る。ここでのポテンシャルは  $\Phi \simeq \Phi_{min} = m_e c^2 / e$  なので、電子が捕捉される条件は

$$\frac{p_x}{\gamma_0 m_e v_0} = \gamma_{\perp} \simeq \gamma_0 \quad (2.142)$$

となる。つまり電子の捕捉が起こるための  $a_0$  の条件は

$$a_0 = \sqrt{\left( \frac{p_x}{\gamma_0 m_e v_0} \right)^2 - \left( \frac{p_y}{m_e c} \right)^2 - 1} \quad (2.143)$$

である。

### 電子捕捉の反応断面積

これまでは球対称のモデルを考えてきたが、実際には電子密度分布は Fig.2.10 のようにバブルの底でピークを持ち、ポテンシャルもここで最小

値  $0 < \Phi_{min} < 1$  をとる。加えて  $v_x > v_0$  となり波の破碎が起こるのもここである。なぜなら上記のように  $\Phi \simeq \Phi_{min}$  で電子の捕捉が起こるからである。以下では電子の捕捉が起こる領域についてより厳密に考える。

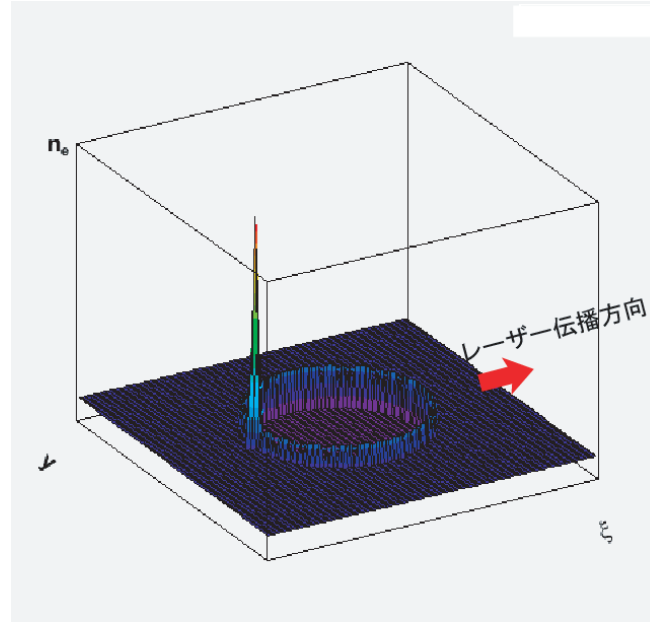


Fig.2.10: 球対称でない電子密度分布

波の破碎領域をモデル化するために  $0 < \Phi < 1$  の領域において以下のガウス型ポテンシャル

$$\Phi_p = \Phi_0 \exp\left[-\frac{(\xi - \xi_0)^2 + y^2 + z^2}{r_p^2}\right] \quad (2.144)$$

を式 (2.140) に加える。これは Fig.2.10 の電子ピークに相当するポテンシャルであり、このピークの中心は  $(\xi, y, z) = (\xi_0, y, z)$  で、 $r_p^2 = (\xi - \xi_0)^2 + y^2 + z^2$  である。Fig.2.11 はバブルに捕捉される電子の軌跡を示している。灰色の部分が波の破碎が起こる領域で  $0 < \Phi < 1$  となる。この部分を通過する電子のみがバブルに捕捉される。ここで捕捉の断面積について考えるために、軌跡の発散  $\eta$  を導入する。Fig.2.12 のようにシース内にある 2 つの電子間の距離が  $\delta\rho$  で、これらの電子が波の破碎領域に入ったとき電子

間の距離が  $\eta\delta\rho$  となるとき  $\eta$  を軌跡の発散とする [20]。

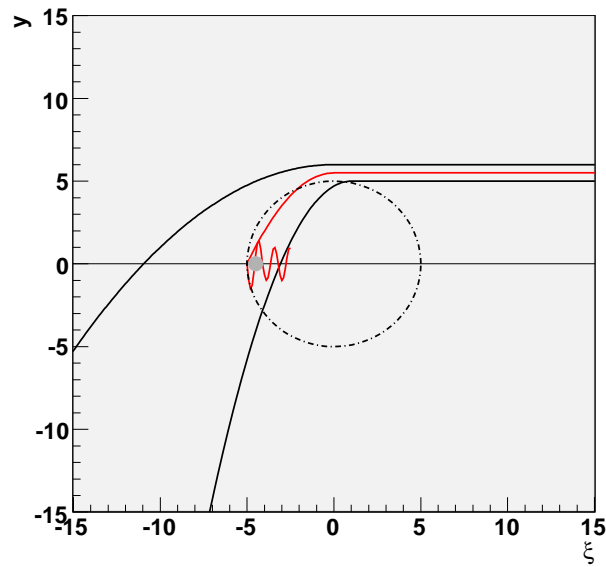


Fig.2.11: バブルに捕捉される電子の軌跡。灰色の部分で  $0 < \Phi < 1$  となる領域であり、ここを通過する赤色の軌跡のみがバブルに捕捉される。

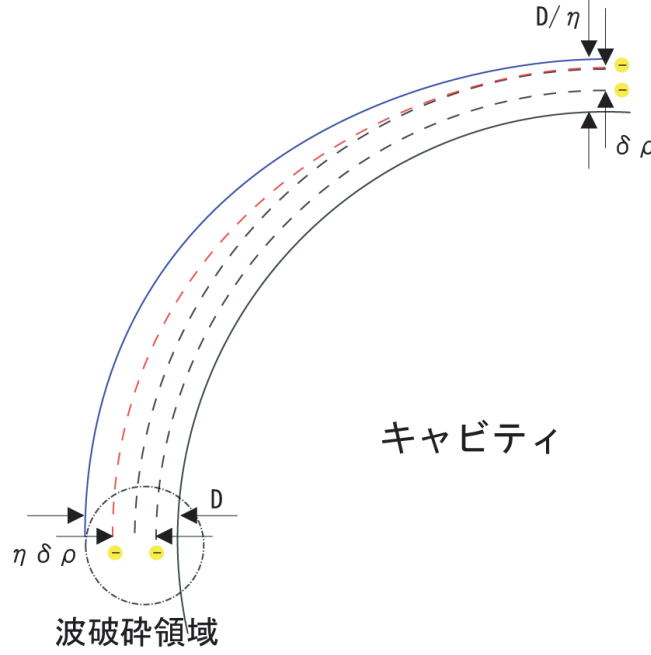


Fig.2.12: 軌跡の発散

単位時間あたりにバブルに捕捉される電子数を  $N_{tr}$ 、単位時間、単位面積あたりに  $y-z$  平面を横切る電子数を  $N$  とすると

$$\sigma = \frac{N_{tr}}{N} \quad (2.145)$$

が電子が捕捉される断面積となる。シース内の厚さ  $D/\eta \ll c/\omega_p$  の薄い層の内側にあった電子のみが捕捉されるとすると、シース内の電子密度を  $n_s$  を使って

$$N_{tr} = 2\pi R v_0 n_s \frac{D}{\eta} \quad (2.146)$$

$$N = v_0 n_i \quad (2.147)$$

なので、バブルに捕捉される電子の断面積は

$$\sigma \simeq 2\pi R \frac{n_s}{n_i} \frac{D}{\eta} \quad (2.148)$$

となる。また、シースの密度  $n_s$  はシースの厚さ  $d$  を使って

$$n_s \simeq \frac{R}{2d} n_i \quad (2.149)$$

となる。ここでシース電子の相対論的  $\gamma$  因子は  $\gamma \simeq 1$  と仮定してある。式 (2.148)、(2.149) と  $\eta \simeq 2\omega_p R \ln(\omega_p R / 2\sqrt{2}c)/c$ 、 $D = 4c^2/\omega_p^2 R$  を用いると [20]、

$$\sigma \simeq \frac{2\pi}{k_p^3 d} \left( \ln \frac{k_p R}{2\sqrt{2}} \right)^{-1} \quad (2.150)$$

となる。電子の捕捉が行われる時間を  $\delta t$  とすると捕捉された電荷量は

$$Q_{tr} = ev_0 n_i \delta t \sigma \quad (2.151)$$

となる。ここで  $\delta t = d/2v_0$  と仮定すると

$$Q_{tr} \simeq \frac{0.08}{\sqrt{n_e [cm^{-3}]}} \left\{ \ln \left\{ \frac{k_p r_0}{2\sqrt{2}} \sqrt{\ln \left[ \frac{a_0}{(k_p r_0 / 2\sqrt{2})} \right]} \right\} \right\}^{-1} [C] \quad (2.152)$$

となる。

### 加速された電子のエネルギー利得

加速された電子のエネルギーを求めるために、ハミルトニアンを縦方向  $H_{\parallel}$  と横方向  $H_{\perp}$  に分けて考える。式 (2.130) を  $p_y^2$  について 0 次のオーダーまで展開すると、縦方向ハミルトニアン

$$H_{\parallel} = m_e c^2 \sqrt{1 + \left( \frac{p_x}{m_e c} \right)^2} - v_0 p_x - e\Phi \simeq 0 \quad (2.153)$$

を得る。簡単のためキャビティを球対称とし、その半径を  $R$  とすると

$$H_{\parallel} \simeq m_e c^2 \left( \frac{p_x}{2\gamma_0^2 m_e c} + \frac{\omega_p^2 \xi^2}{4c^2} \right) \simeq m_e c^2 \left( 1 + \frac{\omega_p^2 R^2}{4c^2} \right) \quad (2.154)$$

となる [20]。Hamilton 方程式の解は

$$\xi \propto \frac{t}{\gamma_0^2}, p_x \propto -\frac{t^2}{4\gamma_0^2} \quad (2.155)$$

となり、最大エネルギーは

$$\gamma_{\max} m_e c^2 \simeq 2\gamma_0^2 m_e c^2 \left( 1 + \frac{\omega_p^2 R^2}{c^2} \right) \simeq \frac{1}{2} (\gamma_0 m_e c^2 \frac{\omega_p R}{c})^2 = \frac{1}{2} m_e c^2 \left( \frac{\omega_L}{c} R \right)^2 \quad (2.156)$$



となる。 $R$  を  $a_0$  又はレーザー出力  $P$  で書き直すと式 (2.156) は

$$E_{max} \simeq \frac{1}{4} m_e c^2 \frac{r_0^2}{\lambda_L^2} \ln \left[ \frac{8a_0^2 / (Vn_e)^2}{1 + \sqrt{1 + 16 / (Vn_e)^2}} \right] = \frac{1}{4} m_e c^2 \frac{r_0^2}{\lambda_L^2} \ln \left[ \frac{370P[TW] / (Vn_e)^2}{1 + \sqrt{1 + 16 / (Vn_e)^2}} \frac{\lambda_L^2}{r_0^2} \right] \quad (2.157)$$

となる。ここで  $V = \pi r_e r_0^2$  である。この式から解るように最大エネルギーはレーザー波長、スポット半径、プラズマ電子密度及びレーザー出力 (レーザー強度パラメーター) で決まる。Fig.2.13 に  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$ 、 $r_0 = 15\mu\text{m}$ 、 $P = 40\text{TW}$  ( $a_0 = 2.3$ ) の場合の線形理論、W. Lu のスケールリング則 ( $k_p R \simeq k_p r_0 \simeq 2\sqrt{a_0}$ )

$$E_{max} \simeq m_e c^2 \left( \frac{e^2 P}{m_e^2 c^5} \right)^{1/3} \left( \frac{n_c}{n_e} \right)^{2/3} \quad (2.158)$$

S. Gordienko のスケールリング則 ( $k_p R \simeq k_p r_0 \simeq \sqrt{a_0}$ )

$$E_{max} \simeq 0.16 m_e c^2 \frac{c\tau}{r_0} \left( \frac{e^2 P}{m_e^2 c^5} \right)^{2/3} \left( \frac{n_c}{n_e} \right)^{1/3} \quad (2.159)$$

及び式 (2.156) で表される I. Kostyukov のエネルギー利得を示す [22]、[21]。実験データはほぼ W. Lu と S. Gordienko のスケールリング則の間にある。

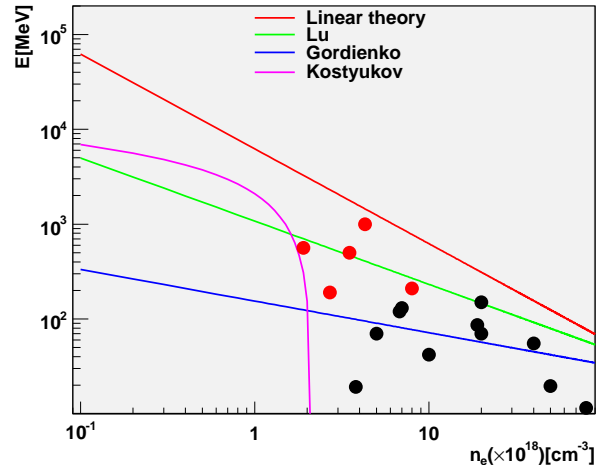


Fig.2.13: エネルギースケーリング則。赤線が線形理論、青線が W. Lu の理論、緑線が S. Gordienko の理論、紫線が I. Kostyukov の理論から得られる最大エネルギー利得。黒丸がガスジェット実験、赤丸がキャピラリー実験の実験データ。

Experiment	$P[\text{TW}]$	$w_0[\mu\text{m}]$	$a_0$	$n_e[10^{18}\text{cm}^{-3}]$	$E[\text{MeV}]$	Number
CAEP[35]	24	15	1.7	1.9	560	1
CAEP[35]	16	15	1.4	2.7	190	1
LBNL[36]	40	25	1.4	4.3	1000	2
LBNL[36]	12	25	0.8	3.5	500	2
JAEA[26]	3	25	0.7	50	20	3
CAEP[27]	25	16	1.7	5	70	4
RAL[23]	12	25	1.1	20	70	5
LBNL[24]	9	8.5	2.3	19	86	6
TOKYO[28]	11	8	2.3	80	12	7
LOA[25]	30	21	1.4	6	170	8
LUND[29]	17	13	1.7	20	150	9
CRIEPI[30]	5	10	1.2	3.8	19	10
IAMS[31]	5	7	1.7	40	55	11
MPQ[40]	20	23	1.1	8	210	12
JENA[39]	5	9.7	1.5	20	64	13

表 2.1: 実験データ

### 加速された電子のベータトロン振動

式 (2.130) を 1 次のオーダーまで展開すると横方向のハミルトニアン

$$H_{\perp} = \frac{p^2}{2m_e c p_x} + \frac{\omega_p^2 y^2}{4c^2} \quad (2.160)$$

を得る。式 (2.154)、(2.155) を使うと Hamilton 方程式は

$$\frac{d^2 p_y}{d\xi^2} + p_y \frac{4\gamma_0^2}{r_b^2 - \xi^2} = 0 \quad (2.161)$$

となる。これは電子バンチのベータトロン振動を表している。式 (2.161) の解は超幾何関数で表されるが、ここでは Wentzel-Kramers-

Brillouin(WKB) 法による近似解を与える。それによると解は

$$p_y \simeq \frac{\omega_p I}{c} \sqrt{\frac{\omega_p}{\Omega(\xi)}} \cos\left[\frac{1}{c} \int \Omega(\xi) d\xi\right] \quad (2.162)$$

$$y \simeq \frac{I}{m_e c} \sqrt{\frac{\Omega(\xi)}{\omega_p}} \sin\left[\frac{1}{c} \int \Omega(\xi) d\xi\right] \quad (2.163)$$

となる [20]。ここで

$$\Omega(\xi) = \frac{m_e c \omega_p}{\sqrt{2} p_x} = \frac{2\gamma_0 c}{\sqrt{r_b^2 - \xi^2}} \quad (2.164)$$

はベータトロン振動数で、また、 $I$  は位相空間内の閉じた経路に沿っての積分が保存される断熱不変量で

$$I = \oint p_y dy = \frac{H_\perp}{\Omega(\xi)} = \text{const.} \quad (2.165)$$

である。式 (2.162)、(2.163)、(2.164) より電子バンチのエネルギーが増加するにつれて横方向の運動量は増加し、ベータトロン振動の振幅は減少することが判る。

## 第 3 章

# レーザープラズマ加速器の開発

本章では本研究で開発したキャピラリーレーザープラズマ加速器について述べる。レーザープラズマ加速では集光したレーザーの高強度場でウェーク場を励起するが、光の回折現象により小さなスポットサイズに集光した光は回折長が短くなり数  $100\mu\text{m}$  のオーダーしか加速距離がない。そこで高強度状態を保ったままレーザーパルス为数 mm-数 cm の距離まで伝播させるために光ガイディングという技術が必要になる。本章の構成は初めに光ガイディングの理論、次にキャピラリーの作成及び光ガイディングの実験装置、最後に光ガイディング実験の結果について述べる。

### 3.1 光ガイディング

光ガイディングとは光の屈折を用いて光をある経路に沿って減衰なしに伝播させることである。一般に Fig.3.1 のように屈折率  $\eta_r(r)$  の動径方向分布が  $\partial\eta_r/\partial r < 0$  のときに起こる。 $\eta_r \simeq ck_z/\omega_L$  なので、 $\partial\eta_r/\partial r < 0$  は伝播軸上の位相速度が軸外よりも小さいことを意味しており、レーザーパルスの波面は中心軸方向に向かう。

一様なプラズマ電子密度  $n_{e0}$  のプラズマ中を伝播する振幅の小さな電磁波の屈折率は  $\eta_r = \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega_L^2}$  で与えられる。しかし、振幅が大きくなると、プラズマ電子の質量は  $m_e \rightarrow \gamma_L m_e$  となるため、初期のプラズマ振動数を  $\omega_{p0}$  とすると式 (2.9) より  $\omega_p^2 \rightarrow (\omega_{p0}^2 / \gamma) n_0 / n_{e0}$  となる。そこで、ここで  $\gamma_L = (1 + a^2)^{1/2}$  である。レーザー場の振幅の大きな電磁波の屈折率はプラズマ電子密度が臨界プラズマ電子密度以下 ( $n_e \leq n_c$ ) と仮定すると

$$\eta_r(r) \simeq 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{2\omega_L^2} \frac{n_e(r)}{\gamma_L n_{e0}} \quad (3.1)$$

と表すことが出来る [46]。このとき屈折率の違いによりレーザーの位相速度が  $r$  によって異なるため、レーザーは  $r = 0$  に向かう軌道となる (Fig.3.1)。屈折率  $\eta_r(r)$  のプロファイルは相対論的  $\gamma$  因子と動径方向の密度分布  $n_e(r)$  によって変調される。レーザー場内の電子の運動で重要な物理量は振動運動  $\vec{p}_\perp = mc\vec{a}$  と  $\gamma_L$  である。

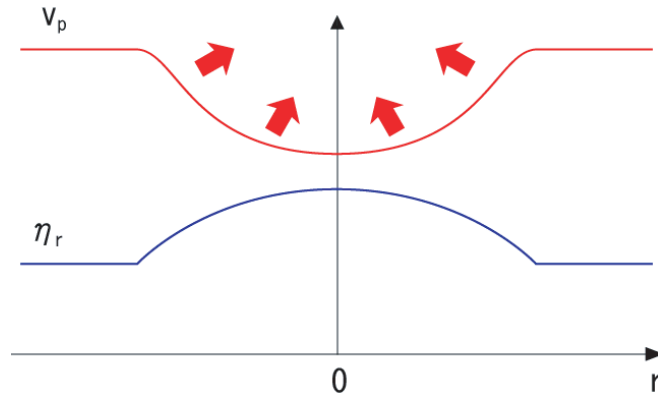


Fig.3.1: 屈折率分布による光の集光。  $\partial\eta_r/\partial r < 0$  であるためレーザーは中心軸に向かって集光する。

### 3.1.1 相対論的光ガイディング

相対論的光ガイディングの標準的な理論では、電子の横方向の振動運動の効果のみが  $\eta_r$  に含まれる。つまり、 $n = n_e$ 、 $\gamma = \gamma_L(r) = (1 + \langle \vec{a}^2 \rangle)^{1/2}$  である。しかし、この現象はプラズマ振動の時間スケールで起こるのでレーザーパルスの長さがプラズマ波長よりも長い、つまり  $\gamma_L c \tau \geq \lambda_p$  でなければこれは効果的ではない。

$\gamma_L^{-1} = (1 + a^2)^{-1/2} \simeq 1 - a^2/2$  と近似できる場合、屈折率は

$$\eta_r \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega_L^2} \left(1 - \frac{a^2}{2}\right) \quad (3.2)$$

となる [46]。屈折率分布による光ガイディングは  $\partial \eta_r / \partial r < 0$  である必要があり、これはレーザーの強度分布が Fig.3.2 のように  $\partial a^2 / \partial r < 0$  のとき達成される。

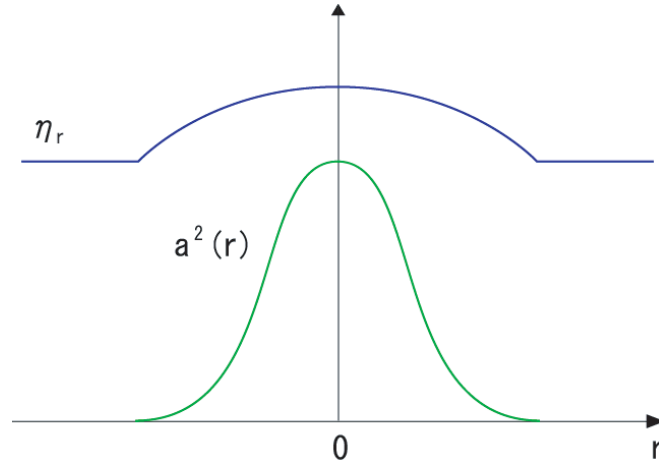


Fig.3.2: 相対論的光ガイディング。  $\partial a^2 / \partial r < 0$  なので  $\partial \eta_r / \partial r < 0$  となりレーザーは中心軸に向かって集光する。

規格化されたスポット半径を  $R = r_s / r_0$  とすると、レーザーパルスの強

度分布が

$$|\vec{a}|^2 = \left(\frac{a_0 r_0}{r_s}\right)^2 \exp(-2r^2/r_s^2) \quad (3.3)$$

のとき、式 3.2 を使ってスポット半径の包絡線方程式は

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = \frac{1}{Z_R^2 R^3} \left(1 - \frac{P}{P_c}\right) \quad (3.4)$$

となる。この式の右辺第 1 項は真空中での回折の効果を表しており、第 2 項は相対論的自己収束の効果を表している。ここで  $P_c$  は相対論的自己収束が起こる臨界出力で

$$P_c = \frac{2ce^2}{r_e^2} \frac{\omega_L^2}{\omega_p^2} \quad (3.5)$$

または

$$P_c \simeq 17.4 \frac{\omega_L^2}{\omega_p^2} [\text{GW}] \quad (3.6)$$

となる。ここで  $r_e = e^2/mc^2$  は古典電子半径である。例えばレーザー波長  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$ 、プラズマ電子密度  $n_e = 1.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の場合は、 $P_c \simeq 30 \text{TW}$  である。初期 ( $z=0$ ) 条件を  $dr_s/dz=0$  とすると式 (3.4) の解は

$$\frac{r_s^2}{r_0^2} = 1 + \left(1 - \frac{P}{P_c}\right) \frac{z^2}{Z_R^2} \quad (3.7)$$

となる。これは  $P < P_c$  のとき発散、 $P = P_c$  のとき  $r_s = r_0$  のまま、 $P > P_c$  のとき収束することを示している。実はこの解は”カタストロフィー”的な収束を预言している。これは  $a^2 \ll 1$  の制限内における  $(1+a^2)^{-1/2} \simeq 1 - a^2/2$  の近似から来ている。実際には高次の非線形性によりレーザーの収束は阻害される [46]。

$\eta_L^{-1} = (1+a^2)^{-1/2} \simeq 1 - a^2/2$  と近似できない場合、スポット半径の方程式は屈折率

$$\eta_r \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} (1+a^2)^{-1/2} \quad (3.8)$$

を近似せずに扱う。規格化されたスポット半径  $X = r_s/a_0 r_0$  は方程式

$$\frac{d^2 X}{dz^2} = -V_0 \frac{\partial V}{\partial X} \quad (3.9)$$



に従う。ここで

$$-\frac{\partial V}{\partial X} = X^{-3} - 16X \frac{P}{P_c} [(\sqrt{1+x^{-2}} - 1) + 2\ln 2 - 2\ln(\sqrt{1+X^{-2}} + 1)] \quad (3.10)$$

であり、また  $V_0 = (a_0^2 Z_R)^{-2}$  である。式 (3.10) の右辺第 1 項は真空中の回折を表している。一方、残りの項はプラズマの相対論的自己収束の効果を表している。 $a_0 \ll 1$  ( $X \gg 1$ ) の極限では式 (3.9) は式 (3.4) になる。式 (3.9) は運動している有効ポテンシャル  $V(X, P/P_c)$  内での粒子の位置を記述している。ポテンシャル  $V(x)$  の形状はパラメーター  $P/P_c$  に依存している。 $P/P_c > 1$  のとき、ポテンシャル  $V(X)$  は  $X = X_f$  で最小値をとり、 $X(z)$  についての振動解を持つ。これは振動するスポット半径が  $r_s(z)$  のガイディングされたレーザーパルスに相当する [46]。

### 3.1.2 プラズマ密度チャネル

プラズマ密度チャネルとはプラズマ電子の密度分布をコントロールすることにより、光ガイディングに最適な屈折率分布を作り出す方法である。先ず放物線型密度チャネル

$$n_e(r) = n_0 + \Delta n \frac{r^2}{r_0^2} \quad (3.11)$$

を考える。ここで  $\Delta n = n_e(r_0) - n_0$  である。また、レーザー出力及び規格化されたベクトルポテンシャルをそれぞれ  $P \ll P_c$ 、 $a_0^2 \ll 1$  とする。するとプラズマの屈折率分布は式 (3.1) において  $n_{e0} = n_0$  とすることにより近似的に

$$\eta_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega_L} \left(1 + \frac{\Delta n}{n_0} \frac{r^2}{r_0^2}\right) \quad (3.12)$$

となる [46]。任意の位置でのガウス型レーザーパルスのスポット半径を  $r_s$ 、強度分布を  $a^2 = (a_0 r_0 / r_s)^2 \exp(-2r^2 / r_s^2)$  とするとレーザーパルスの包絡線方程式は

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = \frac{1}{Z_R^2 R^3} \left(1 - \frac{\Delta n}{\Delta n_c} R^4\right) \quad (3.13)$$

ここで  $R = r_s/r_0$  である。右辺第1項は真空中での回折の効果であり、第2項はチャンネルによる収束効果を表す。これはガウス型レーザーパルスが整合の取れたスポット半径  $r_s = r_0$  のとき、チャンネルの深さが  $\Delta n$  でガイドイングされることを示している。ここでの  $\Delta n$  は臨界チャンネル深さに等しく

$$\Delta n_c = \frac{1}{\pi r_e r_0^2} \quad (3.14)$$

または  $\Delta n_c [\text{cm}^{-3}] = 1.13 \times 10^{20} / r_s^2 [\mu\text{m}]$  である。ここで  $r_e = e^2/mc^2$  は古典電子半径である。例えば  $r_s = 20 \mu\text{m}$  の場合、 $\Delta n_c = 2.8 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$  である。式 (3.13) の一般解は初期 ( $z = 0$ ) 条件を  $dr_s/dz = 0$ 、 $r_s = r_i$  とすると

$$2 \frac{r_s^2}{r_i^2} = 1 + \frac{\Delta n_c r_0^4}{\Delta n r_i^4} + \left(1 - \frac{\Delta n_c r_0^4}{\Delta n r_i^4}\right) \cos(k_{os} z) \quad (3.15)$$

である。ここで  $k_{os} = (2/Z_R)(\Delta n/\Delta n_c)^{1/2}$  であり、 $r_i$  は入射時のスポット半径である。この式から整合の取れたスポット半径は  $r_i = r_0$ 、 $\Delta n = \Delta n_c$  であることが判る。もしレーザーパルスがチャンネルと整合が取れていない場合、スポットサイズは  $r_s = r_i$  と  $r_s^2 = \Delta n_c r_0^4 / \Delta n r_i^2$  の間で振動し、その平均値は

$$\langle r_s^2 \rangle = (r_i^2/2)(1 + \Delta n_c r_0^4 / \Delta n r_i^4) \quad (3.16)$$

振動の周期は

$$\lambda_{os} = 2\pi/k_{os} = \pi Z_R (\Delta n_c / \Delta n)^{1/2} \quad (3.17)$$

である。実験と比較しやすくするために、チャンネルの最大半径  $r_{ch}$  及びチャンネルの端の密度 (最大密度)  $n_{ch} = n_0 + \Delta n_{ch}$  を使って表現する。つまり、 $0 < r < r_{ch}$  の範囲で

$$n_e(r) = n_0 + \Delta n_{ch} \frac{r^2}{r_{ch}^2} \quad (3.18)$$

である。 $n_0$ 、 $\Delta n_{ch}$  及び  $r_{ch}$  は実験によって決定される。この表記を使うと式 (3.13) は

$$\frac{d^2 r_s}{dz^2} = \frac{4}{k_L^2 r_s^3} \left(1 - \frac{r_s^4}{r_M^4}\right) \quad (3.19)$$

と書き直される。ここで  $r_M$  はマッチングスポット半径と呼ばれ

$$r_M = \left( \frac{r_{ch}^2}{\pi r_e \Delta n_{ch}} \right)^{1/4} \quad (3.20)$$

で与えられ Fig.3.3 のようになる。

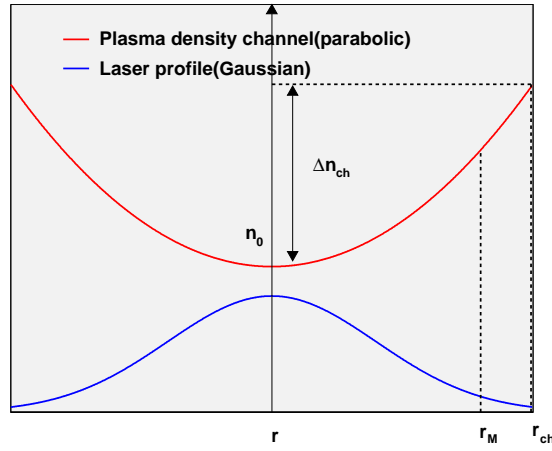


Fig.3.3: マッチング半径  $r_M$  とチャネル半径  $r_{ch}$

式 (3.19) の解は初期 ( $z = 0$ ) 条件を  $dr_s/dz = 0$ 、 $r_s = r_i$  としたとき式 (3.15) で与えられ、このとき  $\Delta n_c r_0^4 / \Delta n = r_M^4$ 、 $k_{os} = 2/Z_{RM}$  である。ここで  $Z_{RM} = r_L r_M^2 / 2$  である。もし  $r_i \neq r_M$  ならば、スポット半径は  $r_s = r_i$  と  $r_s = r_M^2 / r_i$  の間で振動し、その平均値は  $\langle r_s^2 \rangle = (r_i^2 / 2)(1 + r_M^4 / r_i^4)$ 、振動の周期は  $\lambda_{os} = 2\pi / k_{os} = \pi Z_{RM}$  である。 $r_{ch} > r_s$  のときレーザーパルスはチャネル内に閉じ込められる。 $r_i > r_M$  のとき、 $r_{ch} > r_i$  ならば閉じ込められ、 $r_i < r_M$  のときは  $r_{ch} > r_M^2 / r_i$  ならば閉じ込められ、これは  $\Delta n_{ch} > 1 / \pi r_e r_i^2$  を意味する。整合が取れている場合 ( $r_i = r_M$ )、 $r_{ch} > r_M$  ならば閉じ込められる。これは

$$\Delta n_{ch} > \frac{1}{\pi r_e r_{ch}^2} \quad (3.21)$$

を意味する [46]。

## 3.2 ガスジェットを用いたプラズマ加速

ガスジェットノズルとは電磁バルブを高速で開閉することにより、真空中に局所的な中性ガス密度が存在する領域を作り出す装置である。ガスの密度はガスの背圧を変えることにより制御することが可能である。ガスが分布する領域はノズルのサイズで決まり、典型的には数 mm の大きさである。ガスの密度  $n_g[\text{m}^{-3}]$  はガスの圧力  $p[\text{N/m}^2]$  と温度  $T[\text{K}]$  から

$$n_g = \frac{p}{k_B T} \quad (3.22)$$

と計算できる。ここで  $k_B = 1.30 \times 10^{-23}[\text{J/K}]$  は Boltzmann 定数である。ガスの速度が亜音速では真空中に噴出したとき断熱自由膨張により切り立ったガス密度の分布が崩れてしまうので超音速で噴出する。ガス原子のポテンシャルは高強度のレーザー場により変調され、Fig.3.4 のように束縛している電子がトンネル効果によって、又は変調されたポテンシャルの極大値が電子のエネルギー準位よりも低くなり電子がポテンシャルの外に飛び出す。前者をトンネル電離、後者を障壁越え電離という。障壁越え電離が起こるためのレーザー強度は、イオン価数を  $Z$ 、イオン化エネルギーを  $V_i$  とすると

$$I_a = \frac{cV_i^4}{128\pi e^6 Z^2} \quad (3.23)$$

で表される [52]。例えば中性 He 原子の第 1、第 2 イオン化エネルギーはそれぞれ 24.587eV 及び 54.416eV なので、1 価又は 2 価のイオンに電離するために必要なレーザー強度はそれぞれ  $14.7 \times 10^{15}[\text{W/cm}^2]$ 、 $39.1 \times 10^{15}[\text{W/cm}^2]$  である。Fig.3.5 にガスジェットの概念図を示す。レーザーパルスの出力が前述の臨界出力  $P_c$  を越えていれば相対論的光ガイディングにより高強度の集光状態を保ったままレーザーが伝播する。しかし、加速距離を伸ばすためにプラズマ電子密度を低くすれば高いレーザー出力が必要となり ( $n_e = 1.0 \times 10^{17}\text{cm}^{-3}$  で  $P_c = 303\text{TW}$ )、また加速距離はノズルの大きさによって制限され、せいぜい 1cm が限度である。

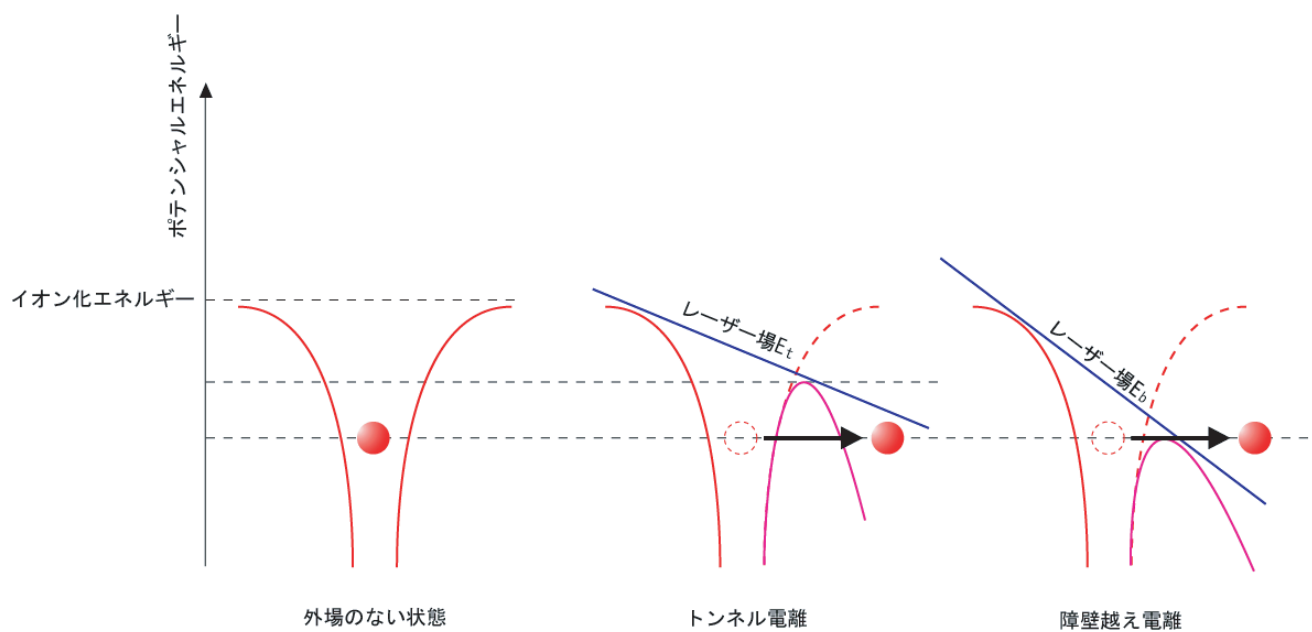


Fig.3.4: レーザー場による電離。図左が外場のない状態、図中央がトンネル電離、図右が障壁越え電離を表している。レーザー場の強度は  $E_t < E_b$  である。

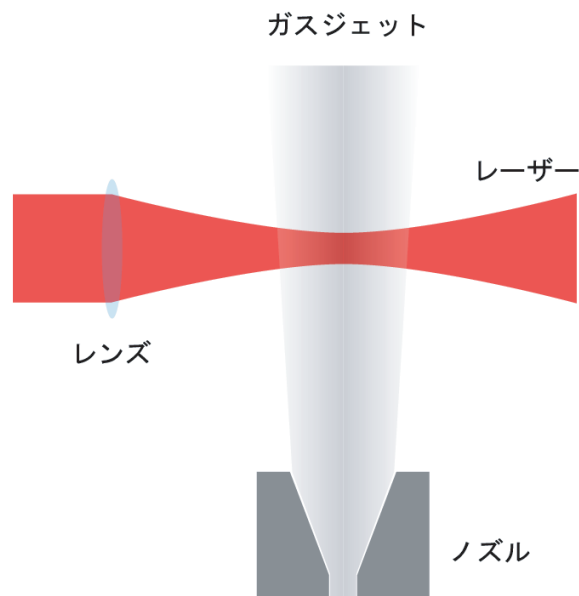


Fig.3.5: ガスジェットの概念図。ガスジェットノズルは電磁バルブを開閉することにより真空中に局所的な中性ガス密度が存在する領域を作り出す。ガスの密度は背圧によって制御される。

### 3.3 キャピラリーを用いたプラズマ加速器

キャピラリーとはプラズマ密度チャネルを形成するための装置であり、本節では高圧放電によって式 (3.11) のプラズマ電子密度分布を形成する放電キャピラリーについて述べる。放電キャピラリーにはアブレーション型とガスフィル型がある。アブレーション型は Fig.3.6 に示すようにポリエチレン等の水素を多く含む絶縁性の炭素化合物と両端の電極からできており、高圧放電によりキャピラリー壁がアブレーションを起こし、キャピラリー内に水素プラズマが広がる。このときのプラズマ密度は放電の電圧により制御することができる。

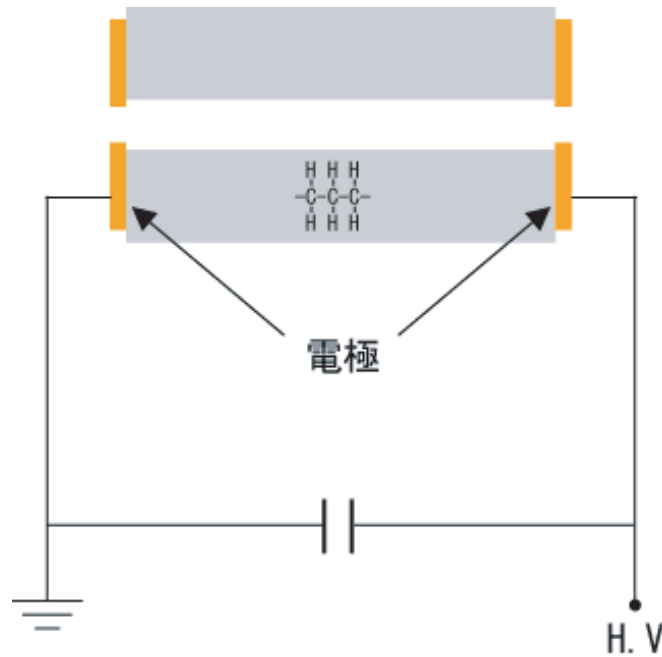


Fig.3.6: アブレーションキャピラリー。炭化水素化合物の両端に電極を取り付け、高圧放電によりアブレーションを起こしプラズマを発生させる。

アブレーション型キャピラリーは真空中でも動作し、作成や組み立てが簡単であるが、寿命が短く約 1000 ショットでキャピラリー壁が炭化してしまい絶縁が破壊される。

ガスフィル型キャピラリーは高融点の絶縁体と両端の電極からできており、キャピラリーの内部にガスを流入し、放電によってガスをプラズマ化させる。非局所的熱平衡モデル [42] では放電開始から 30ns の間にイオン化が起こり、30ns-60ns の間に壁による冷却の効果でプラズマ密度チャンネルが形成され、その後チャンネルが 100ns 以上の間残る。中心軸付近での電子プロファイルは

$$n_e = \left[ a + b \left( \frac{r}{r_{ch}} \right)^2 \right] \times 10^{18} \text{cm}^{-3} \quad (3.24)$$

で与えられる。ここで  $a$ 、 $b$  は放電電流によって決まるフィットパラメーターで表 3.1 の値となる。また Fig.3.7 はこれらの値より得られる動径方

放電電流 [A]	$a$	$b$
200	1.60	0.47
250	1.62	0.72
300	1.74	0.75
350	1.87	0.78
400	2.00	0.80
450	2.13	0.82
500	2.26	0.84

表 3.1: フィットパラメーター

向のプラズマ電子密度分布である。

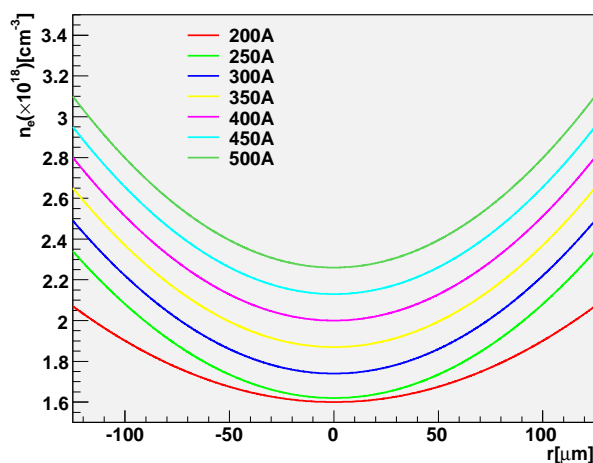


Fig.3.7: 動径方向のプラズマ電子密度分布

プラズマ密度は流入するガスの圧力によって制御することができる。アブレーション型キャピラリーとは対照的に作成や組み立てが困難であるが寿命が長く何度でも使用可能である。またレーザー場による2次イオン化でプラズマ密度チャネルのプロファイルが変化することを抑制するため、放電により完全電離可能な水素ガスを使用した。



## 3.4 キャピラリーの作成

以前はガラス等の透明な材質はレーザーによる加工が困難であった。それは従来のレーザー加工は長パルスあるいは連続波による熱加工であったため、透明な材質ではレーザー光が吸収されず照射箇所が加熱できなかったためである。しかし超短パルスのレーザーを照射した場合、多光子吸収により透明な材質でもレーザー光が吸収され加工が可能となる。Fig.3.8のように高強度のレーザーパルスを物質に照射すると、極めて短い時間で高温・高圧状態を作り出し、電離やプラズマ化によって急激な膨張が起こる。このエネルギーにより熱反応が起こるには数 10ps 以上である。しかし、フェムト秒はそれ以上に速いので、周囲に熱が伝わる前に局所的な高温・高圧状態になる。レーザーパルスが吸収された物質の表層の一部が熱反応の前に飛散する。温度が殆ど上がらない又は上がりきる前に光吸収層の剥離・除去が起こるため、従来の熱的加工と比べて非熱的であるといわれている。

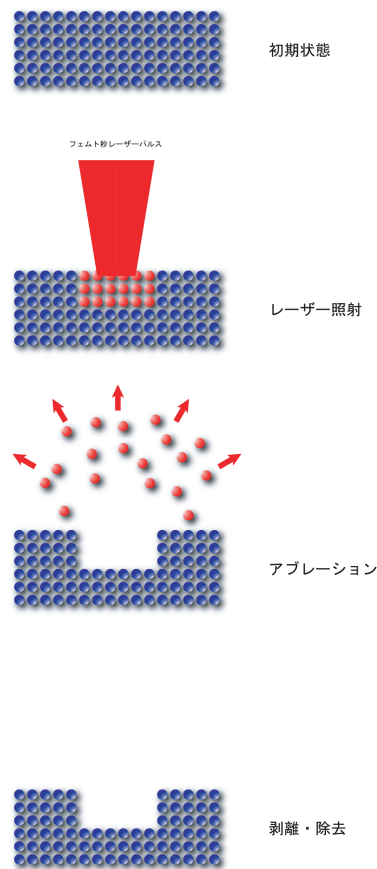


Fig.3.8: フェムト秒レーザーによるアブレーション加工

プラズマチャネルの形成にはキャピラリー内壁による冷却が関係しており [41][42]、またキャピラリーに高電圧を加えサイクロトロントリガーによる放電を起こすが、このときキャピラリー壁の最も高温な場所は 1780K に達するのでそれ以上の融点を持つ物質でなければキャピラリーの寿命が短くなる [42]。そこでキャピラリーの材質には熱伝導率、硬度、電気抵抗及び融点の高い物質が望ましい。表 3.2<sup>\*1</sup>に示すようにサファイアガラスはそれら全てが高く、キャピラリーの材質に理想的なのでこれを使用する。

<sup>\*1</sup> 熱伝導率及び体積固有抵抗は 20 °C のもの

	アクリル	合成石英	サファイアガラス
熱伝導率 [W/m·K]	0.19	1.38	42
ビッカース硬度 [kgf/mm <sup>2</sup> ]	20	790	2294
体積固有抵抗 [ $\Omega$ cm]	10 <sup>15</sup>	10 <sup>14</sup>	10 <sup>16</sup>
絶縁破壊強度 [kV/mm]	18~20	25~40	48
融点 [°C]	160	1600	2053

表 3.2: 各絶縁体の物性表

本実験ではフェムト秒レーザーを用いてサファイアガラスに半円形の溝を彫り、それら 2 枚を貼り合わせることによってガスの流路及び加速管を形成し、これを 1 つのキャピラリーとした。レーザー加工にはエネルギー 100mJ、パルス幅 100fs の Ti:Sapphire レーザーを使用した。加工は Fig.3.9 に示すようにレーザーを ND フィルターで 18mJ に減衰させ、焦点距離  $f = 39\text{mm}$  の短焦点レンズで電動ステージに固定したサファイアブロックに集光した。レーザーの光路は固定し、3 軸電動ステージを動かすことでサファイアブロックに照射されるレーザー光を相対的に走査させた。電動ステージは縦、横方向には 25nm の精度で、奥行き方向には 50nm の精度で動かすことができ、プログラムによって自動的に制御されこれにより加速管及びガス流路となる溝を彫った。製作したキャピラリーは  $15\text{mm} \times 20\text{mm} \times 3\text{mm}$  の直方体のサファイアブロックに Fig.3.10 で示すような加速管となる深さ  $125\mu\text{m}$ 、幅  $500\mu\text{m}$  の溝を長さ 15mm の辺と平行に、ガスの流路となる溝を長さ 20mm の辺と平行それぞれ両端から 5mm の位置に彫り、同じものを 2 枚貼り合わせることで長さ 15mm のキャピラリーを作成した。

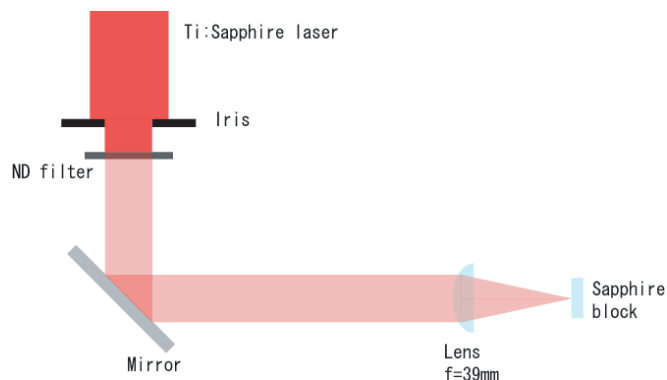


Fig.3.9: レーザー加工のセットアップ。エネルギー 100mJ、パルス幅 100fs のレーザーパルスをも ND フィルターにより 18mJ に減衰させサファイアブロックに照射した。レーザーの光路は固定し、電動ステージを動かすことで相対的にレーザー光を走査させる。

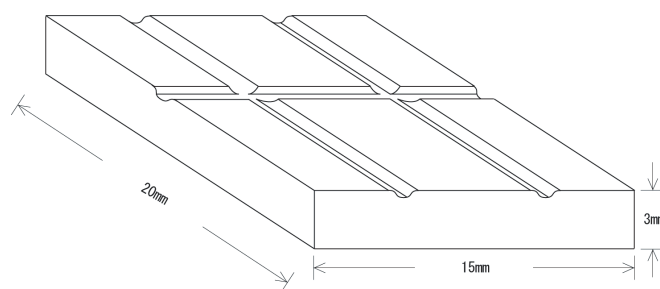


Fig.3.10: サファイアブロックの加工。15mm × 20mm × 3mm の直方体のサファイアブロックに深さ 125 $\mu$ m、幅 500 $\mu$ m の溝を 15mm の辺と平行に彫る (加速管)。また 20mm の辺と平行に 2 本の溝をそれぞれ両端から 5mm の位置に彫る (ガス流路)。

### 3.5 キャピラリーの組み立て

キャピラリーの組み立て及び運転に使用するハウジングは Oxford 大学で開発されたものを改良して使用した。作成したキャピラリーは Fig.3.11 の様に溝を彫った面を向かい合うように張り合わせた。このとき光学接着

剤等は使用せず、キャピラリーホルダーについている位置調整用ネジで押し付けるだけとした。

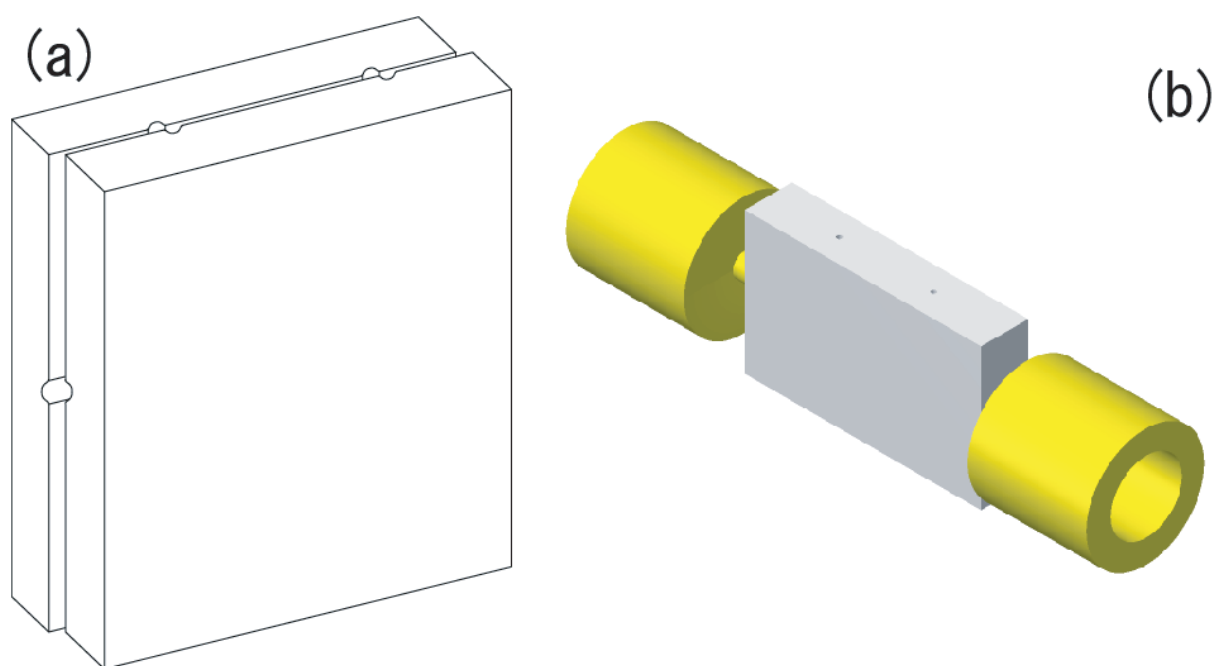


Fig.3.11: キャピラリーと電極。(a)2枚のサファイアブロックを張り合わせて作ったキャピラリー。(b) キャピラリーと電極の概念図。

Fig.3.11 はキャピラリーと電極の概念図であり、中央の直方体がキャピラリーでその両側にあるものが電極である。電極内部には同心円柱状の空洞があり、キャピラリーの加速管部分がこの空洞の中心に来るように前章で溝を彫った。レーザーは電極→キャピラリー電極の順に通過する。キャピラリーは付録 A にあるキャピラリーホルダーで固定され、ハウジング内に設置される。

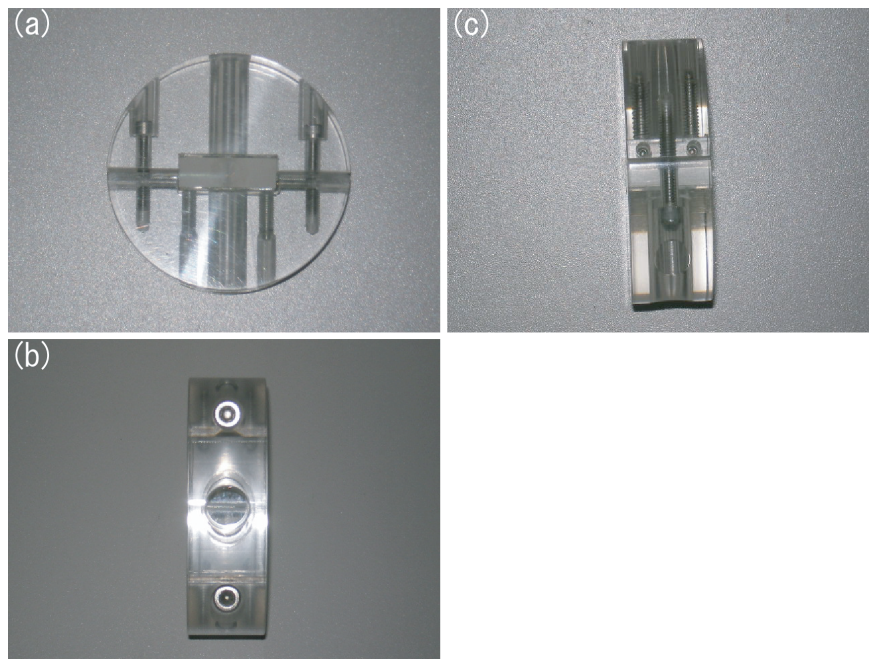


Fig.3.12: キャピラリーを固定したホルダー。ホルダーは半径 25mm、厚さ 15mm の D 型をした部品をネジで固定することで 1 つのホルダーとなる。(a) ホルダーの正面画像。画像下部にある 2 本のネジが圧着するための y 方向の位置調整用ネジ。(b) ホルダーの側面画像。画像の中央のある穴はプラズマ観測用の窓であり、その上下にあるネジは D 型の部品同士を固定するためのネジ。(c) 同じくホルダーの側面画像。画像中央の隙間からガスが流れ込む。中央の D 型部品を固定するためのネジの両側にあるネジが x 方向の位置調整用のネジ。

Fig.3.12 はキャピラリーホルダーの画像で、キャピラリーホルダーはアクリル樹脂製であり、半径 25mm、厚さ 15mm の D 型をした部品 2 つをネジで固定することで 1 つのホルダーとなる。(a) はホルダーの正面画像。画像中央のあるものが固定されたサファイアブロックである。キャピラリーと垂直方向 (紙面とは平行) に伸びる穴はプラズマ観測用の窓であり、これと平行の画像下部にあるネジが y 方向の位置調整用ネジでこのネジでキャピラリーの y 方向の位置を調整すると共に 2 つのサファイアブロックを押し付ける。キャピラリーと平行方向 (紙面とも平行) に伸びる隙間か

らガスが流入する。その隙間と平行のネジが  $z$  方向の位置調整用ネジである。(b) ホルダーの側面画像。画像の中央のある穴がプラズマ観測用の窓であり、その上下にあり、紙面と垂直方向に進むネジは D 型の部品同士を固定するためのネジである。(c) 同じくホルダーの側面画像。画像中央の隙間からガスが流れ込む。中央の D 型部品を固定するためのネジの両側にあり、紙面と垂直方向に進むネジは  $z$  方向の位置調整用のネジである。キャピラリーと電極はキャピラリーホルダー及び電極ホルダーと共にハウジングの中に挿入され、ハウジング両端のエンドキャップをネジで固定することによりキャピラリーと電極を接触させる。キャピラリーは強い力で金属電極を押し付けると割れてしまうので、次のような構造とした。先ず Fig.3.13 に示すように電極を内部電極、外部電極そしてバネの 3 つの部品から構成する。そして Fig.3.14 のように内部電極の外径は外部電極内にちょうど納まるような寸法に、キャピラリーと接触する先端部分は外部電極のそれよりも長くしておく。バネの外径は内部電極にちょうど納まるような寸法に、長さは内部電極よりも長くしておく。

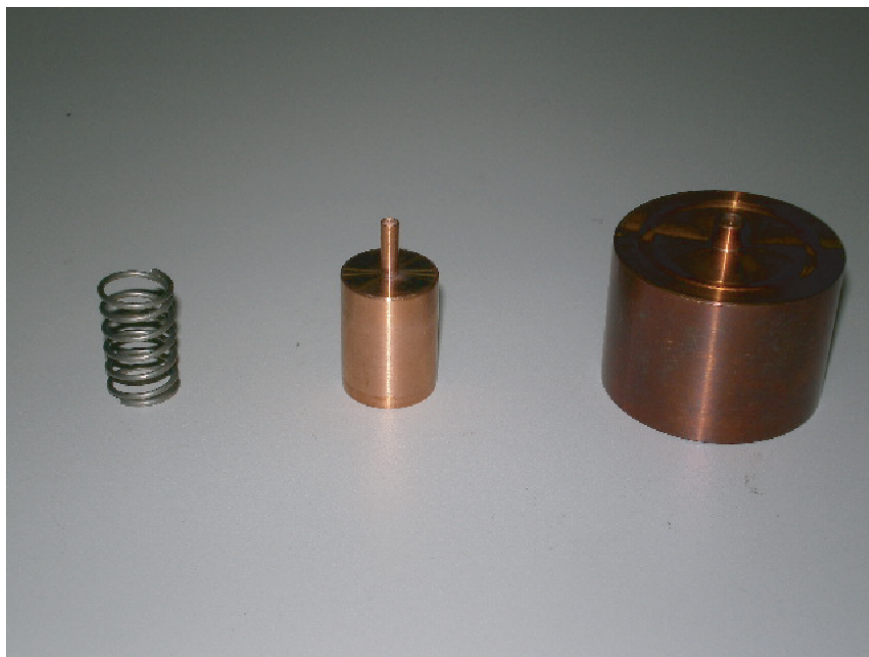


Fig.3.13: 電極を構成する部品。左からバネ、内部電極、外部電極。

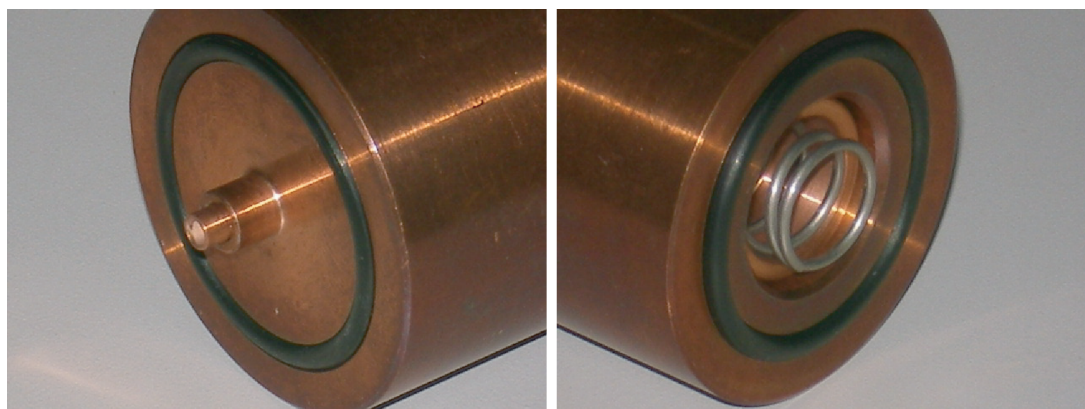


Fig.3.14: 挿入した電極。外部電極に内部電極とバネを挿入したときの画像。左が先頭部分で右が背面の画像。

そしてこれらを Fig.3.15 の様に外部電極に内部電極を、内部電極の中にバネを挿入し、エンドキャップで押さえつける。このようにバネで電極の先頭部分伸縮可能な構造にしておくと、キャピラリーをハウジング内に組



み込んでネジで固定したとき、バネが縮むことで電極の先端が適切な長さまで短くなることでキャピラリーに過剰な力が加わり割れるのを防ぐことができる。

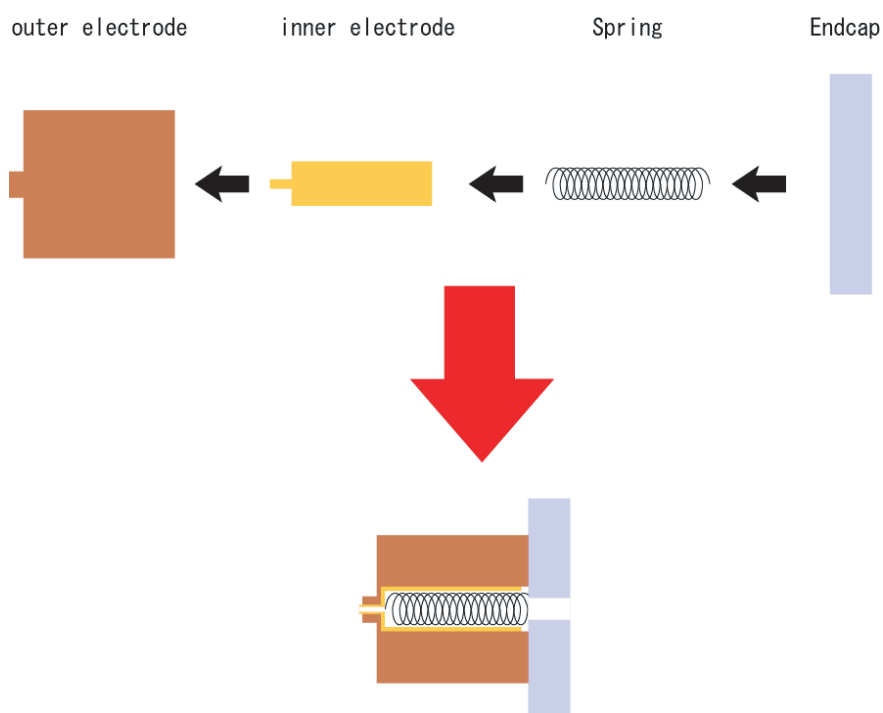


Fig.3.15: キャピラリーに加わる余分な力を吸収する構造。バネが縮むことで電極の先端が適切な長さまで短くなりキャピラリーに過剰な力が加わらない。

Fig.3.16 はエンドキャップをネジで固定したときの画像である。エンドキャップをネジで止めることにより、キャピラリーと電極を固定及びハウジング内に挿入されている O-リングを押しつぶすことにより、ハウジング内の気密を保持する。中心にある穴はレーザーの入射 (出射) 口であり、この穴を通してキャピラリーの穴の中心をレーザーが通過するようにアライメントを行った。

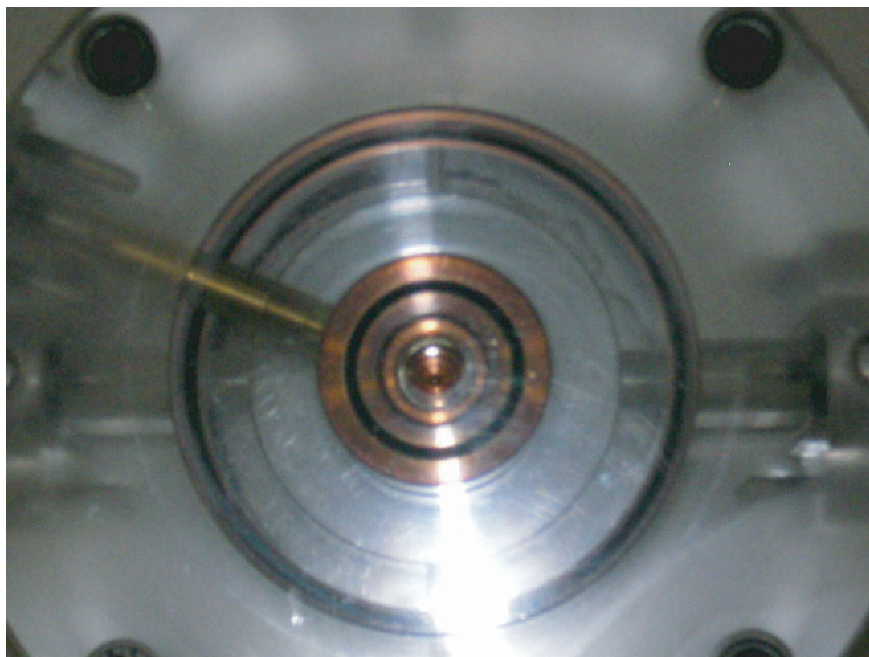


Fig.3.16: エンドキャップの装着

Fig.3.17 はキャピラリー使用時の様子を表している。上方流入してくる中性水素ガスがキャピラリーのガス流路から加速管内に流れ込み、左右の真空内へ逃げていく。中性水素ガスの密度分布が加速管内で十分に平衡になったら放電を起こし水素プラズマを発生させる。プラズマがキャピラリー内壁により冷却され、ガイディングに最適な放物線型のプラズマ電子密度分布が生成される時刻にレーザーパルスを入射させる。

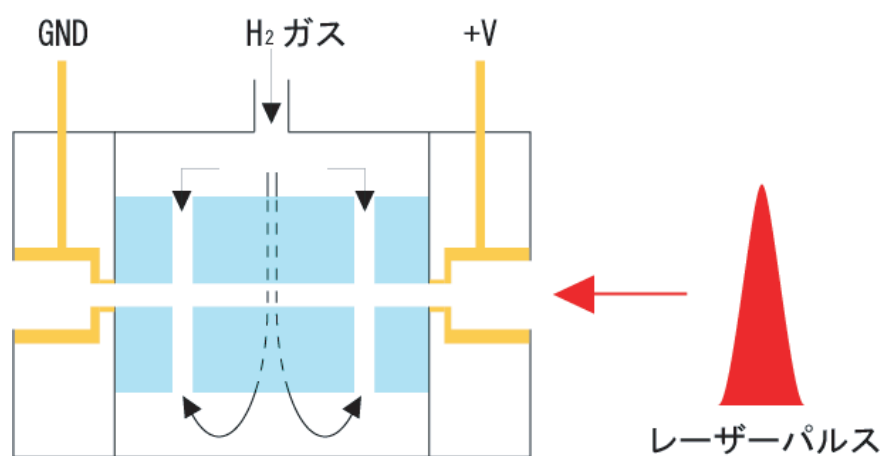


Fig.3.17: キャピラリー使用時の様子

Fig.3.18 はそれぞれハウジング\*2の側面及び斜め上から見た画像である。ハウジングの上部にはガス流入用のエルボー継手が装着されており、フレキシブルチューブが簡単に脱着出来るようになっている。ハウジングの側面には内部確認用の窓と放電用の電極端子がある。内部確認用の窓はハウジングの反対側にもついている。

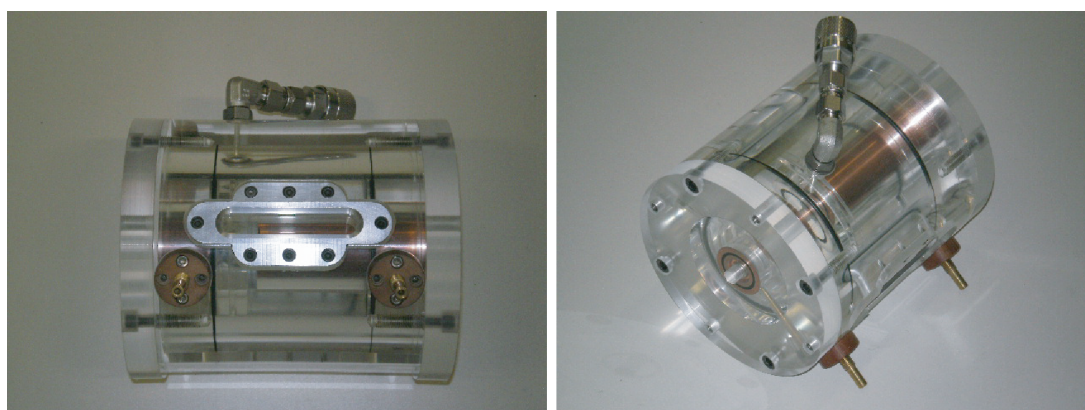


Fig.3.18: ハウジングの概観図。ハウジング上部にはガス流入用の継手が、側面には内部確認用の窓と放電用の電極端子がある。

\*2 ハウジングの詳細は付録 A を参照

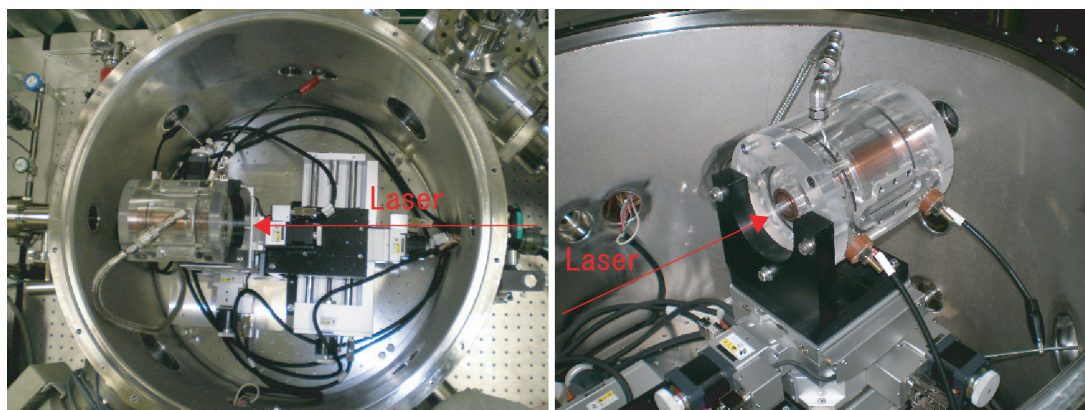


Fig.3.19: 電動ステージに固定したハウジング。電動ステージは  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の並進、 $x-y$  平面内での回転及び  $x-y$  平面に対する角度変化が可能。赤い矢印がレーザーの伝播方向を表している。

ハウジングは電動ステージに固定してそのステージを動かすことでアライメントを行った。電動ステージは三次元方向への並進移動と水平面内での回転及び水平面に対する角度変化を行うことが可能で、合計 5 つの自由度がある。Fig.3.19 電動ステージに固定し、フレキシブルチューブと高圧ケーブルを接続したハウジングの画像である。赤い矢印がレーザーの伝播方向を表しており、左の画像ではレーザーは右から左へ、右の画像ではレーザーは左下から右上に向かって伝播する。

## 3.6 キャピラリー実験装置

### 3.6.1 ガス供給系

水素ガスを供給する配管図を Fig.3.20 に、画像を Fig.3.21 示す。水素ガスの他にもパージ用の窒素ガスとリークチェック用のヘリウムガスを使用した。ガスは純度 99.9% 以上のガスを使用した。ガスボンベからでてきた 147bar(14.7MPa) の水素ガスを粗調整用の第一圧力調整バルブにより 1 bar(0.1MPa) に減圧し、次に正確な圧力を圧力計で読み取り、微調整

用の第二圧力調整バルブにより実験で使用する値 ( $\sim 100\text{mbar}$ ) まで減圧して、減圧されたガスは電気信号で操作される電磁バルブの開閉により真空チャンバー内への流入が制御され、真空チャンバー内からはフレキシブルチューブを使いハウジングへ水素ガスを供給した。その後真空ポンプで屋外に排気する。

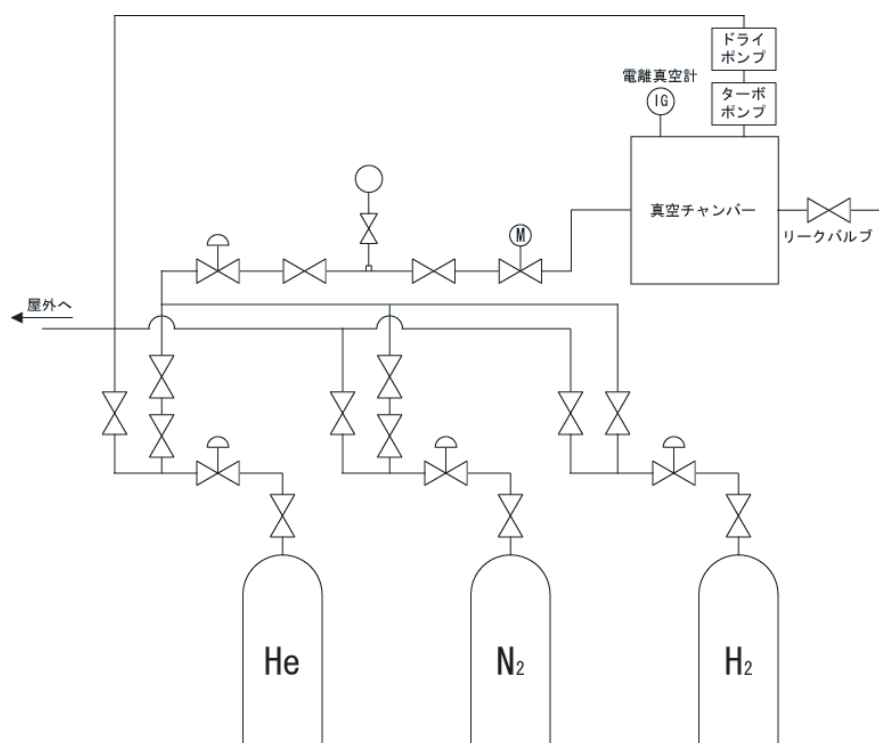


Fig.3.20: ガスを供給する配管図



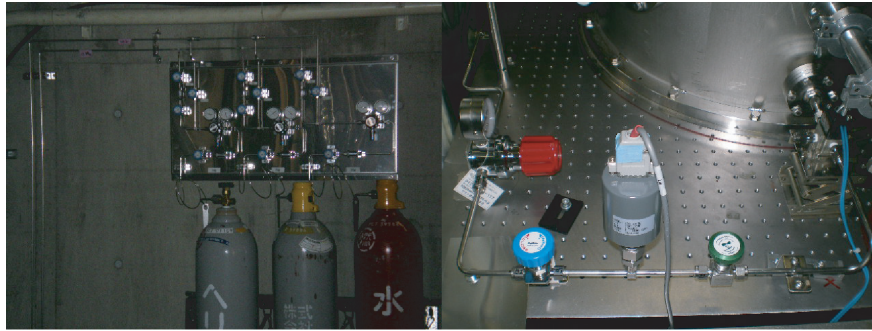


Fig.3.21: ガスの配管

### 3.6.2 キャピラリー放電回路

Fig.3.22 に示す放電回路<sup>\*3</sup>を使用して水素プラズマを発生させた。回路パラメーターはインダクタンス  $L = 1\mu\text{H}$ 、静電容量  $C = 2\text{nF}$ 、充電抵抗  $R_1 = 12.5\text{M}\Omega$  そして減衰抵抗、 $R_2 = 1\Omega$  とした。この放電回路は  $10\text{Hz}$  での運転が可能のように充電の時定数を  $100\text{ms}$  以下となり、充電時の電源の出力が定格出力を超えないように、且つ放電時の電流が最大となるように回路シミュレーションを用いて充電抵抗を決定した。スイッチング素子にはの e2V 社製サイラトロン CX1685 を使用し、使用した高圧ケーブルの耐電圧は  $30\text{kV}$  である。放電電流はカレントモニターを使って測定した。キャピラリーと高圧電源以外の回路素子は全て金属製の筐体に収められており、筐体の電位はグラウンドに落としてある。

---

<sup>\*3</sup> 詳細は付録 B を参照のこと

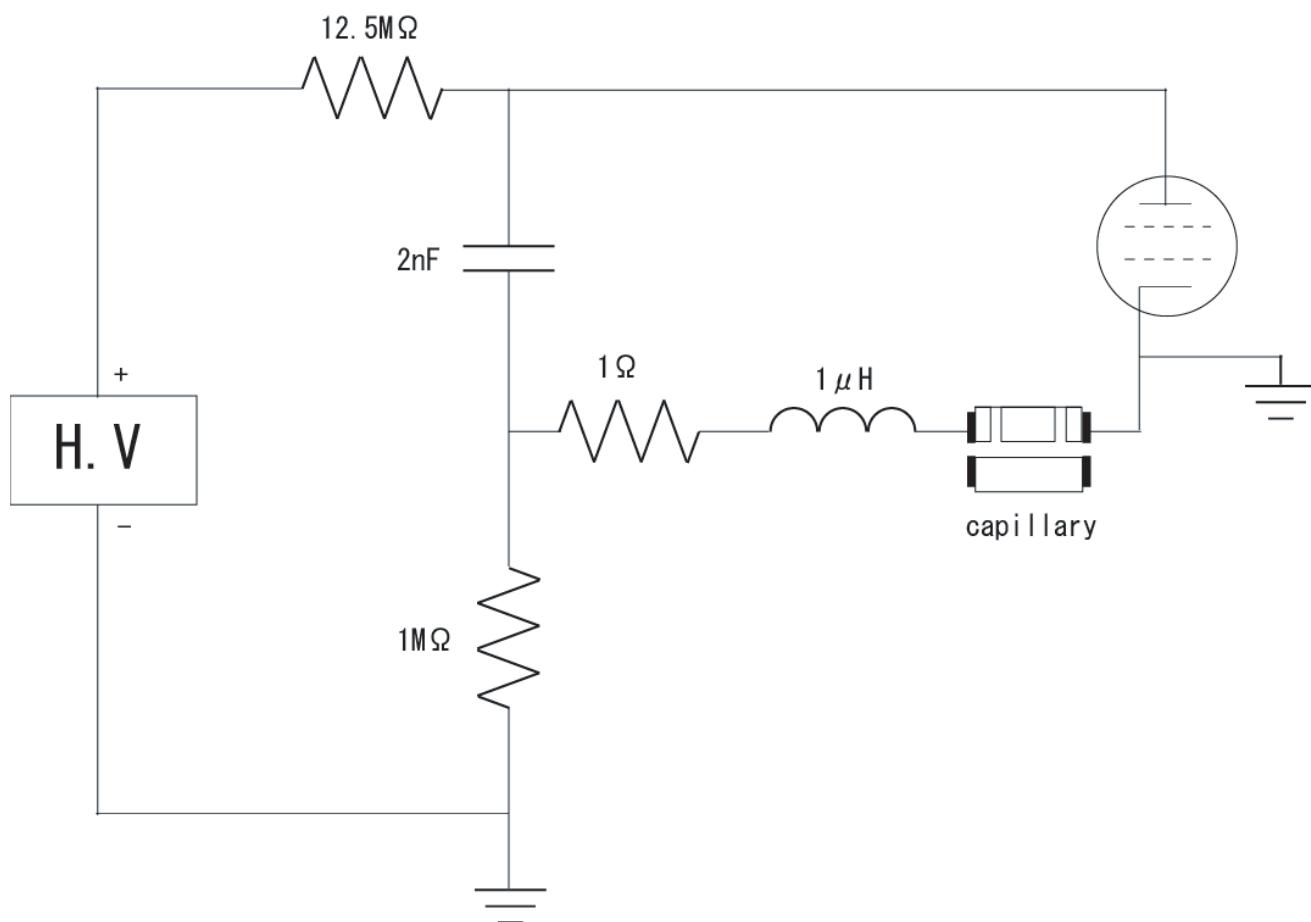


Fig.3.22: 放電回路図。インダクタンス  $L=1\mu\text{H}$ 、静電容量  $C=2\text{nF}$ 、充電抵抗  $R_1 = 12.5\text{M}\Omega$  そして減衰抵抗、 $R_2 = 1\Omega$  とした。

この放電回路の典型的な電流波形を Fig.3.23 に、電流-電圧特性を Fig.3.24 に示す。Fig.3.23 では電源電圧が 10kV、15kV、20kV、25kV、30kV 及び 30kV での回路シミュレーションの値を示してある。図からわかるように、電圧が増加するほど電流値も大きくなり、30kV では最大で 670A になる。また電圧が高いほど電流波形の立ち上がりも早くなり、周期も短くなる。電流波形がきれいな正弦曲線をしていないのは使用しているサイラトロン固有の放電電流よりも周期が短い正弦波ノイズが含まれているためであり、実際に測定されるのは Fig.3.23 のような長周期の正

弦波 (放電電流) と短周期の正弦波 (ノイズ) を重ね合わせた波形である。Fig.3.24 は 9kV から 30kV まで 1kV ずつ電圧を増加させたときの放電電流のピーク値である。電圧と放電電流の間に比例関係  $I = \alpha V$  が成り立っており、その比例係数は  $\alpha = 24.3 \times 10^{-3} \text{ A/V}$  である。

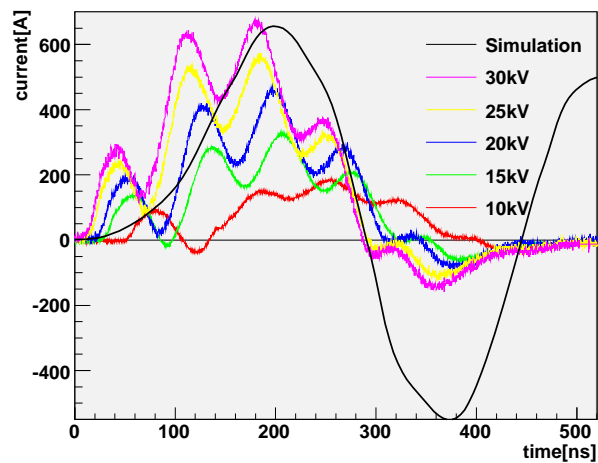


Fig.3.23: 各電圧における電流波形。電圧が 10kV、15kV、20kV、25kV、30kV の場合について示す。黒線は 30kV でのシミュレーションの電流値。



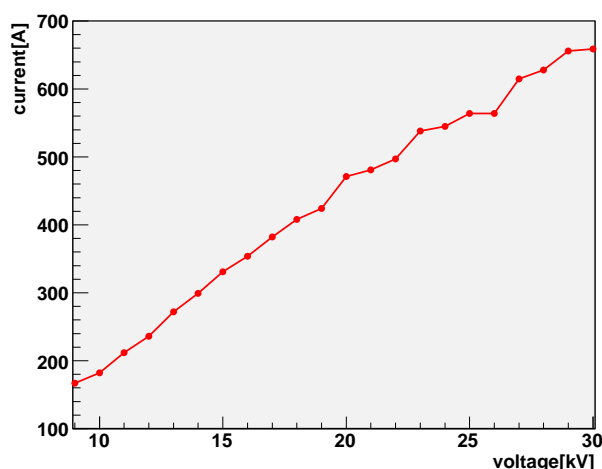


Fig.3.24: 電流-電圧特性

本実験では全て電気信号により各装置との同期をとった。タイミングチャートを Fig.3.25 に示す\*<sup>4</sup>。この図からわかるように 10Hz で発振するマスタークロックが全ての動作の基準となっている。このマスタークロックから発振した 10Hz のシグナルと幅 90ms のシングルショットシグナルが同時に発振されたとき、遅延パルス発生器から 70ms 後に電磁バルブ\*<sup>5</sup>と CCD カメラ\*<sup>6</sup>のゲートオープンシグナル、レーザーの増幅を制御するシグナルそして任意の遅延時間の後、放電回路のトリガーシグナルが発振される。シグナルが入力されてから電磁バルブは 300ms、CCD カメラは 100ms の間ゲートが開いている。各シグナルは適宜 TTL → NIM 変換又はその逆を行い、パルス幅を変える必要のあるシグナルはゲートジェネレーターを使って変更する。今回使用した TW レーザーシステムは増幅器として 1 つの再生増幅器と 2 つのマルチパス増幅器を持っている。再生増幅器と 1 つ目のマルチパス増幅器 (以下プレアンプ) は低出力

\*<sup>4</sup> タイミング回路の詳細は付録 C を参照。

\*<sup>5</sup> 本実験で使用した電磁バルブには 20ms 以下の励磁及び消磁時間がある。

\*<sup>6</sup> 本実験で使用した CCD カメラにはシグナルが入力されてゲートが開くまで最大 150 $\mu$ m の遅延時間がある。

の Nd:YAG レーザーによって励起され、2 つ目のマルチパス増幅器 (以下メインアンプ) は高出力の Nd:YAG レーザーによって励起される。これら 2 つの Nd:YAG レーザーのフラッシュランプはマスタークロックにより 10Hz でトリガーされる。低出力 YAG レーザーは内部 Q スイッチトリガーのタイミングは固定されており、フラッシュランプトリガーの  $180\mu\text{s}$  後にトリガーされ、その 350ns 後にレーザーパルスが発振される。高出力 YAG レーザーは Fig.C.1 のレーザーの増幅を制御するシグナルが入力されている間のみ低出力 YAG レーザーと同期した Q スイッチシグナルが入力され、その 350ns 後にレーザーパルスが発振される。これによってメインアンプが励起され、TW クラスのフェムト秒レーザーが発振される。TW レーザーが発振されるタイミングはコインシデンスシグナルが発振された次のマスタークロックの 10Hz シグナルより 788ns 後に固定されている。デジタル遅延パルス発生器から放電回路のトリガー機構に入力されるシグナルの遅延時間は任意に調節することが可能であり、また放電回路のトリガー機構にシグナルが入力されてから放電が起こるまでの時間は電圧によって決まっているため放電回路のトリガー機構に入力されるシグナルの遅延時間を調節することで放電開始後の任意の時刻に TW レーザーを到着させることが出来る。

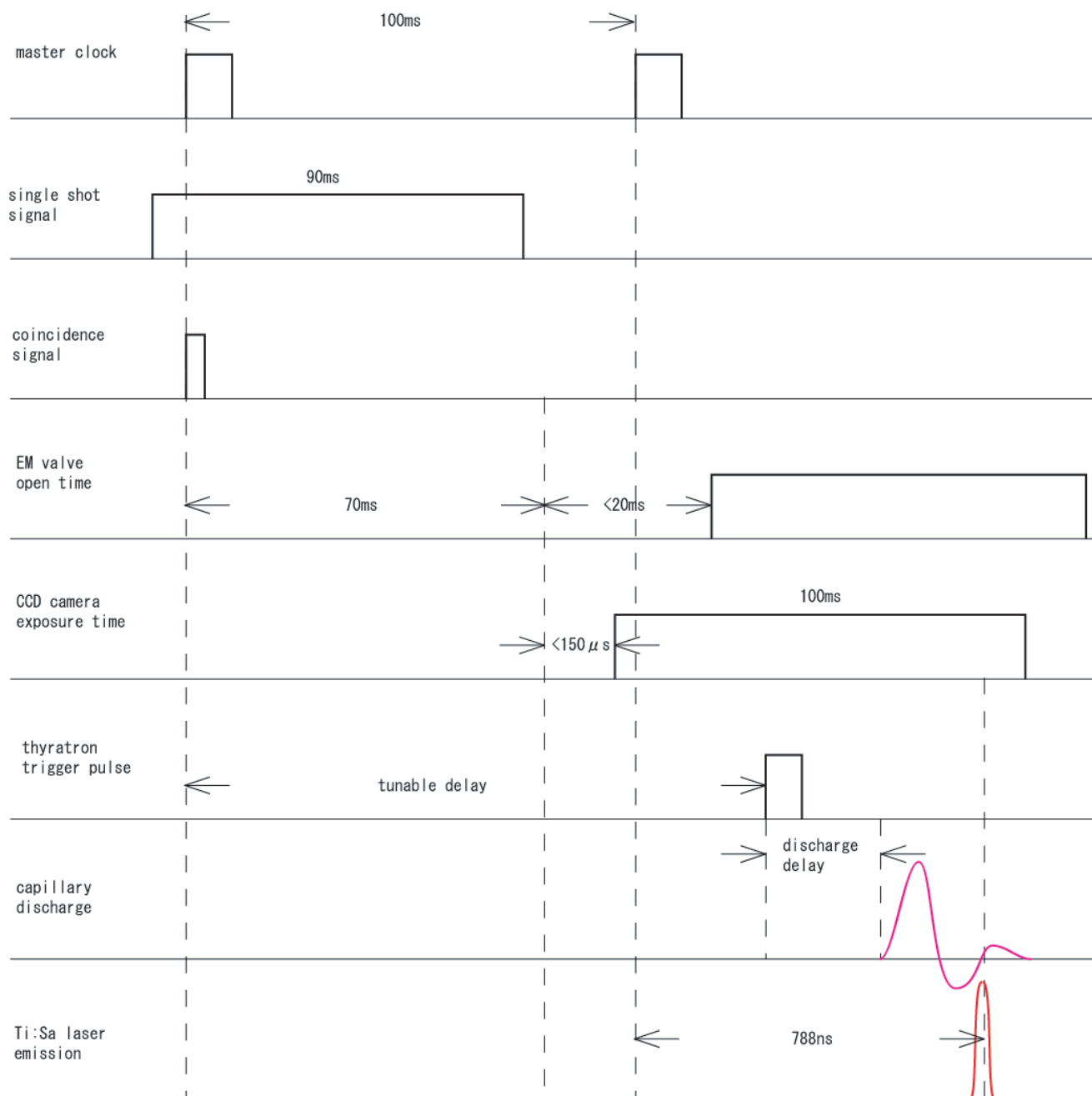


Fig.3.25: ガイディング実験におけるタイミングチャート

### 3.6.3 光ガイディング実験

上述のようにマスタークロックとシングルショットシグナルのコインシデンスシグナルが発振されてから 70ms+励磁時間後に電磁バルブが開き、その 800ns 後に Ti:Sapphire レーザーが到達する。この両者のタイミングは固定されており、遅延回路により放電が起こる時間を調整することでガイディングに最適なレーザーパルス の到達時刻を調べた。レーザーパルスには波長  $\lambda_L=0.8\mu\text{m}$ 、エネルギー  $E=100\text{mJ}$ 、パルス幅の  $\tau=100\text{fs}$  の Ti:Sapphire レーザー、集光レンズには  $f=500\text{mm}$  の凸レンズを使用し、スポット半径  $r_0=40\mu\text{m}$  である。水素ガスの圧力は 50mbar ~300mbar の間で、高圧電源の電圧を 9kV~20kV の間で変化させ、焦点距離が  $f=700\text{mm}$  の結像レンズで集光したキャピラリー出口側のレーザースポットサイズを 16 ビット CCD カメラで測定し、その大きさから最適なガイディングの時間を調査した。このときの実験装置のセットアップ図面を Fig.3.26 に示す。

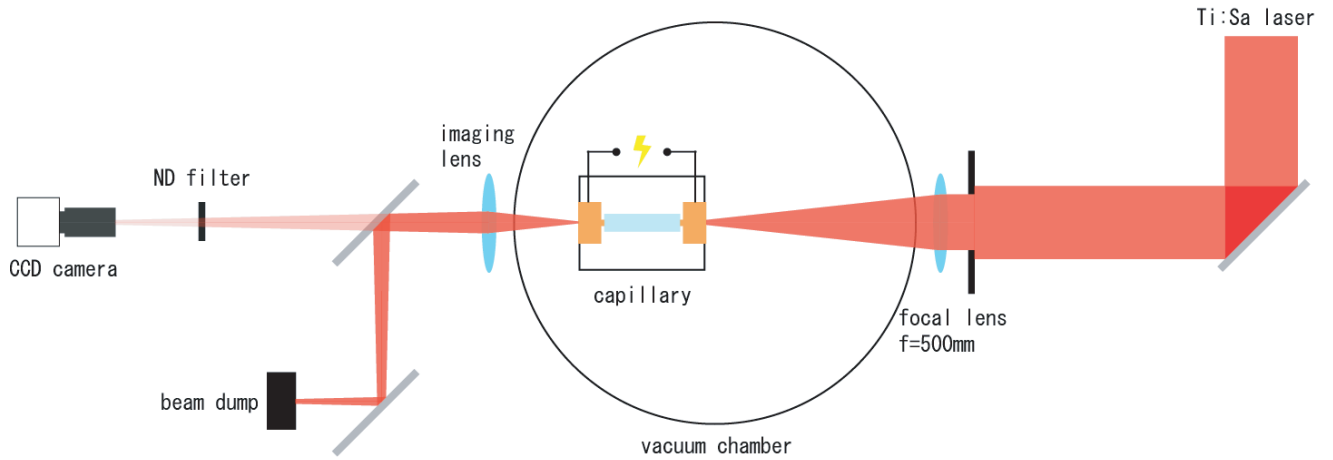


Fig.3.26: 光ガイディング実験のセットアップ図面。Ti:Sapphire レーザーのパラメーターはそれぞれ波長  $\lambda_L=0.8\mu\text{m}$ 、エネルギー  $E=100\text{mJ}$ 、パルス幅の  $\tau=100\text{fs}$  であり、集光レンズの焦点距離は  $f=500\text{mm}$ 、スポット半径は  $r_0=40\mu\text{m}$  である。焦点距離  $f=700\text{mm}$  の結像レンズで集光したキャピラリー出口の像を CCD カメラで撮影した。水素ガスの圧力は  $50\text{mbar}\sim 300\text{mbar}$ 、高圧電源の電圧は  $9\text{kV}\sim 20\text{kV}$  の間で変化させた。

電源電圧を  $9.1\text{kV}$ 、水素ガスの圧力を  $100\text{mbar}$  として Ti:Sapphire レーザーの到達時刻を放電開始位置から  $40\text{ns}$  間隔で  $600\text{ns}$  まで変化させたところ、キャピラリー出口でのスポットサイズは Fig.3.27 のようになった。画像は縦横共に  $450\mu\text{m}$  である。 $t=440\sim 480\text{ns}$  のときにガイディングが行われ、それ以外の時刻ではガイディングは観測されなかった。このことから Ti:Sapphire レーザーの到着時刻は放電開始から  $t=440\sim 480\text{ns}$  後がガイディングに最も適している。 $t=440\text{ns}$  の場合の  $x$  及び  $y$  方向のレーザープロファイルを図 3.28 及び Fig.3.29 に示す。キャピラリー出口でのガイディングされたときの rms スポット半径は  $w_x=45.8\mu\text{m}$ 、 $w_y=58.6\mu\text{m}$  である。

また、式 (3.24) を実験結果に適応すると中心でのプラズマ電子密度は  $n_0=1.6\times 10^{18}\text{cm}^{-3}$ 、 $r=w_x=45.8\mu\text{m}$  での  $x$  方向のチャネルの深さ

は  $\frac{\Delta n_e}{n_0} = 2.6\%$  となる。電子加速実験に成功している他の放電キャピラリーのチャンネルの深さと比較すると、例えば文献 [35] では  $r = 25\mu\text{m}$  で  $\frac{\Delta n_e}{n_0} = 0.3\%$ 、文献 [36] では  $r = 31\mu\text{m}$  でのチャンネルの深さを式 (3.24) から計算すると  $\frac{\Delta n_e}{n_0} = 4.0\%$  なので、本実験で使用したキャピラリーはプラズマチャンネルを用いた電子加速実験に使用できるといえる。

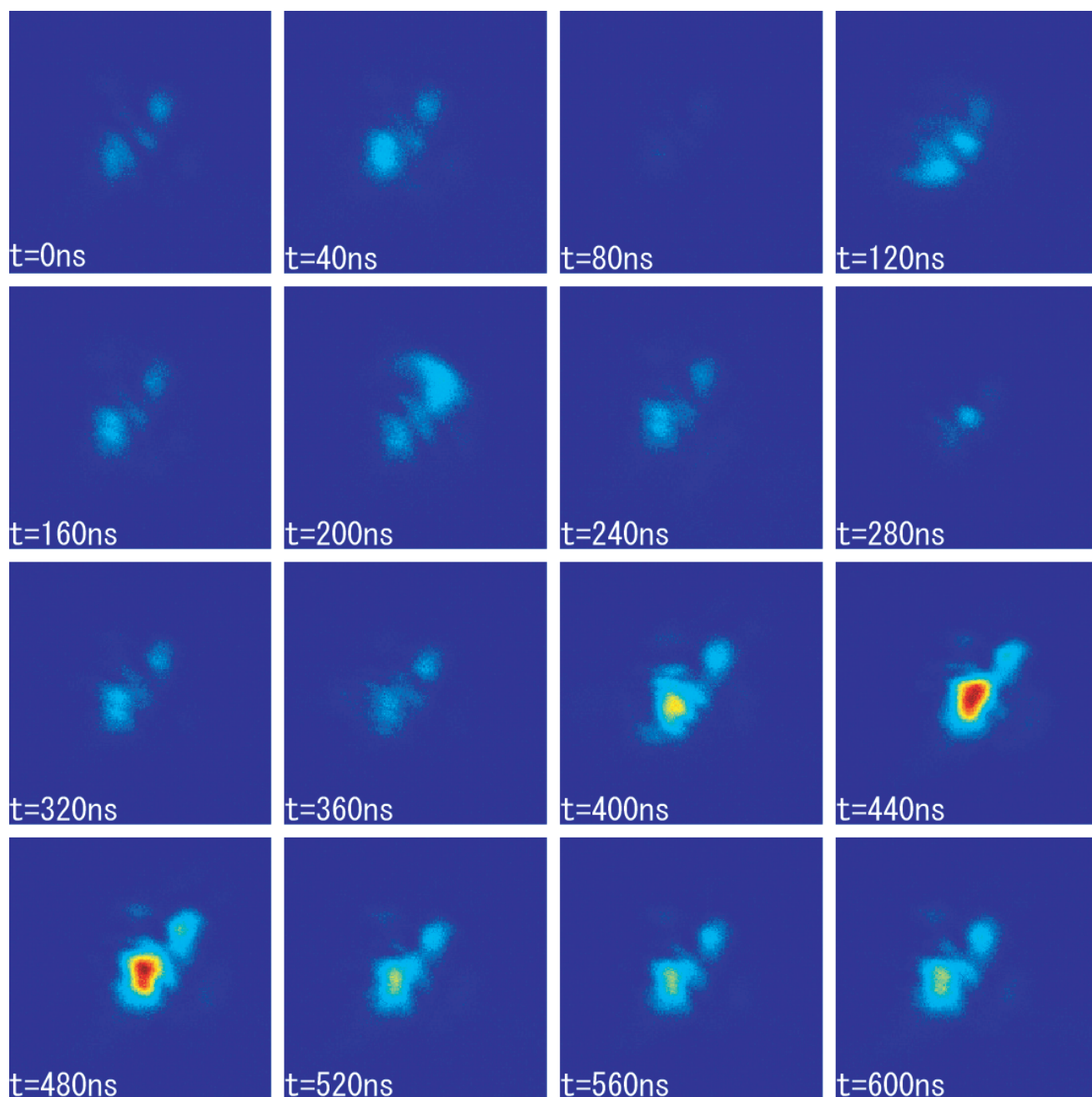


Fig.3.27: キャピラリー出口でのスポットサイズ。電源電圧を 9.1kV、水素ガスの圧力を 100mbar として Ti:Sapphire レーザーの到達時刻を放電開始位置から 40ns 間隔で 600ns まで変化させたときのキャピラリー出口でのスポットサイズ。画像は縦横共に  $450\mu\text{m}$  である。

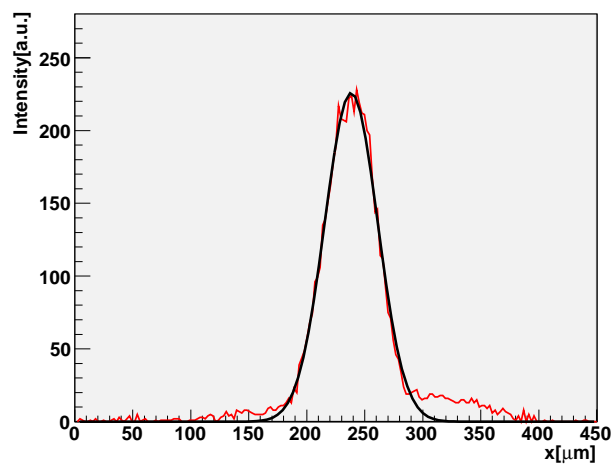


Fig.3.28:  $t=440\text{ns}$  における  $x$  方向のレーザープロファイル。電圧 9.1kV、圧力 100mbar、 $t=440\text{ns}$  のときのキャピラリー出口での  $x$  方向のレーザープロファイル。

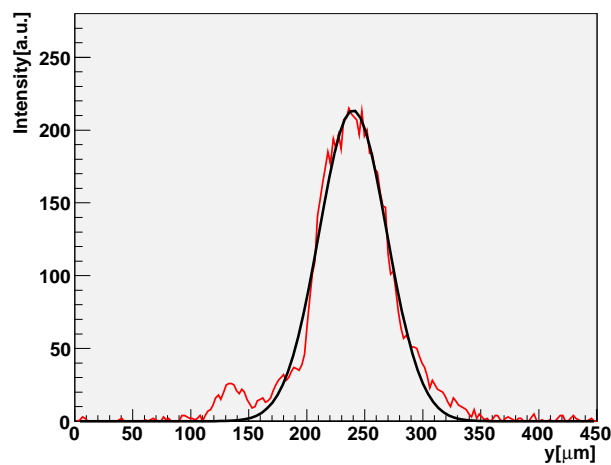


Fig.3.29:  $t=440\text{ns}$  における  $y$  方向のレーザープロファイル。電圧 9.1kV、圧力 100mbar、 $t=440\text{ns}$  のときのキャピラリー出口での  $y$  方向のレーザープロファイル。



## 第 4 章

# レーザープラズマ加速実験

本章では準単色ビーム加速を実証する目的で中国の CAEP で行われた高強度レーザーパルスを用いたレーザープラズマ加速実験について述べる。初めに高強度レーザーパルスの発生方法について説明し、次に実験のセットアップ及びエネルギー spektrometer によるエネルギー分布、Thomson 散乱によるポンプ消耗長、側方散乱による入射位置等の実験結果の解析について述べる。

### 4.1 セットアップ

中国の Chinese Academy Engineering Physics(CAEP) でガスジェットを用いた高強度レーザープラズマ電子加速実験が行われた。実験に使用したレーザーは SILEX-I Ti:Sapphire でパルス幅  $\tau = 27\text{fs}$ 、レーザー波長  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$  の超短パルスを生成する。レーザーパルスのエネルギーは  $7.3\text{J}$  で F/8.8 の軸外し放物面鏡を使ってノズル径  $5\text{mm}$  の超音速 He ガスジェットにスポット半径  $12\mu\text{m}$  で集光させた。ピーク強度は  $6.0 \times 10^{19}\text{W/cm}^2$  でこれは  $a_0 = 5.3$  に相当する。加速された電子は出口側に燐光スクリーン DRZ( $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$ ) を設置した磁場  $0.8\text{T}$  のマグネツト spektrometer で解析した。プラズマ電子密度  $n_e$  は後方 Raman 散乱の第 1 及び第 2 Stokes 線 ( $\omega_p = \omega_{\text{BRS},1} - \omega_{\text{BRS},2}$ ) から測定した。ガスジェッ

トの背圧を調整することによりプラズマ電子密度を  $n_e = 4 \sim 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  で変化させた。

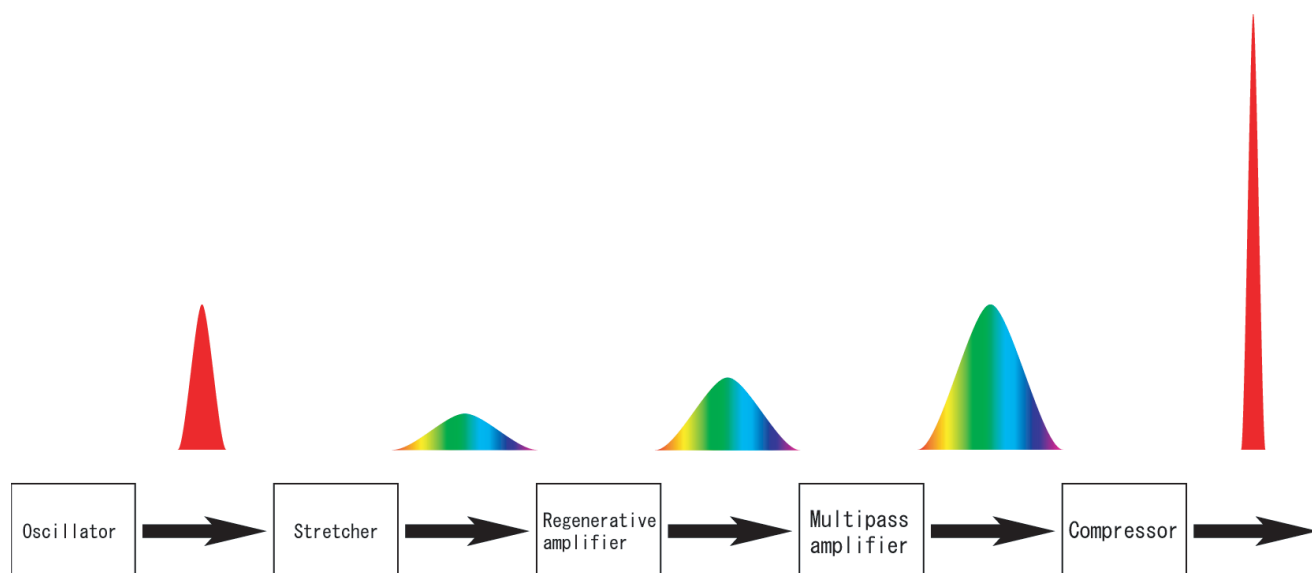


Fig.4.1: チャープパルス増幅法の概念図。オシレーターから発振された種光レーザーを光伸張器で時間的に引き伸ばし、再生増幅器及びマルチパス増幅器でエネルギーを増幅した後、光圧縮器で再び圧縮し、尖頭出力を大きく増加させる。

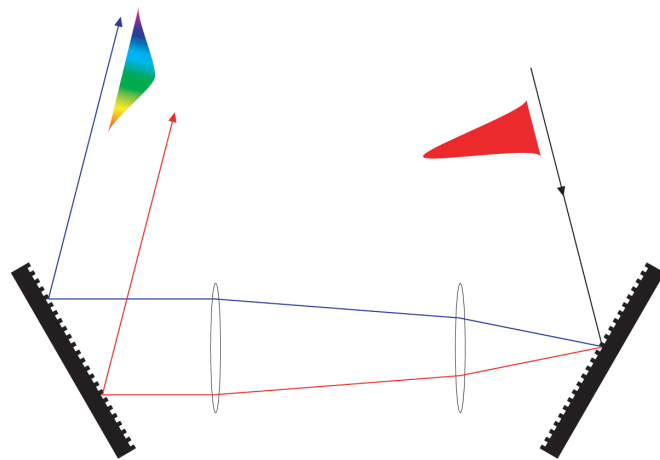


Fig.4.2: 光伸張器

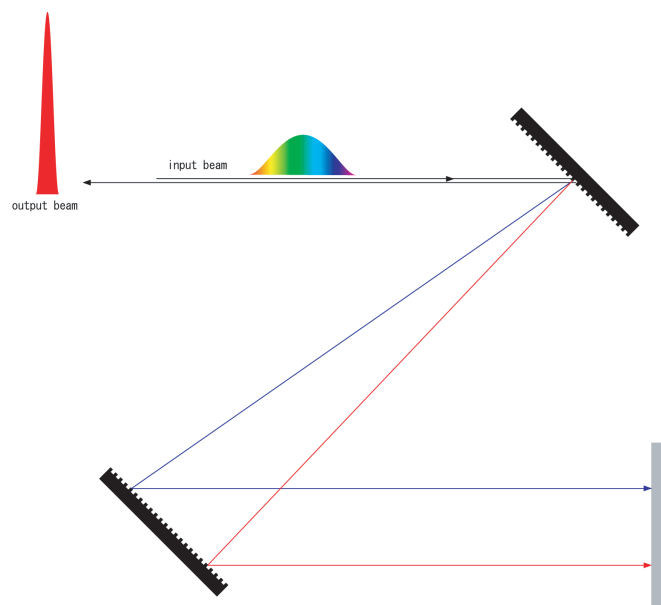


Fig.4.3: 光圧縮器

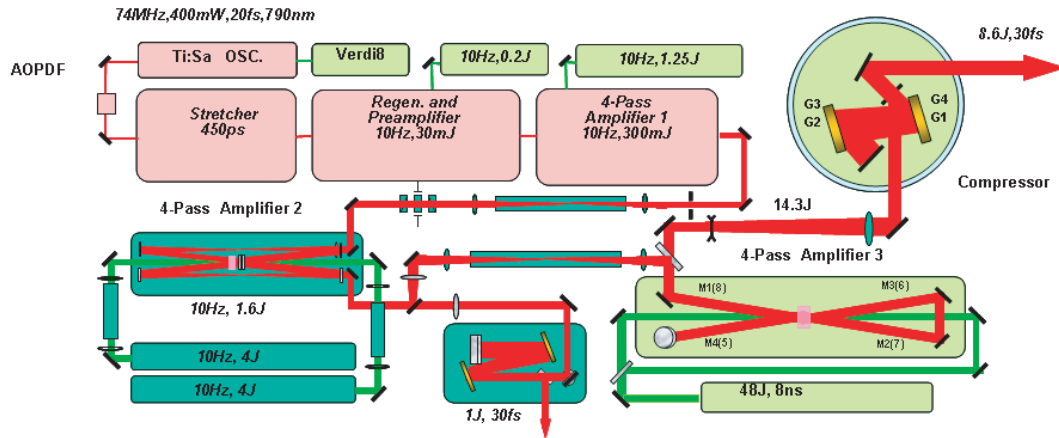


Fig.4.4: SILEX-I のレイアウト

SILEX-I はチャープパルス増幅法 (CPA) により高強度のレーザーを発振する。CPA ではオシレーターから発振されたショートパルスの種光レーザーを光伸張器でパルス幅を引き伸ばし、エネルギーを増幅させた後、光圧縮器で再び圧縮する。レーザーパルスを引き伸ばすことによりレーザーの出力が下がるため、光学系にダメージが入ることと媒質中での非線形効果を抑えることが出来る。光伸張器は Fig.4.2 のように Littrow 配置した回折格子により分光し、各波長成分の光路長を変更することで長波長側の光は短波長側の光よりも時間的に後ろに来る。光圧縮器は Fig.4.3 のように 2 つの平行に置かれた回折格子から成り、光伸張器とは逆に長波長側の光が短波長側の光よりも光路長が短く、時間的に圧縮されるようにしてある。SILEX-I のレイアウトを Fig.4.4 に示す。オシレーターから発振された種レーザーを光伸張器で時間的に引き伸ばした後、1 つの再生増幅器と 3 つのマルチパル増幅器で 14J にまで増幅する。その後光圧縮器により 30fs に圧縮する。

## 4.2 電子の加速エネルギースペクトルの測定

Fig.4.5(a) はレーザーパルスエネルギーが 5.85J(108TW、 $a_0 = 4.7$ )、プラズマ電子密度が  $n_e = 4.3 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のとき観測された。このエネルギー分布には 2 つの準単色ピークがあり 1 つは  $200 \pm 29 \text{MeV}$ (FWHM) で発散が 20mrad であった。もう 1 つは  $220 \pm 19 \text{MeV}$  で発散が 20mrad と  $340 \pm 180 \text{MeV}$  の幅広いピークがあった。2 つのビームの間の発散角は 28mrad であり、最高エネルギーは 600MeV 以上になる。Fig.4.5(b) はレーザーエネルギー 6.7J(125TW)、規格化されたベクトルポテンシャルは  $a_0 = 5.1$ 、プラズマ電子密度が  $n_e = 4.2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のときに観測された。最もエネルギーが高い準単色ピークは  $233 \pm 23 \text{MeV}$  であり、2 つのビームの間の発散角は 15mrad であった。Fig.4.5(c) はレーザーエネルギー 7.3J(135TW、 $a_0 = 5.3$ ) でプラズマ電子密度が  $4.1 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のときに観測された。最もエネルギーの高い準単色ピークは  $93 \pm 16 \text{MeV}$  であり、2 つのビームの間の発散角は 30mrad であった。これらのビームは横方向にベータトロン振動をしているため Fig.4.5(a)-(c) のような分裂したビームが観測される。

注意すべき点として線形理論にあるように加速された電子ビームのエネルギー利得が  $a_0^2$  に比例していないことが挙げられる。レーザー出力が高いほどエネルギー利得は低くエネルギー広がりは大きくなるように見える。このことを調べるために、準単色エネルギーが観測された全てのエネルギースペクトルを Fig.4.6 に示す。

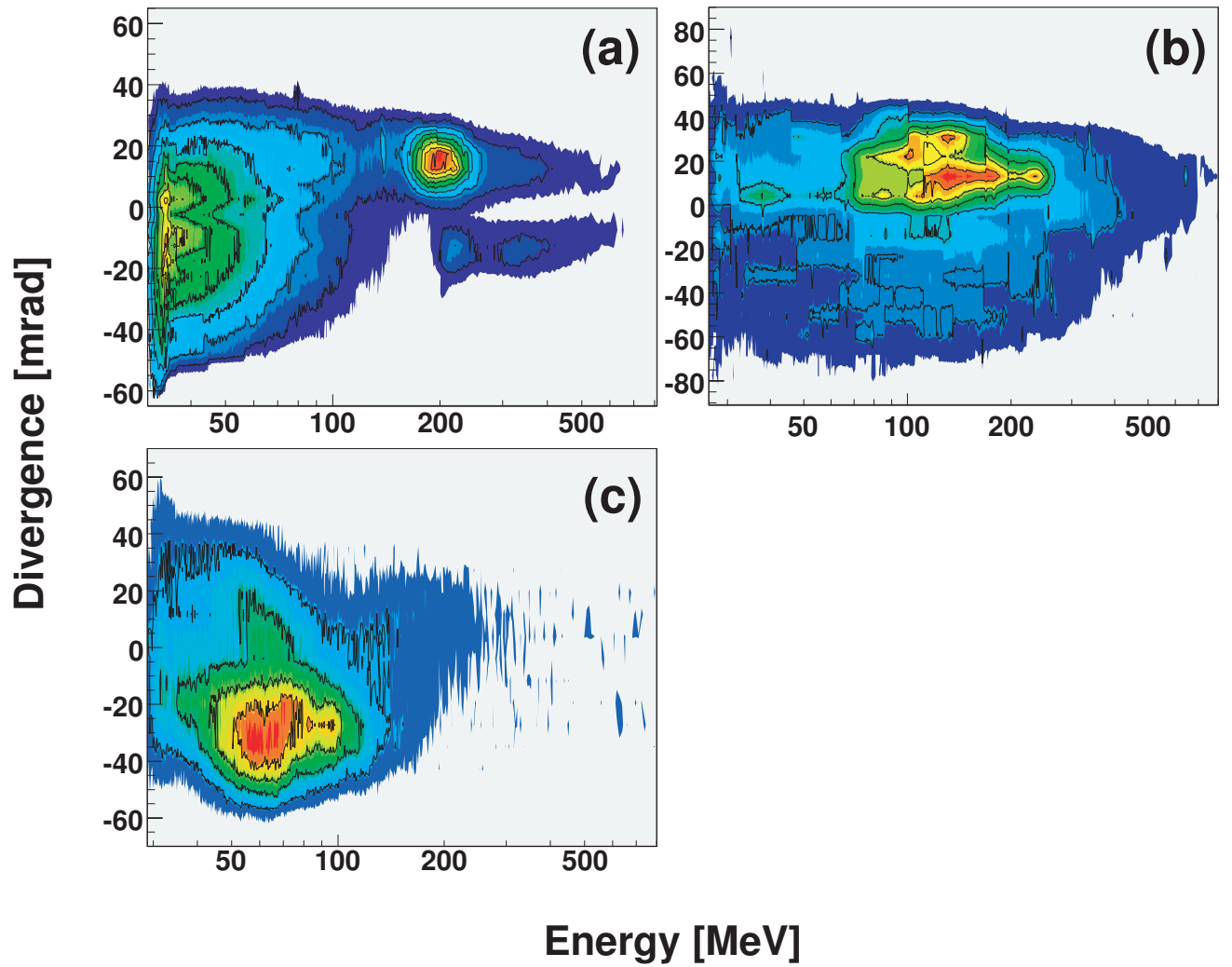


Fig.4.5: 電子ビームのスペクトル。(a) $P=109\text{TW}$ ( $a_0 = 4.7$ )、 $n_e = 4.3 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$ 、(b) $P=125\text{TW}$ ( $a_0 = 5.1$ )、 $n_e = 4.2 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  (c) $P=135\text{TW}$ ( $a_0 = 5.3$ )、 $n_e = 4.1 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  のときの DRZ 燐光スクリーン上で観測された電子ビームのスペクトル。

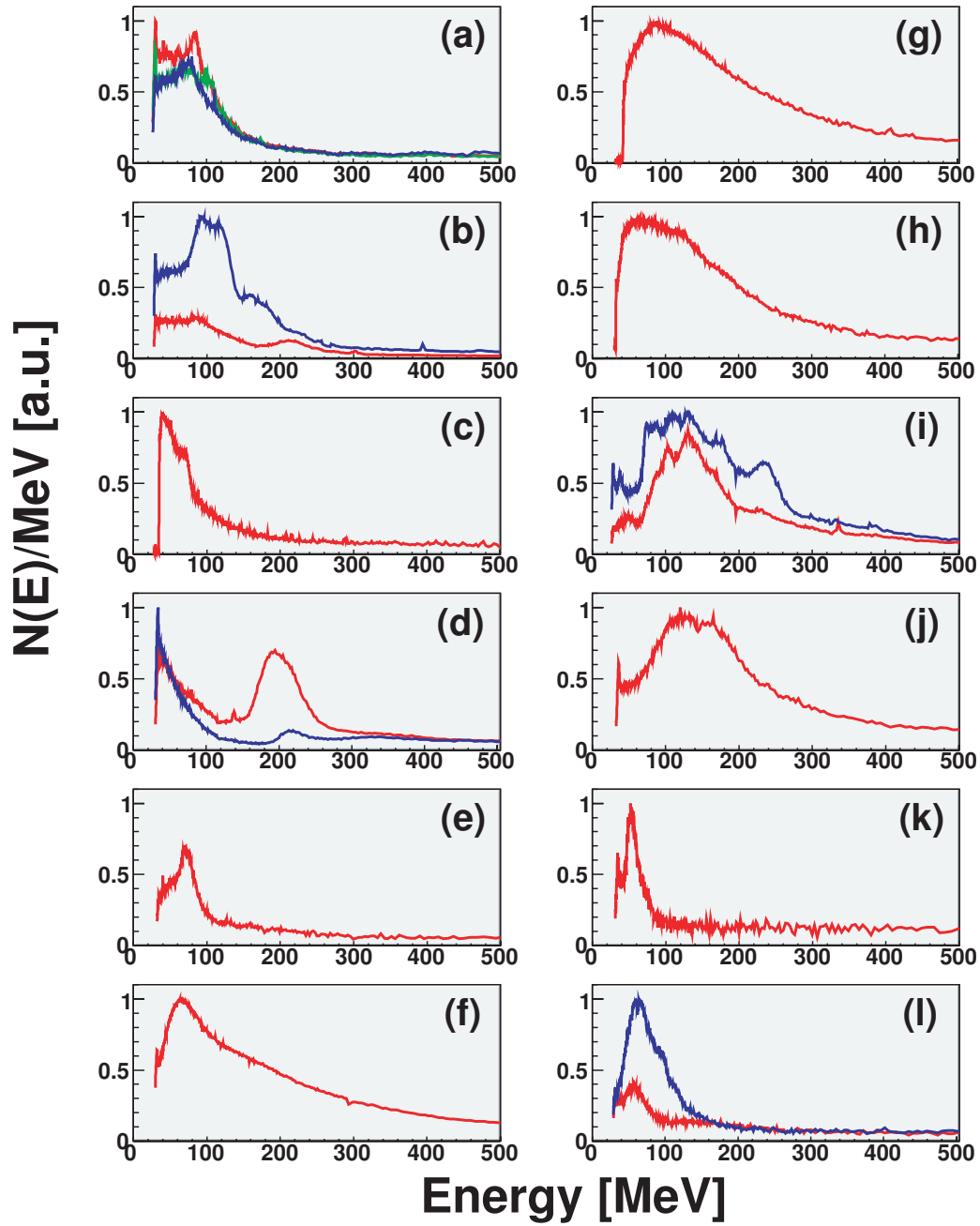


Fig.4.6: 、

$a_0$ 、 $n_e[10^{18}\text{cm}^{-3}]$  の各ショットごとに生成されたエネルギースペクトルP[TW]、 $a_0$ 、 $n_e[10^{18}\text{cm}^{-3}]$  の各ショットごとに生成されたエネルギースペクトル。(a)95、4.4、4.8(b)101、4.5、4.3(c)106、4.7、4.2(d)109、4.7、4.3(e)110、4.8、4.5(f)112、4.8、4.5(g)115、4.9、4.9(h)125、5.1、4.1(i)125、5.1、4.2(j)126、5.1、4.7(k)132、5.2、4.6(l)135、5.3、4.1。第1バンチのスペクトルを赤線、第2バンチのスペクトルを青線、第3バンチのスペクトルを緑線で示してある。

### 4.3 ポンプ消耗距離の測定

Thomson 散乱のイメージを Fig.4.7(b) に示す。これは 2.8mm にわたって伸びており、これは Rayleigh 長の 5 倍の長さであり、このときの出力は 109TW、プラズマ電子密度は  $n_e = 4.3 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  でなので自己収束が起る臨界出力  $P_c \simeq 0.0175 n_c / n_e \simeq 7 \text{TW}$  の 16 倍に相当する出力であった。自己チャネル形成の長さは回折とポンプ消耗によるエネルギー消費によって制限される。ポンプ消耗距離は近似的に  $L_{pd} \simeq (a_0 / \epsilon_{\max})^2 c \tau (n_c / n_e)$  となり、ここで  $\epsilon_{\max} \equiv (eE_z)_{\max} / (m_e c \omega_p)$  は規格化されたウェーク場である。自己チャネル形成の長さがポンプ消耗距離と同程度と仮定すると、ウェーク場の最大振幅は  $\epsilon_{\max} \simeq a_0 (L_{pd} / (c \tau n_c / n_e))^{-1/2}$  となる。測定されたポンプ消耗距離を  $L_{pd}$  と  $c \tau n_c / n_e$  の比として Fig.4.7(a) に示す。これは一次元非線形理論から推測されるように  $\epsilon \simeq a_0$  であることを示す。それゆえポンプ消耗距離は  $L_{pd} \simeq c \tau (n_c / n_e)$  であり  $a_0$  に依存しない。これはレーザーパルスのポンプ消耗はパルス先頭部分の消耗によるものでありその速度は  $v_{\text{erosion}} / c = n_e / n_c$  で与えられることを意味する。



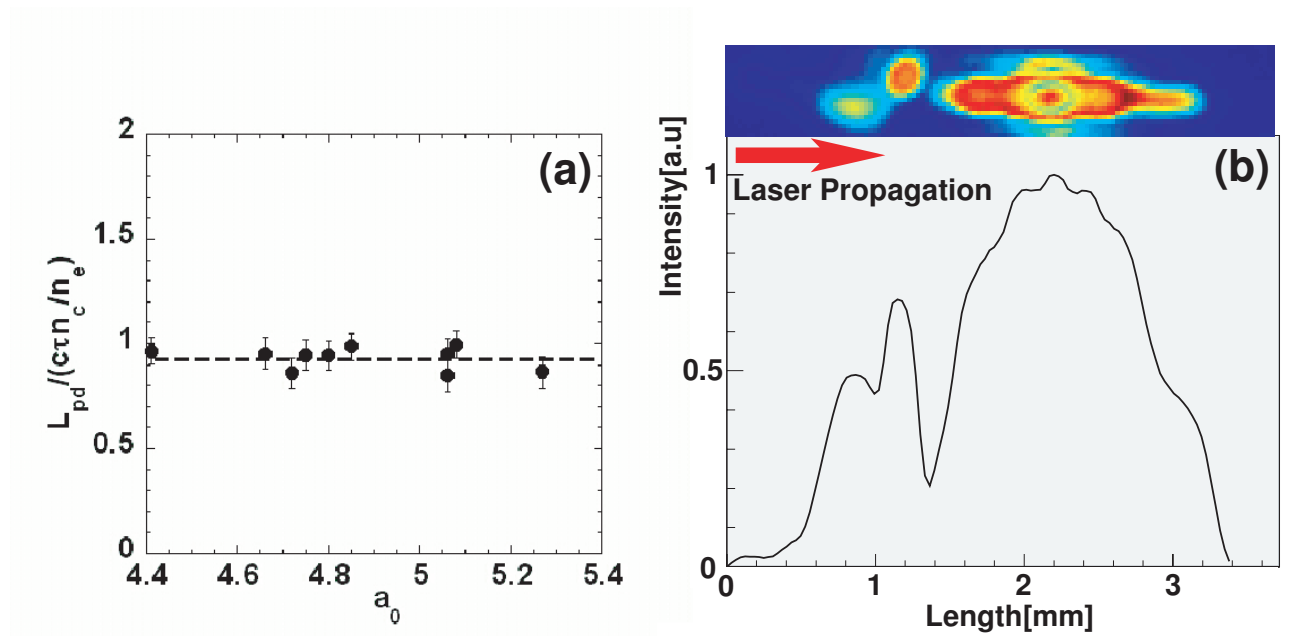


Fig.4.7: ポンプ消耗距離と Thomson 散乱の位置次元強度分布。(a) $a_0$  の関数として表した  $L_{pd}$  と  $c\tau(n_c/n_e)$  の比。点線は平均値の 0.93 を表す。(b)Thomson 散乱のイメージと一次元強度分布。レーザーパルスは左から右へ進行する。

## 4.4 側方散乱による入射位置の測定

Fig.4.8 に示すように、バブルに捕捉された電子は急激な加速度運動を行う。このとき接線方向にシンクロトロン放射が起こり、それらを観測することにより電子の入射位置を測定することができる [55]。Fig.4.9(b) に示すように 400nm のバンドパスフィルターを通した観測されたプラズマ側方散乱において、横方向の放射はプラズマ密度チャネルの内側に連続又は孤立した輝点として観測されている。この横方向の放射は準単色エネルギーと同時に観測されている。最も早い放射の位置はレーザー集光点から 1mm のところで、初めの電子バンチの入射はレーザーパルスが 400 $\mu$ m

以上進んでから入射されている。Fig.4.9(a) は横方向放射が観測される位置  $\Delta x_{\text{emission}}$  をプラズマ波長  $\lambda_p$  を単位とし、 $a_0$  の関数として示してある。各々の点はプラズマ密度チャンネルに沿った輝点を表しており、これらは大まかに3つのグループに分けられ  $\Delta x_{\text{emission}} \simeq L_{tr}$ 、 $2L_{tr}$ 、 $3L_{tr}$  となる。ここで  $L_{tr}$  は

$$L_{tr} \simeq 2\lambda_p \left(1 + \frac{a_0^2}{2}\right)^{1/4} \left(1 + \frac{3a_0^2}{16}\right)^2 \quad (4.1)$$

である。観測された放射が電子が入射される際の急激な加速により生じたものとする、レーザーパルスが進むにつれて波の破碎又はウェークバケットへの連続した入射による自己入射が起こっていると推測される。輝点が出射側でのみ確認されるときは 30MeV 以上の準単色ビームは観測されなかった。

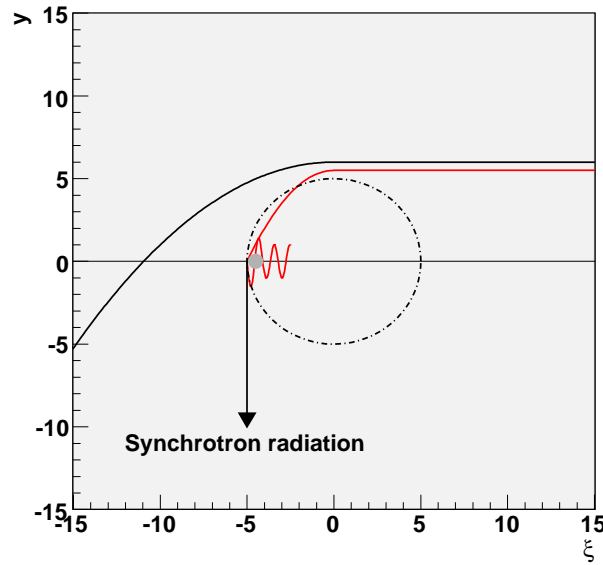


Fig.4.8: 捕捉された電子のシンクロトロン放射

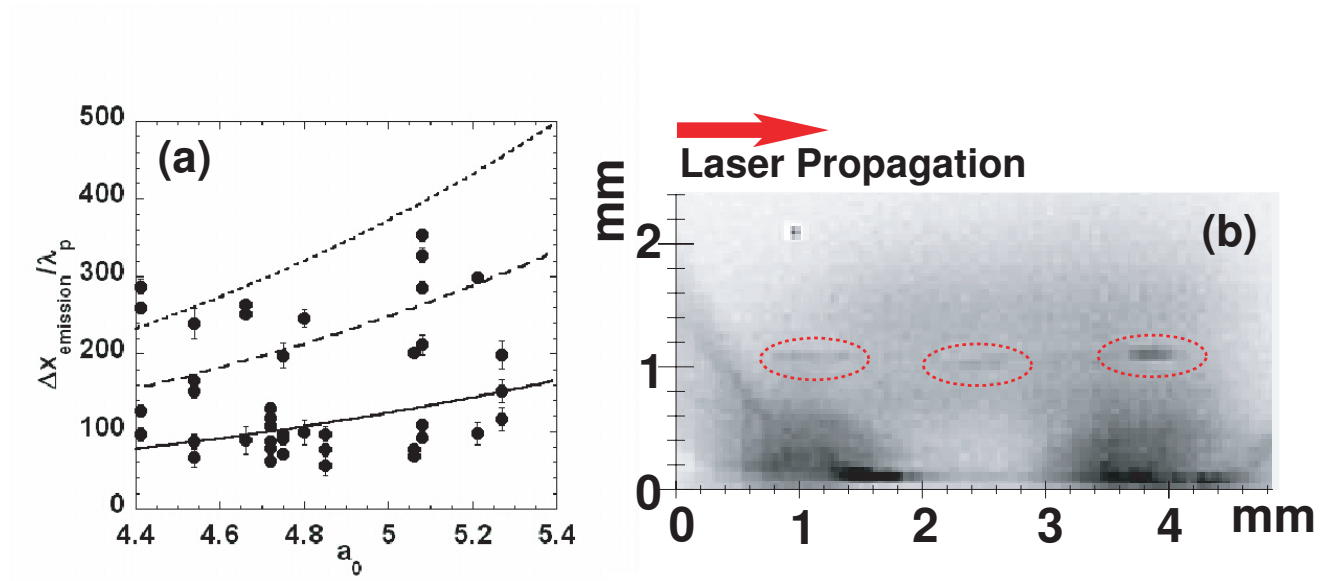


Fig.4.9: 側方散乱と入射位置。(a) 横方向放射が観測される位置  $\Delta x_{\text{emission}}$  をプラズマ波長  $\lambda_p$  を単位とし、 $a_0$  の関数として示したもの。実線は  $L_{tr}$ 、破線は  $2L_{tr}$ 、点線は  $3L_{tr}$  を表している。(b)  $P=109\text{TW}$ 、 $n_e = 4.3 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  のとき  $400 \pm 10\text{nm}$  のバンドパスフィルターを通した側方散乱のイメージ。レーザーパルスはガスジェットノズルの左端から高さ  $1\text{mm}$  のところに集光してある。円で囲まれている輝点は準単色電子ビームが生成されたことに相当する横方向放射。



## 第 5 章

# レーザープラズマ加速のシミュレーション

本章では高品質電子ビーム生成のためのレーザープラズマ加速のシミュレーションについて述べる。高強度レーザーとプラズマの相互作用は前述の非線形方程式となり、解析的に解くことができない。そこで Particle in Cell(PIC) シミュレーションを用いて計算する。これはプラズマを流体として計算するのではなく、プラズマを構成している粒子一つ一つに加わる力を運動方程式と Maxwell 方程式を解くことによりプラズマの振舞いを計算する方法である。初めに PIC シミュレーションの原理及び基礎理論について、次に電子ビームのクオリティと各種パラメーターの依存性を調べるためのシミュレーションについて、最後に高品質電子ビームを生成するために最適な条件の探索について述べる。

### 5.1 基礎方程式

PIC シミュレーションとは粒子の運動方程式と Maxwell 方程式

$$\gamma m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (5.1)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (5.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5.3)$$

の時間微分を中心差分に置き換えて順次解いていく計算方法である。ここで  $m$  は粒子の質量、 $\vec{v}$  は粒子の速度、 $\vec{F}$  は粒子に加わる力、 $\vec{j}$  は電流密度、 $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  は相対論的  $\gamma$  因子を表す。初期値が与えられると1ステップ後の値が得られ、これを繰り返すことで粒子の運動を計算できる。計算の詳細を以下で述べる。

PIC シミュレーションでは運動方程式と Maxwell 方程式の時間微分を中心差分に置き換えて順次解いていく [49]-[51]。運動方程式の2つの式を以下のように差分化する。

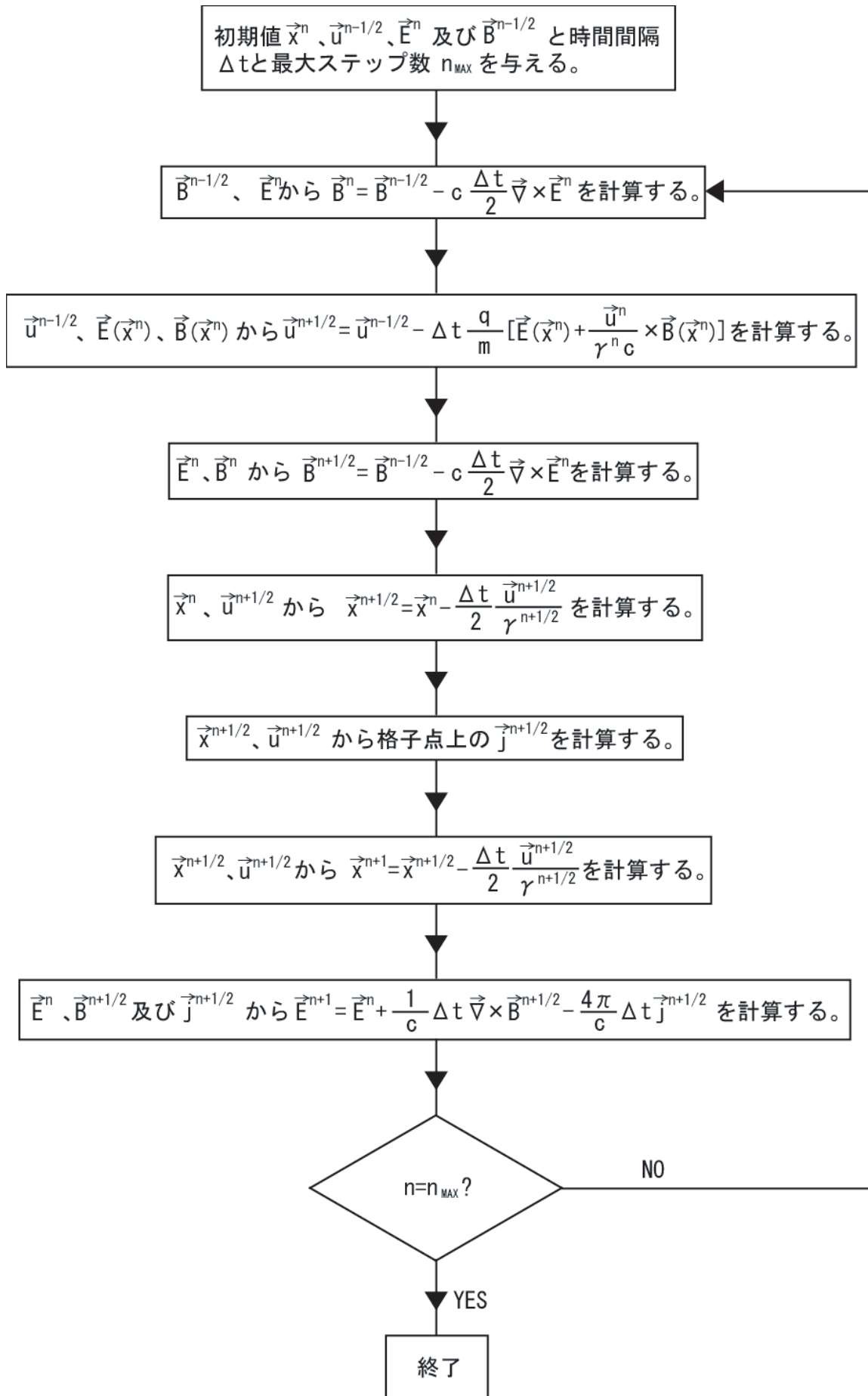
$$\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} = \vec{u}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\vec{F}^n}{m} \Delta t \quad (5.4)$$

$$\vec{x}^{n+1} = \vec{x}^n - \frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}}}{\gamma^{n+\frac{1}{2}}} \Delta t \quad (5.5)$$

ここで添字  $n$  は時間ステップを表す。また  $\vec{u} \equiv \gamma \vec{v}$  とした。式 (5.4) で、初期値  $\vec{u}^{n-\frac{1}{2}}$  と力  $\vec{F}^n$  が与えられると、1ステップ後の  $\vec{u}^{n+\frac{1}{2}}$  を計算することができる。次に、式 (5.5) において、初期値  $\vec{x}^n$  と先に得られた  $\vec{u}^{n+\frac{1}{2}}$  を使って、1ステップ後の位置  $\vec{x}^{n+1}$  を計算する。新しい値を使って以上の計算を繰り返すことにより、粒子の運動を計算できる。このように位置と運動量の時間を  $1/2$  ステップずらして計算することにより、両方の式を中心差分<sup>\*1</sup>で計算することが出来る。

Maxwell 方程式を運動方程式と組み合わせて Fig.5.1 のように電場と位置を磁場と電流密度と速度を  $1/2$  ステップずらして交互に解いていく。これらを考慮すると、1サイクルは以下のようなになる。

<sup>\*1</sup> 差分化の詳細は付録 D を参照。



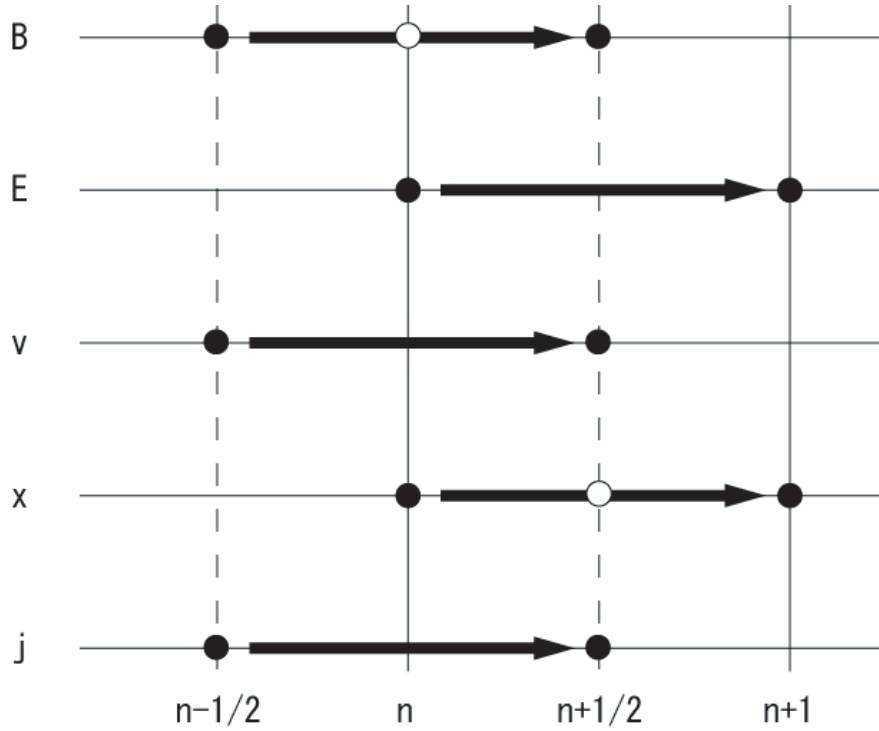


Fig.5.1: リーフロッグ図

## 5.2 マクロ粒子

PIC シミュレーションでは多数の粒子を含んだマクロ粒子を考える。このマクロ粒子一個には多数の荷電粒子が含まれる。電子あるいはイオンの様な粒子  $p$  が密度  $n_p(\vec{x}, t)$  の様な分布をしているとすると、ある体積領域  $V$  に含まれる粒子の個数は

$$N_p = \int_V n_p dV \quad (5.6)$$

である。これらの粒子の分布を  $N_M$  個のマクロ粒子で表すと、一個のマクロ粒子が含む粒子の個数は  $N_{3D}$

$$N_{3D} = \frac{N_p}{N_M} = \frac{\int_V n_p dV}{N_M} \quad (5.7)$$

となる。



次に、マクロ粒子の電荷  $Q_{M3D}$  がどのようなになるかを考える。体積  $V$  内に分布している粒子の電荷を  $Q_p$  とすると、全電荷  $Q_{tot}$  は

$$Q_{tot} = N_M Q_{M3D} = \int_V Q_p n_p dV \quad (5.8)$$

となる。したがって、

$$Q_{M3D} = \frac{\int_V Q_p n_p dV}{N_M} \quad (5.9)$$

である。質量も同様に

$$m_{M3D} = \frac{\int_V m_p n_p dV}{N_M} \quad (5.10)$$

と計算できる。マクロ粒子の比電荷は元の粒子のそれと変わらないので、マクロ粒子の運動を記述する方程式は元の粒子に対する式と同じである。

1次元の場合、マクロ粒子の電荷の次元は3次元の場合と異なり

$$Q_{M1D} = \frac{\int_L Q_p n_p dx}{N_M} \quad (5.11)$$

となるので、 $Q_{M1D}$  の次元は粒子の電荷及び長さの次元をそれぞれ  $C$ 、 $L$  とすると

$$[Q_{M1D}] = C/L^3 \times L = CL^{-2} \quad (5.12)$$

なので、 $y-z$  平面上の単位面積当たりの電荷になる。1マクロ粒子が含む粒子数は、一次元の場合

$$N_{1D} = \frac{N_p}{N_M} = \frac{\int_L n_p dx}{N_M} \quad (5.13)$$

となるので、個数の次元を  $N$  とすると

$$[N_{1D}] = N/L^3 \times L = NL^{-2} \quad (5.14)$$

となり、これも単位面積当たりの個数になる。二次元の場合も同様に考えると

$$Q_{M2D} = \frac{\int_S Q_p n_p dS}{N_M} \quad (5.15)$$

となるので、 $Q_{M2D}$  の次元は

$$[Q_{M2D}] = C/L^3 \times L^2 = CL^{-1} \quad (5.16)$$

なので、 $z$  軸方向の単位長さ当りの電荷になる。1 マクロ粒子が含む粒子数は、二次元の場合

$$N_{2D} = \frac{N_p}{N_M} = \frac{\int_S n_p dS}{N_M} \quad (5.17)$$

となるので

$$[N_{2D}] = N/L^3 \times L^2 = NL^{-1} \quad (5.18)$$

となり、 $x-y$  平面上で計算を行う場合、マクロ粒子の電荷と質量は  $z$  軸方向の単位長さ当りの値になる。

### 5.3 電流密度

粒子の運動と電磁場を矛盾無く解くために、Maxwell 方程式の中の電荷密度  $\rho$  と電流密度  $\vec{j}$  は粒子の分布と次の様に結び付けられる。

$$\rho(\vec{x}, t) = \sum_i Q_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i(t)) \quad (5.19)$$

$$\vec{j}(\vec{x}, t) = \sum_i Q_i c \vec{\beta}_i(t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i(t)) \quad (5.20)$$

ここで添字  $i$  は粒子の番号である。マクロ粒子の場合、 $\delta$  関数の代わりにマクロ粒子の密度分布を表す形状因子  $S$  を考えて、格子上の各点での電荷密度と電流密度を計算する。

$$\rho(\vec{x}_j, t) = \sum_i Q_M S(\vec{x}_j, \vec{x}_i(t)) \quad (5.21)$$

$$\vec{j}(\vec{x}_j, t) = \sum_i Q_M c \vec{\beta}_i(t) S(\vec{x}_j, \vec{x}_i(t)) \quad (5.22)$$

ここで添字  $j$  は格子の番号を表す。全電荷量は

$$\sum_j \rho(\vec{x}_j, t) \Delta V_j = \sum_i Q_M \quad (5.23)$$

なので、これに式 (5.21) を代入すると

$$\sum_j = S(\vec{x}_j, \vec{r}_i(t)) \Delta V_j = 1 \quad (5.24)$$

が得られる。ここで、 $\Delta V_j$  は格子の体積である。これは一次元及び二次元の場合はそれぞれ格子の長さ及び面積になる。形状因子  $S$  は式 (5.24) を満たすようにしなければならない。上式はマクロ粒子の電荷密度を各格子点に重みを付けて振り分けることに対応する。

簡単のために、先ず一次元の場合を考える。 $x$  方向にマクロ粒子が分布しており、 $y$  及び  $z$  方向には一様であるとする。格子間隔を  $\Delta x$  とし、マクロ粒子の位置  $x_i$  が  $x_j$  と  $x_{j+1}$  の間にあるとき、 $x_j$  と  $x_{j+1}$  の位置にある格子上の電荷密度  $\rho_j$  と  $\rho_{j+1}$  の計算をすることを考える。最も単純な方法は、マクロ粒子の位置と格子位置の距離の比によって重みをつけることである。マクロ粒子のサイズを  $\Delta x$  とすると、マクロ粒子の電荷密度は  $Q_M/\Delta x$  となる。これに Fig.5.2 に示される重みを掛けると

$$\rho_j = Q_M \frac{x_{j+1} - x_i}{\Delta x^2} \quad (5.25)$$

$$\rho_{j+1} = Q_M \frac{x_i - x_j}{\Delta x^2} \quad (5.26)$$

となる。同様に電流密度は

$$\vec{j}_j = Q_M c \vec{\beta}_i \frac{x_{j+1} - x_i}{\Delta x^2} \quad (5.27)$$

$$\vec{j}_{j+1} = Q_M c \vec{\beta}_i \frac{x_i - x_j}{\Delta x^2} \quad (5.28)$$

となる。これに対応する形状因子は Fig.5.3 のような形になる。以上をマクロ粒子の個数分繰り返して各格子点で足し合わせれば良い。二次元及び三次元の場合も同様に計算できる。三次元の場合、マクロ粒子の位置  $(x_i, y_i, z_i)$  が、格子点  $x_j \sim x_{j+1}$ 、 $y_k \sim y_{k+1}$ 、 $z_l \sim z_{l+1}$  の間にあるときの各格子点上で電流密度は

$$\vec{j}_{jkl} = Q_M c \vec{\beta}_i \frac{x_{j+1} - x_i}{\Delta x^2} \frac{y_{k+1} - y_i}{\Delta y^2} \frac{z_{l+1} - z_i}{\Delta z^2} \quad (5.29)$$

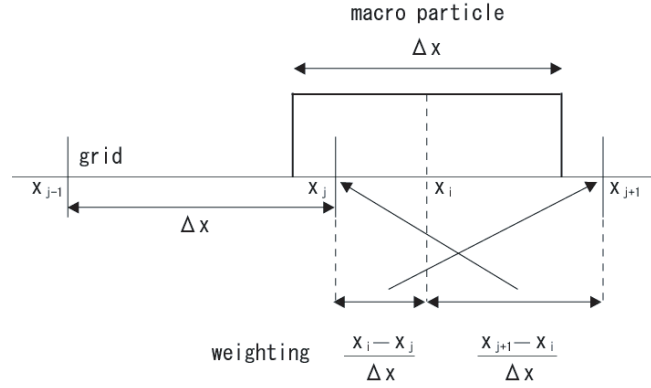


Fig.5.2: 格子点での重み

$$\vec{j}_{j+1kl} = Q_{Mc} \vec{\beta}_i \frac{x_i - x_j}{\Delta x^2} \frac{y_{k+1} - y_i}{\Delta y^2} \frac{z_{l+1} - z_i}{\Delta z^2} \quad (5.30)$$

$$\vec{j}_{j+1k+1l} = Q_{Mc} \vec{\beta}_i \frac{x_i - x_j}{\Delta x^2} \frac{y_i - y_k}{\Delta y^2} \frac{z_{l+1} - z_i}{\Delta z^2} \quad (5.31)$$

$$\vec{j}_{jk+1l} = Q_{Mc} \vec{\beta}_i \frac{x_{j+1} - x_i}{\Delta x^2} \frac{y_i - y_k}{\Delta y^2} \frac{z_{l+1} - z_i}{\Delta z^2} \quad (5.32)$$

$$\vec{j}_{jkl+1} = Q_{Mc} \vec{\beta}_i \frac{x_{j+1} - x_i}{\Delta x^2} \frac{y_{k+1} - y_i}{\Delta y^2} \frac{z_i - z_l}{\Delta z^2} \quad (5.33)$$

$$\vec{j}_{j+1kl+1} = Q_{Mc} \vec{\beta}_i \frac{x_i - x_j}{\Delta x^2} \frac{y_{k+1} - y_i}{\Delta y^2} \frac{z_i - z_l}{\Delta z^2} \quad (5.34)$$

$$\vec{j}_{j+1k+1l+1} = Q_{Mc} \vec{\beta}_i \frac{x_i - x_j}{\Delta x^2} \frac{y_i - y_k}{\Delta y^2} \frac{z_i - z_l}{\Delta z^2} \quad (5.35)$$

$$\vec{j}_{jk+1l+1} = Q_{Mc} \vec{\beta}_i \frac{x_{j+1} - x_i}{\Delta x^2} \frac{y_i - y_k}{\Delta y^2} \frac{z_i - z_l}{\Delta z^2} \quad (5.36)$$

のようになる。

## 5.4 Maxwell 方程式の差分化

Maxwell 方程式の空間微分を中心差分で表すには、Fig.5.4 に示す様に電磁場を互い違いの格子上に配置する。計算領域の格子点数を  $x-y-z$  軸に対して、 $(nx, ny, nz)$  個とする。 $x$  方向を考えると、格子点は  $x_0, x_1, x_2, \dots$ 、

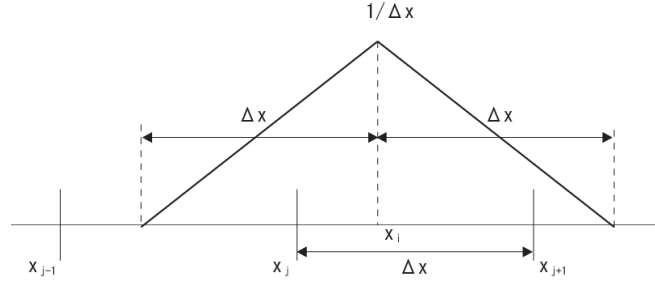


Fig.5.3: 形状因子

$x_{nx-1}$  と  $1/2$  ステップずれた格子点は  $x_{\frac{1}{2}}, x_{\frac{3}{2}}, \dots, x_{nx-\frac{1}{2}}$  の位置にある。 $y$  及び  $z$  方向も同様である。 $x, y$  及び  $z$  座標上での格子点での番号をそれぞれ  $i, j, k$  で表して、格子上の電磁場の値を  $(E_{x,i+\frac{1}{2},jk}, E_{y,ij+\frac{1}{2},k}, E_{z,ijk+\frac{1}{2}})$  及び  $(B_{x,ij+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}, B_{y,i+\frac{1}{2},jk+\frac{1}{2}}, B_{z,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k})$  の様を書く\*<sup>2</sup>。

一次元の場合は、 $x$  方向のみを考えるとすると、添字  $j$  及び  $k$  を消して

$$\frac{1}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta z} = 0 \quad (5.37)$$

とすれば良い。二次元も同様である。

## 5.5 電磁場の境界条件

計算領域の外側には格子が無いので  $x_0, x_{nx-\frac{1}{2}}$  にあたる  $y-z$  平面上の電磁場の計算には **Maxwell** 方程式を差分化した式は適応できない。そこで電磁場が境界で反射せずに計算領域から外側に通り抜ける条件を考える。Fig.5.4 より  $x_{nx-\frac{1}{2}}$  の境界にある格子に振り分けられているのは、 $E_x, B_y$  及び  $B_z$  である。 $E_x$  は **Maxwell** 方程式の差分方程式で計算できるが、 $B_y$  と  $B_z$  は境界の外側の格子点の値を必要とするので計算できない。ここで、境界の外側は真空として、**Maxwell** 方程式から

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (5.38)$$

\*<sup>2</sup> 空間微分を中心差分で置き換えたときの計算の詳細は付録 D を参照

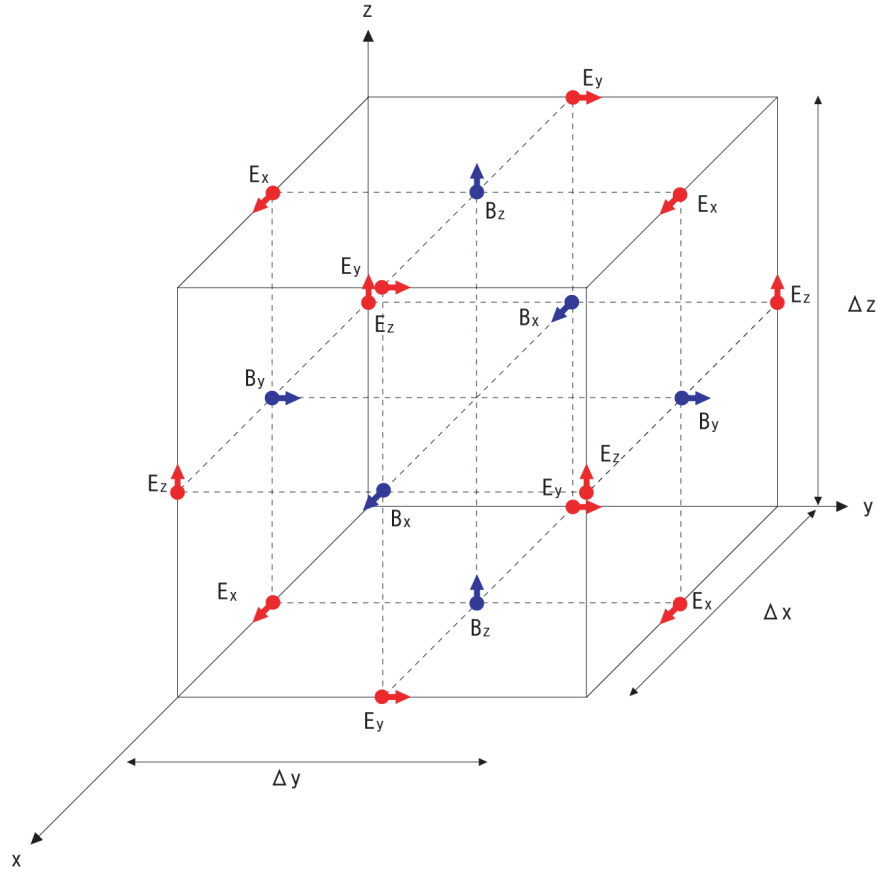


Fig.5.4: Yee セルに基づいた格子

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} \quad (5.39)$$

の2式を使って両辺の足し算を行うと

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)(B_x + E_z) = -\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \quad (5.40)$$

となる。また、引き算を行うと

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)(B_x - E_z) = -\frac{\partial E_x}{\partial z} + \frac{\partial B_x}{\partial y} \quad (5.41)$$

となる。境界を通過する電磁場の形を  $\exp[i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)]$  として、 $c|k| = \omega$  の関係を使うと

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} = -i\omega + ick_x = -i\omega + ic|k| \cos \theta = -i\omega(1 - \cos \theta) \quad (5.42)$$

を得る。ここで、 $\theta$  は  $x$  軸と  $\vec{k}$  の角度である。同様に

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} = -i\omega(1 + \cos \theta) \quad (5.43)$$

なので、

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) = \tan^2 \frac{\theta}{2} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad (5.44)$$

を得る。これを用いて式 5.40 と式 5.41 から、 $E_z$  を消去すると

$$\left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) B_y = C_B \frac{\partial B_x}{\partial y} - C_E \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (5.45)$$

となる。ただし

$$C_B = \frac{1}{2} (1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}) \quad (5.46)$$

$$C_E = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}) \quad (5.47)$$

と定義した。 $B_z$  も Maxwell 方程式

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (5.48)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad (5.49)$$

を使って同様に計算できる。 $x_0$  の境界では、 $E_y$  及び  $E_z$  の境界条件を考える必要がある。この場合は、電磁波の出て行く方向が上記の場合と逆になることに注意が必要である。 $E_y$  に対しては Maxwell 方程式

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad (5.50)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (5.51)$$

を足し算及び引き算をして

$$\left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) (E_y + B_z) = -\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (5.52)$$

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)(E_y - B_z) = -\frac{\partial B_x}{\partial z} + \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (5.53)$$

を得る。 $\theta$  を  $\vec{k}$  と  $x$  軸のマイナス方向の角度とすると

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} = -i\omega + ick_x = -i\omega + ic|k|\cos\theta = -i\omega(1 + \cos\theta) \quad (5.54)$$

となる。同様に

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} = -i\omega(1 - \cos\theta) \quad (5.55)$$

なので、

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) = \tan^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) \quad (5.56)$$

を得る。電磁場が出て行く方向に注意して、式 5.52 と式 5.53 から、 $B_z$  を消去すると

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)E_y = -C_B \frac{\partial E_x}{\partial y} + C_E \frac{\partial B_x}{\partial z} \quad (5.57)$$

となる。各境界条件は以下のように纏められる\*3。

- $x = x_0$  の境界条件

$$\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)E_y = -C_B \frac{\partial E_x}{\partial y} + C_E \frac{\partial B_x}{\partial z}$$

$$\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)E_x = -C_B \frac{\partial E_z}{\partial y} + C_E \frac{\partial B_x}{\partial y}$$

- $y = y_0$  の境界条件

$$\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)E_z = -C_B \frac{\partial E_y}{\partial z} + C_E \frac{\partial B_y}{\partial x}$$

$$\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right)E_x = -C_B \frac{\partial E_y}{\partial x} + C_E \frac{\partial B_y}{\partial z}$$

---

\*3 差分化した境界条件については付録 D を参照



- $z = z_0$  の境界条件

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) E_x = -C_B \frac{\partial E_z}{\partial x} + C_E \frac{\partial B_z}{\partial y}$$

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) E_y = -C_B \frac{\partial E_z}{\partial y} + C_E \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

- $x = x_{nx-\frac{1}{2}}$  の境界条件

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) B_y = C_B \frac{\partial B_x}{\partial y} - C_E \frac{\partial E_x}{\partial z}$$

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) B_z = C_B \frac{\partial B_x}{\partial z} + C_E \frac{\partial E_x}{\partial y}$$

- $y = y_{ny-\frac{1}{2}}$  の境界条件

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) B_z = C_B \frac{\partial B_y}{\partial z} - C_E \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) B_x = C_B \frac{\partial B_y}{\partial x} + C_E \frac{\partial E_y}{\partial z}$$

- $z = z_{nz-\frac{1}{2}}$  の境界条件

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) B_x = C_B \frac{\partial B_z}{\partial x} - C_E \frac{\partial E_z}{\partial y}$$

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) B_y = C_B \frac{\partial B_z}{\partial y} + C_E \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

## 5.6 ムービングウィンドウ (Moving window)

粒子加速のシミュレーションの場合数 mm から数 cm オーダーの距離を計算しなければならない。しかし PIC シミュレーションで計算領域がそのようなオーダーになれば計算時間が非常に長くなってしまい上に生成されるデータ量も膨大なものになってしまう。この問題を解決するための

方法がムービングウィンドウで、これは興味のある領域で起こっている現象、例えば Fig.5.5 のようにウェーク場に入射された粒子の運動と平行に狭いシミュレーション領域も移動させるものであり、シミュレーション領域以外の場所の計算は行わない。このため計算時間の短縮及び生成されるデータ量の縮小が可能である。

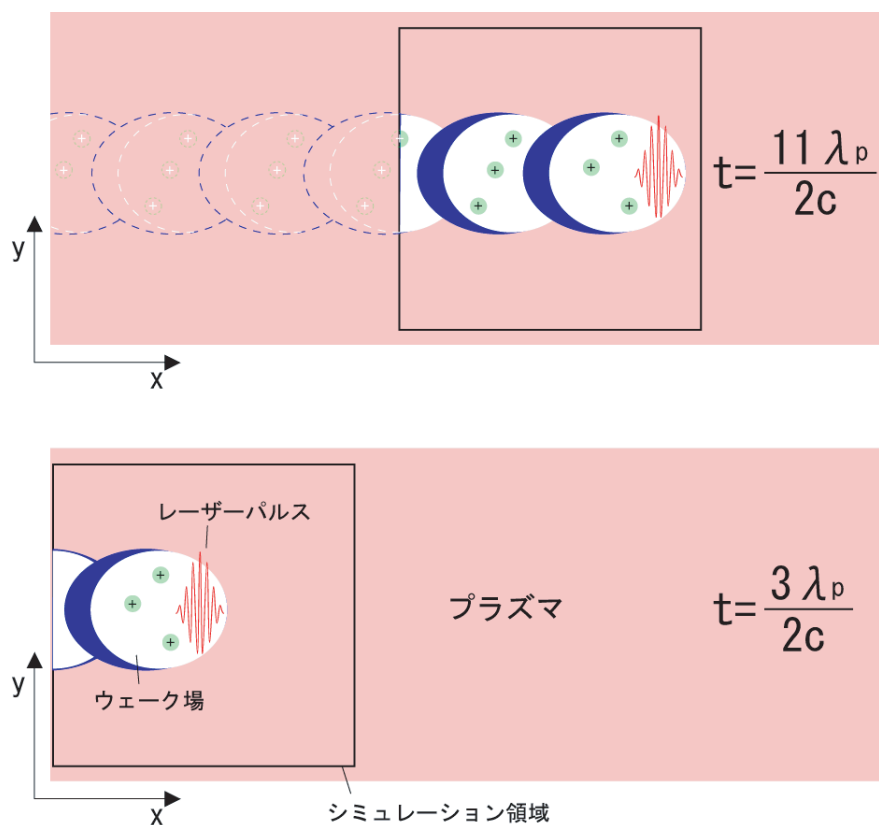


Fig.5.5: 移動するシミュレーション領域。下図がシミュレーション開始から  $t = 3\lambda_p/2c$ 、上図が  $t = 11\lambda_p/2c$  経過後の様子を表している。計算が行われるのは黒枠で囲まれたシミュレーション領域内のみで、その外側にあるプラズマやウェーク場については計算しない。

## 5.7 シミュレーションパラメーター

本研究では PIC シミュレーションではシミュレーションコード VORPAL[53] を使用した。

シミュレーションで操作するパラメーターは moving window の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の辺の長さ  $LX$ 、 $LY$ 、 $LZ$ 、moving window の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向のセル数  $NX$ 、 $NY$ 、 $NZ$ 、粒子の種類 (今回使用した粒子は電子、 $H$  イオン、 $He$  イオンの 3 種類)、1 セル当りのマクロ粒子数、レーザーパルスのスポット半径  $r_0$ 、パルス幅  $\tau$ 、レーザー波長  $\lambda_p$ 、プラズマ電子及びイオン密度とレーザー伝播軸方向及び動径方向の密度分布、そしてレーザーの集光点  $(x, y, z) = (0, 0, z_f)$  である。

また、共通のパラメーターとして波長  $\lambda_L = 0.8 \mu m$ 、セルの  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の辺の長さをそれぞれ  $DX$ 、 $DY$ 、 $DZ$ 、として  $\alpha < 1$  となる定数  $\alpha$  を用いて時間ステップが Courant 条件

$$DT = \frac{\alpha}{c \sqrt{(\frac{1}{DX})^2 + (\frac{1}{DY})^2 + (\frac{1}{DZ})^2}} \quad (5.58)$$

を満たすように設定した。本シミュレーションでは経験的に  $\alpha = 0.9$  を使用した [54]。セルサイズは縦方向が

$$DZ = \frac{\lambda_L}{15} \sim \frac{\lambda_L}{14} \quad (5.59)$$

横方向が

$$DX, DY = \frac{\lambda_p}{60} \simeq \lambda_{debye}(5keV) \quad (5.60)$$

となるようにした。ここで  $\lambda_{Debye}(5keV) = \lambda_p / 20\pi$  は電子温度が  $5keV$  のときの Debye 長

$$\lambda_{Debye} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{4\pi n_e e^2}} \quad (5.61)$$

であり、 $k_B$  は Boltzmann 定数、 $T_e$  は電子温度である。ムービングウィンドウの大きさは縦方向が  $4 \sim 6\lambda_p$ 、横方向が  $6r_0$  としており、これは縦

方向はバブルが2～3個、横方向はバブルが3個は入る大きさである。マクロ粒子は1セル当たりイオン及び電子がそれぞれ4個ずつで合計で3,200,000個<sup>\*4</sup>のマクロ粒子を計算する。

### 5.7.1 二次元と三次元との違い

2DPICシミュレーションと3DPICシミュレーションの違いを調べるために。以下のシミュレーションを行った。シミュレーションウィンドウのサイズは $LZ=61\mu\text{m}$ 、 $LY=LX=30\mu\text{m}$ 、セル数は $NZ=1152$ 、 $NY=NX=56$ とした。 $a_0=4.0$ 、スポット半径 $r_0=8.2\mu\text{m}$ 、パルス幅 $\tau=27\text{fs}$ 、プラズマ電子密度 $n_e=5.0\times 10^{18}\text{cm}^{-3}$ 、1セル当りのマクロ粒子数は電子及び $\text{He}^{2+}$ それぞれ4個とし、集光点は $z_f=5\mu\text{m}$ とした。このシミュレーションを二次元平面と三次元空間で行ったところ、Fig.5.6、5.7のようになった。Fig.5.6は2Dシミュレーションと3Dシミュレーションのプラズマ電子密度分布である。(a)が2D、(b)が3Dの $y-z$ 平面での断面、(c)が3Dの $x-z$ 平面での断面である。バブルの構造は2Dと3Dで違いはなく、レーザー伝播軸に関して対称である。Fig.5.7(a)、(b)は2D及び3Dシミュレーションのバブルに入射された電子バンチのエネルギースペクトルである。3Dは2Dよりも自己収束効果が顕著である為、レーザー場が強くなる。そのためバブルに入射された電子バンチのエネルギーは中心値、最大値共に3Dの方が1.25倍大きい。また電荷量に関しては3Dの方が10倍大きい。よって本研究では電荷に関しては定性的な議論のみ行う。

<sup>\*4</sup> この数値はウィンドウの大きさが $96.6\mu\text{m}\times 72\mu\text{m}$ の場合であり、ウィンドウのサイズが大きくなればそれに伴い計算するマクロ粒子数も増加する。

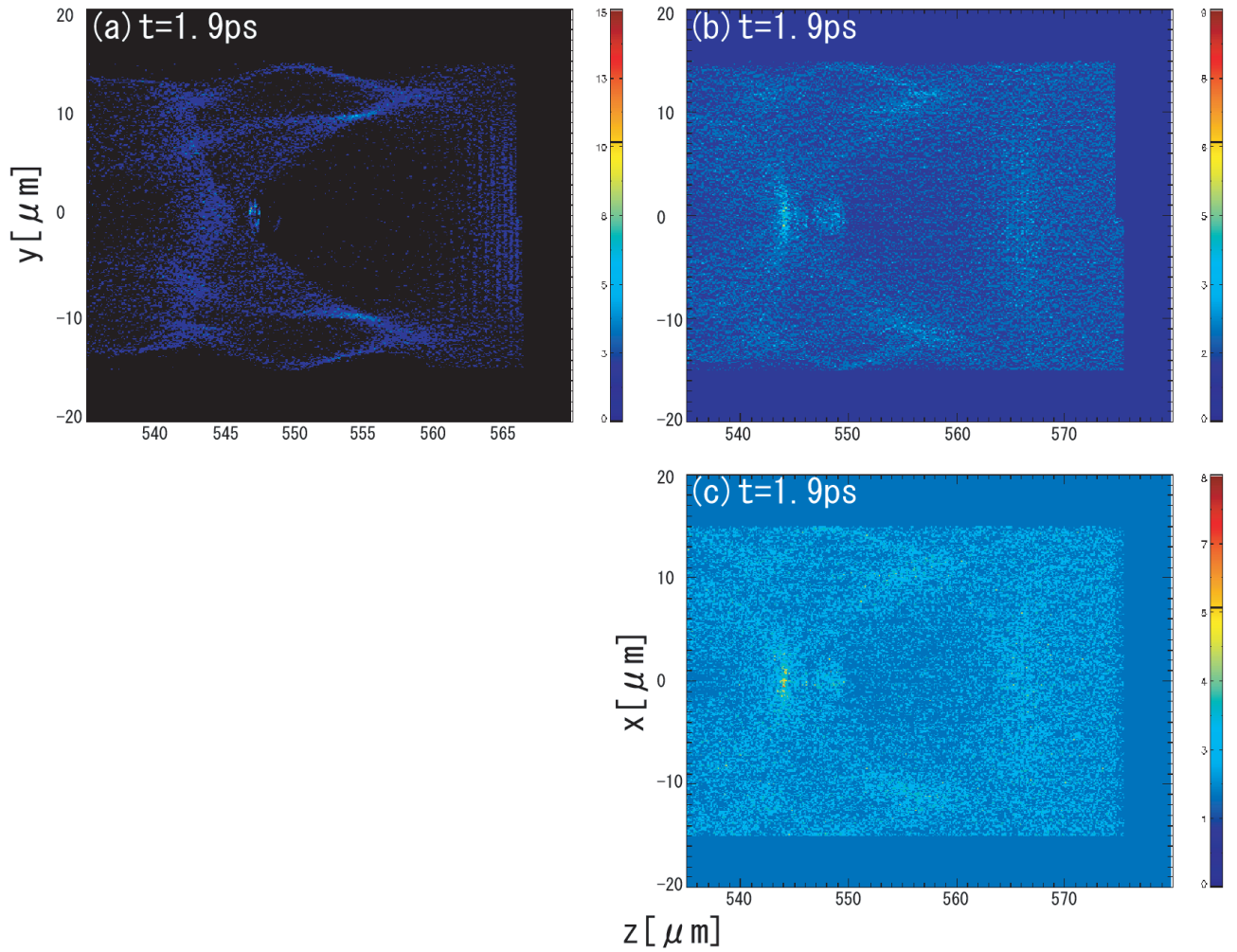


Fig.5.6: 2D シミュレーションと 3D シミュレーションのプラズマ電子密度分布。 $a_0 = 4.0$ 、プラズマ電子密度  $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のときの (a)2D、(b)3D での  $y-z$  平面、(c)3D での  $x-z$  平面。

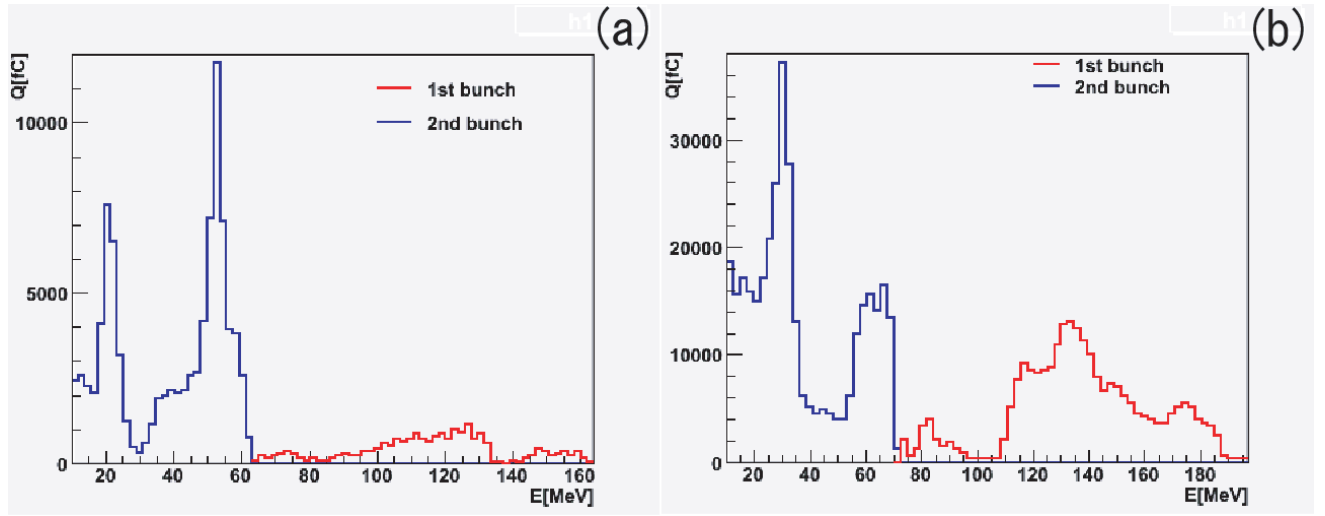


Fig.5.7: 2D シミュレーションと 3D シミュレーションのエネルギースペクトル。 $a_0 = 4.0$ 、プラズマ電子密度  $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のときの (a)2D のエネルギースペクトル、(b)3D のエネルギースペクトル。

## 5.8 レーザープラズマ加速実験のシミュレーション

第 4 章の高強度レーザーパルスを用いたレーザープラズマ電子加速実験結果と比較するため以下の実験と同じパラメーターを用いて 2 次元 PIC シミュレーションを行った。シミュレーションウィンドウのサイズは  $LZ=96.6\mu\text{m}$ 、 $LY=72\mu\text{m}(=6r_0)$  でセル数が  $NZ=1920$ 、 $NY=192$ 。スポット半径は  $r_0 = 12\mu\text{m}$  でパルス幅が  $\tau = 27\text{fs}$ 、レーザー波長が  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$  である。1 セル当たりのマクロ粒子数は電子及び  $\text{He}^{2+}$  それぞれ 4 個で Fig.5.8 の様にプラズマ電子及び He イオン密度の増加領域が  $0.98\text{mm}$ 、平坦領域が  $1.54\text{mm}$ 、減少領域が  $0.98\text{mm}$  となる密度分布とする。集光点は  $z_f = 500$  とする。

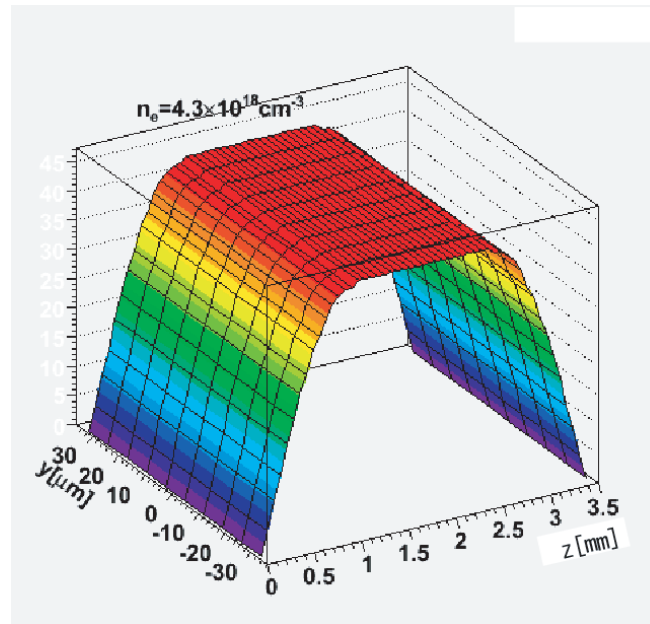


Fig.5.8: レーザープラズマ加速実験の密度分布。プラズマ電子及び He イオン密度の増加領域が 0.98mm、平坦領域が 1.54mm、減少領域が 0.98mm となる。

プラズマ電子密度分布及びエネルギースペクトルを Fig.5.9、5.10 に示す。Fig.5.9 はレーザーパルスがバブルが壊れるまで進んだときの電子密度分布である。マクロ粒子密度の高低を色によって表しており、これがそのまま電子密度の高低を表す。1 マクロ粒子に含まれる電子数は  $z$  方向の単位長さ当り  $2.0 \times 10^4 / \mu\text{m}$  個である。初めはレーザー伝播軸に対して対称な形状をしていたが、レーザーパルスが 2.50mm 進んだときに大量の電子がバブル内に入射されバブルの変形が始まり、レーザー伝播軸に対して非対称な形状となる。これはレーザーパルスの消耗により式 (2.124) で表される Lorentz 力とポンデロモータィブ力の均衡が崩れるためである。初めの入射はバブルの最後部で起こっていたが、途中からシース部分の電子が雪崩れ込むようになりバブルが長くなる。バブル内に入射された電子バンチはベータトロン振動をしている。Fig.5.10 はレーザーパルスがバブルが壊れるまで進んだときのエネルギースペクトルである。どの電子バンチ

もエネルギーが広がっており単色性に乏しい。

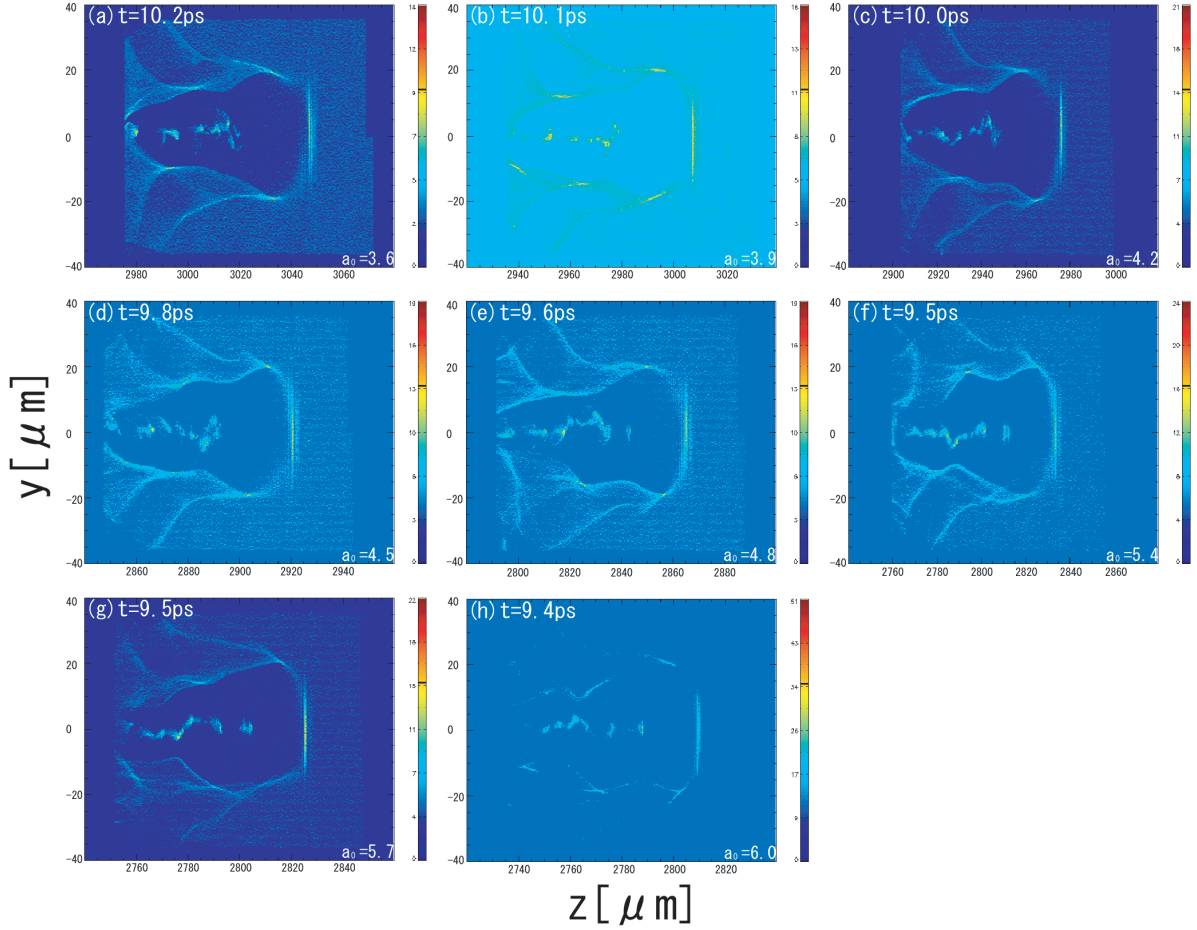


Fig.5.9:  $a_0$  を変化させたときの電子密度分布。(a) $a_0 = 3.6$ 、(b) $a_0 = 3.9$ 、(c) $a_0 = 4.2$ 、(d) $a_0 = 4.5$ 、(e) $a_0 = 4.8$ 、(f) $a_0 = 5.4$ 、(g) $a_0 = 5.7$ 、(h) $a_0 = 6.0$ 、プラズマ電子密度は全て  $n_e = 4.3 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  である。



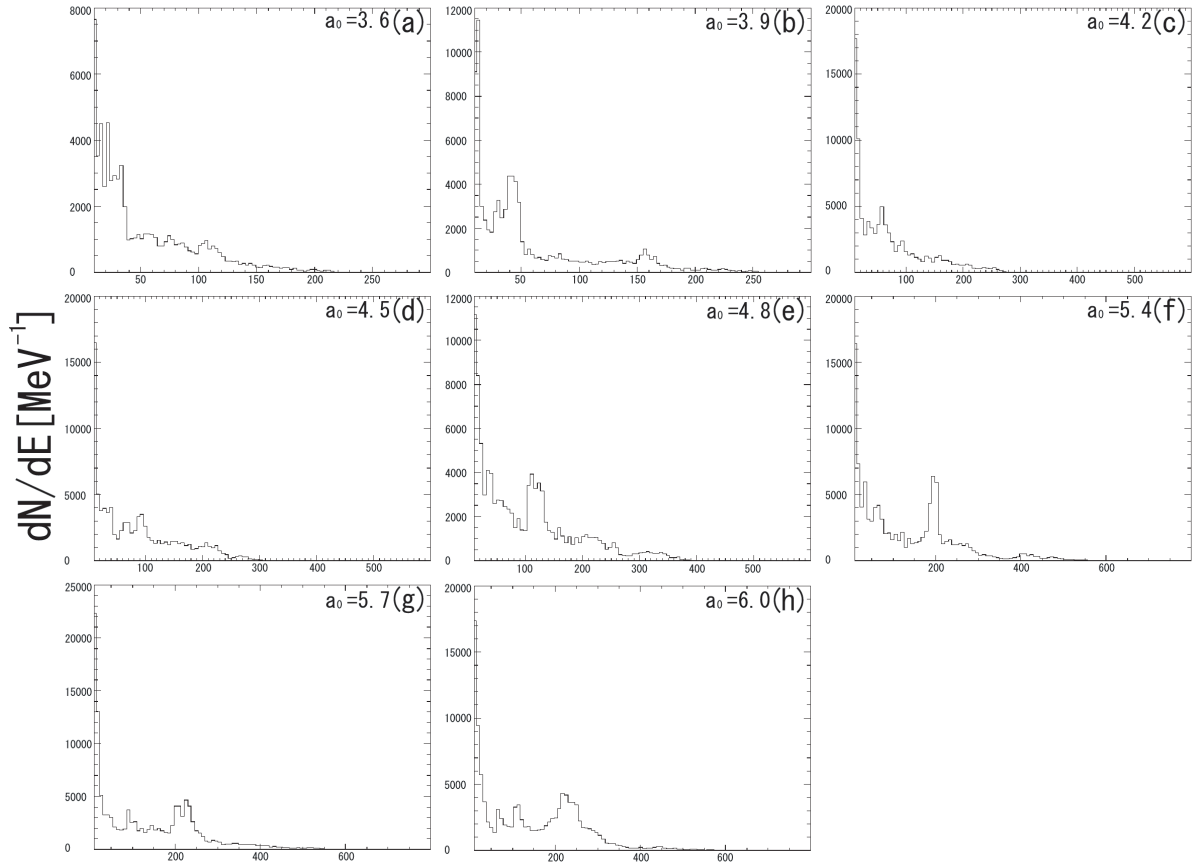


Fig.5.10:  $a_0$  を変化させたときの電子の加速エネルギースペクトル。

(a) $a_0 = 3.6$ 、(b) $a_0 = 3.9$ 、(c) $a_0 = 4.2$ 、(d) $a_0 = 4.5$ 、(e) $a_0 = 4.8$ 、  
 (f) $a_0 = 5.4$ 、(g) $a_0 = 5.7$ 、(h) $a_0 = 6.0$ 、プラズマ電子密度全て  
 $n_e = 4.3 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  である。

Fig.5.11 は  $a_0 = 4.8$  のときのバブルが変形していく様子を 267fs 毎に示している。(a) はバブルに電子バンチが自己入射される直前の様子でレーザーパルスが 2.24mm 進んだ (シミュレーション開始から  $t_s = 83.5\text{ps}$  経過した) 時の様子である。(b) がシミュレーション開始から  $t = t_s + 100\lambda_L/c$  経過後のバブルの様子で、自己入射が始まっている。(c) がシミュレーション開始から  $t = t_s + 200\lambda_L/c$  経過後のバブルの様子で、バブルの変形が始

まる。(d) がシミュレーション開始から  $t = t_s + 300\lambda_L/c$  経過後のバブルの様子で、(c) よりも大きく変形しシース部分が振動を始める。(e)-(h) がシミュレーション開始から  $t = t_s + 400\lambda_L/c$  -  $t = t_s + 700\lambda_L/c$  経過後のバブルの様子で、シース部分の振動が大きくなり、バブルの最後部以外にもシース部分から電子が雪崩れ込むようにバブル内に入射される。このような入射が起こるとバブルが縦方向に伸びていき、(h) でシミュレーションウィンドウの端にまで到達している。

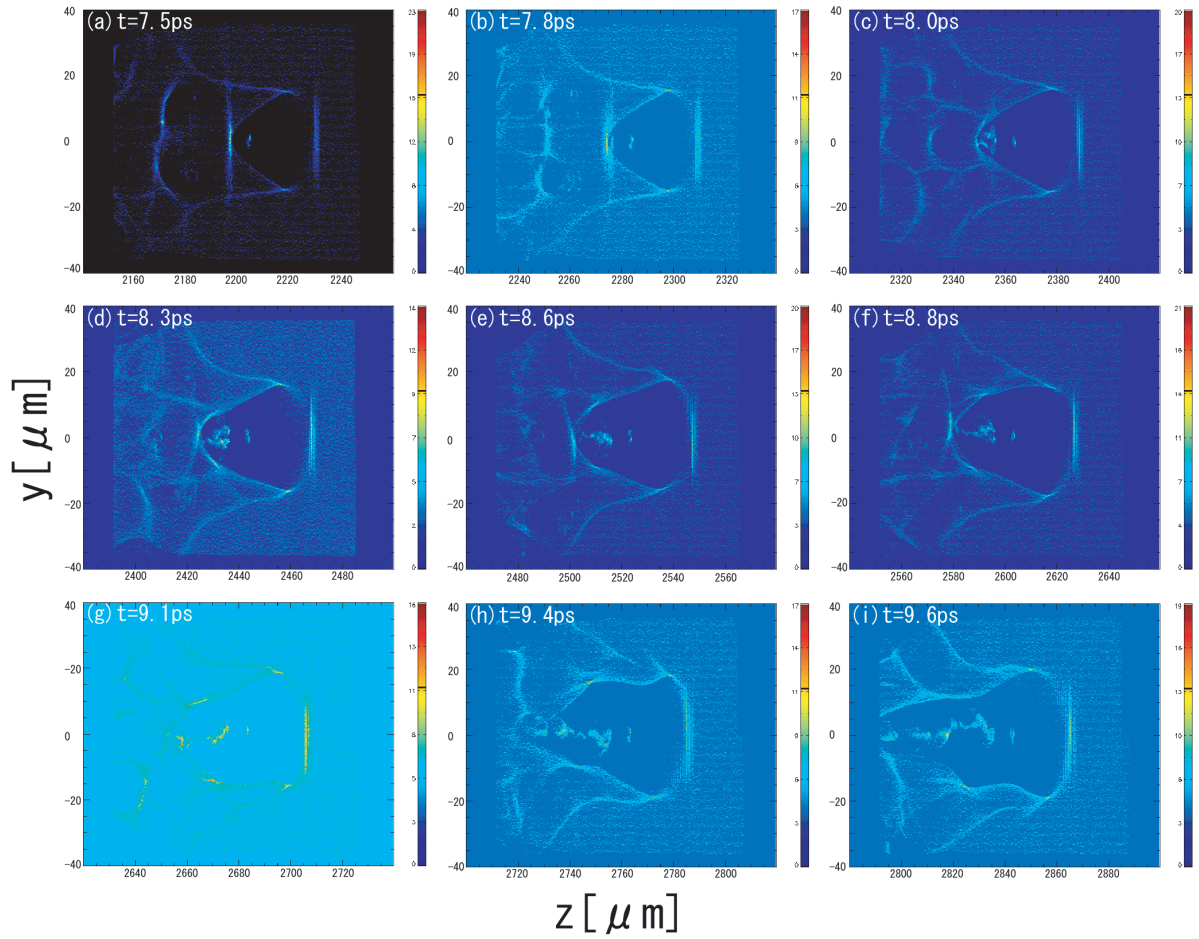


Fig.5.11: バブルが変形していく過程。  $a_0 = 4.8$ 、 $n_e = 4.3 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の場合の、レーザーが  $2.24 \text{mm}$  進んだとき (シミュレーション開始から  $t_s = 83.5 \text{ps}$  経過したとき) から  $267 \text{fs}$  毎のバブルの電子密度分布。(a)  $t = t_s$ 、(b)  $t = t_s + 100\lambda_L/c$ 、(c)  $t = t_s + 200\lambda_L/c$ 、(d)  $t = t_s + 300\lambda_L/c$ 、(e)  $t = t_s + 400\lambda_L/c$ 、(f)  $t = t_s + 500\lambda_L/c$ 、(g)  $t = t_s + 600\lambda_L/c$ 、(h)  $t = t_s + 700\lambda_L/c$ 。

$a_0$  とバブル内に入射された電子バンチの自己入射の開始位置、最大エネルギーと準単色ピークのエネルギーを Fig.5.12、5.13 に示す。Fig.5.12 は自己入射の開始位置と  $a_0$  に関する依存性を示している。赤円がバブル内に 1 回目の自己入射が起こるまでにレーザーパルスが進んだ距離、赤四

角が 2 回目の自己入射が起こるまでにレーザーパルスが進んだ距離、青色の円、四角、三角、菱形がそれぞれ 2 番目のウェーク場に 1、2、3、4 回目の入射が起こるまでにレーザーパルスが進んだ距離、そして黒円が実験データである。実線、破線及び点線はそれぞれ  $L_{tr}$ 、 $2L_{tr}$ 、 $3L_{tr}$  を示しており、距離はプラズマ波長で規格化してある。1 回目の入射位置は実験を再現している。 $a_0 < 4.8$  では 1 回目の入射でバブルが変形するため 2 回目の入射は無く、 $a_0 \geq 4.8$  では 1 回目の入射でバブルが変形しないため、しばらく進んだ後に 2 回目の入射が起こり、このときの入射でバブルが変形を起こす。図のように自己入射が起こる位置は  $a_0$  が増加するにつれて減少する。また、今回使用したレーザー及びプラズマのパラメーターでは  $a_0 < 3.6$  の場合には自己入射が起こらなかった。

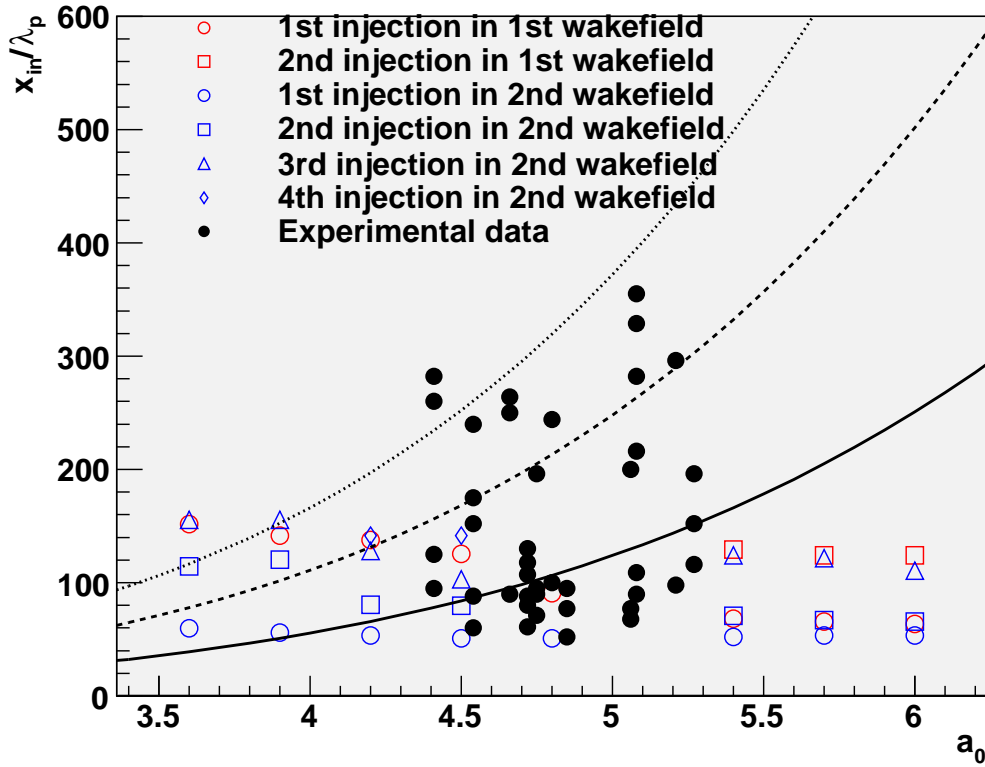


Fig.5.12: 自己入射位置の  $a_0$  に関する依存性。赤円がバブル内に 1 回目の自己入射が起こるまでにレーザーパルスが進んだ距離、赤四角が 2 回目の自己入射が起こるまでにレーザーパルスが進んだ距離、青色の円、四角、三角、菱形がそれぞれ 2 番目のウェーク場に 1、2、3、4 回目の入射が起こるまでにレーザーパルスが進んだ距離、そして黒円が実験データである。実線、破線及び点線はそれぞれ  $L_{tr}$ 、 $2L_{tr}$ 、 $3L_{tr}$  を示している。

Fig.5.13 は最大エネルギーと準単色ピークのエネルギーと  $a_0$  の依存性及び実験データを示す。赤円及び青円がシミュレーションによる最大エネルギーと準単色のエネルギーであり、紫円及び緑円が実験による最大エネルギーと準単色エネルギーを表す。準単色エネルギーの誤差棒はガウス関数でフィットしたときの標準偏差を表す。実験での最大エネルギーは  $a_0$  が増加するにつれて大きくなった。しかし準単色エネルギーは殆ど  $a_0$  に

依存しておらず  $a_0$  が増加しても大きな変化は見られなかった。一方、シミュレーションでの最大エネルギーは  $a_0$  が増加するにしたがって大きくなり、 $a_0 = 5.2, 5.3$  の2つを除いて実験と同じ傾向を示した。しかし準単色エネルギーは実験とは異なる傾向になり、 $a_0$  と共に増加した。また実験では  $a_0 < 4.4$  では準単色ビームは生成されなかった。

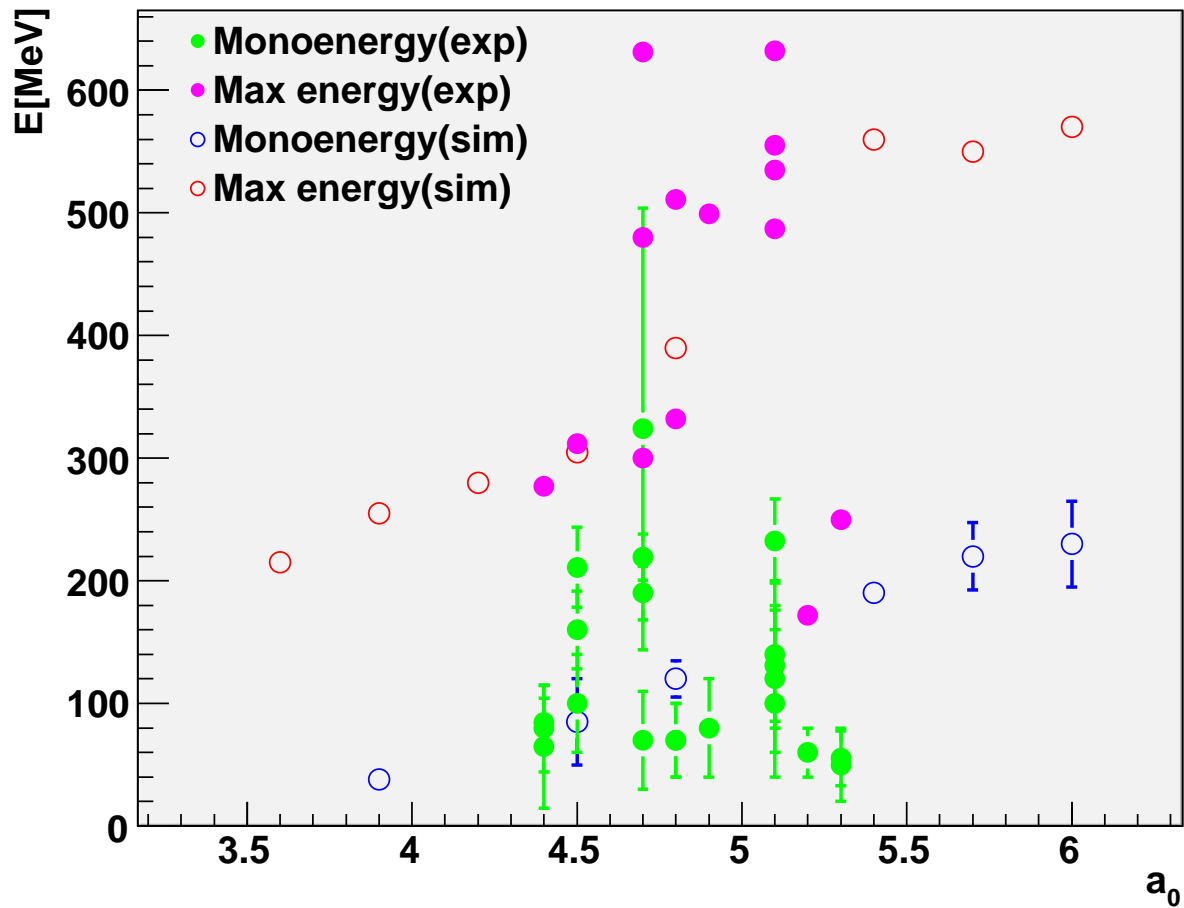


Fig.5.13: シミュレーションでの最大エネルギーと準単色エネルギー。赤円及び青円がシミュレーションによる最大エネルギーと準単色のエネルギー。紫円及び緑円が実験による最大エネルギーと準単色エネルギーを表す。

## 5.9 高品質ビームの発生条件の探索

### 5.9.1 一様プラズマの場合

ガスジェットを用いた高品質電子ビームの発生について、プラズマ電子密度  $n_e$ 、スポット半径  $r_0$ 、パルス幅  $\tau$  の3つのパラメーターについて、特定のパラメーターを変化させ、それ以外のパラメーターは固定したままシミュレーションを行い電子ビームのクオリティがどのようにパラメーターに依存するかを調べた。

#### プラズマ電子密度に関する依存性

電子ビームのクオリティのプラズマ電子密度に関する依存性を調べるために、以下のパラメーターを用いて 2D-PIC シミュレーションを行った。シミュレーションウィンドウのサイズは  $LZ=96.6\mu\text{m}$ 、 $LY=72\mu\text{m}$  でセル数が  $NZ=1920$ 、 $NY=192$ 。 $(n_e = 1.7 \times 10^{18}\text{cm}^{-3})$  のときのみ  $LY=144\mu\text{m}$ 、 $NY=384$ 、 $a_0 = 4.0$ 、スポット半径は  $r_0 = 8.2\mu\text{m}$  でパルス幅が  $\tau = 27\text{fs}$ 、レーザー波長が  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$  である。1セル当たりのマクロ粒子数は電子及び  $\text{He}^{2+}$  それぞれ4個で Fig.5.14 の様にプラズマ電子及び He イオン密度がレーザー伝播軸方向に沿って一様な矩形の密度分布とし、集光点は  $z_f = 0$  とした。

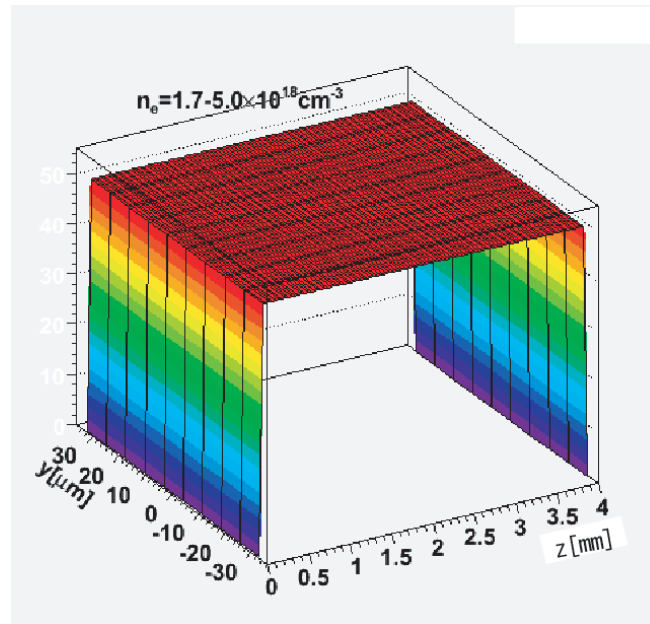


Fig.5.14: プラズマ電子及び He イオン密度の密度分布。レーザー伝播軸方向に沿って一様な矩形の密度分布 ( $n_e = 1.7 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のときのみ長さ 5mm)

プラズマ電子密度を  $1.7 \times 10^{18}$ 、 $2.5 \times 10^{18}$ 、 $3.0 \times 10^{18}$ 、 $4.0 \times 10^{18}$ 、 $5.0 \times 10^{18}$  の 5 つの場合についてシミュレーションを行った。Fig.5.15 は He プラズマ中をレーザーパルスが脱位相距離だけ進んだときの電子密度分布である。マクロ粒子密度の高低を色によって表しており、これがそのまま電子密度の高低を表す。1 マクロ粒子に含まれる電子数は  $z$  方向の単位長さ当り  $8.0 \times 10^3 / \mu\text{m}$  個である。前述のシミュレーションとは異なりバブル内に 2 回目の自己入射が起こることは無かった。このとき入射された粒子数は少なくバンチも小さい。またバブルの形状は終始安定で変形するようなことは無かったが、プラズマ電子密度が  $n_e \geq 4.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  になると 2 度目の自己入射が起こりその際バブルが変形する (Fig.5.17)。このことからバブルの変形はプラズマ電子密度に関係があり、レーザーパラメーターが  $a_0 = 4.0$ 、 $\lambda_L = 0.8 \mu\text{m}$ 、 $\tau = 27 \text{fs}$ 、 $r_0 = 8.2 \mu\text{m}$  の場合はその閾値  $n_{th}$  は  $3.0 \times 10^{18} < n_{th} \leq 4.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  である。



Fig.5.16 は He プラズマ中をレーザーパルスが位相すべりを起こす距離だけ進んだときのエネルギースペクトルである。プラズマ電子密度が増加するにつれて電子バンチのエネルギー及びバンチに含まれる電荷量は減少している。

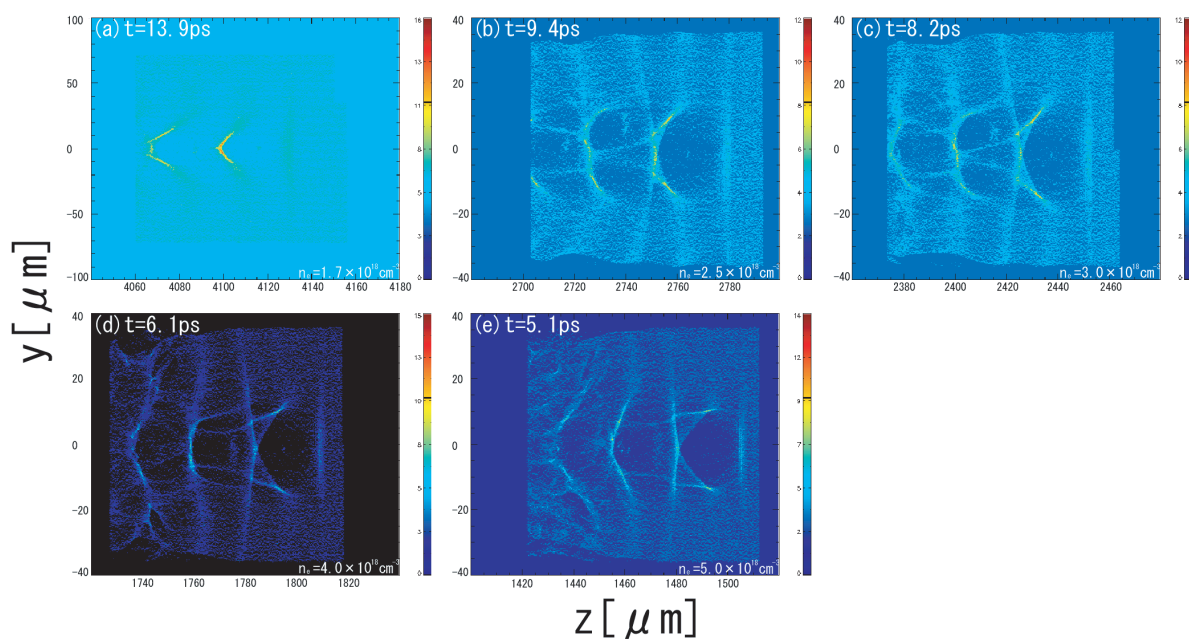


Fig.5.15: 位相すべりを起こす距離だけ進んだときのプラズマ電子密度分布。(a) $n_e = 1.7 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(b) $n_e = 2.5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(c) $n_e = 3.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(d) $n_e = 4.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(e) $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、規格化されたベクトルポテンシャルは全て  $a_0 = 4.0$ 。

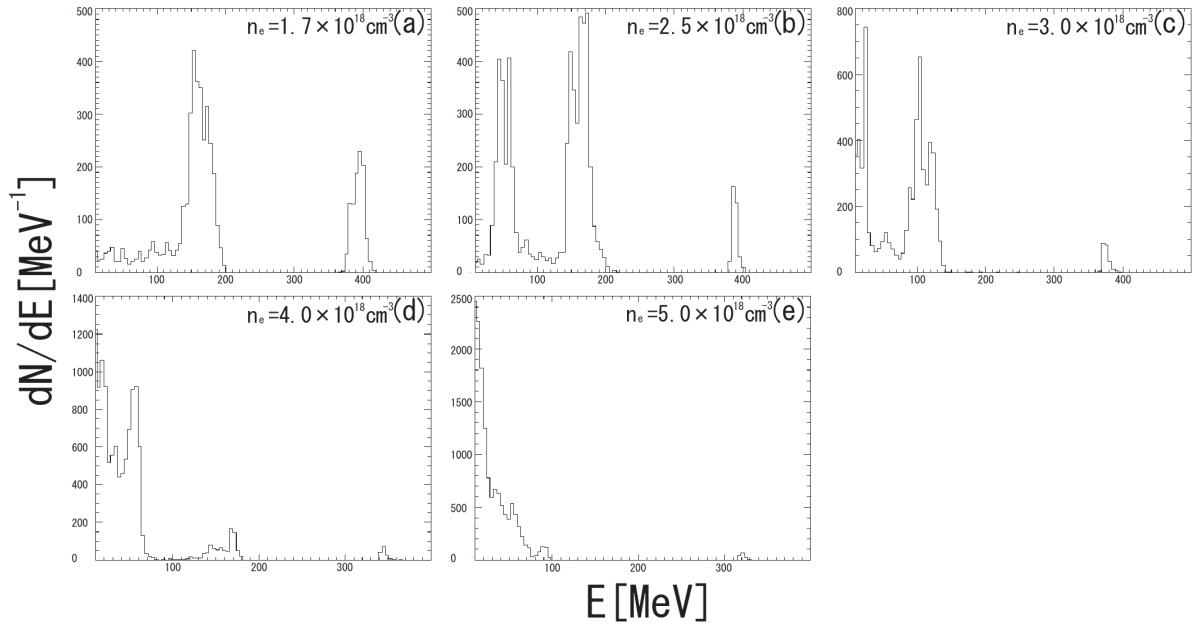


Fig.5.16: 位相すべりを起こす距離だけ進んだときのエネルギースペクトル。(a) $n_e = 1.7 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(b) $n_e = 2.5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(c) $n_e = 3.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(d) $n_e = 4.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、(e) $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、規格化されたベクトルポテンシャルは全て  $a_0 = 4.0$ 。

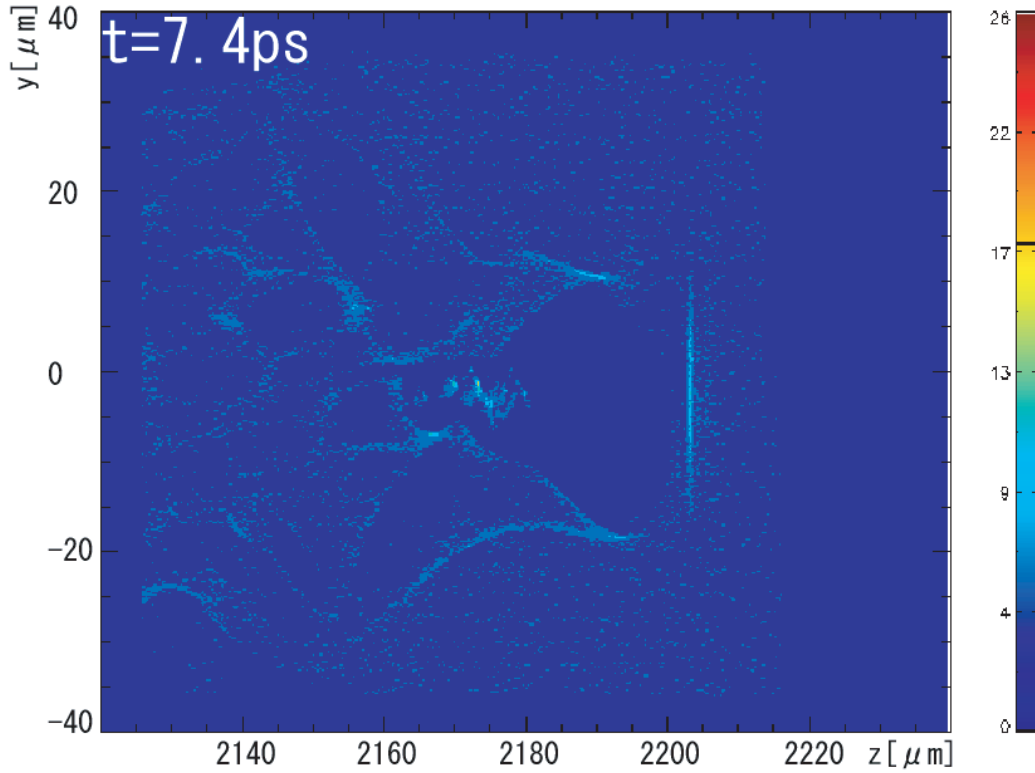


Fig.5.17:  $a_0 = 4.0$ ,  $n_e = 4.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のプラズマ電子密度分布。一様な He プラズマ中をレーザーパルスが  $2.22 \text{mm}$  進んだとき、 $n_e \geq 4.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  ではこのようなバブルの変形が起こる。

Fig.5.18 に第 1 ウェーク場に入射された電子バンチが加速電場が  $E_z = 0$  となる位置までにレーザーパルスが進む距離、つまり位相すべりが起こる距離を黒の実線で示してある。黒の点線は線形理論の式 (2.52) から得られる位相すべりが起こる距離であり、シミュレーションの結果は線形理論の  $1/5$  程度しかない。これは Fig.5.19 に示すように二次元の非線形プラズマ波ではプラズマ波の位相速度及び第 1 ウェーク場の波長が一次元の線形プラズマ波のものと異なるためである。第 1 ウェーク場の波長を  $L$  とし、シミュレーションから得られた位相速度に関する相対論的  $\gamma$  因子  $\gamma_p$  を使って位相すべりを起こす距離  $L_{dep} \simeq L\gamma_p^2$  を計算したものが Fig.5.18 の赤の実線でありシミュレーションの結果ほぼ一致している。Fig.5.20 に

1/5 に補正した線形理論のエネルギー利得と実験、及びシミュレーションのデータを示す。実験データはこれらの補正したエネルギー利得とほぼ一致する。

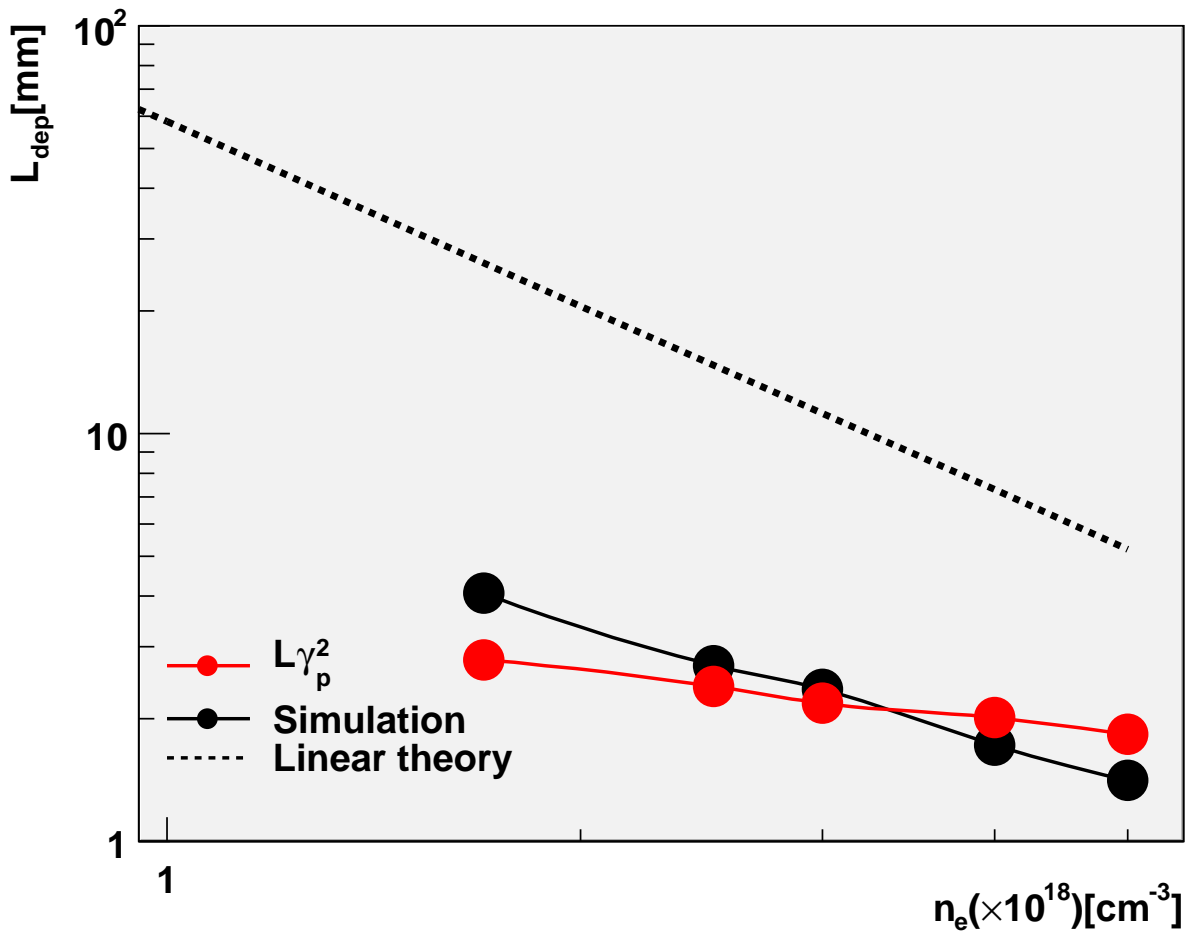


Fig.5.18: 位相すべりを起こす距離のプラズマ電子密度に関する依存性。

黒の実線は  $a_0 = 4.0$  のときそれぞれのプラズマ電子密度で入射された電子バンチが加速電場  $E_z = 0$  となる位置までにレーザーパルスが進んだ距離。黒の点線は線形理論の式 (2.52) による位相すべりを起こす距離。赤の実線は第 1 ウェーク場の波長とプラズマ波の位相速度に関する相対論的  $\gamma$  因子の 2 乗を掛けたもの。

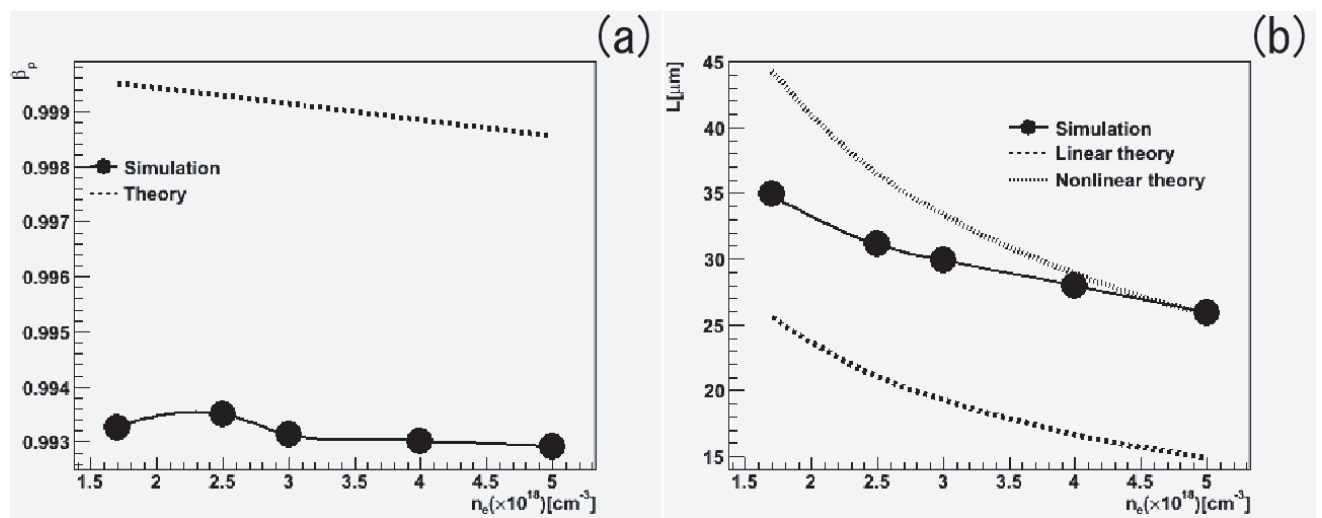


Fig.5.19: 位相速度と第 1 ウェーク場の波長。(a) シミュレーションから得られた位相速度。(b) 第 1 ウェーク場の波長のプラズマ電子密度に関する依存性。点線は (a)、(b) 共に理論値を示す。

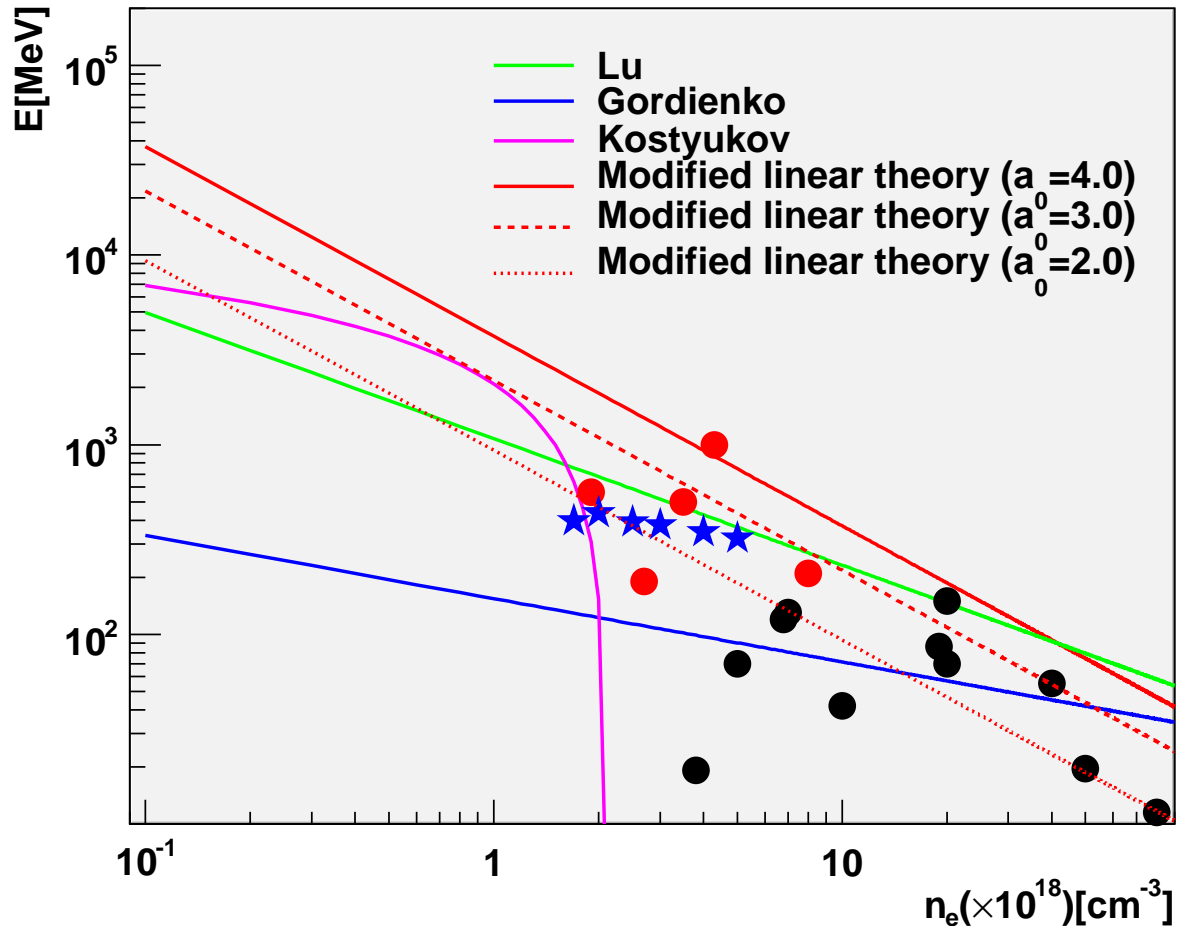


Fig.5.20: 赤の実線 ( $a_0 = 4.0$ )、破線 ( $a_0 = 3.0$ )、点線 ( $a_0 = 2.0$ ) が 1/5 倍した線形理論、青線が W. Lu の理論、緑線が S. Gordienko の理論、紫線が I. Kostyukov の理論から得られる最大エネルギー利得。黒丸がガスジェット実験、赤丸がキャピラリー実験の実験データ、星印がシミュレーションの結果を表す。

バブル内に入射された電子バンチのエネルギー、エネルギー広がり、電荷量、エミッタンス及びバンチ長とプラズマ電子密度の依存性を Fig.5.21 に纏める。エネルギーの誤差棒はガウス関数でフィットしたときの標準偏差、エミッタンスは粒子のビーム中心軸からの距離を  $y$ 、広がり角

を  $y'$  とすると  $\varepsilon = \gamma \sqrt{\langle (y - \langle y \rangle)^2 \rangle \langle (y' - \langle y' \rangle)^2 \rangle - \langle (y - \langle y \rangle)(y' - \langle y' \rangle) \rangle^2} / \pi$ 、バンチ長はガウス関数でフィットしたときの標準偏差の 2 倍とした。(a) はバブルに入射された電子バンチの最大エネルギーを示す。プラズマ電子密度が増加すると共に電子バンチのエネルギーも低下しているが、これは Fig.5.18 に示すようにプラズマ電子密度が大きくなるほど位相すべりを起こす距離が短くなるためであり、加速勾配は Fig.5.22 が示すようにプラズマ電子密度が高いほど大きい。バブルの最大加速電場は  $n_e = 1.7 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  では  $E_{\max} = 150 \text{GV/m}$  だが、 $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  では約 5 倍の  $E_{\max} = 720 \text{GV/m}$  になる。(b) はバブルに入射された電子バンチのエネルギーが最大になったときのエネルギー広がりを示す。この図からプラズマ電子密度が増加するとエネルギー広がり減少することがわかる。プラズマ電子密度が  $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  のときはエネルギー広がり非常に小さく 1.6% である。密度が  $n_e = 1.7 \times 10^{18} \sim 2.5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の間は急激に減少するがその後は緩やかに減少する。(c) はバブルに入射された電子バンチの電荷量を示す。この図からプラズマ電子密度が増加すると電荷量が減少することがわかる。エネルギー広がりと同様に密度が  $n_e = 1.7 \times 10^{18} \sim 2.5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の間は急激に減少するが、その後は緩やかに減少する。プラズマ電子密度が  $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  場合は電荷量が非常に小さく 6.6pC しかない。(d) はバブルに入射された電子バンチのエミッタンスを示す。プラズマ電子密度が増加するにつれて減少した。(e) はバブルに入射された電子バンチのバンチ長を示す。エミッタンスと同様にプラズマ電子密度が増加するにつれて減少した。

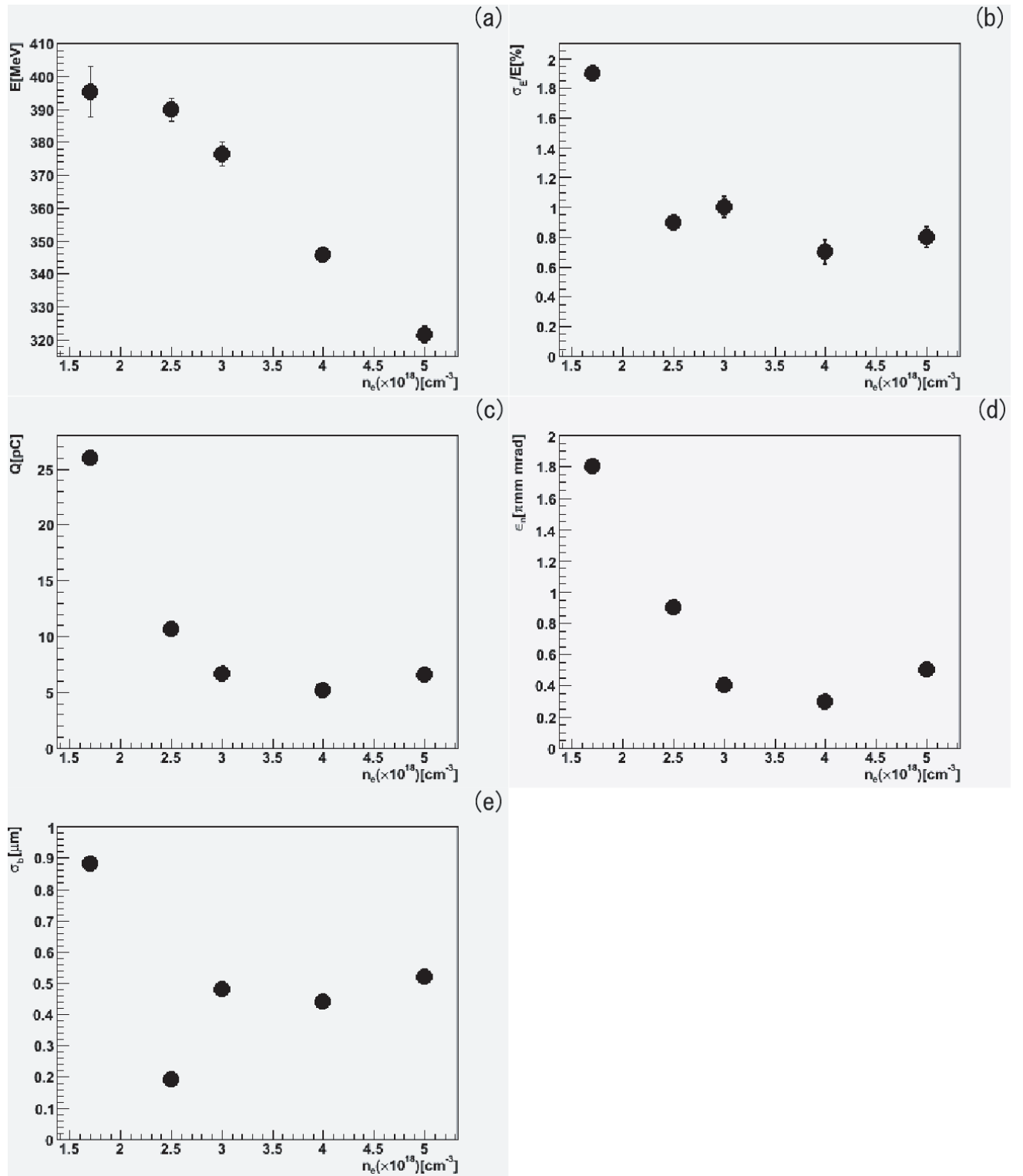


Fig.5.21: ビームパラメーターのプラズマ電子密度に関する依存性。それぞれ (a) エネルギー、(b) エネルギー広がり、(c) 電荷量、(d) エミッタンス、(e) バンチ長を示す。



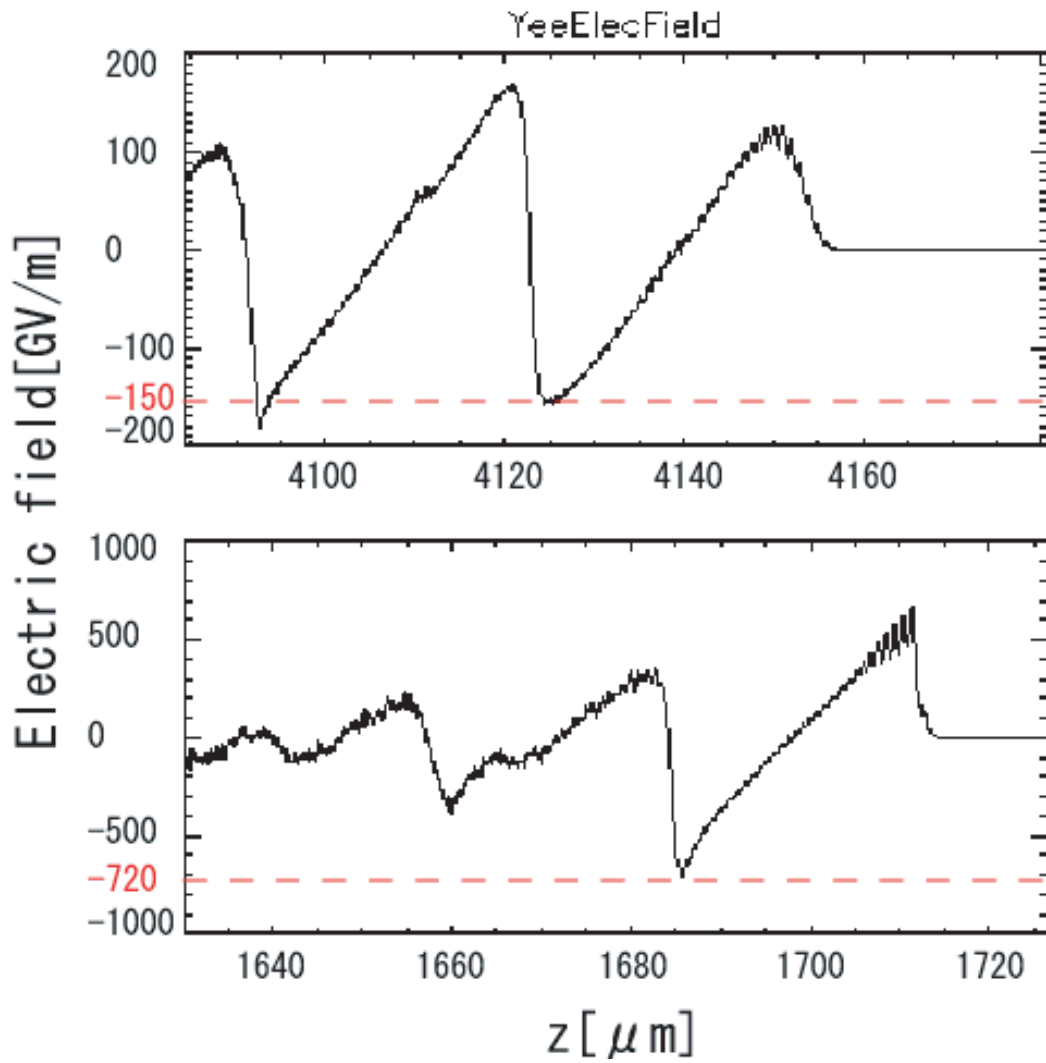


Fig.5.22: 加速電場の比較。 $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 1.7 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ (上図) 及び  $n_e = 5.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ (下図) の場合のレーザー伝播軸上での  $z$  方向の電場。上図が 4.18mm 進んだときのもので下図が 1.72mm 進んだときのもの。

### スポット半径に関する依存性

電子ビームのクオリティのスポット半径に関する依存性を調べるために、以下のパラメーターを用いて 2D-PIC シミュレーションを行った。シミュレーションウィンドウの  $z$  方向のサイズとセル数はそれぞれ  $LZ=94.4\mu\text{m}$ 、 $NZ=1792$  である。 $y$  方向のサイズとセル数はスポット半径と共に変化させ、 $r_0 = 15\mu\text{m}$  のとき  $LY=90\mu\text{m}$  及び  $NY=256$ 、 $r_0 = 20\mu\text{m}$  のとき  $LY=120\mu\text{m}$  及び  $NY=320$ 、 $r_0 = 25\mu\text{m}$  のとき  $LY=150\mu\text{m}$  及び  $NY=384$ 、 $r_0 = 30\mu\text{m}$  のとき  $LY=180\mu\text{m}$  及び  $NY=512$  とする。 $a_0 = 4.0$ 、プラズマ電子密度が  $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$ 、パルス幅が  $\tau = 27\text{fs}$ 、レーザー波長が  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$  である。1セル当たりのマクロ粒子数は電子及び  $\text{He}^{2+}$  それぞれ 4 個で Fig.5.23 の様にプラズマ電子及び He イオン密度がレーザー伝播軸方向に沿って一様な矩形の密度分布とし、集光点は  $z_f = 0$  とする。

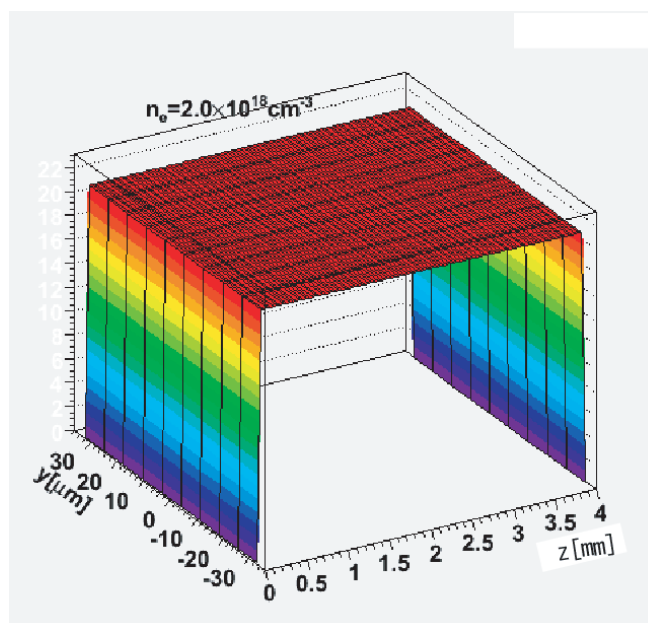


Fig.5.23: プラズマ電子及び He イオン密度がレーザー伝播軸方向に沿って一様な矩形の密度分布

また、スポット半径は  $15\mu\text{m}$ 、 $20\mu\text{m}$ 、 $25\mu\text{m}$ 、 $30\mu\text{m}$  の 4 つの場合についてシミュレーションを行った。このシミュレーションの結果を Fig.5.24、5.25 に示す。

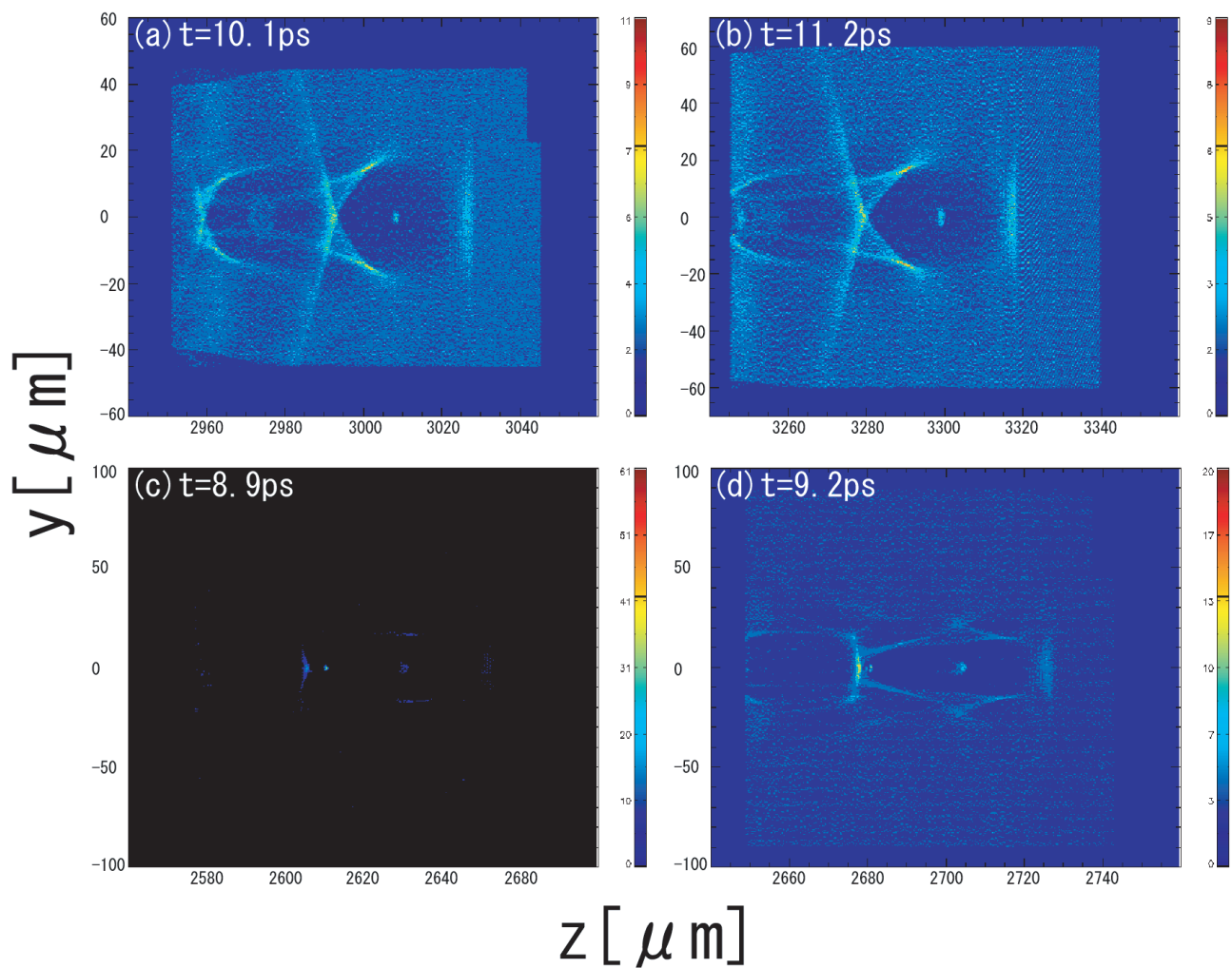


Fig.5.24: 位相すべりを起こすまで進んだときのプラズマ電子密度分布。

(a) $r_0 = 15\mu m$ 、(b) $r_0 = 20\mu m$ 、(c) $r_0 = 25\mu m$ 、(d) $r_0 = 30\mu m$ 、規格化されたベクトルポテンシャル及びプラズマ電子密度は全て  $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18} cm^{-3}$  である。

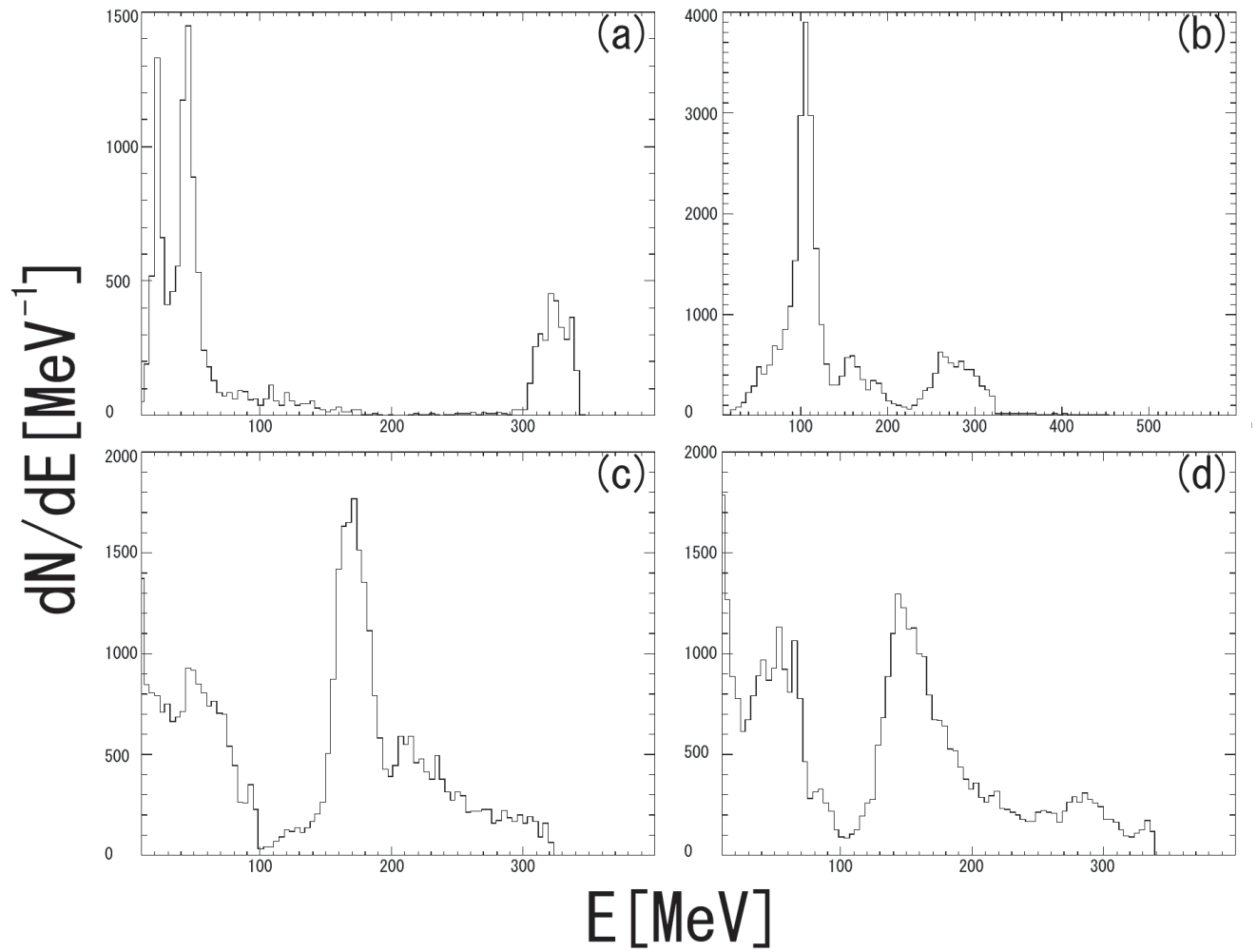


Fig.5.25: 位相すべりを起こすまで進んだときのエネルギースペクトル。

(a)  $r_0 = 15\mu\text{m}$ 、(b)  $r_0 = 20\mu\text{m}$ 、(c)  $r_0 = 25\mu\text{m}$ 、(d)  $r_0 = 30\mu\text{m}$ 、規格化されたベクトルポテンシャル及びプラズマ電子密度は全て  $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  である。

バブル内に入射された電子バンチのエネルギー、エネルギー広がり、電荷量、エミッタンス及びバンチ長のスポット半径に関する依存性を Fig.5.26 に示す。(a) はバブル内に入射された電子バンチのエネルギーを示す。スポット半径が増加するにつれてエネルギーは減少した。(b) はエネルギー広がりを示す。スポット半径が増加するにつれてエネルギー広がりも

増加した。(c) は電荷量を示す。スポット半径が増加するにつれて電荷量も増加した。(d) はエミッタンスを示す。スポット半径が増加するにつれてエミッタンスも増加した。(e) はバンチ長を示す。スポット半径が増加するにつれてバンチ長も増加した。スポット半径が大きくなることで電荷量が 1 桁大きくなったが、エミッタンスやエネルギー広がりも同時に増加した。

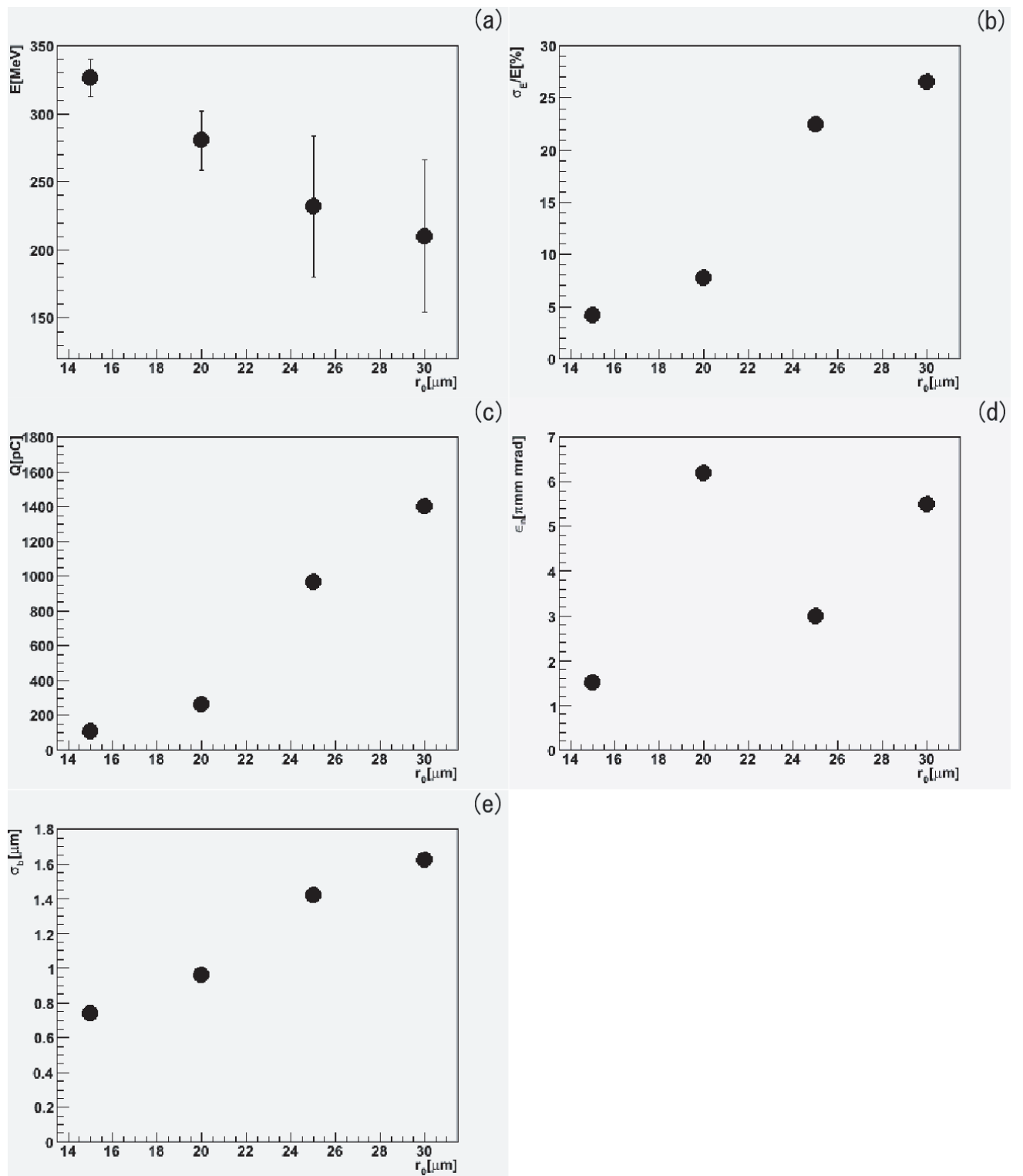


Fig.5.26: ビームパラメーターのスポット半径に関する依存性。それぞれ (a) エネルギー、(b) エネルギー広がり、(c) 電荷量、(d) エミッタンス、(e) バンチ長を示す。

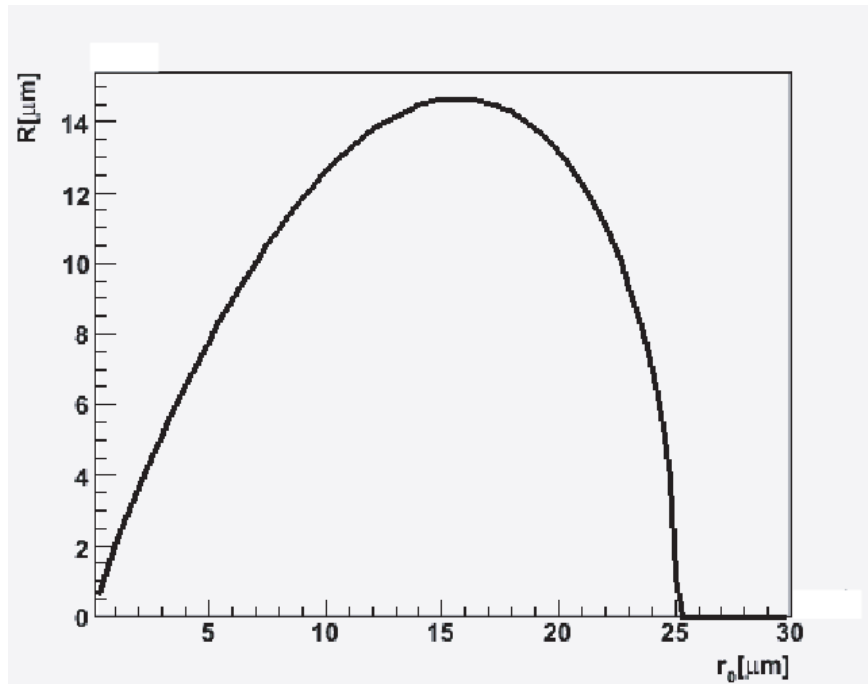


Fig.5.27:  $R$  のスポット半径に関する依存性。 $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の場合の  $R$  の  $r_0$  に関する依存性



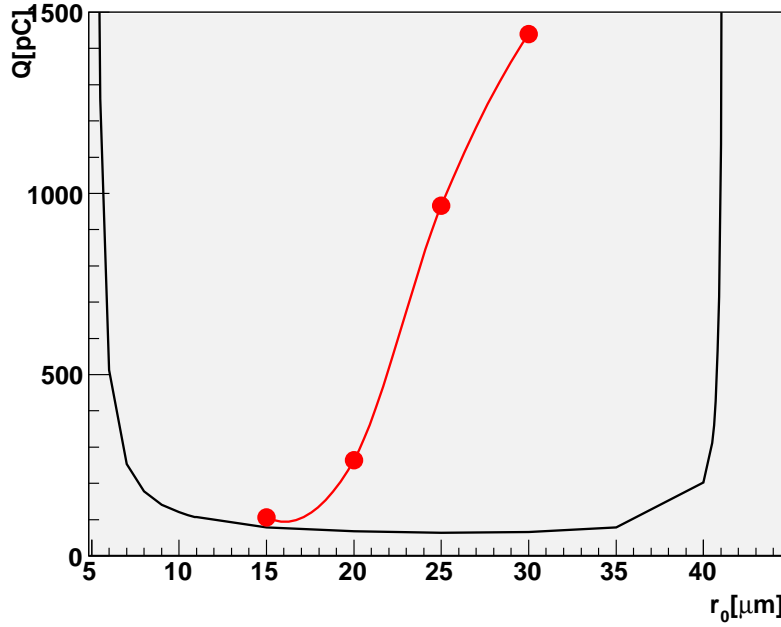


Fig.5.28: 理論とシミュレーションでの電荷量の比較。 $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の場合の電荷量をシミュレーションは赤線で、理論は黒線で示す。

バブルに捕捉される反応断面積は式 (2.150) で表され、捕捉される電荷量は式 (2.151) となるので、 $R$  が減少すれば捕捉される電荷量は増加することが判る。 $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の場合の  $R$  の  $r_0$  に関する依存性は 5.27 のように  $r_0 = 15 \mu\text{m}$  付近から  $r_0$  が増加するにつれて  $R$  は減少する。このため反応断面積は増加し、電荷量も増える。式 (2.150) 及び式 (2.151) はバブルが正確な球状のモデルなのでシミュレーションでは  $r_0 \geq 25 \mu\text{m}$  でも電荷は発散しない。

Fig.5.28 に  $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  の場合の電荷量を示す。スポット半径が  $r_0 = R \simeq 15 \mu\text{m}$  付近で両者が一致する。エネルギー広がり、エミッタンス、バンチ長などのビームパラメーターは電荷量と密接な関係があるので、これらを向上させるには電荷量が最小となるようなスポット半径を選ぶ必要がある。

### パルス幅に関する依存性

電子ビームのクオリティのスポット半径に関する依存性を調べるために、以下のパラメーターを用いて 2 次元 PIC シミュレーションを行った。シミュレーションウィンドウのサイズは  $LZ=96.6\mu\text{m}$ 、 $LY=72\mu\text{m}$  である。セル数は  $NZ=1920$ 、 $NY=192$  である。 $a_0 = 4.0$ 、スポット半径が  $r_0 = 20\mu\text{m}$ 、レーザー波長が  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$  である。1 セル当たりのマクロ粒子数は電子及び  $\text{He}^{2+}$  それぞれ 4 個で Fig.5.29 の様にプラズマ電子及び He イオン密度がレーザー伝播軸方向に沿って一様な矩形の密度分布とし、集光点は  $z_f = 0$  とした。

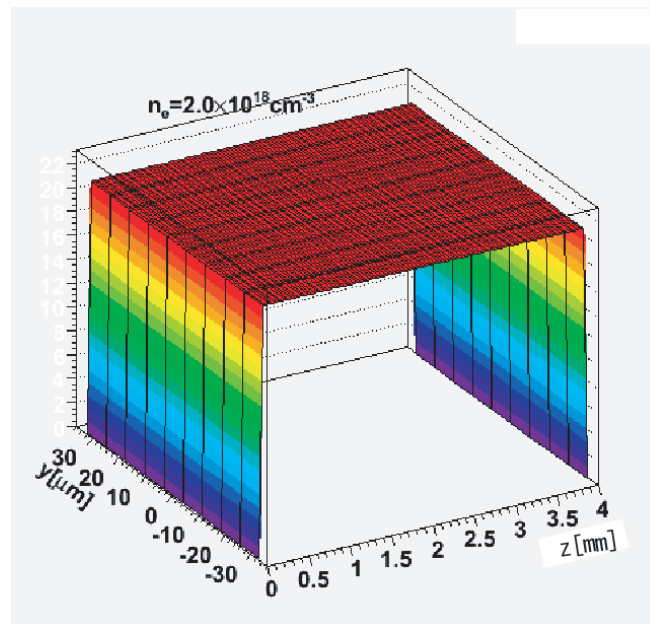


Fig.5.29: プラズマ電子及び He イオン密度がレーザー伝播軸方向に沿って一様な矩形の密度分布

また、パルス幅は 10fs、20fs、40fs、50fs の 5 つの場合についてシミュレーションを行った。このシミュレーションの結果を Fig.5.30、5.31 に

示す。

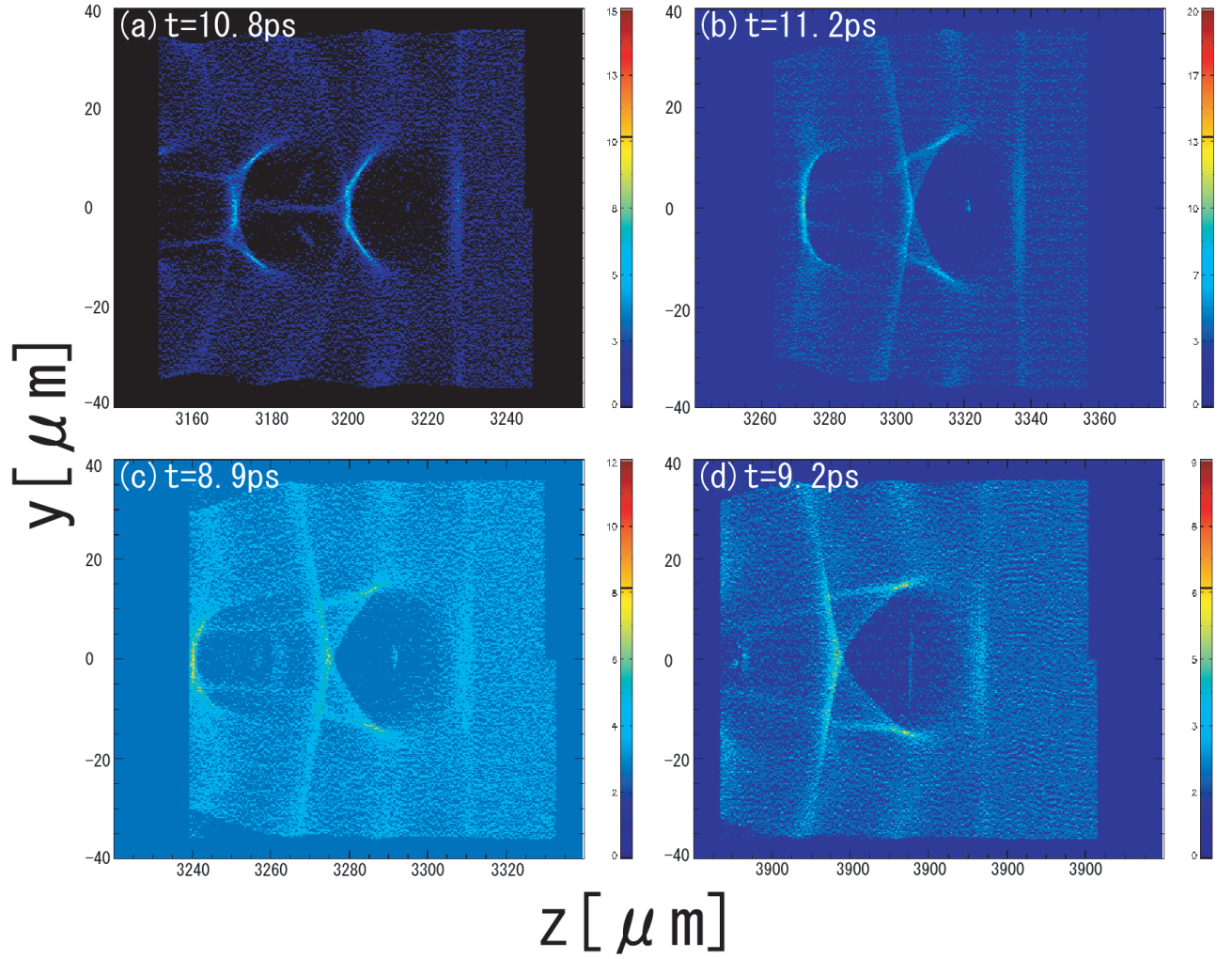


Fig.5.30: 位相すべりを起こすまで進んだときのプラズマ電子密度分布。

(a) $\tau = 10\text{fs}$ 、(b) $\tau = 20\text{fs}$ 、(c) $\tau = 40\text{fs}$ 、(d) $\tau = 50\text{fs}$ 、規格化されたベクトルポテンシャル及びプラズマ電子密度は全て  $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  である。

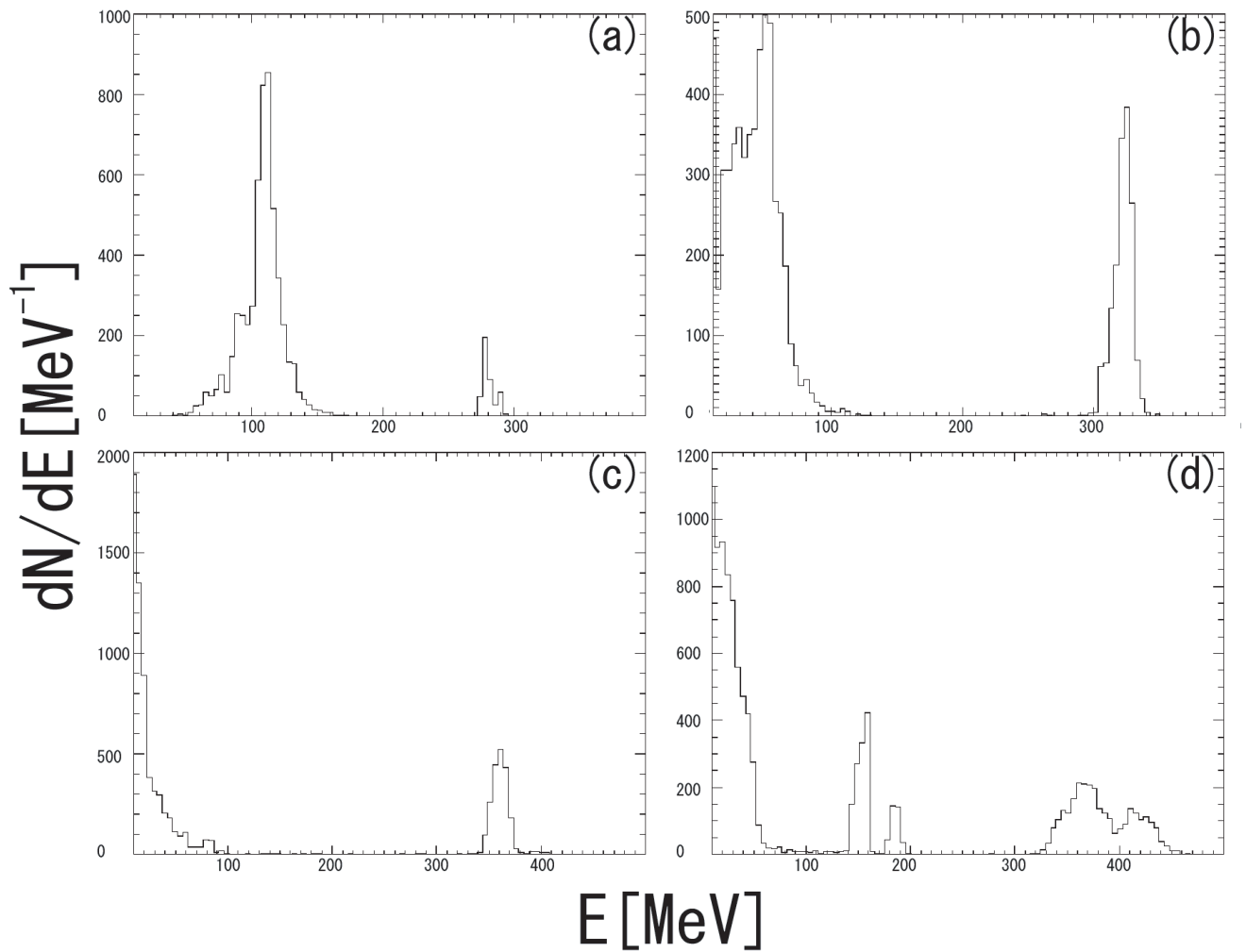


Fig.5.31: 位相すべりを起こすまで進んだときのエネルギースペクトル。

(a)  $\tau = 10\text{fs}$ 、(b)  $\tau = 20\text{fs}$ 、(c)  $\tau = 40\text{fs}$ 、(d)  $\tau = 50\text{fs}$ 、全て  $a_0 = 4.0$ 、 $n_e = 2.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$  である。

バブル内に入射された電子バンチのエネルギー、エネルギー広がり、電荷量、エミッタンス及びバンチ長のパルス幅に関する依存性を Fig.5.32 に示す。(a) はバブルに入射された電子バンチのエネルギーを示す。パルス幅が増加するにつれてエネルギーは増加した。(b) はエネルギー広がりを示す。40fs まではパルス幅が増加しても殆ど変化は無かったが、50fs から急に増加した。(c) は電荷量を示す。パルス幅が増加するにつれて電荷量

も増加した。(d) はエミッタンスを示す。電荷量と同様に 40fs まではパルス幅が増加しても殆ど変化は無かったが、50fs から急に増加した。(e) はバンチ長を示す。パルス幅が増加するにつれてバンチ長も増加した。

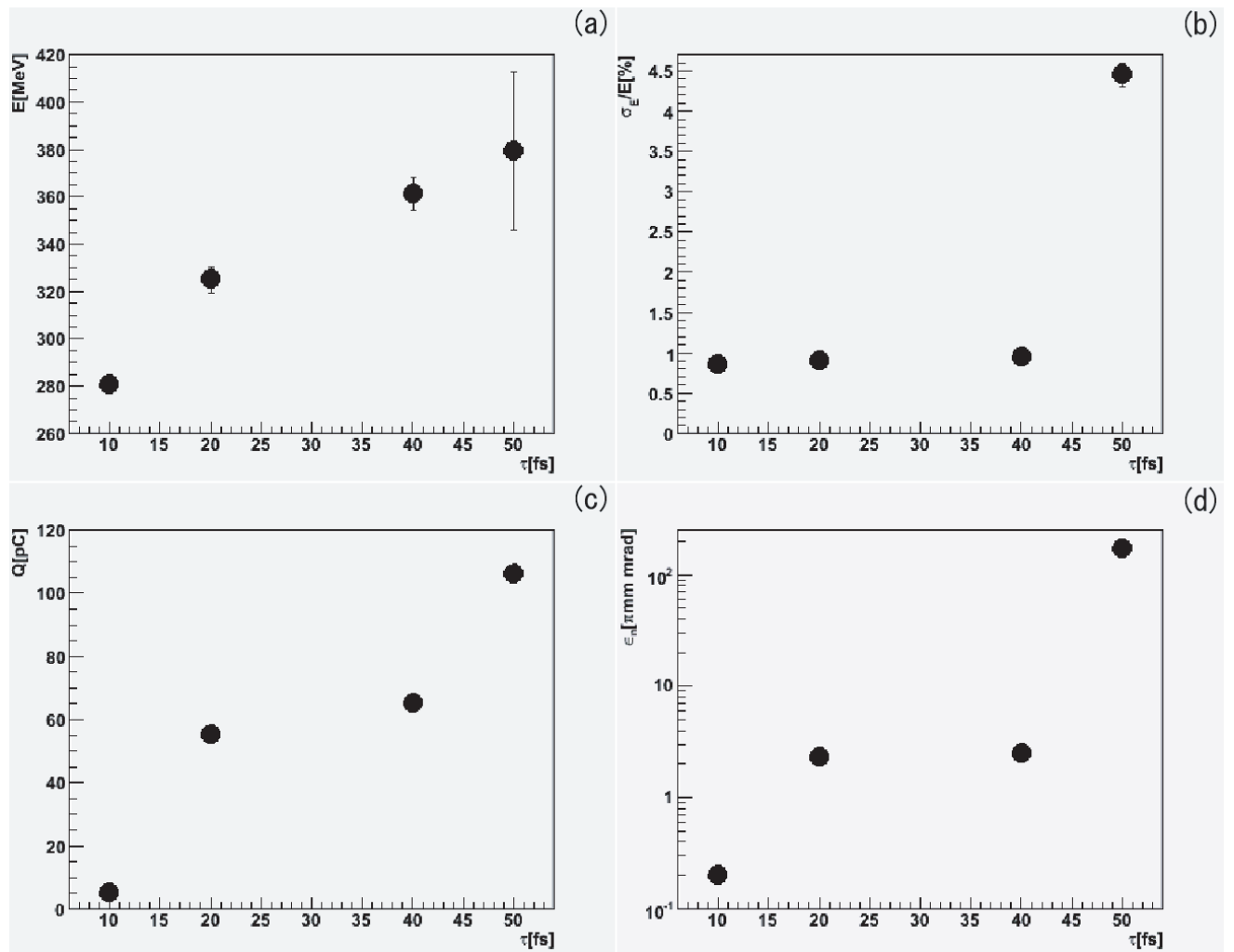


Fig.5.32: ビームパラメーターのパルス幅に関する依存性。それぞれ (a) エネルギー、(b) エネルギー広がり、(c) 電荷量、(d) エミッタンス、(e) バンチ長を示す。

Fig.5.33 に示すように第 1 ウェーク場の波長を  $L_1$ 、第 2 ウェーク場の波長を  $L_2$  とすると、パルス幅が長くなるにつれて Fig.5.34 に示すように

$L_1$  の増加率が  $L_2$  の増加率を上回っているため、第2 ウェーク場に入射された電子バンチのほうが先に位相すべりを起こし、バブルに入射された電子バンチとのエネルギー差が広がり Fig.5.31(c) のように単色に近いビームが得られる。

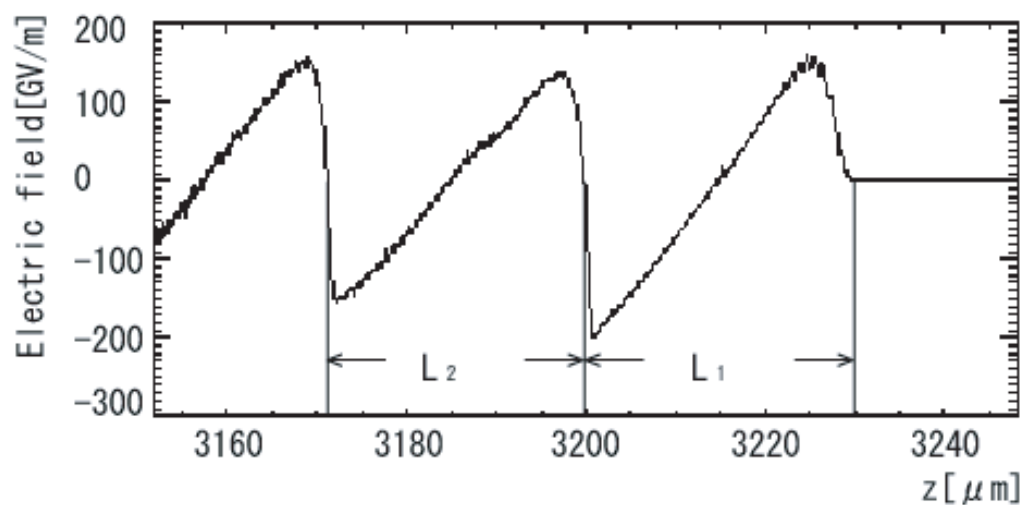


Fig.5.33: 第1 ウェーク場の波長と第2 ウェーク場の波長。図のように第1 ウェーク場 (バブル) の波長を  $L_1$ 、第2 ウェーク場の波長を  $L_2$  とする。

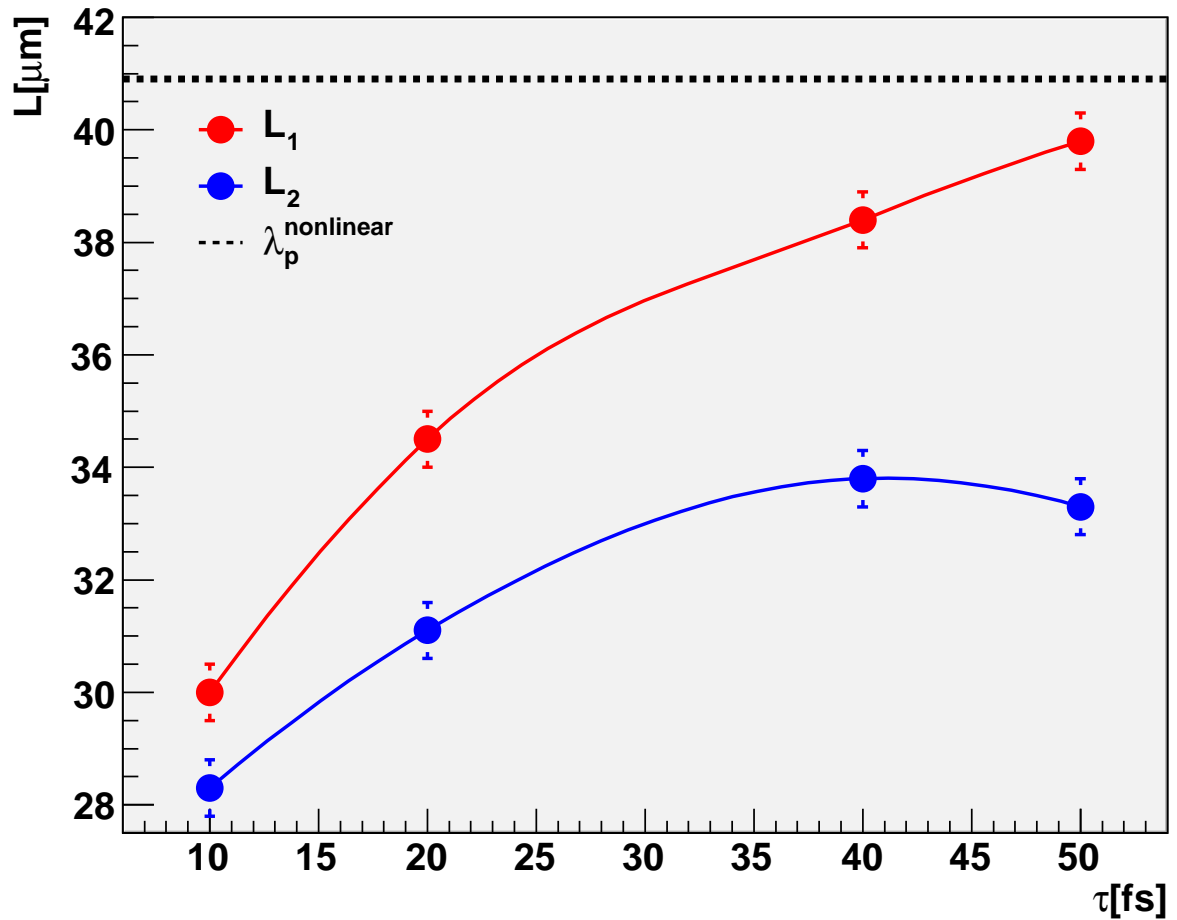


Fig.5.34: ウェーク場の波長のパルス幅に関する依存性

### 5.9.2 プラズマ密度チャネルがある場合

電子ビームのクオリティのスポット半径に関する依存性を調べるために、以下のパラメーターを用いて 2 次元 PIC シミュレーションを行った。シミュレーションウィンドウのサイズは  $LZ=83.5\mu\text{m}$ 、 $LY=120\mu\text{m}$  である。セル数は  $NZ=1472$ 、 $NY=320$  である。 $a_0 = 3.0$ 、スポット半径が  $r_0 = 20\mu\text{m}$ 、パルス幅が  $\tau = 27\text{fs}$ 、レーザー波長が  $\lambda_L = 0.8\mu\text{m}$  である。1

セル当たりのマクロ粒子数は電子及び  $H^+$  それぞれ 4 個で Fig.5.35 の様にプラズマ電子及び水素イオン密度がレーザー伝播軸方向に沿って  $500\mu m$  までは増加領域で、それ以降は平坦領域となる密度分布とし、集光点は  $z_f = 500\mu m$  とする。

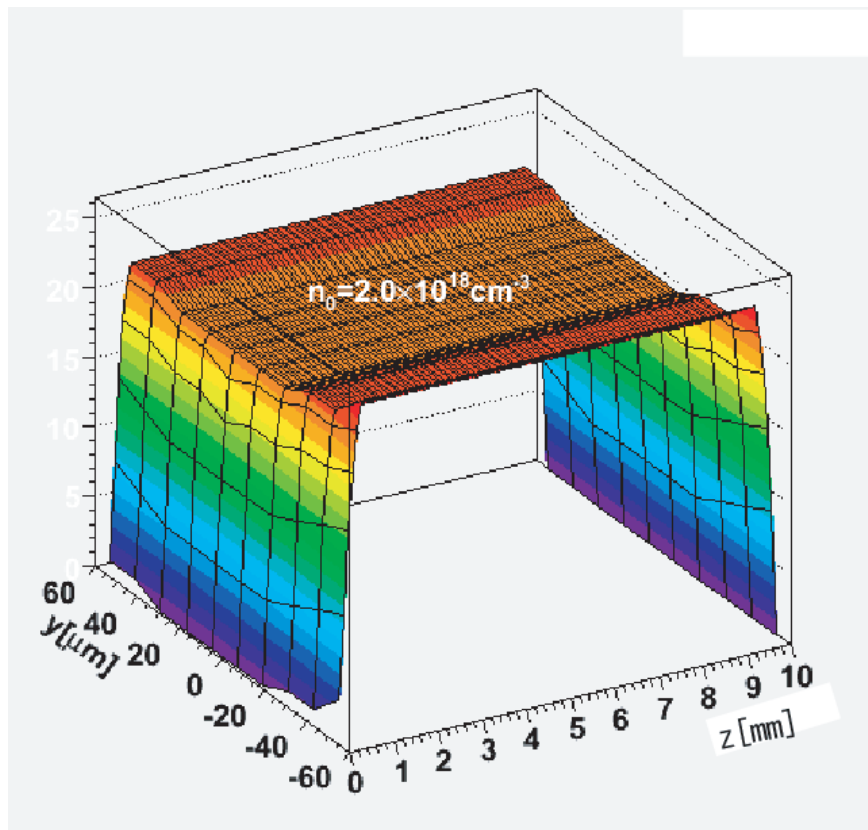


Fig.5.35: プラズマ密度分布

パルス幅が 27fs、35fs、38fs、40fs の場合についてシミュレーションを行った。このシミュレーションの結果を Fig.5.36、5.37 に示す。Fig.5.37 から判るように、一様分布のときと違い、第 2 バンチが減速しきれておらず第 1 バンチとエネルギー的に重なっている。これは一様分布の場合と異なり、Fig.5.39 が示すようにパルス幅が大きくなっても  $L_1$  と  $L_2$  の差は殆ど変わらない。また Fig.5.40 に示すように、第 1 バンチの入射のほうが第 2 バンチの入射よりも早いため、第 2 バンチが減速されていないうちに第



1 バンチが位相すべりを起こす。そのため 2 つのバンチの差が開かない。そこで単色ビームを生成する方法として 2 ビーム運転を行い、第 1 バンチが最も圧縮されたときに加速を止めてビームを取り出し、Q マグネット等を用いて 2 つのバンチを分離することが可能と考えられる。そのときのエネルギースペクトル及び位相平面を Fig.5.41 に示す。

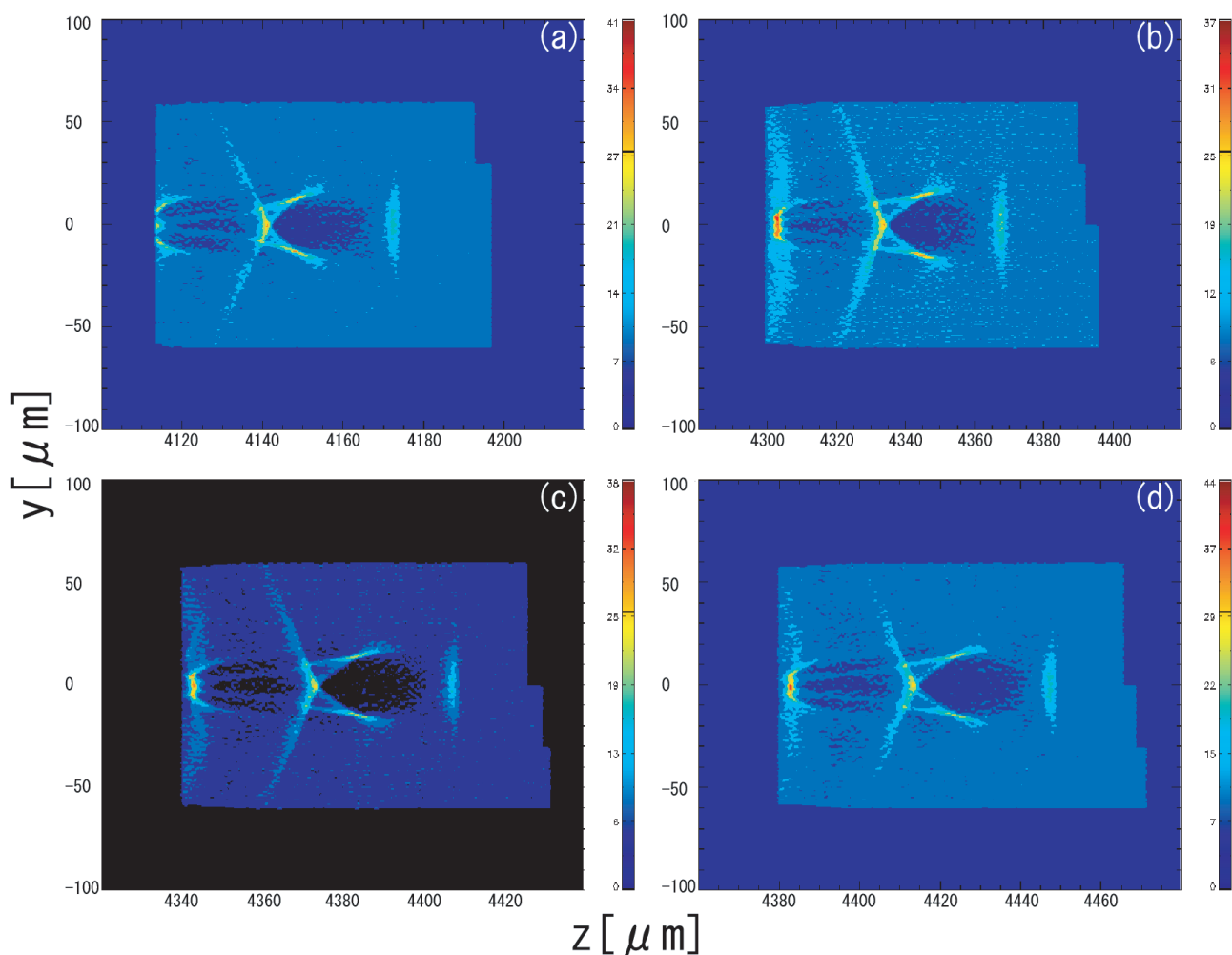


Fig.5.36:  $a_0 = 3.0$ ,  $n_0 = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ,  $\Delta n_{ch} = 0.3n_0$  のときのプラズマ電子密度分布。(a)  $\tau = 27\text{fs}$ , (b)  $\tau = 35\text{fs}$ , (c)  $\tau = 38\text{fs}$ , (d)  $\tau = 40\text{fs}$ 。

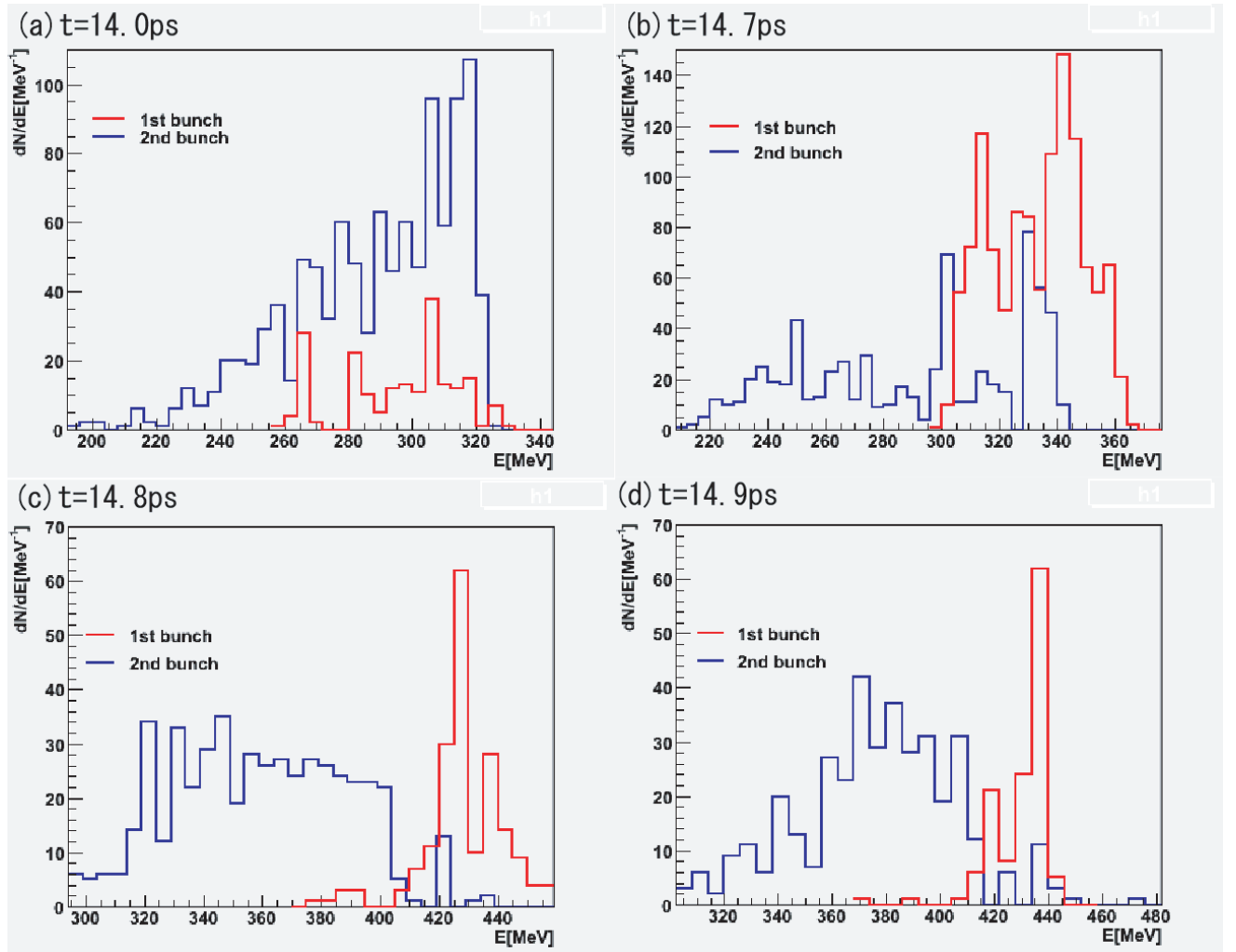


Fig.5.37:  $a_0 = 3.0$ ,  $n_0 = 2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ,  $\Delta n_{ch} = 0.3n_0$  のときのエネルギースペクトル。(a)  $\tau = 27\text{fs}$ 、(b)  $\tau = 35\text{fs}$ 、(c)  $\tau = 38\text{fs}$ 、(d)  $\tau = 40\text{fs}$ 。

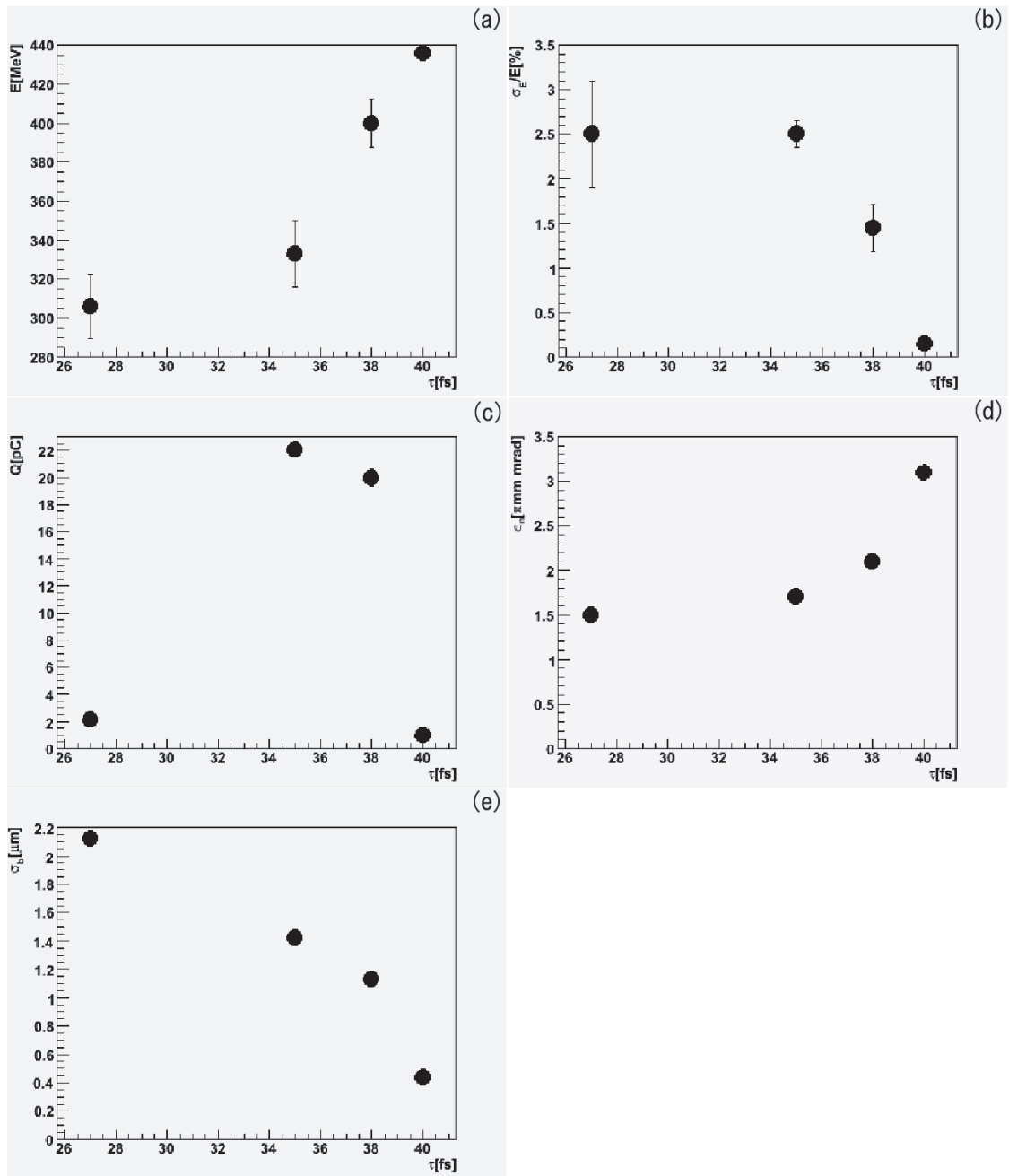


Fig.5.38: ビームパラメーターのパルス幅に関する依存性。(a) エネルギー、(b) エネルギー広がり、(c) 電荷量、(d) エミッタンス、(e) バンチ長。

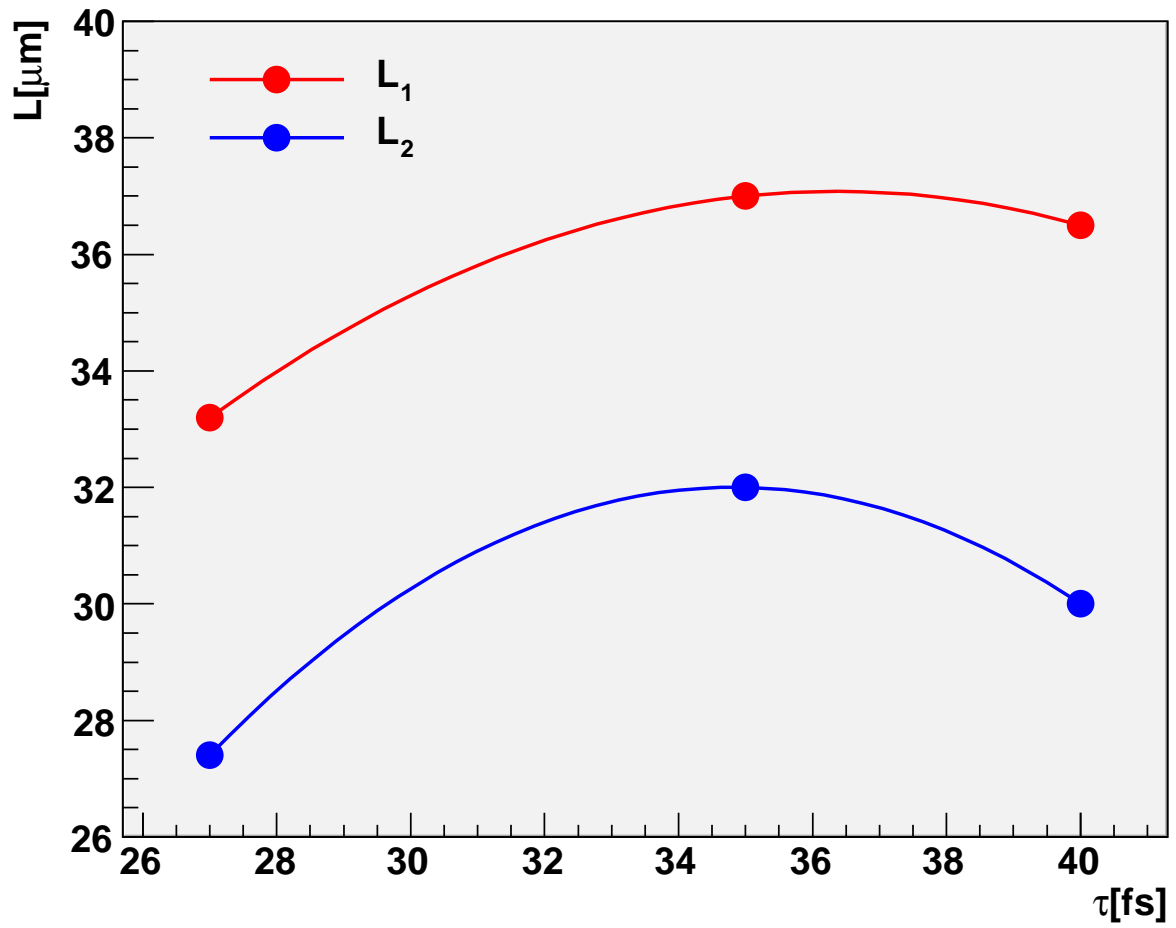


Fig.5.39: ウェーク場の長さのパルス幅に関する依存性

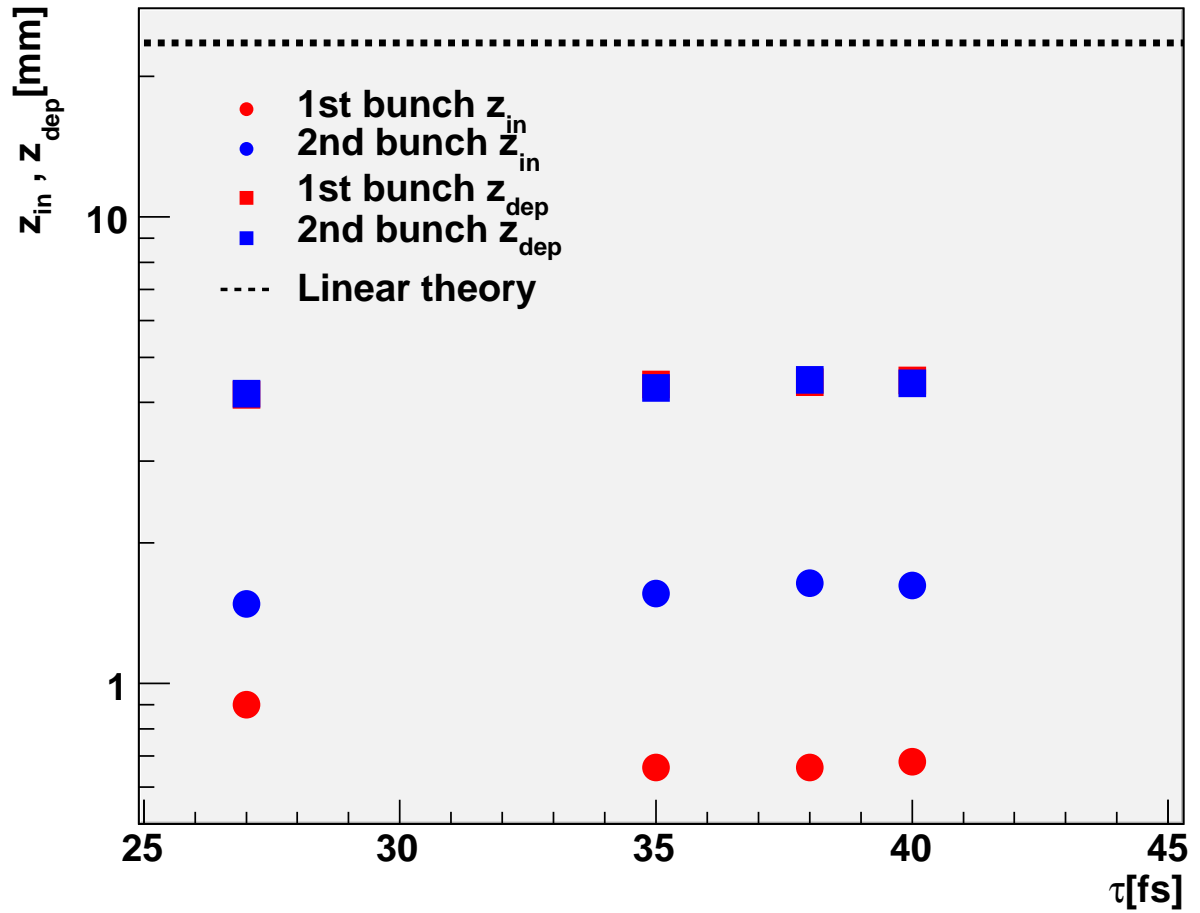


Fig.5.40: 入射位置と位相すべりを起こす位置。赤丸が第1バンチの入射位置、青丸が第2バンチの入射位置、赤四角が第1バンチが位相すべりを起こす位置であり、点線は式 (2.52) による線形理論の位相すべりを起こす距離。

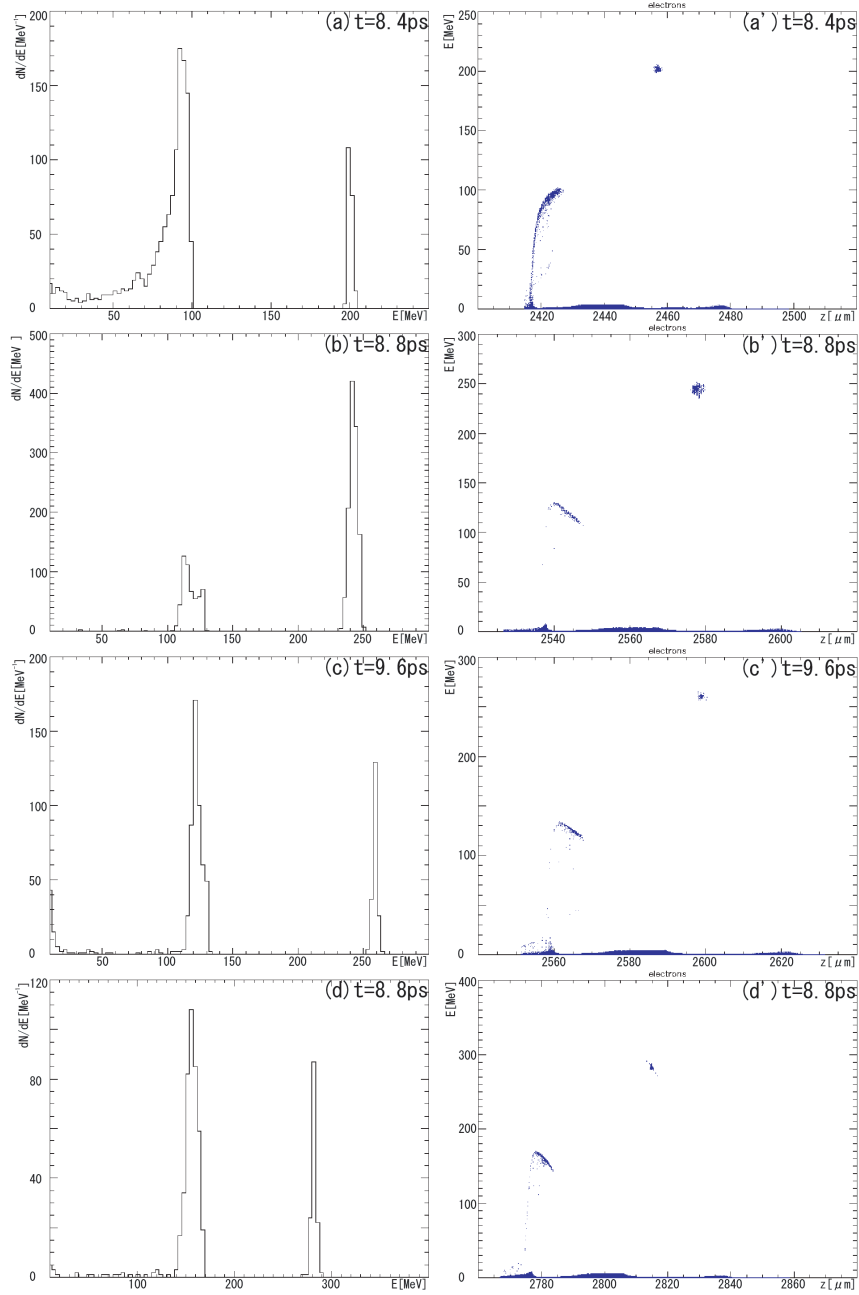


Fig.5.41: 2 ビーム運転のエネルギースペクトル。(a) $\tau = 27\text{fs}$  のときのエネルギースペクトル。(a') $\tau = 27\text{fs}$  のときの位相空間。(b) $\tau = 35\text{fs}$  のときのエネルギースペクトル。(b') $\tau = 35\text{fs}$  のときの位相空間。(c) $\tau = 38\text{fs}$  のときのエネルギースペクトル。(c') $\tau = 38\text{fs}$  のときの位相空間。(d) $\tau = 40\text{fs}$  のときのエネルギースペクトル。(d') $\tau = 40\text{fs}$  のときの位相空間。

### 5.9.3 高品質電子ビームの発生についての考察

シミュレーション結果、エネルギー利得の制御にはプラズマ電子密度を、エネルギー広がり、エミッタンス、バンチ長、電荷量等のビームの品質の制御にはレーザーのスポット半径及びパルス幅を使用すればよいことが判明した。特に電荷量が大きいとエネルギー広がり、エミッタンス、バンチ長が悪化するため、電荷量は最小値をとるようにスポット半径を選ぶ必要がある。レーザー出力 120TW、プラズマ電子密度  $2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、スポット半径  $15 \mu\text{m}$ 、パルス幅 40fs の場合、エネルギー 340MeV、エネルギー広がり 4.2%、エミッタンス  $1.5\pi \text{mm mrad}$ 、バンチ長  $1 \mu\text{m}(=3.3\text{fs})$ 、ビーム電流  $I_b = 30.3\text{kA}$  のビームが、プラズマ密度チャンネルがある場合、レーザー出力 120TW、プラズマ電子密度  $2.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、チャンネルの深さ 30% スポット半径  $20 \mu\text{m}$ 、パルス幅 38fs の場合、エネルギー 260MeV、エネルギー広がり 0.5%、エミッタンス  $2.1\pi \text{mm mrad}$ 、バンチ長  $0.56 \mu\text{m}(=1.9\text{fs})$ 、ビーム電流 10.5kA のビームが生成されると予想される。

本シミュレーションで得られた一様プラズマ及びキャピラリーの場合における最適なビームパラメーター、そして既存の実験データと波長 13.5nm の軟 X 線 FEL の発振に必要なビームパラメーターを表 5.1 に纏める。ビームの品質は既存の実験データを上回っており、軟 X 線 FEL の発振に必要な条件を満足している。このことから本研究で得られた最適なビームパラメーターはキャピラリーを用いて波長 13.5nm の軟 X 線 FEL に応用可能であると言える。

	$E[\text{MeV}]$	$\sigma_E/E[\%]$	$\varepsilon[\pi\text{mm mrad}]$	$\sigma_b[\mu\text{m}]$	$I_b[\text{kA}]$
一様プラズマ	340	4.2	1.5	1.0	30.3
キャピラリー	260	0.5	2.1	0.56	10.5
Fuchs の実験 <sup>*5</sup>	210	4.1	0.8	3.0	0.7
軟 X 線 FEL	242	0.4	7	3.0	10.0

表 5.1: 最適なビームパラメーター

---

<sup>\*5</sup> 文献 [40] 参照



## 第 6 章

# 結論

近年、レーザープラズマ加速器の研究が進み、高い加速勾配と従来の高周波加速器を上回るビームクオリティにより小型の X 線自由電子レーザー等への応用が期待されている。レーザープラズマ加速の問題点である回折による加速距離の短さについては、キャピラリー光ガイディングを用いて加速距離を伸ばす研究が精力的に行われ、1GeV までの電子加速に成功している。エネルギー利得を向上させる研究は多くの研究者によって行われてきたが、エネルギー広がり、エミッタンス、バンチ長、電荷量を改善するための研究は充分に行われていなかった。本研究は波長 13.5nm の軟 X 線 FEL に必要なビームパラメーターを目標とし、レーザープラズマ加速によるコンパクトな高品質、高エネルギー電子ビーム源を開発するため以下の研究を行った。

高品質電子ビームを発生させるガスフィル型キャピラリーの作成を行い生成されるプラズマチャネルによる光ガイディング実験を行った。キャピラリー内で放電によるプラズマ密度チャネルを生成し、1TW レーザーパルスの光ガイディングに最適な時刻にレーザーパルスを入射して、光ガイディングが観測した。非局所熱平衡モデルをこの結果に適応して電子密度プロファイルを計算したところ、GeV 級の電子加速に使用可能であることを確かめた。

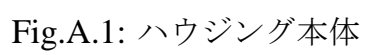
100TW 級レーザーパルスを用いたバブル機構を検証するために実施されたレーザープラズマ電子加速実験のデータ解析を行った。エネルギー利得が線形理論と異なりレーザー出力に比例しないこと、多数のバンチが入射されること、入射されたバンチはベータトロン振動により分裂すること、ポンプ消耗距離がレーザー強度パラメーター  $a_0$  に依存しないこと及び入射位置は離散的であり  $a_0$  とプラズマ波長から計算されること等、強い非線形現象が起こることを発見した。

PIC シミュレーションによる電子加速実験のシミュレーション及び高品質電子ビームを生成するための条件を探索した。前者ではベータトロン振動やマルチバンチ入射などの実験で観測された現象が確認された。また最大エネルギーと電子の入射位置は実験を証明する結果が得られた。後者では電子ビームのクオリティを向上させるための条件が判明した。プラズマ電子密度はエネルギー利得の制御に、レーザーパルスのスポット半径及びパルス幅はエネルギー広がり、エミッタンス、バンチ長、電荷量などの品質制御に用いることができる。本研究のレーザープラズマ領域では、実際の位相すべりを起こす距離は線形理論から得られる値よりも 1/5 程短くなっており、加速実験のエネルギー利得が線形理論から得られるエネルギー利得の 1/5 程度になる原因を明らかにした。電荷量が高品質ビームの生成に深く関わっており、最適なスポット半径やパルス幅が存在することが判った。本研究で得られた最適なビームパラメーターはキャピラリーを用いて波長 13.5nm の軟 X 線 FEL に応用可能であることを明らかにした。

## 付録 A

# ハウジング図面

ハウジングは大きく分けてハウジング本体、キャピラリーホルダー、キャピラリースリーブ、電極、電極ホルダー、電極スペーサー、電極コネクタ、エンドキャップに分けられる。Fig.A.1 にハウジング本体、Fig.A.2 にキャピラリーホルダー、電極ホルダー及びキャピラリースリーブ、Fig.A.3 に電極コネクタ、Fig.A.4 に電極スペーサー、Fig.A.5 にエンドキャップ、Fig.A.6 に組み立て後のハウジングを示す。



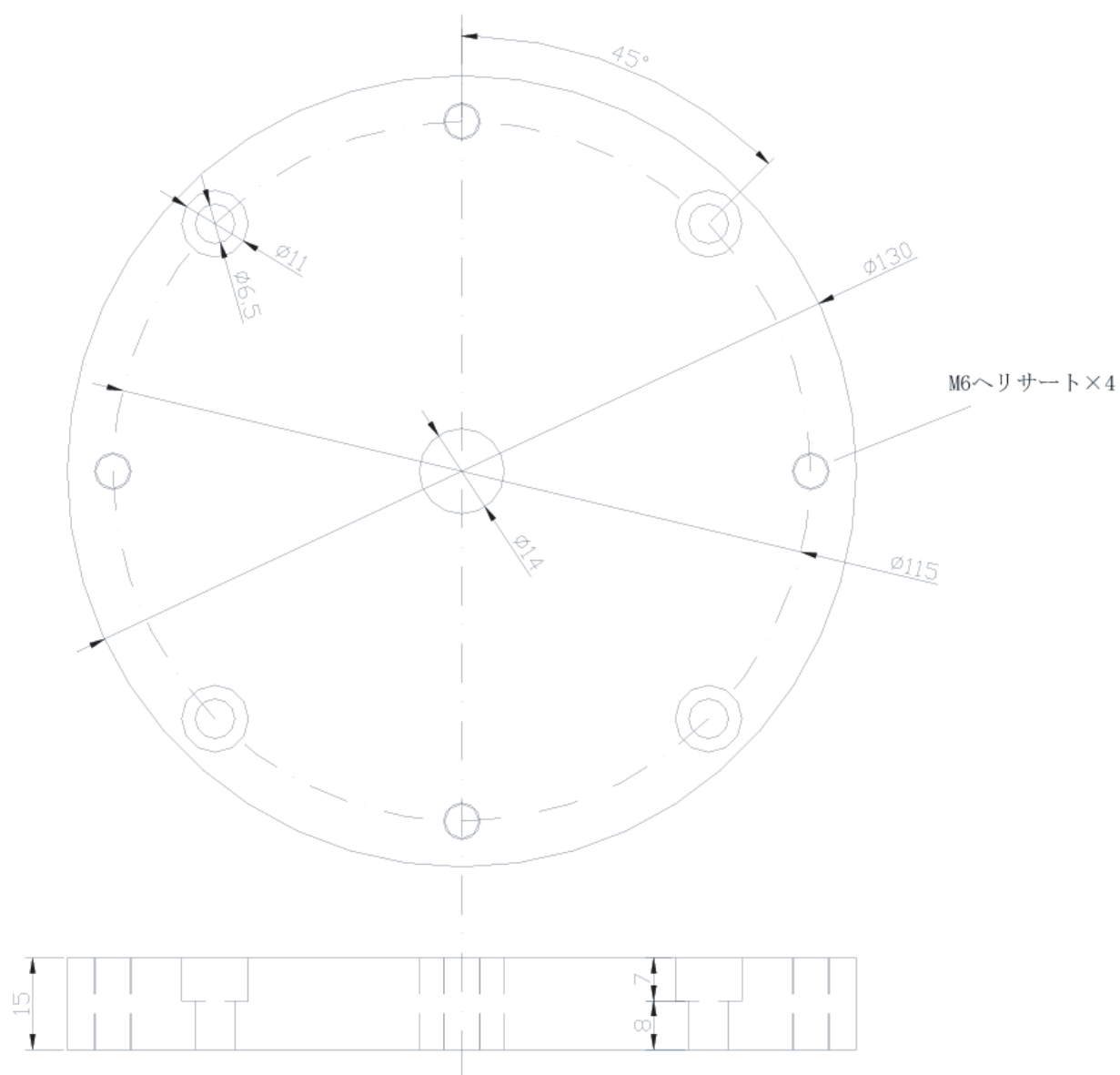


Fig.A.2: エンドキャップ

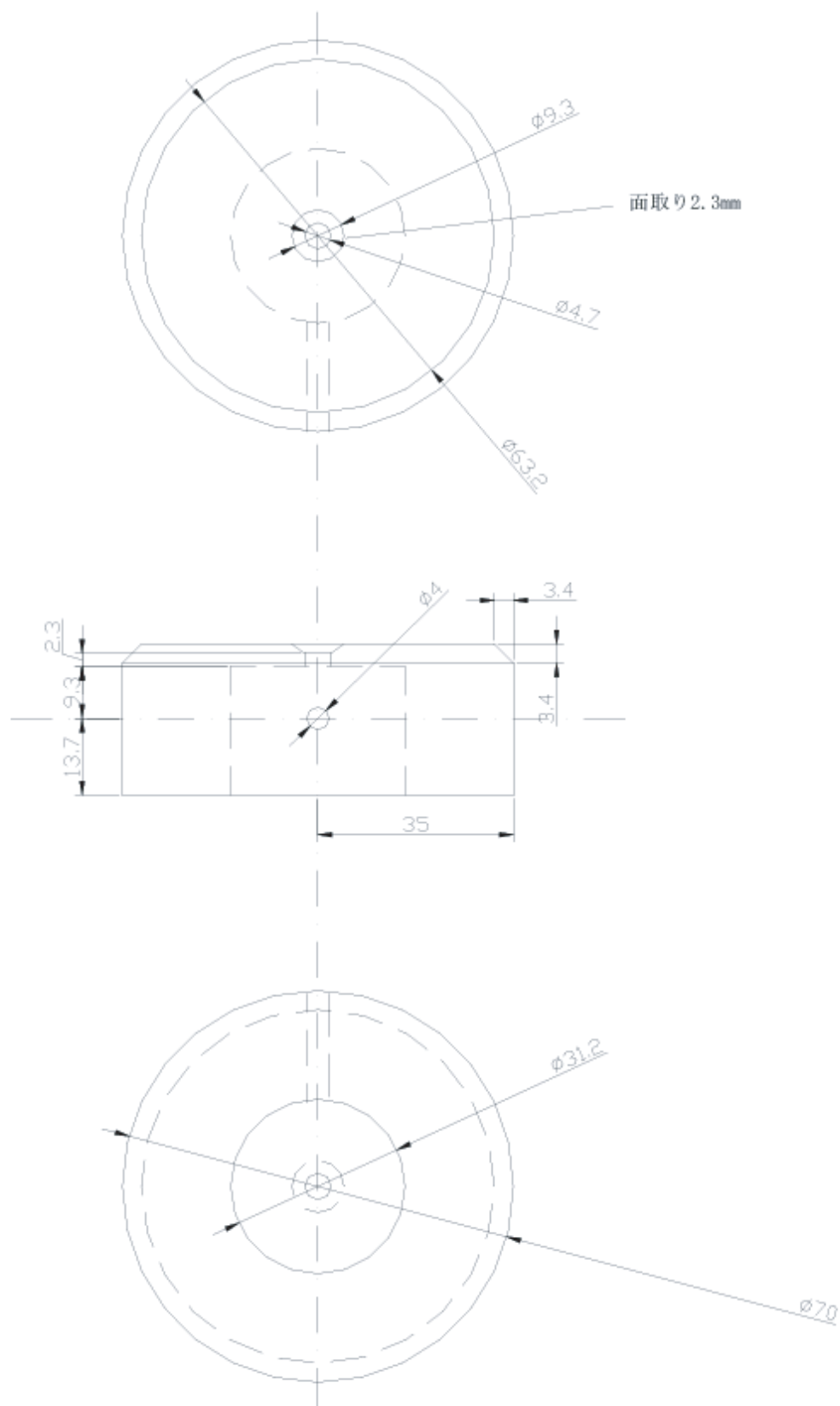


Fig.A.3: 左電極ホルダー

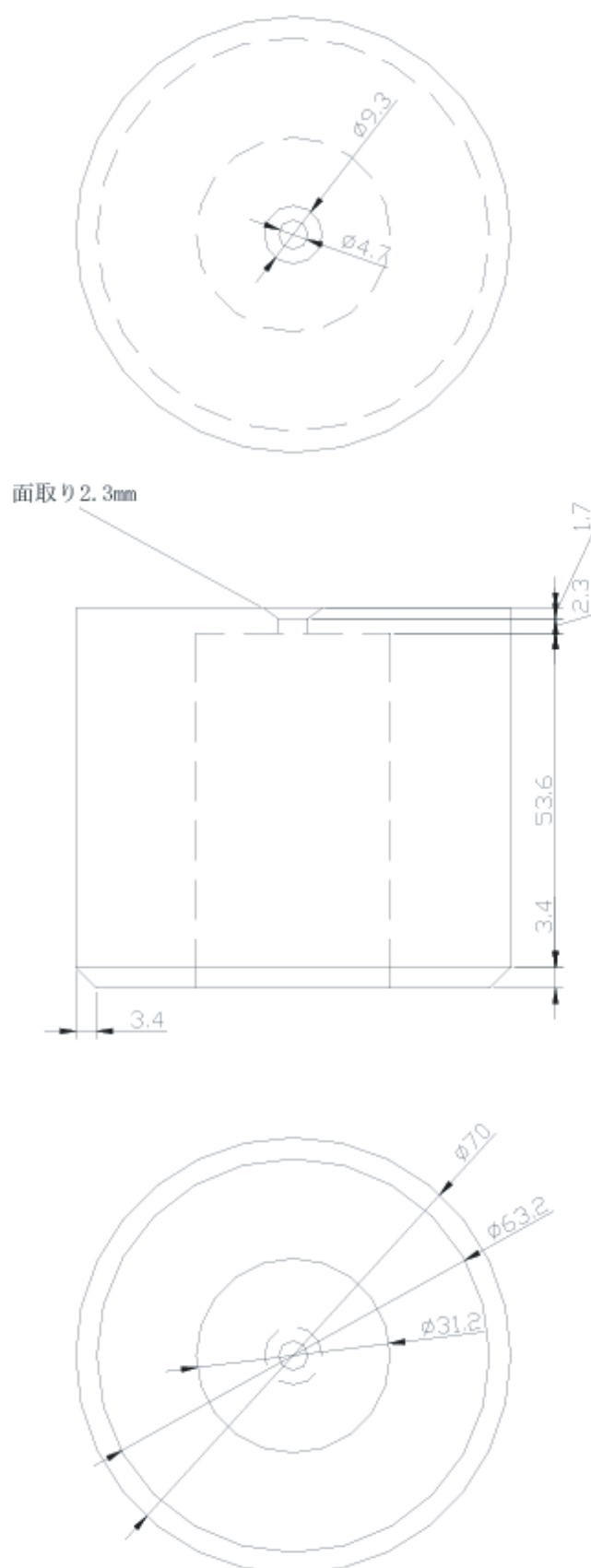


Fig.A.4: 右電極ホルダー

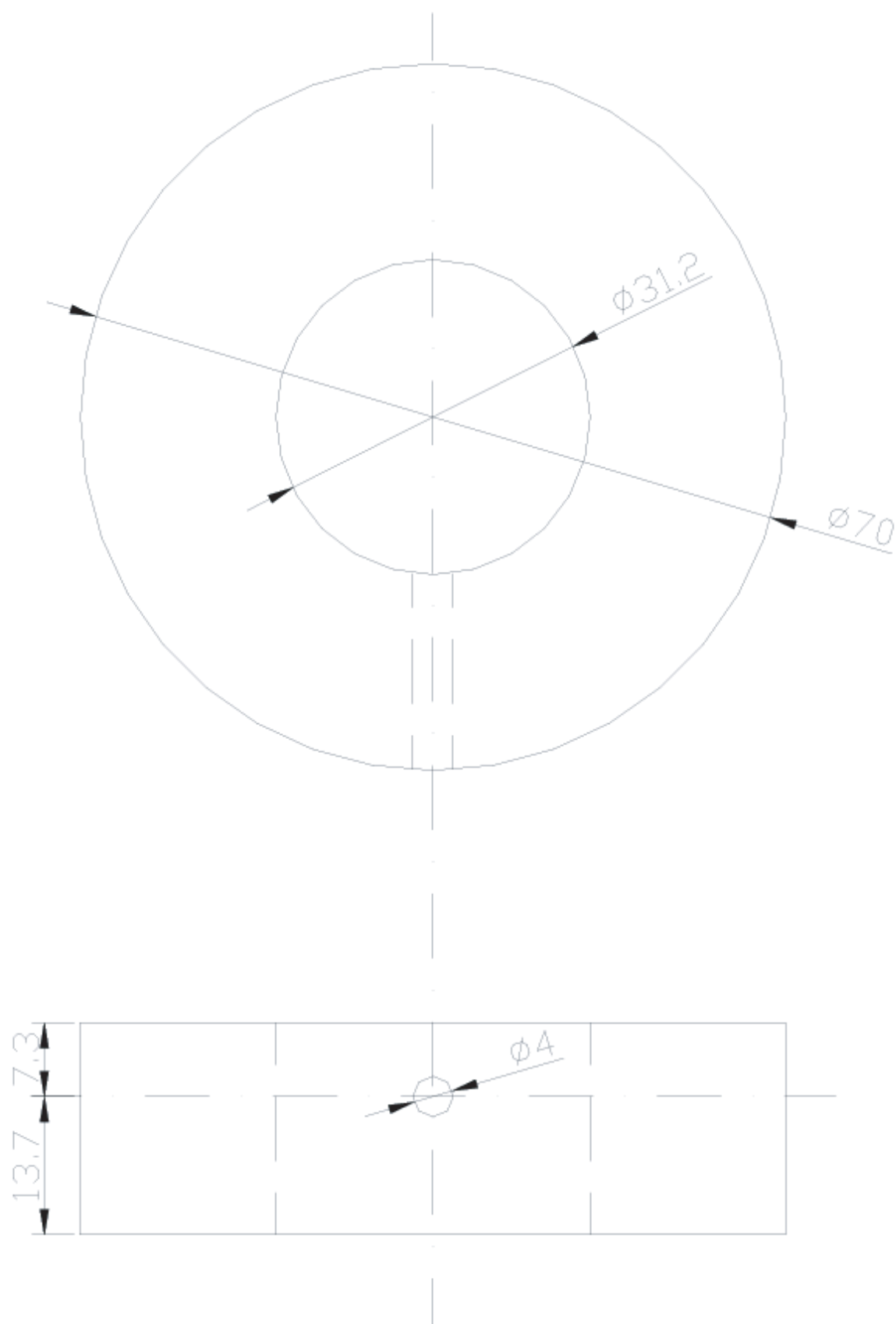


Fig.A.5: 右電極スペーサー



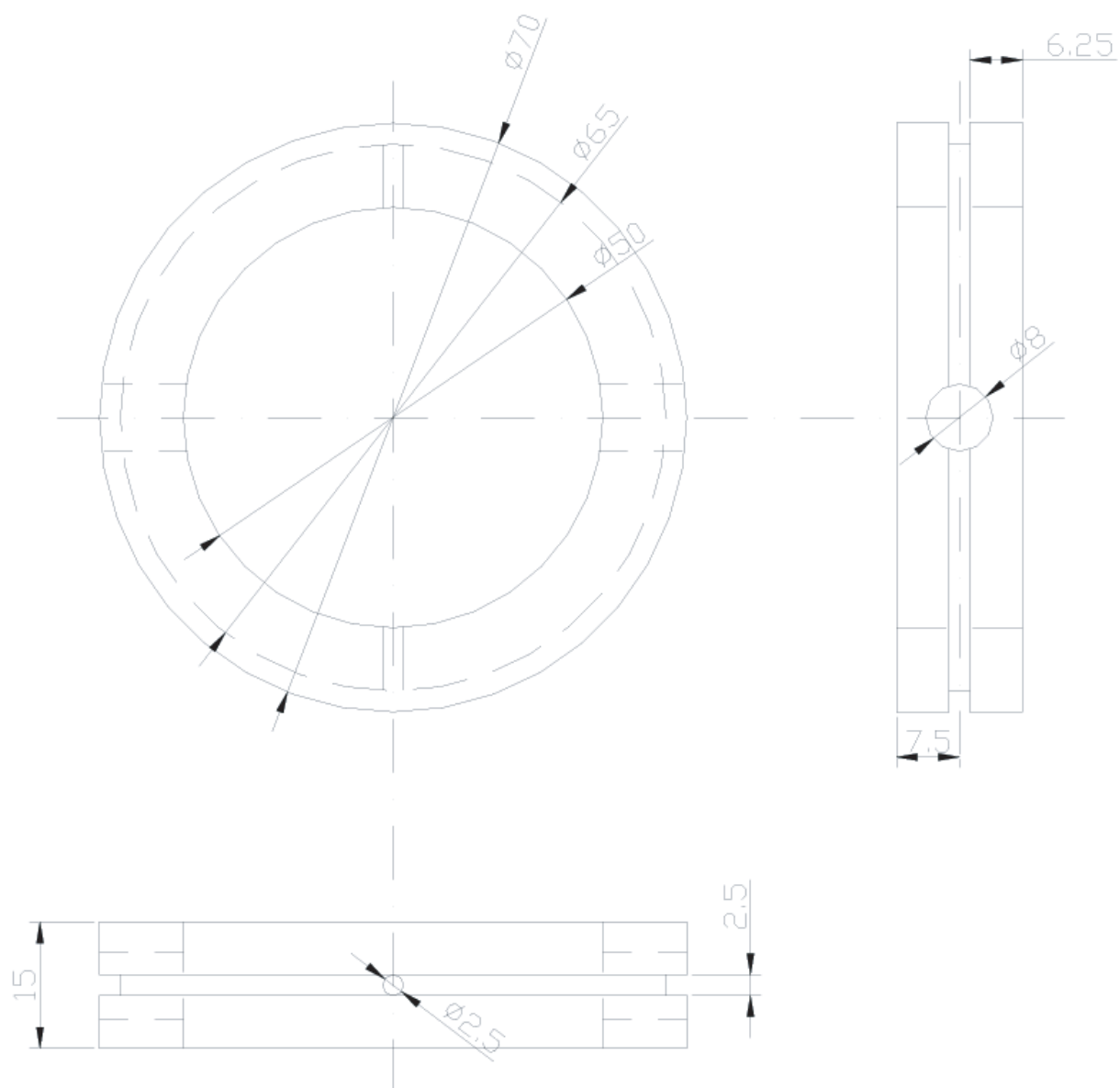


Fig.A.6: キャピラリースリーブ

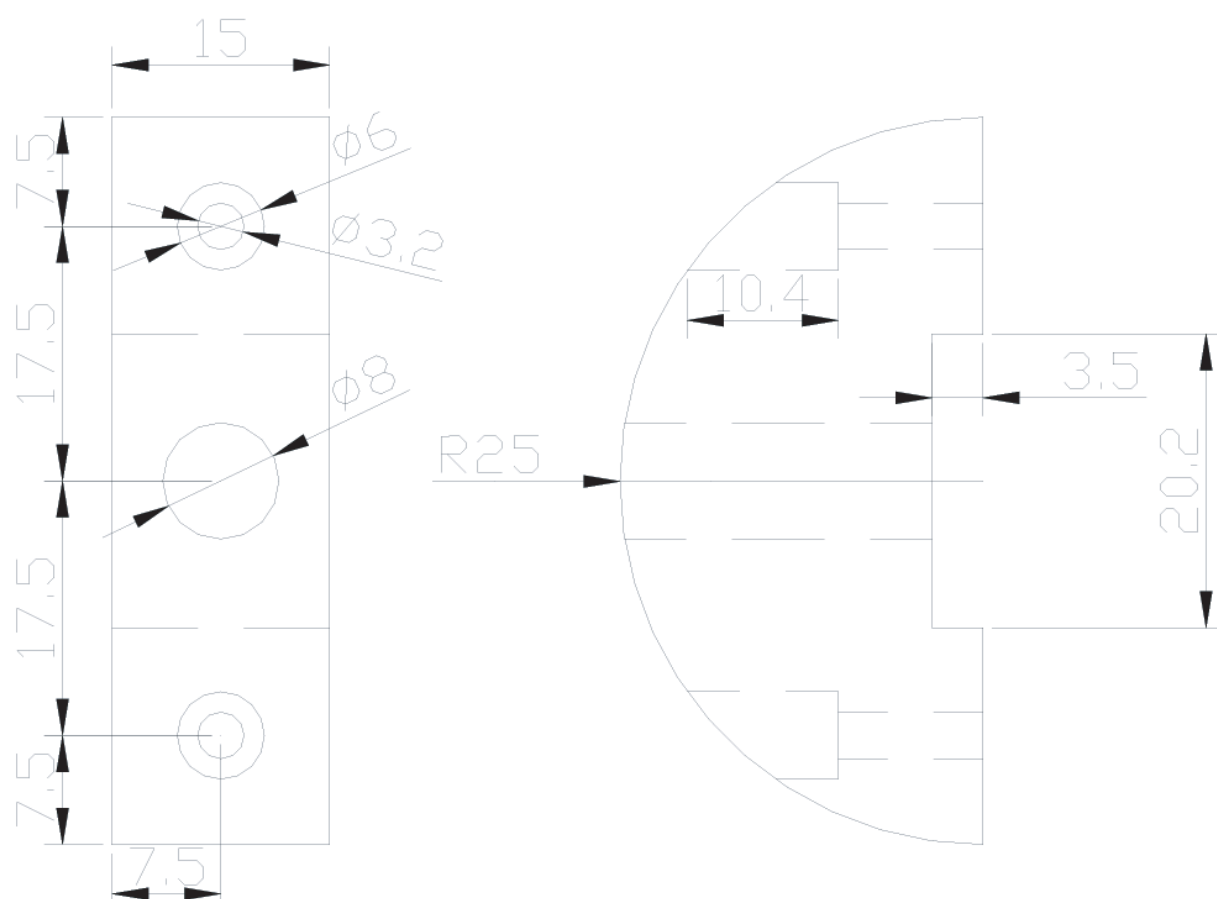


Fig.A.7: キャピラリーホルダー A

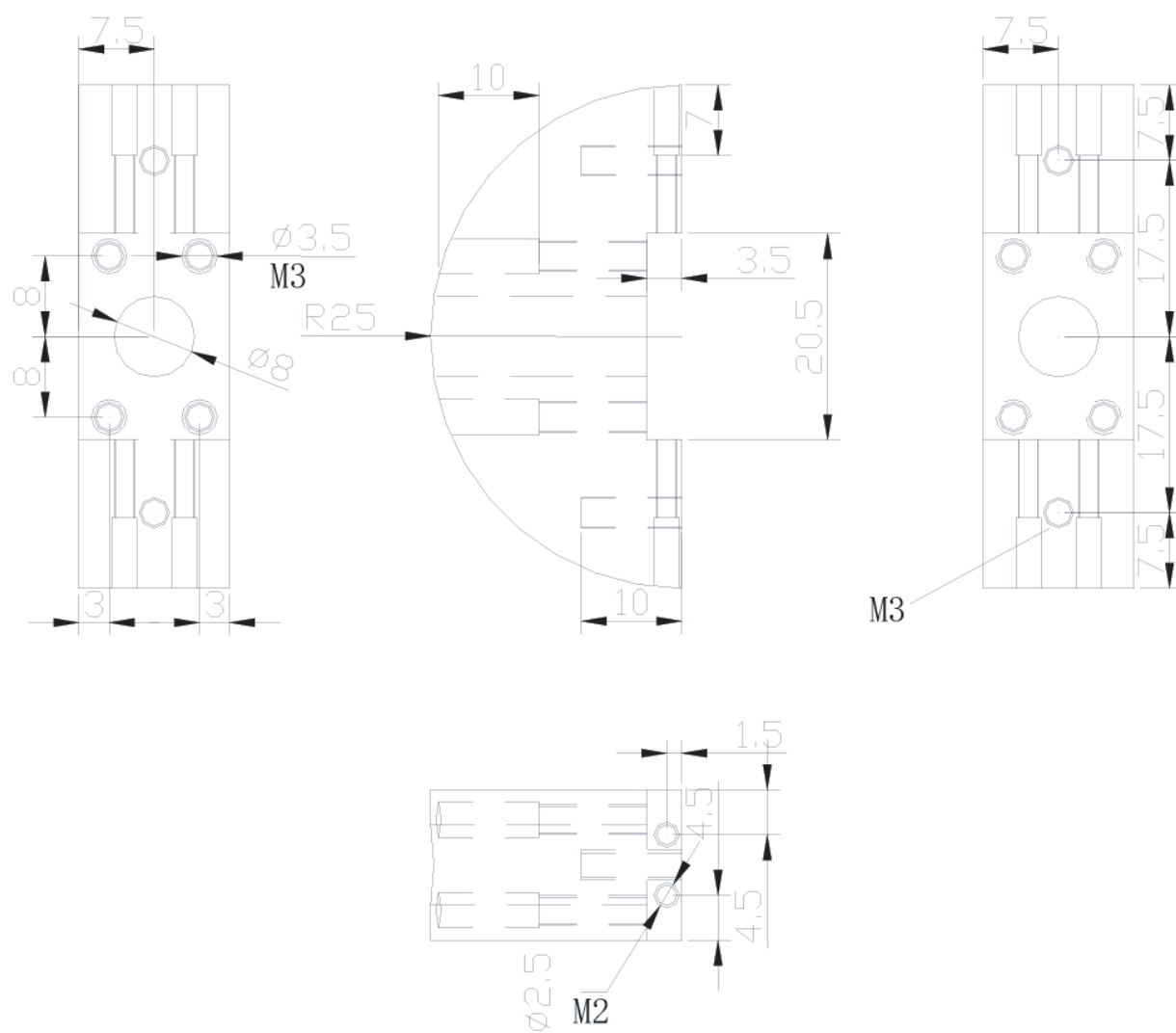


Fig.A.8: キャピラリーホルダー B

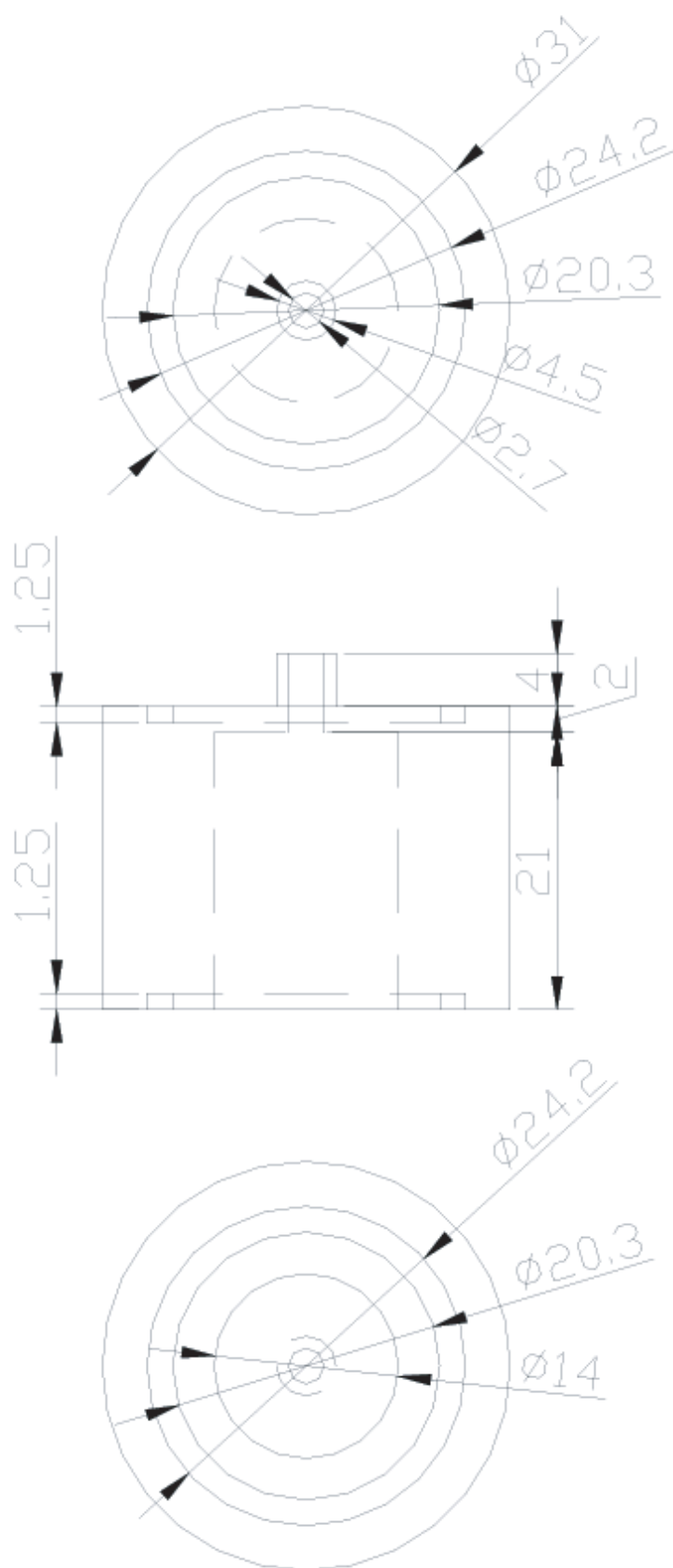


Fig.A.9: 左外部電極

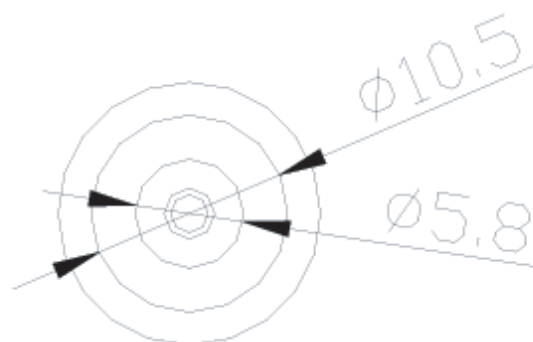
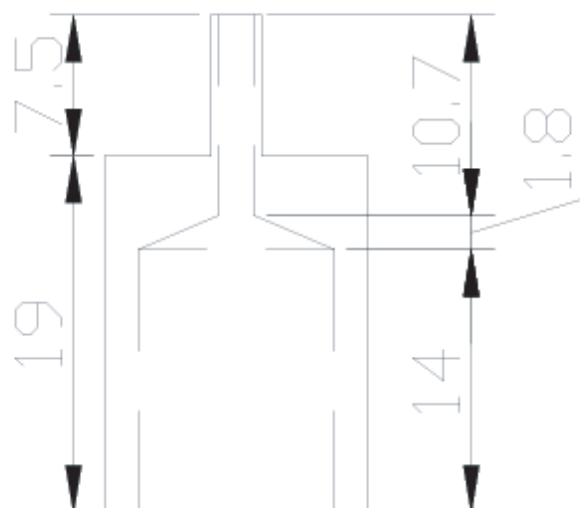
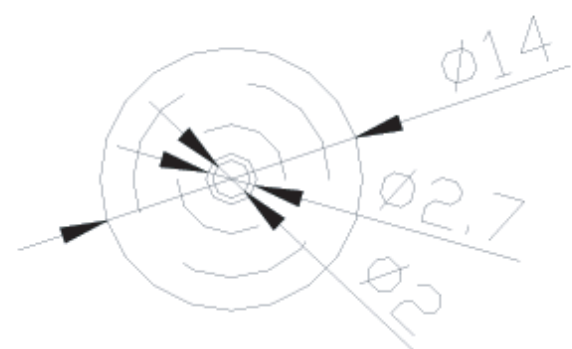


Fig.A.10: 左内部電極

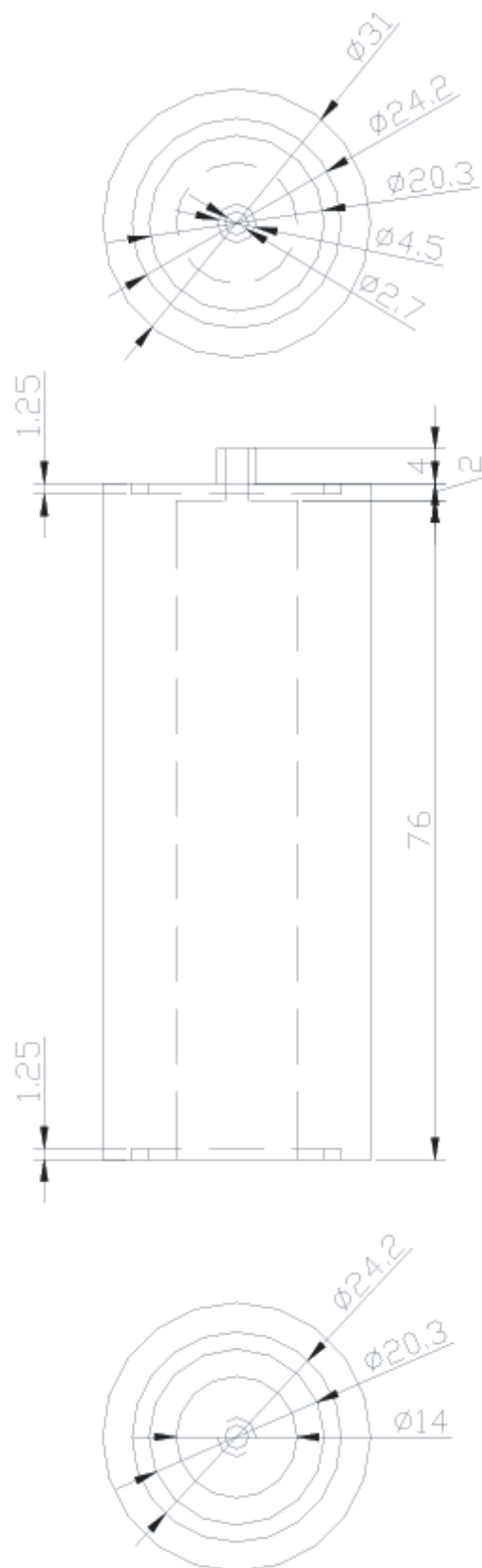


Fig.A.11: 右外部電極

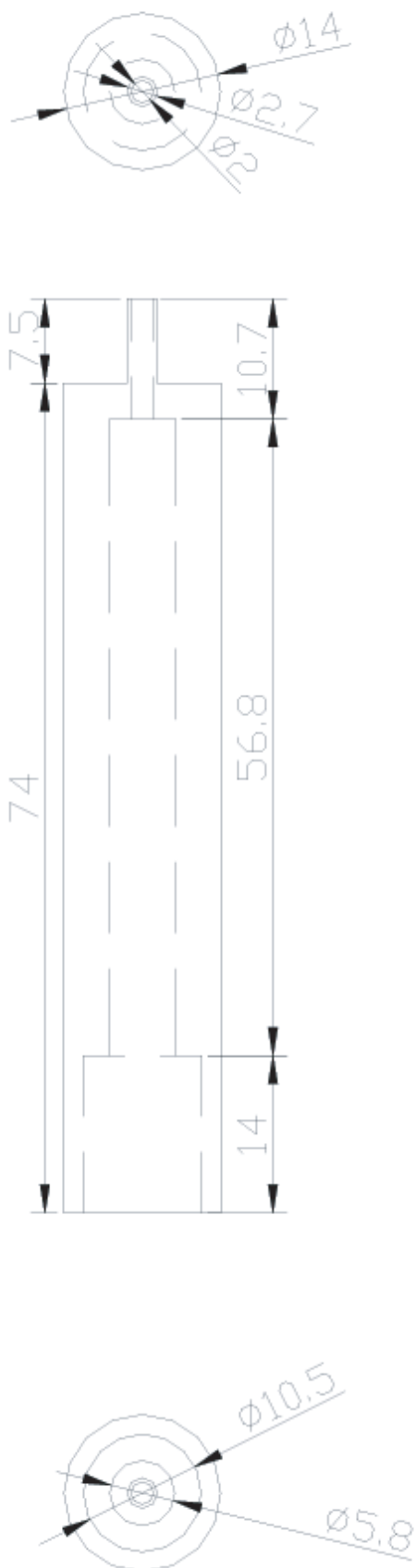


Fig.A.12: 右内部電極

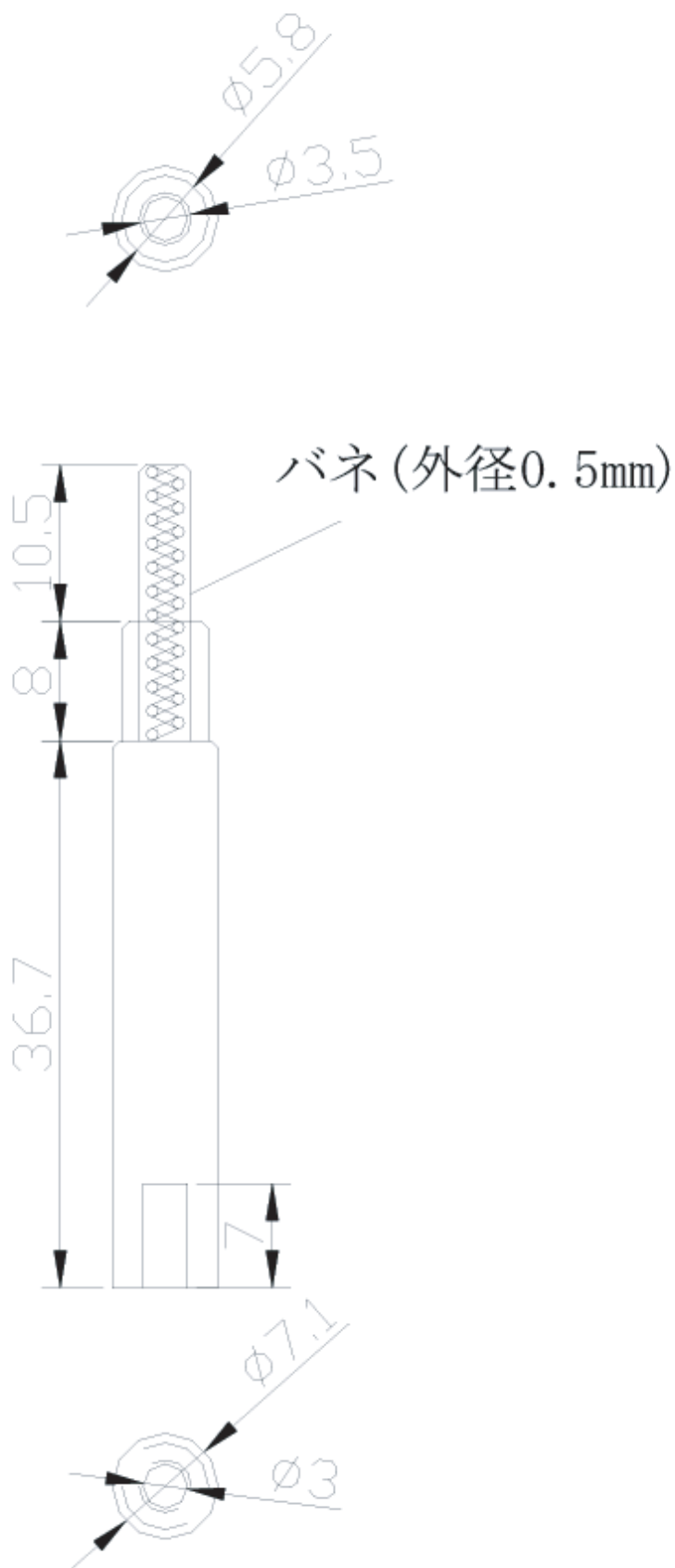


Fig.A.13: 高電圧コネクタ



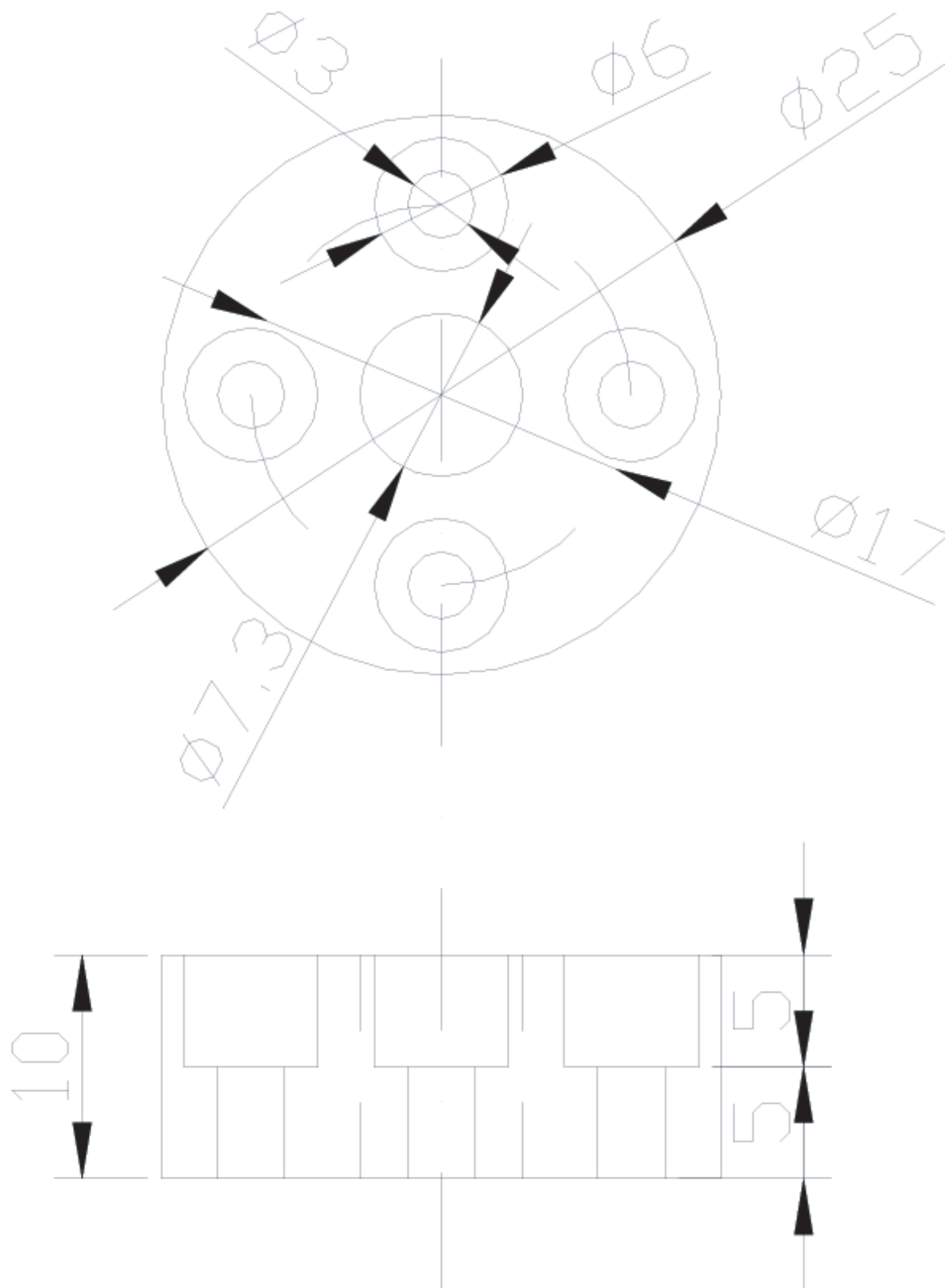


Fig.A.14: ケーブルクランプ



## 付録 B

# 放電回路ボックス図面

放電回路ボックスは大きく分けて次の 3 つに分かれる。

1. 放電回路
2. トリガー回路
3. ヒーター回路

放電回路はコイル\*<sup>1</sup>、コンデンサー、充電抵抗、減衰抵抗、カレントモニター、サイラトロン及び外部高圧電源\*<sup>2</sup>から成る。トリガー回路は増幅回路と定電圧回路及びトリガーボックスから成る。ヒーター回路はサイラトロン用ヒーター、冷却ファン及び変圧器から成る。放電回路ボックスは金属製でその電位はグラウンドに落としてある。

---

\*<sup>1</sup> 回路のリードインダクタンスが  $1\mu H$  なので特にコイルは必要ない。そのため回路図にはコイルが記入してあるが、実際の回路にはコイルは挿入されていない。

\*<sup>2</sup> 高圧電源のみ放電回路ボックスの中に入っていない。

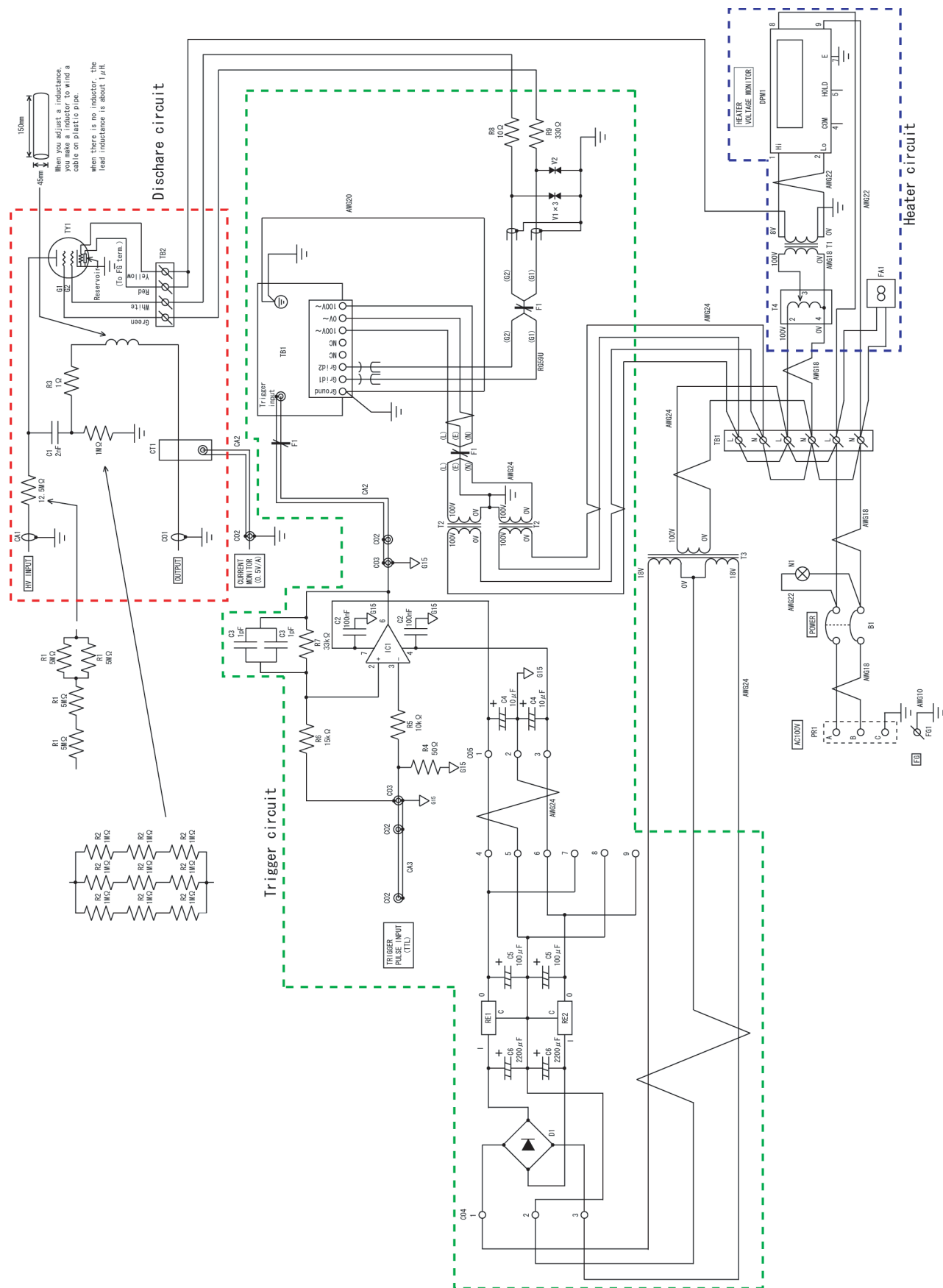


Fig.B.1: 放電回路ボックス図面

仕様表				
記号	名前	型番	仕様	数量
R1	プレート抵抗器	HB35MOFZRE	5M $\Omega$ , 15kV, 2W, 1%	4
R2	プレート抵抗器	HB31MOFZRE	1M $\Omega$ , 15kV, 2W, 1%	9
R3	セメント抵抗器	RWBS10R01J	1 $\Omega$ , 10W, 5%	1
R4	金属皮膜抵抗器	MF1/4CC50F	50 $\Omega$ , 250V, 1/4W, 1%	1
R5	金属皮膜抵抗器	MF1/4CC10kF	10k $\Omega$ , 250V, 1/4W, 1%	1
R6	金属皮膜抵抗器	MF1/4CC15kF	15k $\Omega$ , 250V, 1/4W, 1%	1
R7	金属皮膜抵抗器	MF1/4CC33kF	33k $\Omega$ , 250V, 1/4W, 1%	1
R8	巻線抵抗器	W24-10RJI	10 $\Omega$ , 12W, 5%	1
R9	巻線抵抗器	W24-330RJI	330 $\Omega$ , 12W, 5%	1
C1	高電圧用セラミックコンデンサー	UHV-9A	2nF, 40kV	1
C2	積層セラミックコンデンサー	RPEF11H104Z2P1A01B	100nF, 50V	2
C3	積層セラミックコンデンサー	RPE4C1H1R0C2P1D01B	1pF, 50V	2
C4	Al 電解コンデンサー	ESMG500ELL100ME11D	10 $\mu$ F, 50V	2
C5	Al 電解コンデンサー	ESMG500ELL101ME11D	100 $\mu$ F, 50V	2
C6	Al 電解コンデンサー	ESMG350ELL222ME11D	2200 $\mu$ F, 35V	2
V1	バリスタ	V575LA40AP	730V, 120J	3
V2	バリスタ	TND14V-271KB00AAA0	225V, 70J	1
T1	変圧器	HT11460H	0-100-130V/0-6.3-8V, 30A	1
T2	変圧器	TZ11-100A	100V/100V, 1A	2
T3	変圧器	HTW-18005	100V/18V, 50mA	1
T4	単巻変圧器	PSA-5	100V/0-130V, 1-200A	1
RE1	3 端子レギュレーター	TA7815SB	15V	1
RE2	3 端子レギュレーター	TA79015SB	-15V	1
D1	ダイオードスタック	2W02G	200V max	1
IC1	集積回路	LM6171	3600V/ $\mu$ s	1
TY1	サイラトロン	CX1685	see footnote	1
TB1	トリガーボックス	MA2440B	see footnote	1
CT1	カレントトランスフォーマー	6595	see footnote	1
F1	フェライトコア	H5A		3
N1	Ne ランプ	BN-5701	100-125VAC	1
H1	ヒートシンク	16PBE26		2
FA1	換気扇	T-MU1225S-11GP	100VAC	1
DPM1	デジタルパネルメーター	AP-166-14-1	$V_{in}$ :100VAC	1
TB1	端子台	TSU-615-6P		1
TB2	端子台	TC60C04		2
B1	ブレーカー	B-1EA	2P, 5A	1
PR1	パネルレセプタクル	N/MS3102A16-10P		1
CO1	高電圧コネクタ	CN-45-MHVR	30kV	1
CO2	BNC コネクタ	BNC-PA-JJ		4
CO3	BNC コネクタ	31-10		2
CO4	ナイロンコネクタ	0-171822-9, 0171825-9		1
CO5	ナイロンコネクタ	0-171822-3, 0171825-3		1
CA1	高電圧ケーブル	CN-45-MHVP	45kV	1
CA2	BNC ケーブル	409-7137	50 $\Omega$ impedance	1
CA3	BNC ケーブル	409-7121	50 $\Omega$ impedance	1
FG1	端子	T-9		1

表 B.1: 回路部品の仕様表



## 付録 C

# タイミング回路

タイミング回路は 10Hz で発振するマスタークロックを基準として、これとシングルショットシグナルが同時に発振されたとき、電磁バルブ及び CCD カメラのゲートオープンシグナルとマルチパス増幅器の増幅開始シグナル、そしてサイラトロンのトリガーシグナルが発振される。図に描かれている Delay generator には Stanford Research Systems 社の DG535 型デジタル遅延パルス発生器を使用した。

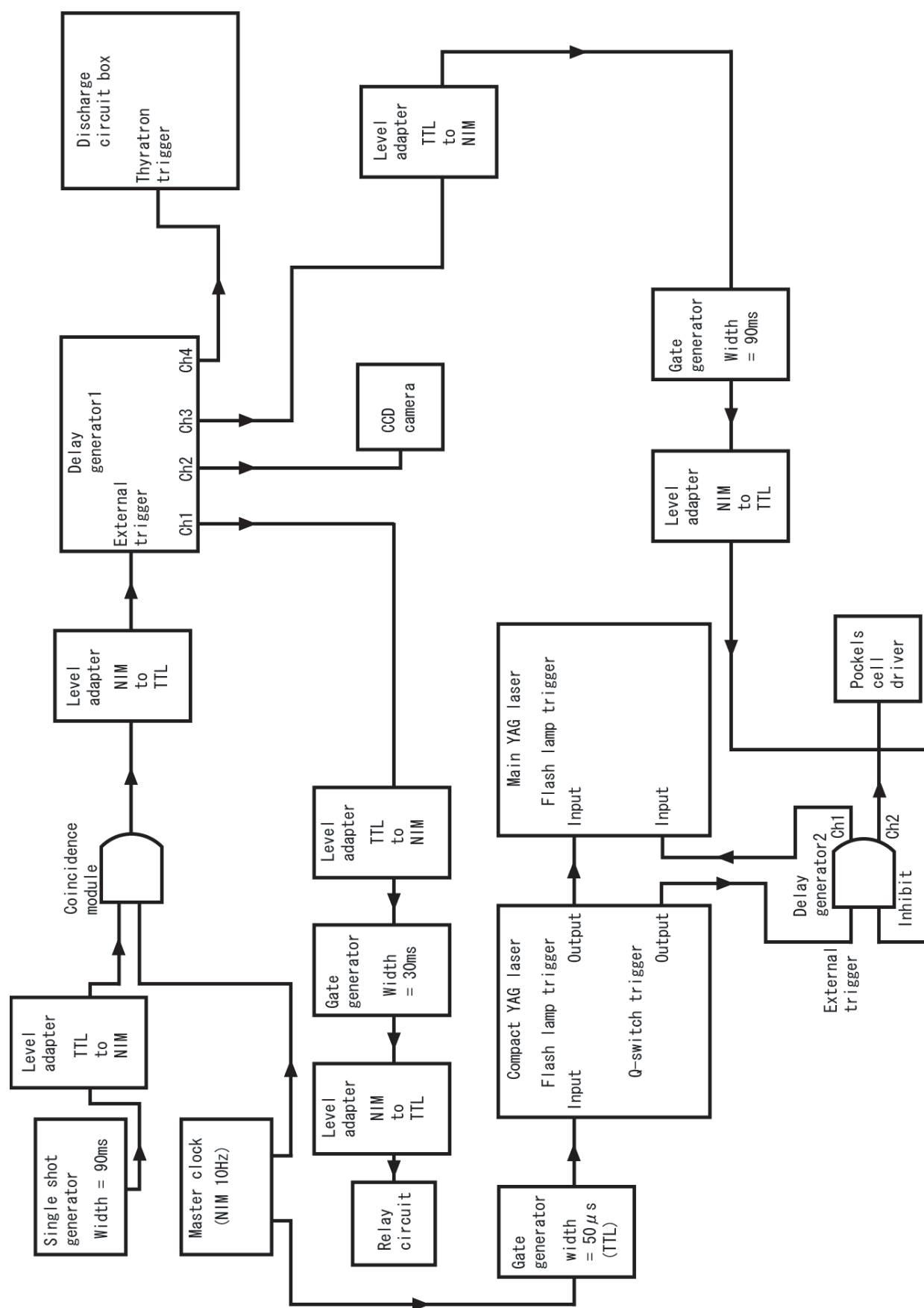


Fig.C.1: タイミング回路



## 付録 D

# PIC シミュレーション

### D.1 運動方程式の差分化

運動方程式を以下のように差分化する。

$$\frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{u}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left( \vec{E}^n + \frac{\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} - \vec{u}^{n-\frac{1}{2}}}{2\gamma^n c} \times \vec{B}^n \right) \quad (\text{D.1})$$

Boris algorithm では電場による加速と磁場による回転を分けて計算する。先ず、電場による加速を新しい変数  $\vec{u}^-$ 、 $\vec{u}^+$  を導入し、次のように表す。

$$\vec{u}^- = \vec{u}^{n-\frac{1}{2}} + \vec{p} \quad (\text{D.2})$$

$$\vec{u}^{n+\frac{1}{2}} = \vec{u}^+ + \vec{p} \quad (\text{D.3})$$

ここで  $\vec{p}$  を

$$\vec{p} \equiv \frac{q\vec{E}^n \Delta t}{2m} \quad (\text{D.4})$$

と定義する。式 (D.2) と式 (D.3) を式 (D.1) に代入すると、次のように電場の項が消えて磁場の項のみの差分方程式となる。

$$\vec{u}^+ - \vec{u}^- = (\vec{u}^+ + \vec{u}^-) \times \vec{t} \quad (\text{D.5})$$

ここで

$$\vec{t} = \frac{q\vec{B}^n \Delta t}{2\gamma m} \quad (\text{D.6})$$

である。式 (D.5) と  $\vec{u}^+ + \vec{u}^-$  との内積を取ることににより  $(\vec{u}^+)^2 = (\vec{u}^-)^2$  が得られ、 $|\vec{u}^+| = |\vec{u}^-|$  であることが解る。式 (D.5) は以下の方法で解くことができる。先ず式 (D.5) を次のように書き換える。

$$\vec{u}^+ - \vec{u}^+ \times \vec{t} = \vec{u}^- + \vec{u}^- \times \vec{t} \equiv \vec{u}' \quad (\text{D.7})$$

これと  $\vec{t}$  との内積を取ると、

$$\vec{u}^+ \times \vec{t} - (\vec{u}^+ \times \vec{t}) \times \vec{t} = \vec{u}' \times \vec{t} \quad (\text{D.8})$$

$$\vec{u}^- \times \vec{t} + (\vec{u}^- \times \vec{t}) \times \vec{t} = \vec{u}' \times \vec{t} \quad (\text{D.9})$$

を得る。両式の左辺第一項を式 (D.7) で置き換え、第二項をベクトルの公式を使って書き換えると、

$$(1 + t^2)\vec{u}^+ - \vec{u}' - (\vec{t} \cdot \vec{u}^+)\vec{t} = \vec{u}' \times \vec{t} \quad (\text{D.10})$$

$$-(1 + t^2)\vec{u}^- + \vec{u}' + (\vec{t} \cdot \vec{u}^-)\vec{t} = \vec{u}' \times \vec{t} \quad (\text{D.11})$$

この二つの式の両辺を足し合わせると、次の解

$$\vec{u}^+ = \vec{u}^- + \vec{u}' \times \vec{s} \quad (\text{D.12})$$

が得られる。ここで、

$$\vec{s} = \frac{2\vec{t}}{1 + t^2} \quad (\text{D.13})$$

である。また、 $\vec{t} \cdot \vec{u}^+ = \vec{t} \cdot \vec{u}^-$  の関係を使用した。この関係は式 (D.5) と  $\vec{t}$  の内積を取ることによって得られる。速度を 1 ステップ進めるには、先ず電場による加速の半分を式 (D.2) を使用して  $n - \frac{1}{2}$  から  $\vec{v}^-$  まで半ステップ進める。次に式 (D.12) を使って  $\vec{u}^-$  から  $\vec{u}^+$  に 1 ステップ進める。最後に電場による運動を残りの半ステップを式 (D.3) を使って  $\vec{u}^+$  から  $\vec{v}^{n+\frac{1}{2}}$  に進める。 $|\vec{u}^+|$  及び  $|\vec{u}^-|$  は時間ステップ  $n$  での速度の大きさで見なせるので、式 (D.6) に現れる  $\gamma^n$  は  $\gamma^n = \sqrt{1 + (u^-)^2}$  によって計算する。上の計算でマクロ粒子の位置での電磁場の値は、格子点上の電磁場から補間し

て計算する。1次元の場合では、マクロ粒子の位置  $x$  が格子点  $x_i$  及び  $x_{i+1}$  の間にあるとして、格子点上の量  $A_i$  及び  $A_{i+1}$  から、

$$A = \frac{x_{i+1} - x}{\Delta x} A_i + \frac{x - x_i}{\Delta x} A_{i+1} \quad (\text{D.14})$$

の様に単純な直線補間を行う。3次元の場合は、マクロ粒子が格子点  $x_i \sim x_{i+1}$ 、 $y_j \sim y_{j+1}$ 、 $z_k \sim z_{k+1}$  の間にあるとき、次のように拡張することが出来る。

$$\begin{aligned} A = & \frac{x_{i+1} - x}{\Delta x} \frac{y_{j+1} - y}{\Delta y} \frac{z_{k+1} - z}{\Delta z} A_{ijk} + \frac{x - x_i}{\Delta x} \frac{y_{j+1} - y}{\Delta y} \frac{z_{k+1} - z}{\Delta z} A_{i+1,jk} \\ & + \frac{x - x_i}{\Delta x} \frac{y - y_j}{\Delta y} \frac{z_{k+1} - z}{\Delta z} A_{i+1,j+1,k} + \frac{x_{i+1} - x}{\Delta x} \frac{y - y_j}{\Delta y} \frac{z_{k+1} - z}{\Delta z} A_{ij+1,k} \\ & + \frac{x_{i+1} - x}{\Delta x} \frac{y_{j+1} - y}{\Delta y} \frac{z - z_k}{\Delta z} A_{ijk+1} + \frac{x - x_i}{\Delta x} \frac{y_{j+1} - y}{\Delta y} \frac{z - z_k}{\Delta z} A_{i+1,jk+1} \\ & + \frac{x - x_i}{\Delta x} \frac{y - y_j}{\Delta y} \frac{z - z_k}{\Delta z} A_{i+1,j+1,k+1} \\ & + \frac{x_{i+1} - x}{\Delta x} \frac{y - y_j}{\Delta y} \frac{z - z_k}{\Delta z} A_{ij+1,k+1} \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

## D.2 Maxwell 方程式の差分化

空間微分を中心差分で置き換えると、電磁場の時間発展は次のように計算される。

$$\begin{aligned} E_{x,i+\frac{1}{2},jk}^{n+1} &= E_{x,i+\frac{1}{2},jk}^n + \frac{c\Delta t}{\Delta y} (B_{z,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}) \\ &\quad - \frac{c\Delta t}{\Delta z} (B_{y,i+\frac{1}{2},jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2},jk-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - \Delta t j_{x,i+\frac{1}{2},jk}^{n+\frac{1}{2}} \\ E_{x,ij+\frac{1}{2},k}^{n+1} &= E_{x,ij+\frac{1}{2},k}^n + \frac{c\Delta t}{\Delta z} (B_{z,ij+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,ij+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \\ &\quad - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (B_{y,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}) - \Delta t j_{y,ij+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \\ E_{x,ijk+\frac{1}{2}}^{n+1} &= E_{x,ijk+\frac{1}{2}}^n + \frac{c\Delta t}{\Delta x} (B_{z,i+\frac{1}{2},jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i-\frac{1}{2},jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

$$-\frac{c\Delta t}{\Delta y}(B_{y,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}-B_{y,ij-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})-\Delta t j_{z,ijk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \quad (\text{D.16})$$

$$\begin{aligned} B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{\Delta y}(E_{z,ij+1+\frac{1}{2}k}^n - E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n) \\ &\quad + \frac{c\Delta t}{\Delta z}(E_{y,ij+\frac{1}{2}k+1}^n - E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n) \\ B_{x,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= B_{x,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{c\Delta t}{\Delta z}(E_{x,i+\frac{1}{2}jk+1}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n) \\ &\quad + \frac{c\Delta t}{\Delta z}(E_{z,i+1jk+\frac{1}{2}}^n - E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n) \\ B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} &= B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{c\Delta t}{\Delta x}(E_{y,i+1j+\frac{1}{2}k}^n - E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n) \\ &\quad + \frac{c\Delta t}{\Delta y}(E_{x,i+\frac{1}{2}j+1k}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n) \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

添字  $n$  は時間ステップを表す。各格子点状の電場は、1/2 ステップ前の磁場の値を使って更新され、磁場は 1/2 ステップ前の電場の値を使って更新される。

### D.3 電磁場の境界条件

第 5.6 節で求めた電磁場の境界条件を差分化することを考える。式 (5.45) を例にとると、両辺の物理量が時間ステップ  $n$  及び  $x$  座標の格子点  $x_{nx-1}$  での値になる様にするため、左辺の第一項を  $x$  での平均をとり、第二項を  $t$  で平均をとって差分化すると

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{c\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)B_y &= \frac{B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2c\Delta t} \\ &\quad + \frac{B_{y,i+\frac{1}{2}jk+12}^{n+\frac{1}{2}} + B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2\Delta x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{c\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \right) (B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \\
&\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{c\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \right) (B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \\
&\quad - \frac{1}{\Delta x} (B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}})
\end{aligned} \tag{D.18}$$

と書き表すことができる。ただし、上式では  $i = nx - 1$  である。式 (D.18) の右辺第二項は、Maxwell 方程式の差分

$$\frac{B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{c\Delta t} = - \frac{E_{x,i-\frac{1}{2}jk+1}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n}{\Delta z} + \frac{E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n - E_{z,i-1jk+\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} \tag{D.19}$$

で置き換えることが出来る。式 (5.45) の右辺は第二項を  $x$  で平均をとって

$$\begin{aligned}
C_B \frac{\partial B_x}{\partial y} - C_E \frac{\partial E_x}{\partial z} &= C_B \frac{B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^n - B_{x,ij-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} \\
&\quad - C_E \frac{E_{x,i+\frac{1}{2}jk+1}^n + E_{x,i-\frac{1}{2}jk+1}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n}{2\Delta z}
\end{aligned} \tag{D.20}$$

と書くことが出来る。纏めると

$$\begin{aligned}
B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \\
&\quad - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n - E_{z,i-1jk+\frac{1}{2}}^n) + \frac{c\Delta t}{\Delta z} (E_{x,i-\frac{1}{2}jk+1}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n) \\
&\quad + \frac{2c\Delta t}{\Delta x + c\Delta t} (B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \\
&\quad + \frac{2c\Delta x \Delta t C_B}{\Delta y (\Delta x + c\Delta t)} (B_{y,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^n - B_{y,ij-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^n) \\
&\quad - \frac{c\Delta x \Delta t C_E}{\Delta z (\Delta x + c\Delta t)} (E_{x,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^n + E_{x,i-\frac{1}{2}jk+1}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n)
\end{aligned}$$

となり、境界上の値を更新することができる。なお、上式に現れる境界  $x_{nx-1}$  での  $B_y^n$  は、上式を計算する前後に Maxwell の差分方程式を用いて

1/2 ステップずつ更新する。これと同様に、式 (5.57) も差分化できる。その場合は両辺の物理量を  $n + \frac{1}{2}$  の時間ステップ及び格子点  $x_{\frac{1}{2}}$  での値になるように差分化する。よって各境界での境界条件は以下のようになる。

- $x = x_0 (i = 0)$  の境界条件

$$\begin{aligned}
 E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^{n+1} = & E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n \\
 & - \frac{c\Delta t}{\Delta z} (B_{x,i+1j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x,i+1j+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{c\Delta t}{\Delta x} (B_{z,i+\frac{3}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}}) \\
 & + \frac{2c\Delta t}{\Delta x + c\Delta t} (E_{y,i+1j+\frac{1}{2}k}^{n+1} - E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n) \\
 & - \frac{2c\Delta x \Delta t C_B}{\Delta y (\Delta x + \Delta t)} (E_{x,i+\frac{1}{2}j+1k}^{n+\frac{1}{2}} - E_{y,i+\frac{1}{2}jk}^{n+\frac{1}{2}}) \\
 & + \frac{c\Delta x \Delta t C_E}{\Delta z (\Delta x + c\Delta t)} (B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + B_{x,i+1j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \\
 & - B_{x,ij+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x,i+1j+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})
 \end{aligned} \tag{D.21}$$

$$\begin{aligned}
 E_{y,ijk+\frac{1}{2}}^{n+1} = & E_{y,ijk+\frac{1}{2}}^n \\
 & - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (B_{y,i+\frac{3}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{c\Delta t}{\Delta y} (B_{x,i+1j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x,i+1j-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \\
 & + \frac{2c\Delta t}{\Delta x + c\Delta t} (E_{z,i+1jk+\frac{1}{2}}^{n+1} - E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n) \\
 & - \frac{2c\Delta x \Delta t C_B}{\Delta z (\Delta x + c\Delta t)} (E_{x,i+\frac{1}{2}jk+1}^{n+\frac{1}{2}} - E_{y,i+\frac{1}{2}jk}^{n+\frac{1}{2}}) \\
 & - \frac{c\Delta x \Delta t C_E}{\Delta y (\Delta x + c\Delta t)} (B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + B_{x,i+1j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \\
 & - B_{x,ij-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x,i+1j-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})
 \end{aligned} \tag{D.22}$$

- $y = y_0 (j = 0)$  の境界条件

$$E_{y,ijk+\frac{1}{2}}^{n+1} = E_{y,ijk+\frac{1}{2}}^n$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{c\Delta t}{\Delta x}(B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{c\Delta t}{\Delta y}(B_{x,i,j+\frac{3}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i,j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta y + c\Delta t}(E_{y,i,j+1k+\frac{1}{2}}^{n+1} - E_{y,ijk+\frac{1}{2}}^n) \\
& - \frac{2c\Delta y\Delta t C_B}{\Delta z(\Delta y + c\Delta t)}(E_{y,i,j+\frac{1}{2}k+1}^{n+\frac{1}{2}} - E_{y,i,j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{c\Delta y\Delta t C_E}{\Delta x(\Delta y + c\Delta t)}(B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \\
& - B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i-\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})
\end{aligned} \tag{D.23}$$

$$\begin{aligned}
E_{y,i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} &= E_{y,i+\frac{1}{2}jk}^n \\
& - \frac{c\Delta t}{\Delta y}(B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{3}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{c\Delta t}{\Delta z}(B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta y + \Delta t}(E_{x,i+\frac{1}{2}j+1k}^{n+1} - E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n) \\
& - \frac{2c\Delta y\Delta t C_B}{\Delta x(\Delta y + c\Delta t)}(E_{y,i+1j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} - E_{y,i,j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}}) \\
& - \frac{c\Delta y\Delta t C_E}{\Delta z(\Delta y + c\Delta t)}(B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \\
& - B_{y,i+\frac{1}{2}jk-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})
\end{aligned} \tag{D.24}$$

- $z = z_0(k=0)$  の境界条件

$$\begin{aligned}
E_{y,i+\frac{1}{2}jk}^{n+1} &= E_{y,i+\frac{1}{2}jk}^n \\
& - \frac{c\Delta t}{\Delta y}(B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+1}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}k+1}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{c\Delta t}{\Delta z}(B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{3}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta z + c\Delta t}(E_{x,i+\frac{1}{2}jk+1}^{n+1} - E_{y,i+\frac{1}{2}jk}^n) \\
& - \frac{2c\Delta z\Delta t C_B}{\Delta x(\Delta y + c\Delta t)}(E_{y,i+1j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} - E_{y,i,j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{c\Delta y\Delta t C_E}{\Delta z(\Delta y + c\Delta t)}(B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

$$-B_{y,i+\frac{1}{2}jk-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}j+1k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \quad (\text{D.25})$$

$$\begin{aligned} E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^{n+1} &= E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n \\ &\quad - \frac{c\Delta t}{\Delta z} (B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{3}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) + \frac{c\Delta t}{\Delta x} (B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+1}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+1}^{n+\frac{1}{2}}) \\ &\quad + \frac{2c\Delta t}{\Delta z + c\Delta t} (E_{y,ij+\frac{1}{2}k+1}^{n+1} - E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n) \\ &\quad - \frac{2c\Delta z\Delta t C_B}{\Delta y(\Delta z + c\Delta t)} (E_{z,ij+1k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \\ &\quad - \frac{c\Delta z\Delta t C_E}{\Delta x(\Delta z + c\Delta t)} (B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} + B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+1}^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad - B_{z,i-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+1}^{n+\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (\text{D.26})$$

- $x = x_{nx-\frac{1}{2}} (i = nx - 1)$  の境界条件

$$\begin{aligned} B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \\ &\quad - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n - E_{z,i-1jk+\frac{1}{2}}^n) + \frac{c\Delta t}{\Delta z} (E_{x,i-\frac{1}{2}jk+1}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n) \\ &\quad + \frac{2c\Delta t}{\Delta x + c\Delta t} (B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \\ &\quad + \frac{2c\Delta x\Delta t C_B}{\Delta y(\Delta x + c\Delta t)} (B_{x,ij+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^n - B_{x,ij-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^n) \\ &\quad - \frac{c\Delta x\Delta t C_E}{\Delta z(\Delta x + c\Delta t)} (E_{x,i+\frac{1}{2}jk+1}^n + E_{x,i-\frac{1}{2}jk+1}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n) \end{aligned} \quad (\text{D.27})$$

$$\begin{aligned} B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} &= B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n-\frac{1}{2}} \\ &\quad - \frac{c\Delta t}{\Delta y} (E_{x,i-\frac{1}{2}j+1k}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n) + \frac{c\Delta t}{\Delta x} (E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n - E_{y,i-1j+\frac{1}{2}k}^n) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta x + c\Delta t} (B_{z,i-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n-\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta x\Delta t C_B}{\Delta z(\Delta x + c\Delta t)} (B_{x,i,j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^n - B_{x,i,j+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^n) \\
& + \frac{c\Delta x\Delta t C_E}{\Delta y(\Delta x + c\Delta t)} (E_{x,i+\frac{1}{2}j+1k}^n + E_{x,i-\frac{1}{2}j+1k}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n - E_{x,i-\frac{1}{2}jk}^n)
\end{aligned} \tag{D.28}$$

- $y = y_{ny-\frac{1}{2}} (j = ny - 1)$  の境界条件

$$\begin{aligned}
B_{y,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} & = B_{y,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n-\frac{1}{2}} \\
& - \frac{c\Delta t}{\Delta y} (E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}j-1k}^n) + \frac{c\Delta t}{\Delta x} (E_{y,i+1j-\frac{1}{2}k}^n - E_{y,ij-\frac{1}{2}k}^n) \\
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta y + c\Delta t} (B_{z,i+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}} - B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^{n-\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta y\Delta t C_B}{\Delta z(\Delta y + c\Delta t)} (B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^n - B_{y,i+\frac{1}{2}jk-\frac{1}{2}}^n) \\
& - \frac{c\Delta y\Delta t C_E}{\Delta x(\Delta y + c\Delta t)} (E_{y,i+1j+\frac{1}{2}k}^n + E_{y,i+1j-\frac{1}{2}k}^n - E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n - E_{y,ij-\frac{1}{2}k}^n)
\end{aligned} \tag{D.29}$$

$$\begin{aligned}
B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} & = B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \\
& - \frac{c\Delta t}{\Delta z} (E_{y,ij-\frac{1}{2}k+1}^n - E_{y,ij-\frac{1}{2}k}^n) + \frac{c\Delta t}{\Delta y} (E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n - E_{z,ij-1k+\frac{1}{2}}^n) \\
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta y + c\Delta t} (B_{x,ij-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta y\Delta t C_B}{\Delta x(\Delta y + c\Delta t)} (B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^n - B_{y,i-\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^n) \\
& + \frac{c\Delta y\Delta t C_E}{\Delta z(\Delta y + c\Delta t)} (E_{y,ij+\frac{1}{2}k+1}^n + E_{y,ij-\frac{1}{2}k+1}^n - E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n - E_{y,ij-\frac{1}{2}k}^n)
\end{aligned} \tag{D.30}$$

- $z = z_{nz-\frac{1}{2}} (k = nz - 1)$  の境界条件

$$B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{c\Delta t}{\Delta z}(E_{y,ij+\frac{1}{2}k}^n - E_{y,ij+\frac{1}{2}k-1}^n) + \frac{c\Delta t}{\Delta y}(E_{z,ij+1k-\frac{1}{2}}^n - E_{z,ijk-\frac{1}{2}}^n) \\
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta z + c\Delta t}(B_{x,ij+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{x,ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta z\Delta t C_B}{\Delta x(\Delta z + c\Delta t)}(B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^n - B_{z,i-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^n) \\
& - \frac{c\Delta z\Delta t C_E}{\Delta y(\Delta z + c\Delta t)}(E_{z,ij+1k+\frac{1}{2}}^n + E_{z,ij+1k-\frac{1}{2}}^n - E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n - E_{z,ijk-\frac{1}{2}}^n)
\end{aligned} \tag{D.31}$$

$$\begin{aligned}
B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \\
& - \frac{c\Delta t}{\Delta x}(E_{z,i+1jk-\frac{1}{2}}^n - E_{z,ijk-\frac{1}{2}}^n) + \frac{c\Delta t}{\Delta z}(E_{x,i+\frac{1}{2}jk}^n - E_{x,i+\frac{1}{2}jk-1}^n) \\
& + \frac{2c\Delta t}{\Delta z + c\Delta t}(B_{y,i+\frac{1}{2}jk-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{y,i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}) \\
& + \frac{2c\Delta z\Delta t C_B}{\Delta y(\Delta z + c\Delta t)}(B_{z,i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}^n - B_{z,i+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}k}^n) \\
& + \frac{c\Delta z\Delta t C_E}{\Delta x(\Delta z + c\Delta t)}(E_{z,i+1jk+\frac{1}{2}}^n + E_{z,i+1jk-\frac{1}{2}}^n - E_{z,ijk+\frac{1}{2}}^n - E_{z,ijk-\frac{1}{2}}^n)
\end{aligned} \tag{D.32}$$

## 参考文献

- [1] T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **43**, 267 (1979).
- [2] D. Strickland, and G. Mourou, Opt. Commun. **56**, 219 (1985).
- [3] C. Joshi, *et al*, Phys. Rev. Lett., **47**, 1285 (1981).
- [4] J. B. Rosenzweig, *et al*, Phys. Rev. Lett., **61**, 98 (1988).
- [5] Y. Kitagawa, *et al*, Phys. Rev. Lett., **68**, 48 (1992).
- [6] C. E. Clayton, *et al*, Phys. Rev. Lett., **70**, 37 (1993).
- [7] N. A. Ebrahim, J. Appl. Phys., **76**, 7645 (1994).
- [8] K. Nakajima, *et al*, Phys. Rev. Lett., **74**, 4428 (1995).
- [9] C. Coverdale, *et al*, Phys. Rev. Lett., **74**, 4659 (1995).
- [10] A. Modena, *et al*, Nature, **337**, 606 (1995).
- [11] P. Chen, *et al*, Phys. Rev. Lett., **54**, 693 (1985).
- [12] S. V. Bulanov, *et al*, JETP Lett., **50**, 198 (1989).
- [13] P. Sprangle, *et al*, Phys. Rev. Lett., **64**, 2011 (1990).
- [14] A. Ting, *et al*, Phys. Fluids B, **2**, 1390 (1990).
- [15] V. I. Berezhiani, *et al*, Phys. Lett. A, **148**, 338 (1990).
- [16] P. Sprangle, *et al*, Phys. Rev. Lett., **69**, 2200 (1992).
- [17] P. Sprangle, *et al*, Phys. Fluids B, **5**, 2690 (1993).
- [18] H. Hamster, *et al*, Phys. Rev. Lett., **71**, 2725 (1993).
- [19] A. Pukhov, *et al*, Appl. Phys. B, **74**, 355 (2002).
- [20] I. Kostyukov, *et al*, Phys. Plasmas, **11**, 5256 (2004).

- [21] S. Gordienko, *et al*, Phys. Plasmas, **12**, 043109 (2005).
- [22] W. Lu, *et al*, Phys. Rev. Lett., **96**, 165002 (2006).
- [23] S. P. D. Mangles, C. D. Murphy, Z. Najmudin *et al.*, Nature **431**, 535 (2004).
- [24] C. G. R. Geddes, C. Toth, J. v. Tilborg *et al.*, Nature **431**, 538 (2004).
- [25] J. Faure, Y. Glinec, A. Pukhov *et al.*, Nature, **431**, 541 (2004).
- [26] M. Mori, *et al*, Phys. Lett. A, **356**, 146 (2006).
- [27] L. M. Chen, *et al*, Phys. Plasmas, **14**, 040703 (2007).
- [28] T. Hosokai, *et al*, Phys. Rev. E, **73**, 036407 (2006).
- [29] S. P. D. Mangles, *et al*, Phys. Rev. Lett., **96**, 215001 (2006).
- [30] A. Yamazaki, *et al*, Phys. Plasmas, **12**, 093101 (2005).
- [31] C.-T. Hsieh, *et al*, Phys. Rev. Lett., **96**, 095001 (2006).
- [32] D. C. Barnes, *et al*, IEEE Trans. Plasma Sci., **15**, 154 (1987).
- [33] A. Zigler, *et al*, Phys. Rev. Lett., **77**, 4186 (1996).
- [34] D. J. Spence, *et al*, J. Phys. B, **34**, 4103 (2001).
- [35] T. Kameshima, *et al*, Appl. Phys. Express **1**, 066001 (2008).
- [36] W. Leemans, *et al*, Nat. Phys., **2**, 696 (2006).
- [37] F. Grüner, *et al*, Appl. Phys. B, **86**, 431 (2007).
- [38] T. Eichner, *et al*, Phys. Rev. ST-AB, **10**, 082401 (2007).
- [39] H. P. Schlenvoigt, *et al*, Nat. Phys., **4**, 130 (2008).
- [40] M. Fuchs, *et al*, Nat. Phys., **5**, 826 (2009).
- [41] N.A. Bobrova, *et al*, Phys. Rev. E, **65**, 016407 (2001).
- [42] B. H. P. Broks, *et al*, Phys. Rev. E, **71**, 016401 (2005).
- [43] Malka, V. *et al*, Science **298**, 1596 (2002).
- [44] E. Miura, K. Koyama, S. Kato *et al.*, Appl. Phys. Lett. **86**, 251501 (2005).
- [45] E. Esarey, *et al*, IEEE Transactions on Plasma Science, **24**, 252 (1996).
- [46] E. Esarey, P. Sprangle, IEEE Journal of Quantum Electronics, **33**, 1879 (1997).

- [47] T. Kameshima, doctor dissertaion, (2009).
- [48] "High Energy Accelerator seminer 03", (2003).
- [49] S. Masuda, private communication, (2007).
- [50] C. K. Birdsall, A. B. Langdon, "Plasma physics via computer simulation" (1985).
- [51] R. W. Hockney, J. W. Eastwood, "Computer simulation using particles" (1988).
- [52] S. Augst, *et al*, Phys. Rev. Lett., **63**, 2212 (1989).
- [53] P. Messmer, D. L. Bruhwiler, Com. Phys. Commu., **164**, 118 (2004).
- [54] B. Shen, private communication (2009).
- [55] A. G. R. Thomas, *et al*, Phys. Rev. Lett., **98**, 054802 (2007).



# 謝辞

博士論文を執筆するにあたり、多くの方々にお世話になりました。初めに本課題について研究する機会を与えてくださり最後まで指導して頂いた指導教官の中島一久助教授に感謝します。

同じ研究室の亀島敬様には研究に関する知識や技術だけでなく、人生における様々なことを教えて頂き非常に感謝しております。杉山清博様は放電回路作成や光学実験の基礎知識について教えて頂き、瀧玲子様及び高橋義知様にはコンピューターに関する様々な知識を与えてくださったことを感謝します。

九州大学の米村裕次郎様と日本製鋼の佐藤康夫様にはコンピューターのセットアップやプログラミング、高電圧回路について助言して頂き、産総研の益田伸一には **Blue Gene/L** でシミュレーションを行うに当っての多大な協力を、SIOM の Baifei Shen 様には **VORPAL** による 3D PIC シミュレーションについて指導して頂いたことに感謝します。

清和製作所の清野英晃様には無理な注文にもかかわらず、実験装置を製作して下さり心から感謝します。

KEK 事務員の宮居美紗様及び相澤雄介様には研究生活が支障なく送れるための様々な事務手続きを行って頂き感謝しております。

最後に研究生活を送る上で多大な教育費を提供してくれた両親に感謝します。