

媒質中を伝わる波動の分散の推定

総合研究大学院大学複合科学研究科

統計科学専攻 研究生

石川 顕

要旨(和文)	-----	1
要旨(英文)	-----	3
1. 媒質中を伝播する波動の分散	-----	6
1-1 速度の分散について	-----	6
1-1-1 分散とは	-----	6
1-1-2 インパルス波形の伝搬	-----	7
1-1-3 分散する波動の具体例 (地震波・通信)	-----	7
1-2 分散の測定	-----	7
2. 導波路を伝わるテラヘルツ波	-----	8
2-1 THz 波とは?	-----	8
2-2 THz 導波路の分散についての今までの研究 (測定例)	-----	9
2-3 フォトニック・クリスタルファイバーについて	-----	9
2-4 カットバック法	-----	9
2-5 TDS 法 (Time domain Spectroscopy) について	-----	10
3. THz 波測定データからの伝播パラメータの推定	-----	10
3-1 THz 波伝播モデル	-----	10
3-2 THz 波測定モデル	-----	11
3-3 解析時間ウィンドウの範囲の設定	-----	11
3-4 入出力波形からパラメータを推定する方法	-----	12
3-5 パラメータ推定相対誤差 η の定義	-----	12
4. テラヘルツ波測定を最適化する方法	-----	12
4-1 対象の理解の方法	-----	12
4-1-1 対象の理解の方法・近似とべき乗則	-----	12
4-1-2 経験的べき乗則の例 (ケプラーの法則)	-----	13
4-1-3 具体的なアプローチ (最小二乗法)	-----	14
4-2. THz 波測定モデルによる数値シミュレーション	-----	14
4-2-1 シミュレーションの概略	-----	14
4-2-2 シミュレーション波形の計算方法	-----	15
4-2-3 TDS 法による実験波形と解析	-----	15
4-2-4 シミュレーションに用いる分散と減衰のモデル	-----	16
4-2-5 観測ノイズの付加方法	-----	17
4-3. 導波路長とパラメータ推定精度の関係	-----	18
4-3-1 パラメータ推定のシミュレーション	-----	18
4-3-2 シミュレーションの結果	-----	19
4-3-3 パラメータ誤差の距離変化 (極小値の存在)	-----	19
4-3-4 最適な導波路の長さとのパラメータとの相関	-----	20

4-3-5	べき乗則の定義と近似 (実験式)	20
4-3-6	シミュレーションへのべき乗則のフィッティング	21
4-3-7	べき乗則当てはめ結果	21
4-3-8	結果の傾向とその意味	21
4-4	最適導波路長決定法	22
4-4-1	導波路長とパラメータ推定精度の関係の推定	22
4-4-2	最適導波路長決定法	22
4-4-3	最適導波路長決定法の統計的妥当性の確認	24
5.	結論 経験則の導出とその意味	26
	参考文献	27
	図表	
図 1		29
図 2		30
図 3		31
図 4		32
図 5		33
図 6		34
図 7		35
図 8		36
図 9		37
図 10		38
図 12		39
図 13		40
図 14		41
図 15		42
図 16		43
図 17		44
図 18		45
図 19		46
図 20(a)		47
図 20(b)		48
図 22		49
図 23		50
図 24		51
図 25		52
図 29		53

(※図 11、図 21、図 26、図 27、図 28、図 30 は本文中)

要旨

本論文は、テラヘルツ導波路の分散パラメータを評価するためのカットバック法を用いた実験において、測定に最適なファイバー長を決定するための数値解析的な方法を提示する。

多くの物理現象において、媒質中を伝わる波動は、周波数（波長）によって位相速度（群速度）が異なる「分散(dispersion)」の性質を示す。速度(v)、周波数(ω)、波長(λ)の3つの要素の関係を示す関数を分散関数(dispersion function またはdispersion relation)と呼び、 v は周波数についての分散関数 $f(\omega)$ または波長についての分散関数 $g(\omega)$ で表わされる。

波動の伝搬が分散を示す波動伝搬の実例として、地震の表面波(地殻の表層を伝わる波)がある。表面波は、水平方向に不均質な地下構造を伝搬する場合に分散性を示す。また、通信工学における信号伝達の分野における波動の分散の例として、時間分割多重方式(TDM:Time Domain Multiplexing)方式を用いた光信号伝達における、パルス信号幅の広がりにより起因するクロストークの現象がある。この例のように、単色でない(複数の波長を含む)光信号を扱う場合には、導波路の分散特性が、その実用に際して大きな問題になる。

THz(テラヘルツ)波とは、波長 $3\text{mm}\sim 30\mu\text{m}$ 、周波数 $100\text{GHz}\sim 10\text{THz}$ の、光と古典的電磁波の中間にあたる領域の電磁波である。近年の半導体や超伝導体材料の発展に伴い、導波路を伝わるテラヘルツ波の重要性が注目されている。さまざまな材料を用いたTHz導波路の実験では、何れの場合も分散性が顕著であり、利用に際してはその測定・予測が重要である。THz導波路の材料の中で、フォトニック結晶(photonic crystal)は屈折率が周期的に変化する誘電体であり、光(波長数 $100\sim$ 数 1000nm の電磁波)の伝わり方をその立体構造によって制御できる。現在、このフォトニック結晶を用いたフォトニック・クリスタルファイバー(PCF)[Russel et al. (1995)]が、THz波導波路としての重要性が高まっている。PCFの導波路伝搬特性の測定には時間領域分光(TDS法:Time Domain Spectroscopy)による実験を行うが、これは電磁波の電場の時間波形を直接測定する方法である。さらに、TDS法によって伝搬特性とファイバー長さの関係を測定する場合、カットバック法が用いられる。これは、異なる長さの光ファイバーを通過した出力信号の比較を行うことで、単位長さあたりのファイバーの伝搬特性を推定するものである。カットバック法による測定を行う場合、ファイバーの切断長さの決定が重要な条件である。

本論文では、カットバック法による最適測定ファイバー長を推定するための数値計算予測のために行った、THz波の導波路伝搬のシミュレーションについて述べる。特定の入力波形を定義し、伝搬特性を仮定した導波路を伝搬した出力波形を数値計算により求める。導波路の伝搬特性として分散特性とエネルギー損失(減衰)特性を仮定し、ある長さ L の導波路を伝搬した後の出力波形をフーリエ変換によって計算し、さらに入力波形、出力波形の両方に独立な観測ノイズ(白色ノイズ)を加える。この入力波形と出力波形を比較し、解析ウィンドウ時間の範囲で2つの波形の振幅誤差を求め、その総和が最小になるような分散、減衰パラメータの推定値を、最小二乗法によって決定する。この推定値と初期設定値

(真値)を比較することで、仮定した実験条件(導波路の長さ)の適切さを判断する。この過程をさまざまなパラメータ、長さについて繰り返し、最適な計測条件を決定する。

分散関数 ξ とエネルギー損失関数(減衰関数) β は次のように定義した。分散位相速度は周波数 ω についての一次式で表わされ、その係数(傾き)を D とし、また信号の卓越周波数 ω_0 (振幅スペクトルにおいて最大値が認められる周波数)における位相速度を ξ_0 とする。また、エネルギー損失関数については、導波路の減衰を示す式として一般的に用いられるBeerの法則を用いた。信号の振幅は周波数に独立に、伝播距離 L について指数関数的に減衰するとし、その係数を α とする。 α は0.03から0.08の範囲で変化すると仮定した。以上より、分散関数パラメータ D と、減衰(損失)関数パラメータ α の2変数が、求めるべき伝搬パラメータである。

シミュレーションの結果、最適な測定導波路長が、パラメータについての経験的冪乗則に近似できることが分かった。この結果を用いて、テラヘルツ波の導波路特性測定のためのカットバック法を用いた実験の最適な設計方法が予想されることを示した。一般的に物理学において、多くの現象が多変数の冪乗則によって表現されており、実際に、経験的冪乗則は、対象を理解する堅実な方法である。ただし、導いた冪乗則から物理的な意味を考察することは今後の研究の課題とした。

α 、 D 、 S_n を変数とする最適な導波路の長さ L_{opt} を、各パラメータを変数とする経験的冪乗則の形の実験式に当てはめた。パラメータ α 測定の場合の最適導波路長 L_α と、パラメータ D の場合の L_D について次式を定義し、最小二乗法により各係数を求めた。損失パラメータ α を測定するための導波路長 L_α について、式 $L_\alpha = C_\alpha \cdot \alpha^{p_\alpha} \cdot D^{q_\alpha} \cdot S_N^{r_\alpha}$ 、分散パラメータ D を測定するための L_D について、式 $L_D = C_D \cdot \alpha^{p_D} \cdot D^{q_D} \cdot S_N^{r_D}$ を当てはめた(C_α 、 C_D は定数)。この結果、 L_α の式の係数が $C_\alpha=70.0$ 、 $p_\alpha=-1.4$ 、 $q_\alpha=0.4$ 、 $r_\alpha=0.3$ 、また L_D の式について $C_D=11.5$ 、 $p_D=-0.30$ 、 $q_D=-0.28$ 、 $r_D=0.21$ のように得られた。

以上の冪乗則に基づく結果を、TDS法の現実の実験に適用することが可能か確認するため、最適導波路長決定法の統計的妥当性を確認するための以下のシミュレーションを行った。初めの0次近似モデル(前述のパラメータ設定、波形合成、パラメータの推定、パラメータ推定誤差の計算という過程)を付加する白色ノイズを変えて繰り返し計算を行った結果、最も外れた推定値を取り出し、これを真値と置き換えて、同様の計算過程を行い、これを1次近似モデルとする。この結果、1次近似モデルと0次近似モデルがほぼ同様のパラメータ推定誤差の極小値を示す長さを示すことを確認する。この2つの段階の結果を比較し、それがほぼ一致することが確認できた。これにより、冪乗則の実験式が現実のTDS法の実験において有効であることがわかった。

Summary

This thesis presents a numerical scheme for the determination of the optimum fiber length in cut back method to estimate the dispersion parameters in terahertz waveguides.

As regards many physical phenomena, wave transmission through the medium has property of dispersion. Dispersion phenomena mean that the phase velocity (or group velocity) is different by frequency (or wavelength). We call the relation function of phase velocity(v), frequency(ω) and wavelength(λ) as 'dispersion function' or 'dispersion relation', and it is expressed with function $f(\omega)$ or $g(\lambda)$ (Group velocity is differential form of phase velocity about wavenumber).

One of the example that wave transmission shows nature of dispersion includes a seismological surface waves (that is transmitted along the surface of the earth). In case that the underground basement structure is non-homogeneous horizontally, surface wave transmission shows a characteristic of dispersion. Otherwise, in communication engineering, a representative example of dispersion is the light signal transmitted in the glass fiber. The problem of the Crosstalk in TDM (Time Domain Multiplexing) transmission system is that nature of dispersion of wave motion is caused by an expanse of pulse signal width. Like this, the dispersion characteristic of waveguide becomes serious problems when the signal is non-monochromatic.

THz (terahertz) wave is the electromagnetic wave of a frequency range between the light and the classical-meaning electromagnetic wave. The wavelength of THz wave is from $30\mu\text{m}$ to 3mm , and frequency is from 100GHz to 10THz . With development of a semiconductor and superconductor materials of late years, importance of the waveguide transmission of terahertz wave is focused in optical engineering. Various materials are utilized for waveguide of THz transmission, and in any case the obvious dispersive character is measured. Therefore the measurement and prediction of dispersion becomes important for practical use of THz waves. One of the most important material among them is photonic crystals, which is defined the dielectric, whose refractive index changes into periodically. Photonic crystal fiber (PCF) (Russel et al. 1995), which is consisted of photonic crystal, can control transmission character for the electromagnetic wave of wavelength from several hundred to several thousand nanometers by its geometrical structure. For the measurement experiment of a waveguide propagation characteristic of PCF, Time Domain Spectroscopy (TDS) is used. This is the method to measure time domain waveform of the electromagnetic wave directly. Furthermore, cutback method is used to measure a propagation characteristic of waveguide per unit length by this TDS method. We estimate a propagation characteristic by comparing the

output signal which passed through the optical fiber of different length. Cutting length of a fiber is an important measurement condition when we execute Cutback method.

In this thesis, we execute a numerical simulation of waveguide propagation of THz wave as follows, in order to predict fiber length for the most suitable measurement by cutback method. At first we define input waveform and obtain the output waveform by numerical computation which propagated the waveguide whose transmission properties are supposed. As propagation characteristic of waveguide, we suppose a dispersion relation and an energy loss (attenuation) character and calculate output waveform by Fourier transform, supposed the waveguide length of L . Furthermore, we add the observation noise (white noise) which is independent each other to input and output waveform. We compare output and input waveform and calculate the sum of amplitude difference of two waveforms by range of analysis time window, and estimate the value of a transmission parameter by the least-squares method. By comparing Preferences value (the true value) with this estimate value, we decide adequacy of the experiment condition (length of waveguide). Furthermore, we repeat this process for various parameters and waveguide length, and decide the most suitable measurement condition.

The energy loss function β and the dispersion function ξ are defined as follows. Dispersive phase velocity function $\xi(\omega, D)$ is expressed with a linear expression of frequency ω and coefficient D . we assume D as constant parameter, and phase velocity is ξ_0 at frequency ω_0 (the maximum amplitude frequency). Following the result of usual experiments of PCF, parameter D is supposed as $D > 0$. And about an energy loss function $\beta(\alpha, L)$, we used Beer's law. The coefficient α is the fixed constant and L is length of waveguide. We supposed α to change by range from 0.03 to 0.08. After all, these two variables of loss parameter α and dispersion parameter D should be estimated as propagation characteristics.

As a result of simulation, we understood that the most suitable measurement waveguide length could be similar to power law of experience about a parameter. Using this result, we showed that the optimum fiber length for cutback method experiment for measurement of a waveguide characteristic was estimated. In physics, a lot of phenomena are expressed generally by power law of parameters, and, actually, power law of experience is a reliable method to understand the subject of research. However, understanding the physical meaning of that power law remains the problem to resolve later.

The most suitable waveguide length (L_{opt}) which varies with parameter α , D , S_n is required, and we applied L_{opt} to an empirical experience formula of power law of each

parameter. We defined the next formulas about most suitable waveguide length L_α for the parameter α measurement as (1) $L_\alpha = C_\alpha \cdot \alpha^{p_\alpha} \cdot D^{q_\alpha} \cdot S_N^{r_\alpha}$ and L_D for parameter D measurement as (2) $L_D = C_D \cdot \alpha^{p_D} \cdot D^{q_D} \cdot S_N^{r_D}$ and estimate coefficients value by the least-squares method (C_α and C_D are constant coefficients). As a result of simulation, the following coefficients were provided as $C_\alpha = 70.0$, $p_\alpha = -1.4$, $q_\alpha = 0.4$, $r_\alpha = 0.3$ for function (1), and $C_D = 11.5$, $p_D = -0.30$, $q_D = -0.28$, $r_D = 0.21$ for function (2).

In order to confirm whether the real experiments of TDS method could apply the result on the basis of the above-mentioned power law, we execute the simulation to confirm the statistical proprieties of the decision method of the most suitable waveguide length, as follows. At first, we calculate 'the zeroth approximation model' as above-mentioned process of calculation, 'true parameter setting', 'waveform composition', 'parameter estimate', and 'error estimation' about several observation noise repeatedly, and next, we take out one of the estimate parameter value and suppose them as the truth value, and repeat similar calculation process. We call the latter process as 'the first approximation model'. Furthermore, we confirm that the results of optimum length of 'the zeroth approximation model' are similar to 'the first approximation model'. We compared the results of these two stages and they are almost agreed. Above this calculation, we confirm that an empirical formula of power law is effective for the experiments of TDS method.

1. 媒質中を伝播する波動の分散

1-1 速度の分散について

1-1-1 分散とは

多くの物理現象について、媒質中を伝わる波動は、周波数 f (波長 λ) によって群速度 (V) または位相速度 (v) が異なる「分散 (dispersion)」の性質を示す。代表的な分散の現象の例として、光学における可視光線のプリズムによる屈折 (波長によって媒質を伝わる速度が異なり、それが波長による屈折率の違いになる) があげられるが、その他にも固体物理学における、不均質な媒質を伝わる弾性波の伝搬などの現象についての研究でも、分散の扱いは重要である。

分散の性質を示す波動の伝搬は、非分散性 (すべての周波数・波長について速度が一定) の波に比較して、時間的・空間的に主に次のような外見的な特徴を示す。

- (1) 時系列波形 (時間) が、伝搬距離 (空間) によって変化する。
- (2) 空間波形が時間とともに変化する。

速度 (v)、周波数 (ω)、波長 (λ) の3つの要素の関係を示す関数を分散関数 (dispersion function または dispersion relation) と呼び、一般的に

$$v = f(\omega) \quad \text{または} \quad v = f(\lambda) \quad f: \text{分散関数} \quad 1)$$

の形で示される。また定常的な波動場について時間的・空間的な測定をおこなった場合、(3) 時間領域のスペクトルと空間領域のスペクトルは分散関数によって関係付けられる。つまり、ある普遍的な時間領域のスペクトルに対し、空間的スペクトルは分散関数により変化する。

図1に分散性の波動場が伝搬する場合の時間波形の距離による変化の様子を示す。図1(左)は矩形波、図1(右)はパルス波の例である。これらの例はいずれも長周期の波が短周期の波より速度が大きい場合である。

なお、位相速度 (Phase Velocity) は「波の山や谷の特定の位置が移動する速度」であるのに対し、群速度 (Group Velocity) は「波束、またはエネルギーが伝わる速度」であり、位相速度 (c) と群速度 (U) は常に1対1の関係で表わされ、以下の式2) で関係付けられる。

$$U = \frac{x}{t} = \frac{d\omega}{dk} = c + k \frac{dc}{dk} = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda} \quad 2)$$

ここで x : 距離、 t : 時間、 k : 波数、 λ : 波長 である。

1-1-2 インパルス波形の伝搬

図2に、 T で示される時間幅を持ったパルス波形が、分散の性質をもつ波動場の伝搬する場合について、時間波形の距離による変化を示す。この例でわかるように、パルスの時間幅が、伝搬距離とともに広がって行くという顕著な特徴が見て取れる。後述のように、信号解析などの分野において、この現象は非常に重要である。

1-1-3 分散する波動の具体例 (地震波・通信)

具体例1:地震波 (地震表面波の伝搬)

波動の伝搬が分散の性質を示す代表的な例の一つに、地震波に含まれる表面波 (地表を伝わる表面波) がある。地震波は微視的に見ると震源から発生する固体弾性波であり、P波 (縦波) やS波 (横波) は非分散性の波動である。しかし、地表を伝わる表面波 (Surface Wave) は、地下構造 (媒質の物性値) が水平方向に不均質であった場合に分散の特徴を示し、伝搬距離によって観測波形が変化する。図3に、同一の地震について震源からの距離が異なる観測点で得られた、観測時間波形の例を示す。表面波の分散は多くの場合、波長が長い (長周期) 波ほど位相速度は速いという性質があり、時間波形にも遠距離の観測点ほど長周期の波が速い時間に現れる性質が見て取れる。表面波は、大地震において建築物に対して大きな影響を及ぼす事が注目されており、長周期地震動による被害予測の問題を考察する上で分散の現象を扱うことが非常に重要になっている。また、逆に分散を測定して媒質の性質 (地下構造) を調べるという、工学的な利用方法も多く用いられるようになっており、その点においても分散現象の正確な測定方法の開発は重要である^{(11)~(14)}。

具体例2: 通信の場合の例

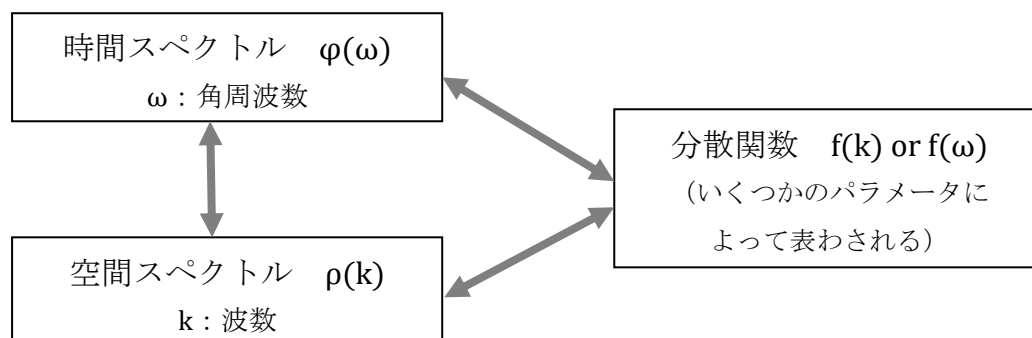
工学の分野において、波動の分散の性質が問題となる代表的な例は、通信技術における信号の伝送についての場合に現れる。伝送路を通して信号を送る方式に、大きく分けてWDM:波長分割多重 (Wave and Domain Multiplexing) とTDM:時間分割多重 (Time Domain Multiplexing) の2つの方法がある。図4(a)、図4(b)に両方法の概略を示す。このうち、TDM法は、パルス状の信号を、ある一定の時間間隔 T について連続的に送信する方式である。各々のパルス波が含んでいる波は、広い周波数域 (複数の波長領域) に渡っている。もし伝送路が分散性の媒体であった場合、図4(c)で示した様に、パルス幅 T が広がっていくため、前後のパルスと時間的に重なってしまうことによって、信号のクロストークを引き起こす結果となる。

このように、単色でない (複数の波長を含む) 光信号を扱う場合には、導波路の分散特性が大きな問題になる。

1-2 分散の測定

分散の現象を定量的に測定しようとする場合、時間と空間の両方について複数の測定点が必要になる。時間についての複数のデータ (時系列) から時間スペクトル (周波数スペ

クトルと同意) $\varphi(\omega)$ が、また空間についての複数のデータから空間スペクトル (波数スペクトルと同意) が得られる。分散関数 f はこの時間スペクトルと空間スペクトルの関係から、波数または周波数の関数として推定することが可能になる。つまり、時間スペクトル、空間スペクトル、分散関数の3つのなかで、どれか2つが得られれば、残りの一つが推定できる、という関係がある (下表)。



一般的に、どんな自然現象についても空間的に複数の観測機器を配したアレー測定によって、各位置で同時に時系列データを取得することによって、分散を定量的に測定する。この、現実のアレーによるデータ観測には大きな制約がある。時間についての情報は豊富 (時系列サンプリング数を増やすことは機械的には容易である) であり、時間スペクトルはほぼ連続的に求められるのに対し、空間についての情報は貧しく (同時に配置できる測定器数には制約がある)、空間スペクトルはとびとびの値しかわからない。このため、分散関数を正確に推定しようとする場合、空間スペクトルについての情報の不足をどのようにして補うか、という点が、観測方法、解析方法の全般について重要な条件となる。

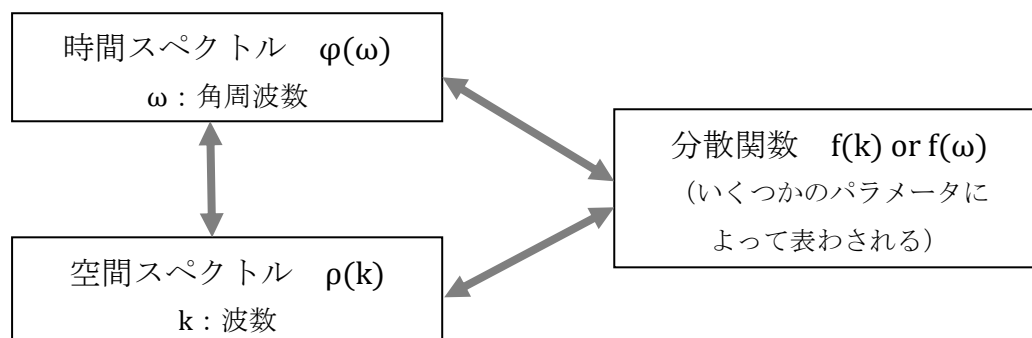
本研究で扱っている導波路の入力と出力の波形を比較する、という条件は、分散関数の測定についてはもっとも単純化した現象 (1次元方向に伝播する分散性波動) を、基本的な2点のアレーで観測する場合にあたる。この最も簡単な場合についての分散関数の測定方法について精度や効率の良い方法を模索し明確にすることが、さらに一般的な多観測点アレー観測による分散現象の測定より良い方法の発見につながることを目指したのが、本研究の基本的な目的である。

2. 導波路を伝わるテラヘルツ波

2-1 THz 波とは?

THz(テラヘルツ)波とは、光と古典的電磁波の中間にあたる周波数領域の電磁波である。図5に、テラヘルツ波の波長と周波数の領域を示す。従来この周辺の周波数領域は、遠赤外

クトルと同意) $\varphi(\omega)$ が、また空間についての複数のデータから空間スペクトル (波数スペクトルと同意) が得られる。分散関数 f はこの時間スペクトルと空間スペクトルの関係から、波数または周波数の関数として推定することが可能になる。つまり、時間スペクトル、空間スペクトル、分散関数の3つのなかで、どれか2つが得られれば、残りの一つが推定できる、という関係がある (下表)。



一般的に、どんな自然現象についても空間的に複数の観測機器を配したアレー測定によって、各位置で同時に時系列データを取得することによって、分散を定量的に測定する。この、現実のアレーによるデータ観測には大きな制約がある。時間についての情報は豊富 (時系列サンプリング数を増やすことは機械的には容易である) であり、時間スペクトルはほぼ連続的に求められるのに対し、空間についての情報は貧しく (同時に配置できる測定器数には制約がある)、空間スペクトルはとびとびの値しかわからない。このため、分散関数を正確に推定しようとする場合、空間スペクトルについての情報の不足をどのようにして補うか、という点が、観測方法、解析方法の全般について重要な条件となる。

本研究で扱っている導波路の入力と出力の波形を比較する、という条件は、分散関数の測定についてはもっとも単純化した現象 (1次元方向に伝播する分散性波動) を、基本的な2点のアレーで観測する場合にあたる。この最も簡単な場合についての分散関数の測定方法について精度や効率の良い方法を模索し明確にすることが、さらに一般的な多観測点アレー観測による分散現象の測定のより良い方法の発見につながることを目指したのが、本研究の基本的な目的である。

2. 導波路を伝わるテラヘルツ波

2-1 THz 波とは?

THz(テラヘルツ)波とは、光と古典的電磁波の中間にあたる周波数領域の電磁波である。図5に、テラヘルツ波の波長と周波数の領域を示す。従来この周辺の周波数領域は、遠赤外

光（波長約25 μm ～約3mm）、ミリ波（1mm～1cm）、サブミリ波（100 μm ～1mm）に区分されていたが、近年の光エレクトロニクスの新技術の発達により主に波長3mm～30 μm 、周波数100GHz～10THzの領域（現在の定義）をテラヘルツ波と呼ぶようになった。1THzの1周期は1ピコ秒で、波長はおよそ300 μm である。近年の半導体や超伝導体材料はテラヘルツ波領域の新技術の発展に大きな役割を果たしてきた。特に、信号通信の分野において、導波路を伝わるテラヘルツ波の重要性が注目されている^{(1)～(4)}。

2-2 THz 導波路の分散についての今までの研究（測定例）

現在までに、THz波が様々な導波路を伝搬する時の特性について、多くの実験が行われてきた。図6に、Grischkowsky et al.⁵⁾によってまとめられた、各種の導波路の測定例を示す^{(6), (9), (10)}。これは、その材料としてメタル・チューブ、サファイア・ファイバー、プラスチック・リボンを用いた場合の導波路についての波形とスペクトル、位相速度の例である。どのようなTHz導波路の実験においても、分散の傾向が顕著である。その他にAuston^{2), 3)}やMittleman⁸⁾による一連の研究や、その他の論文^{5), 6), 7)}でも、その分散特性の測定の困難さが指摘されている。この実験において用いられているTDS法（Time Domain Spectroscopy）については後述する。

2-3 フォトニック・クリスタルファイバーについて

フォトニック結晶（Photonic Crystal）は、屈折率が周期的に変化する誘電体であり、光（波長が数100nm～数1000nmの電磁波）の伝わり方をその構造によって制御できる。近年、このフォトニック結晶をTHz導波路として用いるフォトニック・クリスタルファイバー（PCF）の有用性が注目されている。PCFは1995年のRussel et al.⁵⁾による通信波長領域での研究開発にはじまり、現在に至るまで、さまざまな研究・開発が行われている。

光ファイバーは、基本的に中心のコア（core）と呼ばれる芯の部分、クラッド（clad）と呼ばれる材質で覆う構造をしている（図7）。同様にフォトニック・クリスタルファイバーは、フォトニック結晶を用いたクラッド部に等間隔の空孔が空けられた構造をしている。PCFの利点として、長く柔軟（急峻な屈曲でも光が洩れない）・利用が容易で設計自由度が高い、等の特徴がある。図8にTDS法（後述）の導波路特性で用いられるPCFの外観（Ponseca, 2005）¹⁵⁾を示す。

2-4 カットバック法

カットバック法は、光ファイバーの伝搬特性を調べるために広く行われている実験方法である。図9にその概略を示す。エミッタ（発信器）から発したテラヘルツ波の入力信号が、光ファイバーを伝わった後の出力信号を測定する。測定時にエミッターから発生する入力信号がほぼ常に同一波形であると仮定できる。さらにファイバーを長さLだけ短く切断し、再び出力信号を測定する。ファイバーの長さを変えた場合の出力信号の比較を行うことで、

長さLの間のテラヘルツ信号の伝搬特性を推定できる。通常、測定に用いるファイバーの利用可能な長さは限られているため、この比較のための切断はできる限り少ない回数で済ませることが望ましい。可能ならば1回の切断による2つの出力信号波形の比較から、正確な伝搬特性を求めたい。したがって、このカットバック法を行う場合、ファイバーをどの長さで切断するか、という点が重要な測定条件となる。

2-5 TDS法 (Time domain Spectroscopy) について

時間領域分光 (TDS法 : Time Domain Spectroscopy) は、電磁波の波形を直接測定することによって得られる電磁波の電場の時間波形をフーリエ変換し、電磁波のスペクトルを得る測定方法である。テラヘルツ波の伝搬特性の測定には主にこのTDS法が用いられる。図10に実験装置の概略を示す。実験においては瞬間的に光電磁波のゲートを開けることによって入力信号を調整し、瞬間的な時間波形を計測する。

テラヘルツ波が伝播する経路中に測定したい測定試料を置き、透過したテラヘルツ波の時間波形を検出する。その検出信号と、測定試料のない状態でのテラヘルツ波の時間波形とを検出した検出信号を用い、検出信号をフーリエ変換して、テラヘルツ波の振幅と位相の情報を得る。

3. THz 波測定データからの伝播パラメータの推定

3-1 THz 波伝播モデル

TDS法による実験によって、THz 導波路の伝搬特性を測定する方法の概略を図 11 に示す。用意した THz 導波路 (PCF) を用いて TDS 法により入力波 $Z_{0,obs}$ と出力波 $Z_{1,obs}$ を測定し、伝搬特性パラメータの推定値 α'_0 (減衰特性パラメータ : 後述) と D'_0 (分散パラメータ : 後述) を計算する。

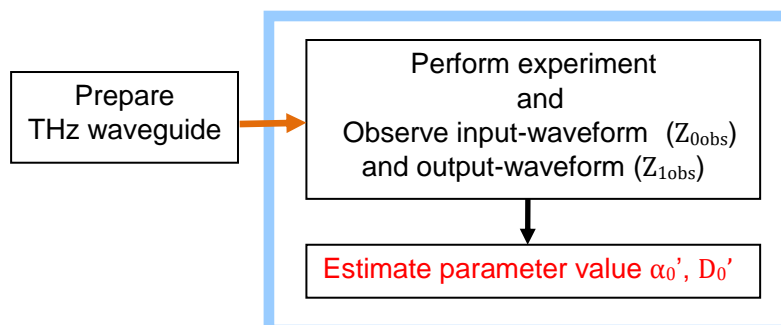


Fig.11

長さLの間のテラヘルツ信号の伝搬特性を推定できる。通常、測定に用いるファイバーの利用可能な長さは限られているため、この比較のための切断はできる限り少ない回数で済ませることが望ましい。可能ならば1回の切断による2つの出力信号波形の比較から、正確な伝搬特性を求めたい。したがって、このカットバック法を行う場合、ファイバーをどの長さで切断するか、という点が重要な測定条件となる。

2-5 TDS法 (Time domain Spectroscopy) について

時間領域分光 (TDS法 : Time Domain Spectroscopy) は、電磁波の波形を直接測定することによって得られる電磁波の電場の時間波形をフーリエ変換し、電磁波のスペクトルを得る測定方法である。テラヘルツ波の伝搬特性の測定には主にこのTDS法が用いられる。図10に実験装置の概略を示す。実験においては瞬間的に光電磁波のゲートを開けることによって入力信号を調整し、瞬間的な時間波形を計測する。

テラヘルツ波が伝播する経路中に測定したい測定試料を置き、透過したテラヘルツ波の時間波形を検出する。その検出信号と、測定試料のない状態でのテラヘルツ波の時間波形とを検出した検出信号を用い、検出信号をフーリエ変換して、テラヘルツ波の振幅と位相の情報を得る。

3. THz 波測定データからの伝播パラメータの推定

3-1 THz 波伝播モデル

TDS法による実験によって、THz 導波路の伝搬特性を測定する方法の概略を図 11 に示す。用意した THz 導波路 (PCF) を用いて TDS 法により入力波 $Z_{0,obs}$ と出力波 $Z_{1,obs}$ を測定し、伝搬特性パラメータの推定値 α'_0 (減衰特性パラメータ : 後述) と D'_0 (分散パラメータ : 後述) を計算する。

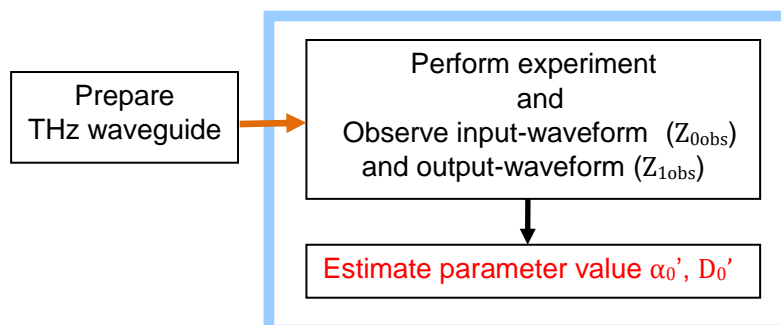


Fig.11

3-2 THz 波測定モデル

図12に入力波形 $Z_0(t)$ と、導波路の長さを変えた場合の各々の伝搬長さ(L)に対応する出力波形 $Z_1(t)$ を示す。緑実線はノイズが存在しない場合の信号出力波形、赤線は観測ノイズが存在する場合の観測波形である。入力波形（最上段）と、ある一つの長さ距離Lを伝搬した出力波を比較し、その導波路の部分について、伝搬パラメータの推定計算を行う。

3-3 解析時間ウィンドウの範囲の設定

(1) 時間範囲の決定方法

入力・出力波形から伝搬パラメータを求める計算では、データ時間全体の中から有意な信号を含む時間部分を抽出する過程が不可欠である。この過程を踏まずに観測した入力・出力波形全体を用いても伝搬パラメータを求めることは不可能である。実際の観測波形にはデータ時間全体に渡ってノイズが含まれる。このノイズは、定常的には白色ノイズであると見なすことができる。このため、解析に用いるデータ時間長を必要以上に広げて、信号を含まない（または信号振幅がノイズに対して非常に小さい）を含めると、入力・出力波に含まれる無相関ノイズどうしを比較してしまうことになる。この問題を避けるため、得られた入力・出力波形をフーリエ解析する段階で、データのウィンドウの位置、長さを解析ごとに変える必要が生じる。そこで、本解析では次式のように解析ウィンドウの範囲を設定することとした。

入力波形の解析ウィンドウ時間範囲を $T_0 < t < T_1$ とすると、出力波形の解析ウィンドウの時間範囲 $T'_0 < t < T'_1$ は、次式3)で決定される。

$$\begin{aligned} T'_0 &= T_0 + \frac{L}{V_2} \\ T'_1 &= T_1 + \frac{L}{V_1} \end{aligned} \quad 3)$$

ここでLは導波路の長さ、 V_1 、 V_2 は信号周波数範囲内の分散位相速度の最大値と最小値である。

この設定方法に基づいた、時間波形の解析範囲の具体例を図13に示す。入力観測波形データにおいて、伝搬信号を含む時間の範囲が $T_0 < t < T_1$ であったと仮定すると、この伝搬経路の分散特性に応じて出力波形の中から信号波形を含む可能性のある時間領域が決定される。信号波形が含む周波数帯域において分散が一切起こらない場合を除いて、出力波形の解析時間の範囲は、導波路が長くなるに随って広がっていくことになる。

3-4 入出力波形からパラメータを推定する方法

入力、出力波形から導波路の伝搬パラメータを推定するために、以下の計算を行う。

解析方法の概要は次の通りである。同じ入力波形に対して、伝搬パラメータが真値であった場合の出力波形と、計算の結果得られたパラメータの推定値を使った場合の出力波形の2つを比較し、解析ウィンドウ時間の範囲で2つの波形の振幅誤差を積分し、この値が最小になるようなパラメータ推定値を最小二乗法によって決定する。

α_e 、 D_e をパラメータ推定値とすると、

$$\tau^2(\alpha_o, D_o, \alpha_e, D_e, L) = \int_T |Z_{1,obs}(t, Sn) - Z_{1,cal}(t, \alpha_e, D_e, L)|^2 dt \quad 4)$$

として、 τ^2 が最小値をとるような、パラメータ α_e 、 D_e を推定値とする。

図14に、実際の波形のフィッティングの例を示す上段の入力波形に対して、下段の出力波形（青）と変数パラメータについて、計算した出力波形（赤）の振幅誤差を、解析ウィンドウ内で積分し足し合わせた値が、 τ に相当する。

3-5 パラメータ推定相対誤差 η の定義

パラメータの真値と、観測波形を解析して得られた推定値の相対誤差を η とする。それぞれエネルギー損失パラメータ α 、分散関数パラメータ D についてそれぞれ次式 5) で定義される。

$$\begin{aligned} \eta_D(\alpha, D, L) &= \frac{|D - D'|}{D} \\ \eta_\alpha(\alpha, D, L) &= \frac{|\alpha - \alpha'|}{\alpha} \end{aligned} \quad 5)$$

4. テラヘルツ波測定を最適化する方法

4-1 対象の理解の方法

4-1-1 対象の理解の方法・近似とべき乗則

はじめに、本研究において行った数値シミュレーションの目的とその結果から得られる意味について述べる。以下のテラヘルツ波の導波路の伝搬を扱ったシミュレーションにおいて、その総合的な結論として、経験的べき乗則に近似できることを示す事で、その理解

3-4 入出力波形からパラメータを推定する方法

入力、出力波形から導波路の伝搬パラメータを推定するために、以下の計算を行う。

解析方法の概要は次の通りである。同じ入力波形に対して、伝搬パラメータが真値であった場合の出力波形と、計算の結果得られたパラメータの推定値を使った場合の出力波形の2つを比較し、解析ウィンドウ時間の範囲で2つの波形の振幅誤差を積分し、この値が最小になるようなパラメータ推定値を最小二乗法によって決定する。

α_e 、 D_e をパラメータ推定値とすると、

$$\tau^2(\alpha_o, D_o, \alpha_e, D_e, L) = \int_T |Z_{1,obs}(t, Sn) - Z_{1,cal}(t, \alpha_e, D_e, L)|^2 dt \quad 4)$$

として、 τ^2 が最小値をとるような、パラメータ α_e 、 D_e を推定値とする。

図14に、実際の波形のフィッティングの例を示す上段の入力波形に対して、下段の出力波形（青）と変数パラメータについて、計算した出力波形（赤）の振幅誤差を、解析ウィンドウ内で積分し足し合わせた値が、 τ に相当する。

3-5 パラメータ推定相対誤差 η の定義

パラメータの真値と、観測波形を解析して得られた推定値の相対誤差を η とする。それぞれエネルギー損失パラメータ α 、分散関数パラメータ D についてそれぞれ次式 5) で定義される。

$$\begin{aligned} \eta_D(\alpha, D, L) &= \frac{|D - D'|}{D} \\ \eta_\alpha(\alpha, D, L) &= \frac{|\alpha - \alpha'|}{\alpha} \end{aligned} \quad 5)$$

4. テラヘルツ波測定を最適化する方法

4-1 対象の理解の方法

4-1-1 対象の理解の方法・近似とべき乗則

はじめに、本研究において行った数値シミュレーションの目的とその結果から得られる意味について述べる。以下のテラヘルツ波の導波路の伝搬を扱ったシミュレーションにおいて、その総合的な結論として、経験的べき乗則に近似できることを示す事で、その理解

への道筋としている。ここで述べる「経験的べき乗則による経験式」は、変数パラメータとそれぞれの係数を用いて、次式(6)で表わされる。

$$X^a Y^b Z^c \dots = const \quad (6)$$

X,Y,Z,・・・ : 実験パラメータ

a,b,c,・・・ : 知りたい係数

物理学においては、一般的に多くの現象がその現象の前提となる多変数のべき乗則によって表現されている。実際に、経験的べき乗則は、対象を理解する堅実な方法であり、一定のデータ量があれば、ある程度有効な法則を確実に見出せる、という利点がある。経験的なべき乗則を用いて物理現象を解明するという過程は、概ね以下の3つの段階に分かれると考えられる。

1. 実験データから経験的べき乗則を導く
2. 導かれたべき乗則から物理的な意味を考察する。(理学的研究)
3. 経験的べき乗則を計測・制御に利用(工学的研究)

この現象へのアプローチの方法には次のような利点と限界がある。

・利点

対象の完全な理解がなくても限定された範囲においては演繹的な法則の導出が可能である。

・限界

(1) 帰納的な経験則を導く事が出来ても、必ずしも完全な系の理解につながるとは限らない。

(2) 経験則が適応可能な範囲が限定的な可能性がある。

本研究においては、このべき乗則によるアプローチの利点を最大限に生かすことを考えた。以下の研究ではシミュレーションから得られた結果がべき乗則に当てはめられることを示し(段階1)、さらにこの結果を用いて光ファイバーによるテラヘルツ波の導波路特性測定のための実験の最適な設計方法が予想されることを示している(段階3)。しかし、段階2に相当する、そのべき乗則によって示される現象の物理学的な説明については言及せず、今後の課題とした。

4-1-2 経験的べき乗則の例(ケプラーの法則)

科学史の上で、実験的な測定結果を経験的なべき乗則に当てはめることで重要な物理法則の発見につながった典型的な一例として、天体の運行に関する「ケプラーの法則」がある。(図15参照)ヨハネス・ケプラー(ドイツ:1571-1630)は、独自の楕円運動を基本とする天体論を唱えたが、その功績の重要な点は、数学的な裏付けを持った物理モデルを示す方法の先駆だった点である。ケプラーが天文観測の結果から導いたモデルは、結果的に

ガリレオ・ガリレイ、アイザック・ニュートンを経て、古典物理学の成立に貢献している。ただし、ケプラーのモデルの多くは合理的な説明において不十分な点もあった。

ケプラーは1609年～1619年に、惑星の公転運動についてのケプラーの第1～第3法則を発表したが、第3法則は経験的べき乗側に基づく次式で表わされる（図15(c)）。

第3法則（1619年）

“惑星の公転周期(T)の2乗は、軌道の長半径(a)の3乗に比例する。”

$$a^3 T^{-2} = \text{const} \quad 7)$$

後に、アイザック・ニュートン（1643～1727）は、自分が発見した運動の法則と、このケプラーの法則などを元に、1687年に万有引力の法則を導いた。結果的に、ケプラーの第3法則は、万有引力の法則を、惑星のポテンシャルエネルギーと運動エネルギーの和が負（太陽と惑星の距離は有限である）、さらに太陽の質量に比べ惑星の質量が十分小さい（つまり、太陽は静止していると見なせる）、という近似を行うことによって導かれることが示された。

この事例に見られるように、「とりあえず経験則にあてはめてみる」、という作業が、意外に重要であると言える。

4-1-3 具体的なアプローチ（最小二乗法）

実際の実験・観測結果を経験的べき乗にアプローチするための具体的な方法として、多次元対数空間における最小二乗法が用いられる。したがって、法則を導くための変数の選び出しが出来れば、後の解析は半自動的に行うことが出来る。この方法によって、一定のデータ量があれば、ある程度有効な法則を確実に見出せる。

4-2. THz 波測定モデルによる数値シミュレーション

4-2-1 シミュレーションの概略

シミュレーション・プログラムは、基本的に次のように構成している。

ある時系列入力波を定義し、その波形が、ある伝搬特性を仮定した導波路を伝わった場合の出力波を数値計算によって求める。具体的には、導波路の特性として分散とエネルギー損失（減衰）の2つを仮定し、ある長さLの導波路を伝搬した後の出力波形をフーリエ変換によって計算する。さらに入力波形、出力波形の双方に疑似的な観測ノイズ（白色ノイズ）を加える。この入力波形と出力波形を、実験波形と同様の解析（比較）を行い、導波路の分散・減衰特性の推定を行う。この推定値と初期設定値（真値）を比較することで、仮定した実験条件（導波路の長さ）の適切さを判断する。この過程を、さまざまなパラメ

ータ、長さについて繰り返し計算を行う。

4-2-2 シミュレーション波形の計算方法

導波路のエネルギー損失（減衰）を表す関数は $\beta(\alpha, L)$ とする。つまり減衰特性は、導波路の長さ L と、固定パラメータ α によって定まると考える。また分散特性は $\xi(\omega, D)$ で定義する。ここで ω は周波数、 D は固定パラメータである。減衰については、周波数依存性を持つ可能性もいくつかの実験例から指摘されているが、ここでは周波数に依らず一定とした。また、分散特性についても、他の様々なパラメータに影響される可能性もあるが、後述の実験の実験波形のフーリエ解析の結果を考慮した上で、周波数について線形の特性的をもつと仮定した。

入力波形から出力波形を合成する計算方法は概ね次のようなものである。入力波形 $Z_0(t)$ を周波数領域へフーリエ変換し、振幅スペクトルと位相スペクトルの2つの要素に分ける。

$$Z_{0,int}(t) = \int_{\omega} [A(\omega) \exp\{i(\omega t + \Phi(\omega))\}] d\omega \quad 8)$$

ここで、 Ω ：角周波数、 t ：時間、 $A(\omega)$ ：振幅スペクトル、 $\Phi(\omega)$ ：位相スペクトルである。

次に、各周波数について、分散特性関数と導波路長さの関係から得られる位相差を入力波の位相スペクトルに加え、出力波の位相スペクトルを作る。また損失関数を用いて主力波の振幅スペクトルから出力波形の振幅スペクトルを計算する。最後に、この出力波の振幅・位相スペクトルを逆フーリエ変換によって時間波形に戻し、出力時間波形 $Z_{1,int}(t)$ を生成する。

$$Z_{1,int}(t, \alpha, D, L) = \left(\int_{\omega} \left[A(\omega) \beta(\alpha, L) \exp\left\{i\left(\omega t + \Phi(\omega) + \frac{\omega L}{\xi(\omega, D)}\right)\right\} \right] d\omega \right) \quad 9)$$

ここで、 L ：導波路の長さ、 $\beta(\alpha, L)$ ：エネルギー損失関数、 $\xi(\omega, D)$ ：分散関数である。

4-2-3 TDS法による実験波形と解析

図16に導波路長15cmの場合のPCFを用いてTDS法で測定実験を行った場合の、THzの入力波形と出力波形の例を示す。この実験では、時間サンプリング間隔は約0.133ピコ秒でデータ長さは512ポイント、データ取得時間は約60~70ピコ秒である。後にシミュレーション波形を合成する場合にも、この実験条件と同じサンプリング間隔、データ長を基本として作成した。ここで表わされる振幅は強度(Intensity)に相当する。この図16で示した入力波形 $Z_0(t)$ を、後述のシミュレーションにおける基本入力波形 $Z_{0,int}(t)$ として使用した。

シミュレーションを始めるにあたって、実際のTDS法による測定波形 $Z_{0,int}$ と $Z_{1,int}$ をフー

リエ解析して比較し、後に数値シミュレーションで仮定する分散特性・減衰特性の大まかな指標とした。図17に(a)出力波形の振幅スペクトル、(b)入力波形を基準とした場合の位相差のスペクトル、(c)振幅比スペクトルを示す。(b)の位相差のスペクトルから判るように、位相差 (rad) が周波数にほぼ比例して変化することがわかる。したがって、分散特性のモデルとして、位相速度が周波数の1次関数で表したものが適当であると考えられる

4-2-4 シミュレーションに用いる分散と減衰のモデル

(1) パラメータの定義

TDS法による実験波形のフーリエ解析の結果を考慮して、分散特性関数 ξ とエネルギー損失関数 (減衰関数) β を以下の様に定義した。

分散特性についての ξ は信号の伝達する位相速度であり、これが周波数 ω の一次式で表わされる。

$$\xi(\omega, D) = D \cdot (\omega - \omega_0) + \xi_0 \quad (10)$$

周波数に対して傾き D とし、信号の卓越周波数 ω_0 (振幅スペクトルにおいて最大値が認められる周波数) における位相速度を ξ_0 とする。ただし、卓越周波数における位相速度は、分散の影響を考慮しなくても実験波形から容易に推定可能であり、またシミュレーションにおいても結果に大きな影響を与えないため、 V_0 は変数として扱わず、固定値とした。具体的には、卓越周波数を0.70THz、この周波数における位相速度を $V_0=1.45$ としてシミュレーションを行っている。

また、エネルギー損失関数については、TDS法実験波形の解析結果からは周波数依存性を示す可能性もあるが、ここでは一般的にTHz導波路の振幅減衰特性を示すとされているBeerの法則による次式に随った。

$$\beta(\alpha, L) = \exp(-\alpha L) \quad (11)$$

損失定数を α とする。 L は導波路の長さである。信号波形の振幅は、変数 β のみによって示される指数関数に従って減衰すると考える。

以上より、分散特性を表すパラメータ D と、減衰を表すパラメータ α の2変数を、シミュレーションで扱うべき伝搬パラメータとする。

(2) 周波数・伝搬距離についての関数

前述の式で定義した伝搬特性関数 ξ と β について、それぞれ周波数、距離についての変化の計算値を図18に示す。既存のTDS法の実験波形の解析から、信号周波数は0.0~約3.0THzの周波数領域に存在すると想定できるが、この範囲で位相速度変化は図の η で示される。従来

の実験測定の結果では、導波路の伝搬では長波長・低周波数の信号より短波長・高周波数の信号のほうが速く伝わるという特性が見られるため、常に $D>0$ とする。さらに D の範囲として、分散特性の影響を明確にするため、 $0.3<D<1.5$ という、実際に想定される D の値に比してやや極端な値を用いた。

また、 β は周波数とは無関係な指数関数的な距離減衰を示す。これも他の論文に見られる実験測定の結果から、 α は約0.03から0.08の範囲で変化するものと仮定した。

(3) また、分散パラメータ D 値を変えた場合の、一定の導波路長さを伝搬した出力波形の変化を図19に示した。この例から、分散パラメータ D の数値が大きくなるほど（分散関数の傾きが大きくなるほど）、長周期（低周波数・長波長）の波が短周期（高周波数・短波長）の波に対して遅くなる特徴が読み取れる。

4-2-5 観測ノイズの付加方法

(1) ノイズ振幅とパラメータの定義

上記の方法で作成した入力・出力信号波形は、現実の実験では伝搬経路で発生するとかが得られる観測ノイズ（入力部分と出力部分で何の相関も持たない非伝達性のノイズ）を含まない。この状態の波形を以下、純信号波形（Intrinsic Signal）と呼び、それぞれ入力波形を $Z_{0,int}(t)$ 、出力波形を $Z_{1,int}(t)$ とする。シミュレーションでは実際の測定条件に近づけるため、この純信号波形に疑似的な観測ノイズを付加する。

$$\begin{aligned} Z_{0,obsM}(t, Sn) &= Z_{0,int}(t) + \varepsilon_{0,M}(t, Sn) \\ Z_{1,obsM}(t, Sn) &= Z_{1,int}(t) + \varepsilon_{1,M}(t, Sn) \end{aligned} \quad (12)$$

観測ノイズ（白色ノイズ）の振幅を、純信号波形との振幅比（SN比）を示すパラメータ Sn で設定した。純信号波形の最大振幅が A_0 であったとする。

$$A_{Z_{0,int}} = \left| (Z_{0,int})_{max} - (Z_{0,int})_{min} \right| \quad (13)$$

実際のシミュレーションの過程では、計算機によって作成した $N(0, \sigma)$ の正規分布から、それぞれ入力・出力波形のデータと同じ長さの部分を取り出し、 σ と A_0 の比が以下の Sn で示される値になるように、振幅を変えてから、純信号波形に加える。

$$S_N = 10 \log_{10} \left(A_{Z_{0,int}} / \sigma \right) \quad (14)$$

入力波形と出力波形に加えるノイズはそれぞれ独立である。また、1回ごとの試行におい

でも、使用する白色ノイズは1つの波形の作成ごとに発生させ、それぞれ独立なものを用いている。

(2) 具体例 (波形と振幅スペクトル)

以上の方法によって作成したシミュレーション波形の例を図20(a)に示す。純信号入力波形 (上)、振幅をあるパラメータ S_n (図は $S_n=0.10$ の場合) になるように調節した白色ノイズ (中)、純信号波形と白色ノイズを加えた疑似観測波形 (下) である。また、1回ごとの観測波形について計算した振幅スペクトルを、図20(b)に示した。 S_n の値は、ノイズ振幅が純信号波形の卓越周波数 (約0.7THz) における振幅を上回らない値に限定されるとして0.30を上限とした。 S_n がこれを上回る値になると、伝搬パラメータは得られないことを確認した。

4-3 導波路長とパラメータ推定精度の関係

4-3-1 パラメータ推定のシミュレーション

TDS 法による実験における導波路伝搬パラメータ推定方法のシミュレーションについて、その概要を図 21 に示す。詳細を以下に説明する。伝搬パラメータの真値 (α_0, D_0) が既知であると仮定し、その真値に基づき、ある導波路長についての入力波形 Z'_{0obs} と出力波形 Z'_{1obs} を合成する。そして、その合成波形を解析して推定値 α_0'' と D_0'' を計算する。その推定値と、仮定した真値の比較 (パラメータ推定誤差の計算) 結果から、ファイバー長の適切さを評価する。

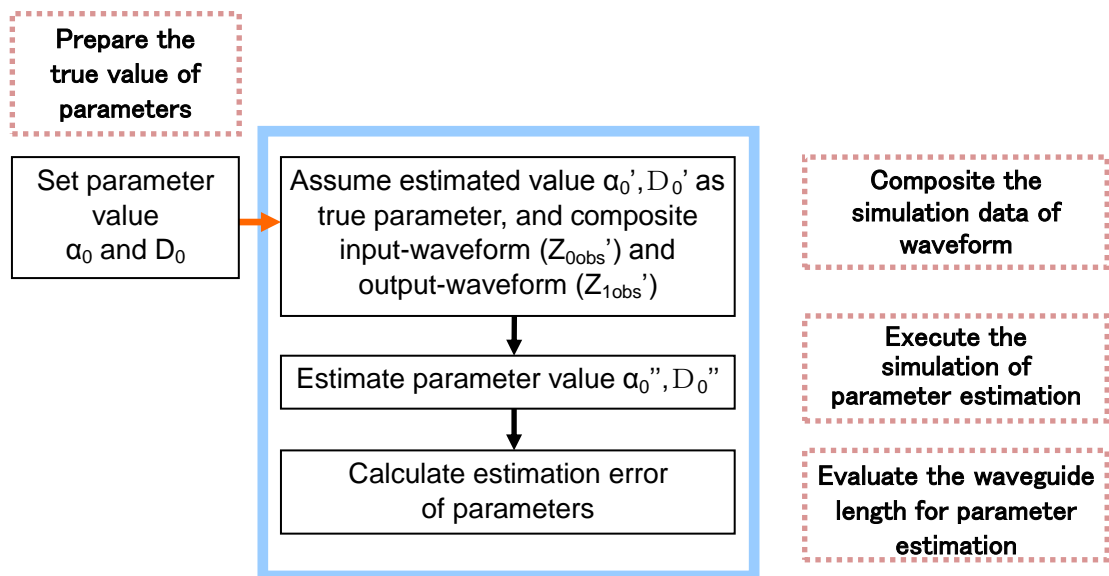


Fig.21

4-3-2. シミュレーションの結果

各々の条件（パラメータの設定真値 α_0 、 D_0 、 Sn ）について、波形作成～白色ノイズの付加～パラメータ推定という一連の過程を、付加する独立な白色ノイズを30～40通りに変えて繰り返し計算を行った。その全試行の平均値を、その設定条件における結果とした。

以下の式で計算されるパラメータの相対推定誤差と導波路長さの関係を調べた。

$$\begin{aligned}\eta_{D,M}(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= \frac{|D_o - D'_M|}{D_o} \\ \eta_{\alpha,M}(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= \frac{|\alpha_o - \alpha'_M|}{\alpha_o}\end{aligned}\quad 15)$$

$$\begin{aligned}\eta_D(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= E\{\eta_{D,M}(\alpha_o, D_o, L, Sn)\} \\ \eta_\alpha(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= E\{\eta_{\alpha,M}(\alpha_o, D_o, L, Sn)\}\end{aligned}\quad 16)$$

各パラメータの各試行における相対推定誤差を $\eta_{D,M}$ の $\eta_{\alpha,M}$ とし、そのM回の試行の平均値を、 η_D 、 η_α とした。

4-3-3 パラメータ誤差の距離変化（極小値の存在）

図22に、図21に示した過程によって計算した、導波路の伝搬パラメータ推定のシミュレーションの結果の例を示す。分散関数パラメータD（左段）と損失パラメータ α （右段）について、パラメータの推定値と相対推定誤差 η を示した。各々、付加ノイズのパターンを変えて40回の試行を行っており、各40通りの結果を○で重ねて示している。この繰り返し試行の結果を平均し、さらにこの平均値を以下の式にしたがって平滑化した。

$$Z = \sum_{i=1}^N (y_i - C_{ki})^2 + w^2 \sum_{i=3}^{kN} (C_i - 2C_{i-1} + C_{i-2})^2 \quad 17)$$

w : 重み係数

C_i : 平滑係数

N : データ数

k : 区分け数

重み w に適当な値を選び、式（17）の Z が最小になるような平滑化係数 C の値を求める。

下段の図（相対推定誤差）の赤丸は40回の平均値、また実線は上式により平滑化した曲線を示し、さらにその平滑化曲線から読み取った、パラメータ誤差の極小値を示す導波路の長さの位置を Δ で示す。この図から、設定したパラメータ範囲（ $0.03 < \alpha < 0.7$ 、 $0.3 < D < 1.5$ 、 $0.0 < S_n < 0.30$ ）のほぼ全体で、推定パラメータ D 、 α のいずれについても、常に推定誤差が極小値をとるような導波路の長さ L_{opt} （図の Δ 印の位置）が存在することがわかる。この導波路長が、導波路の伝搬特性がそのパラメータ設定値をとる場合についての、最適なカットバック長であると考えられる。

4-3-4 最適な導波路の長さとのパラメータとの相関

パラメータ推定誤差が極小値を示す導波路長 L は、設定パラメータの値と相関を示すことが、シミュレーション結果から示される。

図23(a)に、パラメータ D を推定する場合についての、パラメータ相対推定誤差の導波路長による変化曲線と、またその曲線がノイズ振幅パラメータ S_n の各値について変化する結果を示す。丸はノイズのパターンを変えた各40回の試行の平均値、実線は平滑化した平滑化曲線である。パラメータ推定誤差が極小値をとる長さ L_{opt} が、パラメータ S_n の値によって変化することがわかる。さらに図23(b)に、(a)図から読み取ったパラメータ推定誤差の最小となる導波路長を、パラメータ S_n の各値についてプロットした図を示す。この図より、 D の最適導波路長 L_{opt} が、パラメータ S_n の値と相関を示すことが分かる。同様に、パラメータ D 、 α のそれぞれを推定する場合に最適となるカットバック長が、パラメータの真値 D 、 α やノイズ振幅 S_n の値と相関を示すか調べた。

4-3-5 べき乗則の定義と近似（実験式）

シミュレーションの結果得られた α 、 D 、 S_n を変数とする最適な導波路の長さ L_{opt} を、各パラメータを変数とする経験的べき乗則の形の実験式に当てはめた。

パラメータ α を測定する場合の最適導波路長 L_α と、パラメータ D の測定の場合のそれぞれについて次式を定義し、最小二乗法により各係数を求めた。 C_α 、 C_D は定数とする。

損失パラメータ α を測定するための導波路長さ（ L_α ）について

$$L_\alpha = C_\alpha \cdot \alpha^{P_\alpha} \cdot D^{Q_\alpha} \cdot S_N^{r_\alpha} \quad (18)$$

また、分散パラメータ D を測定するための導波路長さ（ L_D ）について

$$L_D = C_D \cdot \alpha^{P_D} \cdot D^{Q_D} \cdot S_N^{r_D} \quad (19)$$

とする。

4-3-6 シミュレーションへのべき乗則のフィッティング

以上の過程によって、長時間の計算による様々なパラメータ設定値のよるシミュレーションを行い、経験的べき乗則へのあてはめを行った。以下（図24, 25）にその結果を示す。これらの図に示した通り、べき乗則の当てはめが設定パラメータの範囲で適切であると考えられる。また、大まかな傾向として、Dが小さい・（Snが小さい）・ α が小さいほど、べき乗則へのあてはめ精度は低下する。

図24に分散パラメータDの場合について、最適導波路長 L_{opt} を各パラメータのべき乗則に当てはめた結果を示す。全パラメータ範囲でほぼ一致していることから、この実験式へのあてはめが適切であると考えられる。

図25に同様に損失パラメータ α の場合について、べき乗則のフィッティングの結果を示した。この場合も、全パラメータ範囲でほぼ一致していることから、この実験式のあてはめが適切であると考えられる。パラメータDの場合と傾向は似通っているが、分散パラメータより短い導波路が最適な長さであることが判る。

4-3-7 べき乗則当てはめ結果

最小二乗法を用いたべき乗則への当てはめの結果、パラメータ α 、パラメータDのそれぞれに回帰式ついて、以下のような係数が得られた。

エネルギー損失パラメータ α についてのべき乗則は、式18)より

$$L_{\alpha} = C_{\alpha} \cdot \alpha^{p_{\alpha}} \cdot D^{q_{\alpha}} \cdot S_N^{r_{\alpha}}$$

$$C_{\alpha} = 70.0, p_{\alpha} = -1.4, q_{\alpha} = 0.4, r_{\alpha} = 0.3$$

また、分散関数パラメータDについてのべき乗則は、式19)より、

$$L_D = C_D \cdot \alpha^{p_D} \cdot D^{q_D} \cdot S_N^{r_D}$$

$$C_D = 11.5, p_D = -0.30, q_D = -0.28, r_D = 0.21$$

となった。

4-3-8 結果の傾向とその意味

シミュレーションの結果に当てはめたべき乗則が各パラメータについて示す大まかな傾向を、次表にまとめた。

エネルギー損失パラメータ α を測定する場合の最適導波路の長さ	
$\alpha \rightarrow$ 大 (減衰が大きくなる)	最適なファイバー長は短くなる
$D \rightarrow$ 大 (分散傾向が顕著になる)	長くなる
$S_N \rightarrow$ 大 (ノイズ振幅が大きくなる)	長くなる

分散パラメータ D を測定する場合の最適導波路長	
$\alpha \rightarrow$ 大 (減衰が大きくなる)	最適なファイバー長は短くなる
$D \rightarrow$ 大 (分散傾向が顕著になる)	短くなる
$S_N \rightarrow$ 大 (ノイズ振幅が大きくなる)	長くなる

L_α (損失パラメータ測定の最適長) と L_D は (分散パラメータ測定の最適長) は、パラメータ α と S_N に対しては同じ依存傾向を示し、パラメータ D については逆の傾向を示す。ただし、 L_D は L_α に比較して常に短く、 $1/2 \sim 1/3$ の長さになる。

4-4. 最適導波路長決定法

4-4-1 導波路長とパラメータ推定精度の関係の推定

以上のシミュレーションによって、TDS 法による最適なカットバック長を求める方法を概略図で示すと、図 26 のようになる。TDS 法による実験をあるカットバック長について 1 度行った結果、得られた伝搬パラメータの推定値が α'_0 、 D'_0 であったとする。この値を真値と仮定してシミュレーションを行い、入力波形 Z'_{0obs} と出力波形 Z'_{1obs} を合成し、さらにパラメータ値の推定計算を行い、推定値 α''_0 と D''_0 が得られたとする。この推定値と α'_0 、 D'_0 を比較して推定誤差を求めそこから次に選択すべきカットバック長を決定する。この過程を繰り返すことによって、最適なカットバック長に辿りつくことが期待される。

4-4-2 最適導波路長決定法

以上に示した全てのシミュレーション過程によって、TDS 法による最適なカットバック長を求める方法の概略を図 27 に示す。以下、これを最適導波路長決定法と呼ぶ。この方法の概要をまとめると次のようになる。

あらかじめ用意した、ある長さの THz 導波路について、TDS 法による実験を行って入力波形 Z_{0obs} と出力波形 Z_{1obs} を測定し、パラメータの推定値 α'_0 、 D'_0 を求める。さらに、予想されるパラメータ値との推定誤差を計算し、最適なファイバー長を決定する。一方、この実験において得られたパラメータ値 α'_0 、 D'_0 の一つを取り出して、その値を真値と仮定した場合の、伝搬パラメータ推定のシミュレーションを行う。この真値に基づいて、様々なカッ

トバック長についての入力波形 Z'_{0obs} と出力波形 Z'_{1obs} を合成し、この波形を解析してパラメータ推定値 α''_0 、 D''_0 を求め（ラフ推定と呼ぶ）、仮定した真値 α'_0 、 D'_0 と比較し、推定誤差を計算する。その結果から最適なカットバック長を求める、

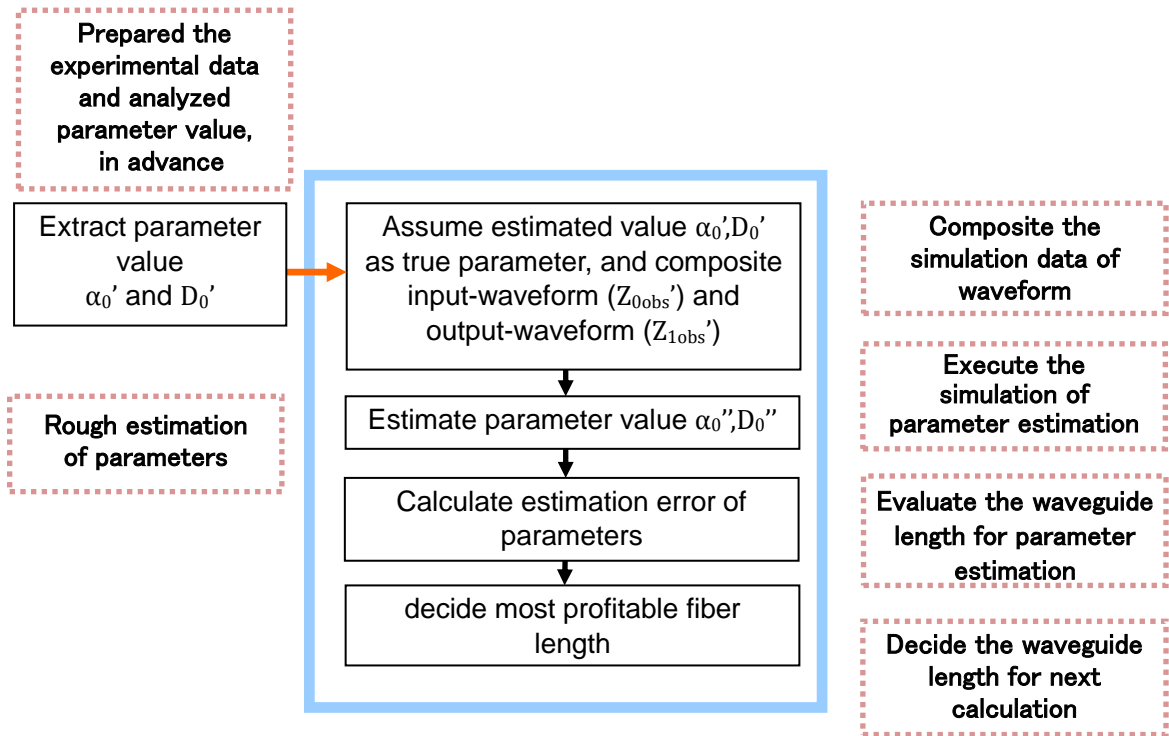


Fig.26

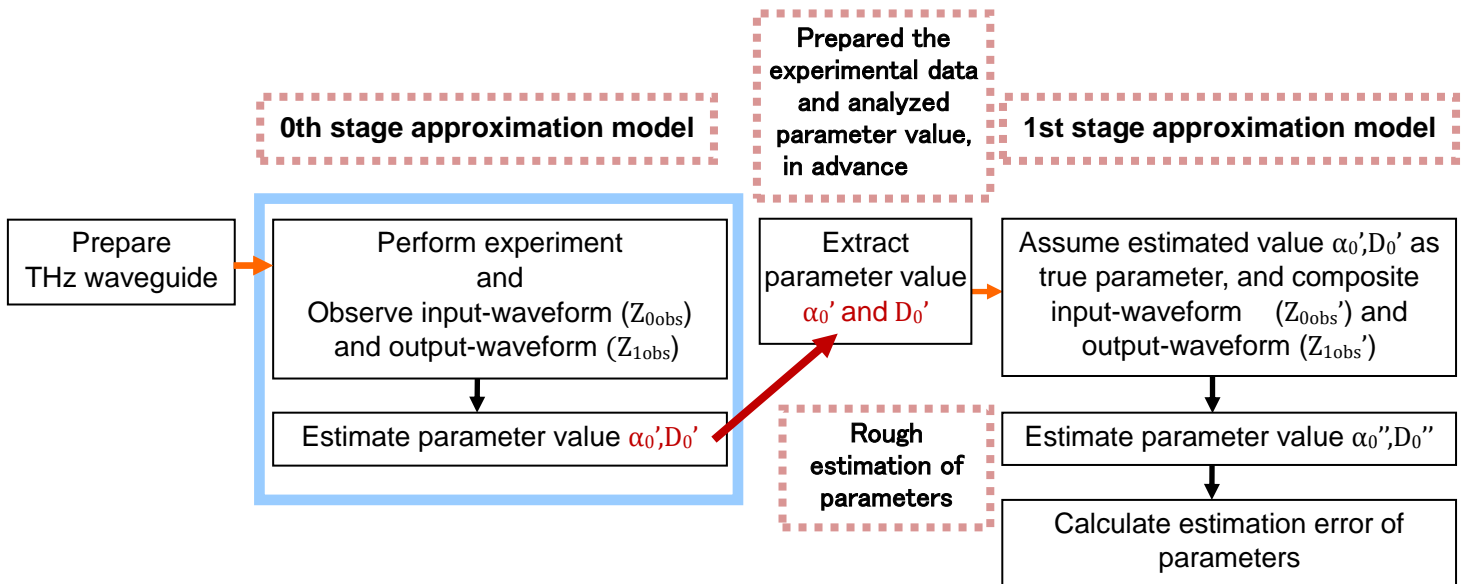


Fig.27

4-4-3 最適導波路長決定法の統計的妥当性の確認

以上に示したシミュレーション結果を、実際のTDS法を用いる実験における測定に適用する場合、4-3節で得られたべき乗則による経験式が有効に用いることが可能かを確認するためのシミュレーションを行う。

具体的な計算の方法を以下に示す。前述の、パラメータ設定、波形合成、パラメータの推定、そしてパラメータ推定誤差の計算、という一連の過程を0次近似モデル呼ぶ。まず、この0次近似モデルの計算を、付加する白色ノイズを変えて数十回のパターンについて繰り返し計算を行う。その各々の結果、得られた推定値を比較し、その中で最も真値から外れたパラメータ推定値を取り出す。この値を真値と置き換え、同様に波形合成、パラメータの推定、パラメータ推定誤差の計算の一連の過程を行い、これを1次近似モデルと呼ぶ。この結果、1次近似モデルが0次近似モデルとほぼ同様のパラメータ推定誤差の極小値を示す長さを示すことを確認すれば良い。

0次近似モデルの場合のパラメータ推定相対誤差 ψ に対して、同様に1次近似モデルの場合のパラメータ推定相対誤差を ψ' とし、次のように定義する。

D'_{off} 、 α'_{off} ：設定したパラメータの真値（0次段階モデルで真値を α_0 、 D_0 としたM回の試行の結果、もっとも外れた推定値）

D''_k 、 α''_k ：1次段階モデルの結果得られたパラメータ、 $k=1, \dots, K$ （付加ノイズを変えた試行をK回行う）

ここで、1次シミュレーションのパラメータ推定相対誤差 η' は

$$\begin{aligned}\eta'_{D,K}(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= \frac{|D'_{off} - D''_K|}{D'_{off}} \\ \eta'_{\alpha,K}(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= \frac{|\alpha'_{off} - \alpha''_K|}{\alpha'_{off}}\end{aligned}\quad (20)$$

で表わされ、繰り返し(Iteration)の回数Kを30~40とし、その平均値は

$$\begin{aligned}\eta'_D(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= E\{\eta'_{D,K}(\alpha_o, D_o, L, Sn)\} \\ \eta'_\alpha(\alpha_o, D_o, L, Sn) &= E\{\eta'_{\alpha,K}(\alpha_o, D_o, L, Sn)\}\end{aligned}\quad (21)$$

とする。

TDS法の実験の最適なカットバック長の法則性を見つける過程は、図28のように表わされる。この過程は、図27の過程の左半分に対応する現実の実験の部分をシミュレーションに置き換えて実行し、実験の結果得られるパラメータの推定値 α'_0 、 D'_0 をシミュレーション

によって推定することに相当する。伝搬パラメータの真値 α_0 、 D_0 を初めに仮定し、それに基づいて入力波形 Z_{0obs} と出力波形 Z_{1obs} を合成し、その波形からパラメータ推定値 α'_0 、 D'_0 を計算し、パラメータ推定精度を得る。このパラメータ推定値の一つ（もっとも推定精度が低かった値）を抽出し、そのパラメータ値について右側のシミュレーションを行う。この左右の2つの段階の結果を比較し、それがほぼ一致することを確認すれば、この実験法則のべき乗則が TDS 法の実験においても有効であるといえる。

図29にシミュレーション結果の一例を示す。図29より、(b)の1次近似モデルにおいても、(a)の0次近似モデルの場合と同様に、パラメータ誤差が極小になる導波路長Lが約30cmから40cmの位置に存在することがわかる。

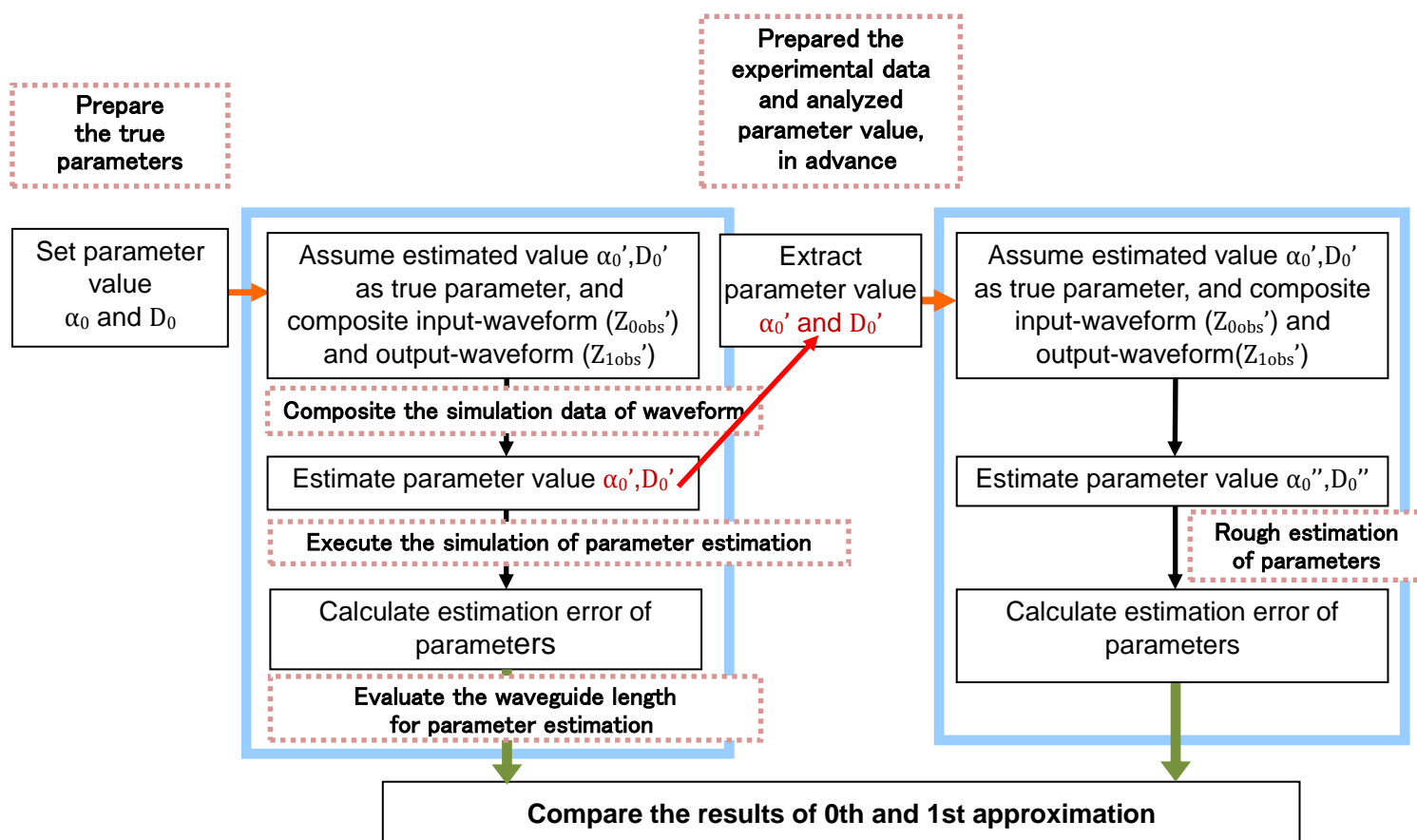


Fig.28

5. 結論 経験則の導出とその意味

以上、本論文のシミュレーションの総合的な成果として、PCF を用いた実験における最適な導波路の長さのべき乗則による決定法は、実験に利用する場合の概略は図 30 のように示される。各伝搬パラメータについて得られた実験式と、予想されるパラメータに基づいて、実験に用いる長さの THz 導波路を用意し、TDS 法による実験を行い、入力波と出力波を測定する。その波形からパラメータ推定値を計算し、予想パラメータ値との推定誤差を求め、さらに最適なカットバック長（導波路の長さ）を決定する。

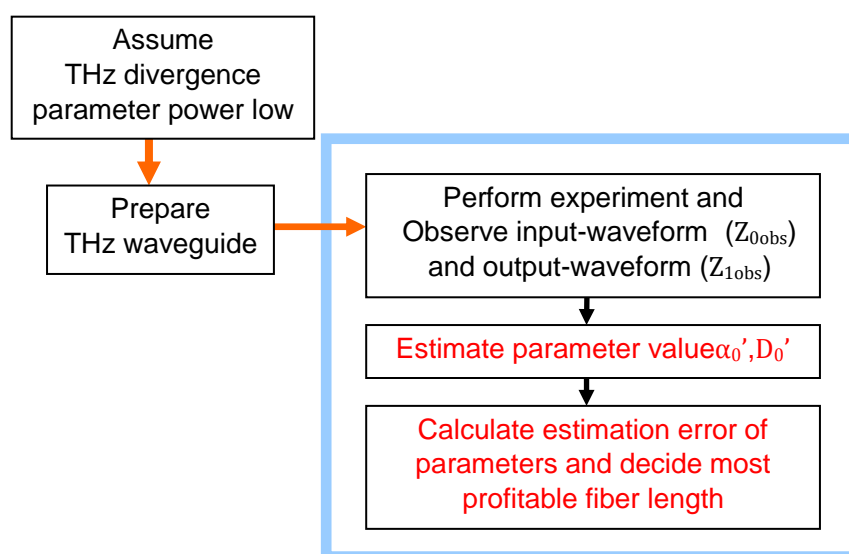


Fig.30 The usefulness of power low

1) テラヘルツ波導波路の伝搬パラメータ（分散・損失パラメータ）を計測するためにカットバック法による測定を行う場合、測定に用いる最適な導波路の長さに関して、伝搬パラメータを係数とする経験的なべき乗則が当てはめられることが、シミュレーションによって証明された。この基準により、導波路システムの正確な構築のために必要なファイバー長の評価が可能になった。

2) この数値的な技法は、純信号振幅に対して比較的大きな観測ノイズが存在する場合でも、有効であることが示された。

3) ここで示した方法は、電磁波の伝達を用いた導波路システムにおける、THz 周波数領域を含むさまざまな波長領域についての実験の限られた条件内の試行の際に、伝搬パラメータの評価手段として用いられることが期待される

Acknowledgements

本論文は筆者が総合研究大学院大学先導科学研究科光科学専攻博士後期課程に在籍中の研究成果をまとめたものである。同専攻教授石黒真木夫先生には指導教官として、研究の全体から詳細に至る熱心なご指導を戴いた。また同専攻教授（大阪大学レーザーエネルギー学研究センター）猿倉信彦先生には多くの本論文の細部にわたりご指導・助言を戴いた。ここに深謝の意を表す。また、研究全般にわたって日頃から有益な助言、助力を頂いた総合研究大学院大学石黒研究室の河合成治氏、小久保互氏、石渡元氏、および大阪大学レーザーエネルギー学研究センターの大学院生、学生の皆様に対して、感謝の意を表す。

参考文献

- 1) M. Goto, A. QUEMA, H. Takahashi, S. Ono and N. Sarukura: Jpn. J. Appl. Phys..Vol. 43, No. 2B, (2004)
- 2) D. H. Auston, K. P. Cheung and P. R. Smith: Appl. Phys. Lett. 45(1984) 284.
- 3) X.-C. Zhang, J. T. Darrow, B. B. Hu, D. H. Auston, M. T. Schmidt, P. Tham and E. S. Yang: Appl. Phys. Lett. 56 (1990) 2228.
- 4) K. Kawase, M. Sato, T. Taniuchi and H. Ito: Appl. Phys. Lett. 68(1996) 2483.
- 5) T. Birks, J. Knight and P. Russell: Opt. Lett. 22 (1997) 961.
- 6) R. F. Cregan, B. J. Mangan, J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Rusell, and P. J. Roberts, Science **285**, 1537 (1999).
- 7) T. M. Monro, D. J. Richardson, N. G. R. Broderick, and P. J. Bennett, J., Lightwave Technol. **17**, 1093 (1999).
- 5) G. Gallot, S. P. Jamison, R. W. McGowan and D. Grischkowsky: J. Opt. Soc. Am. B 17 (2000) 851.
- 6) R. Mendis and D. Grischkowsky: J. Appl. Phys. 88 (2000) 4449-4451.
- 7) H. Han, H. Park, M. Cho and J. Kim: Appl. Phys. Lett. 80 (2002) 2634.
- 8) K. Wang and D. Mitteleman, Nature, Vol. 432(2004)
- 9) McGowan, R. W., Gallot, G. & Grischkowsky, D, Opt. Lett. 24, 1017-1019 (1999)
- 10) S. P. Jamison, R. W. McGowan, and D. Grischkowsky, Appl. Phys. Lett. **76**, 1987 (2000).
- 11) 石川 顕・宮腰 研・凌 甦群・岡田 廣, 1994, 微動中の表面波検出のための空間自己

相関法とそのF-K法との比較, 地球惑星科学関連学会講演予稿集.

- 12) 石川 顕・宮腰 研・凌 甦群・岡田 廣, 1994, 微動探査法における周波数一波数ペクトル平均法の改良, 物理探査学会第90回学術講演会論文集.
- 13) 岡田 廣・凌 甦群・石川 顕・宮腰 研, 1993, 微動中の表面波と地震動による表面波の位相速度の推定と比較, 物理探査学会第89回学術講演会論文集.
- 14) 岡田 廣・石川 顕・凌 甦群 (北海道大学) 「大阪・兵庫地域の微動測定による基盤構造、地震波速度構造の調査」、平成8年(1996年)3月：北海道大学・建設省
- 15) CARLITO S. PONSECA JR. ' Development of Integrated Optics for First Principle Analysis of Terahertz Spectrum of Some Biomolecules' ,

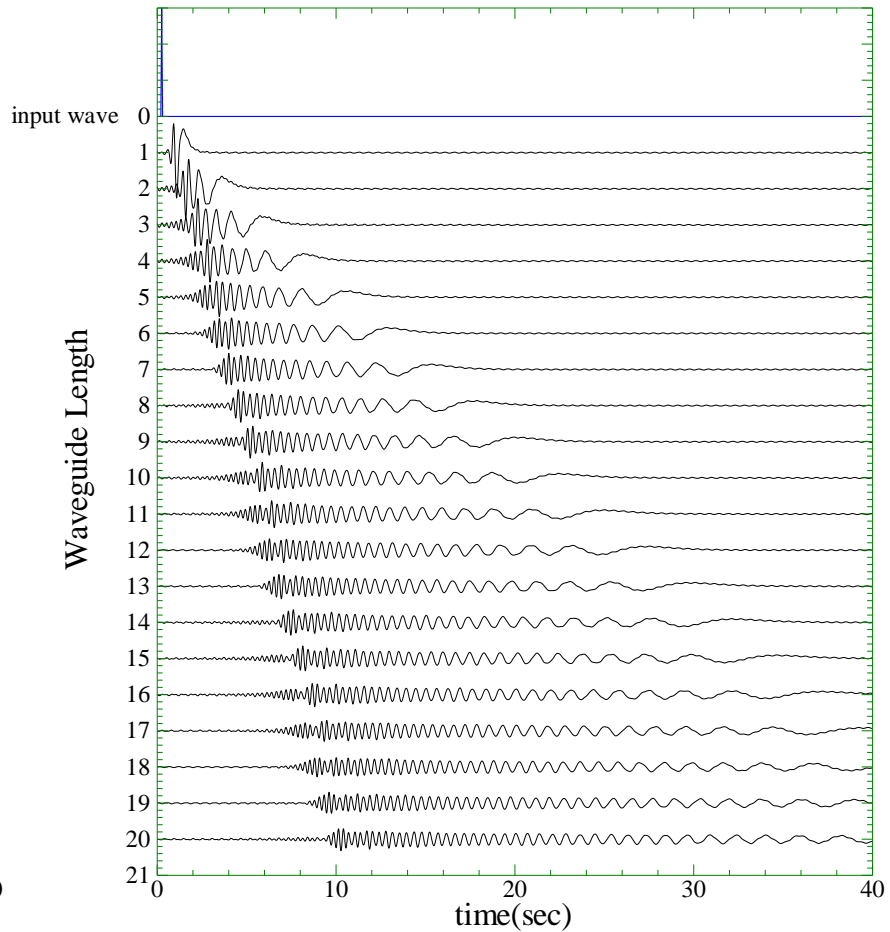
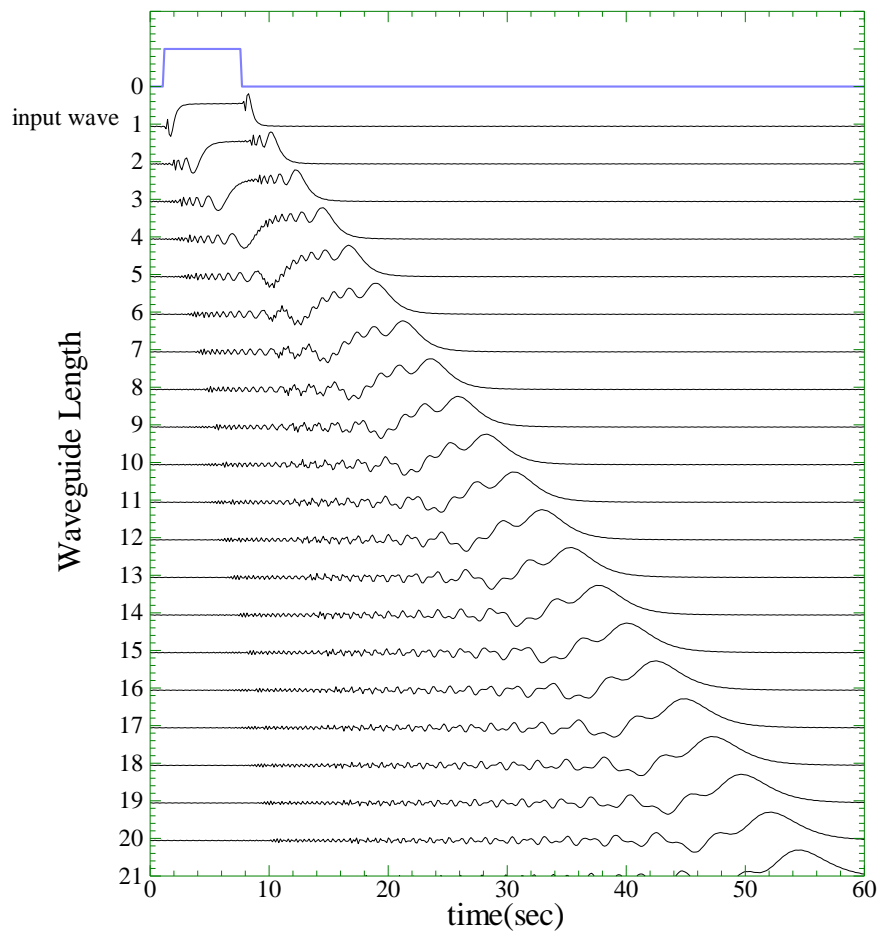


Fig.1 分散する波動の伝搬例 矩形波(左)とパルス波(右)の場合

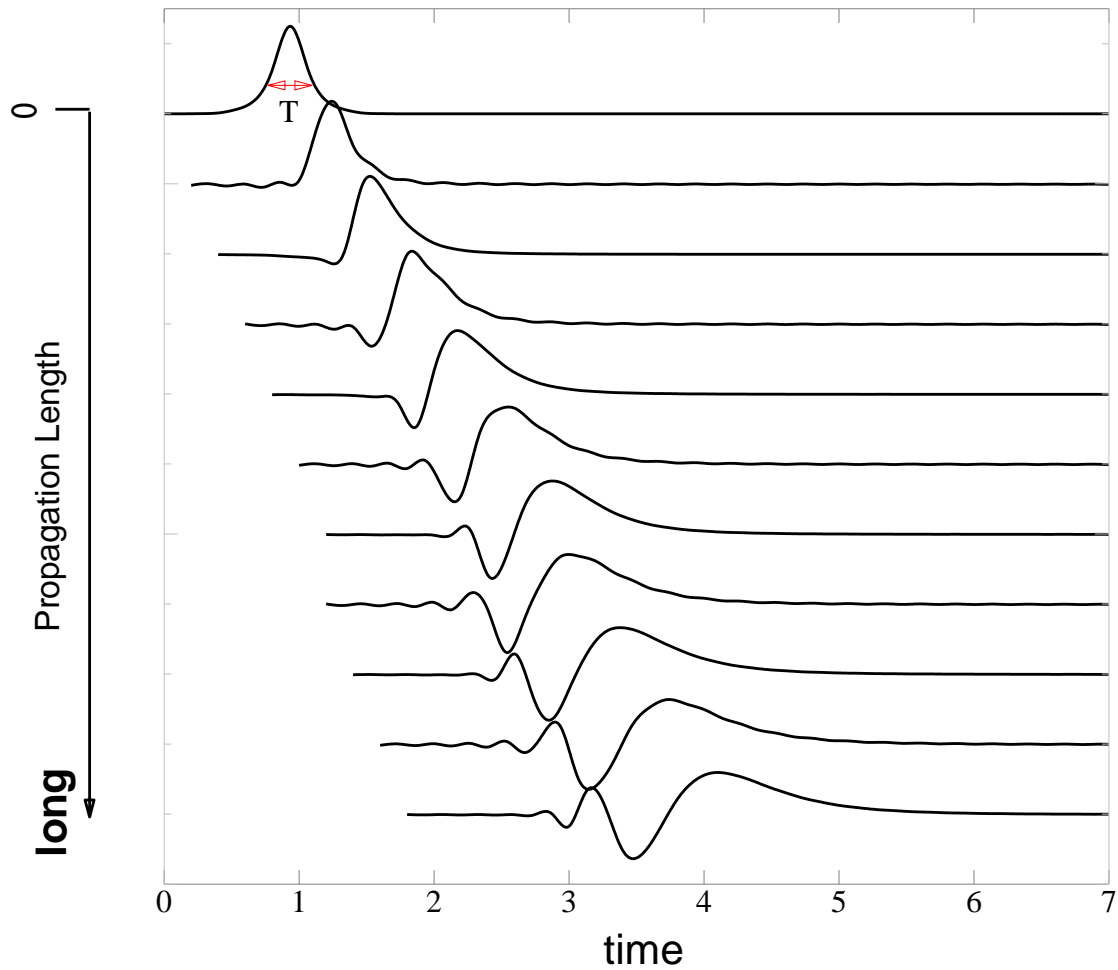


Fig.2 パルス波が分散波動場を伝搬する場合の、波形
(パルス幅)の伝搬距離による距離変化

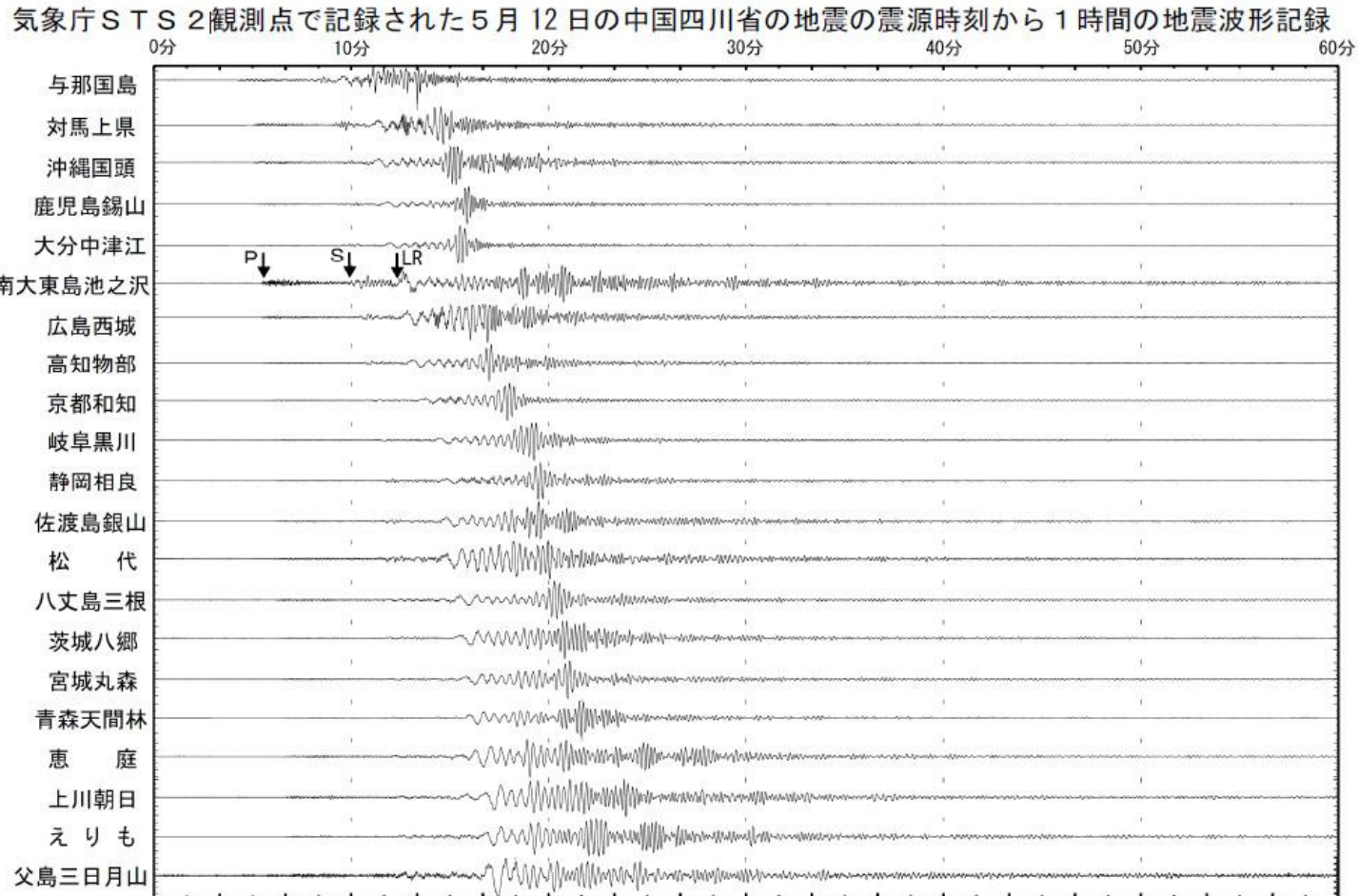
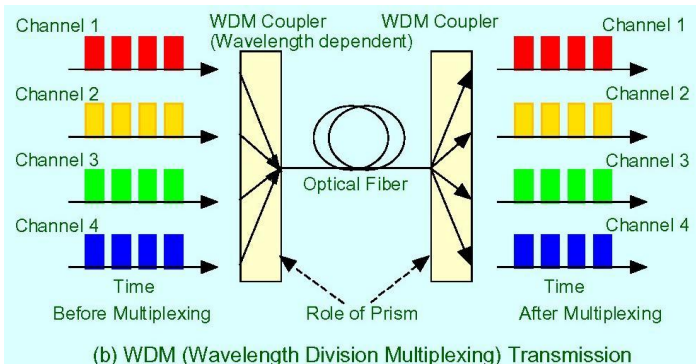
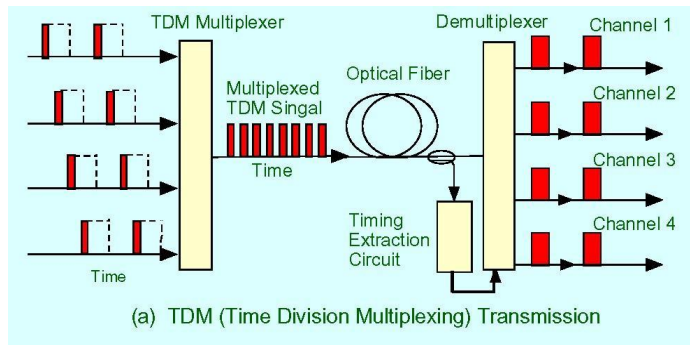


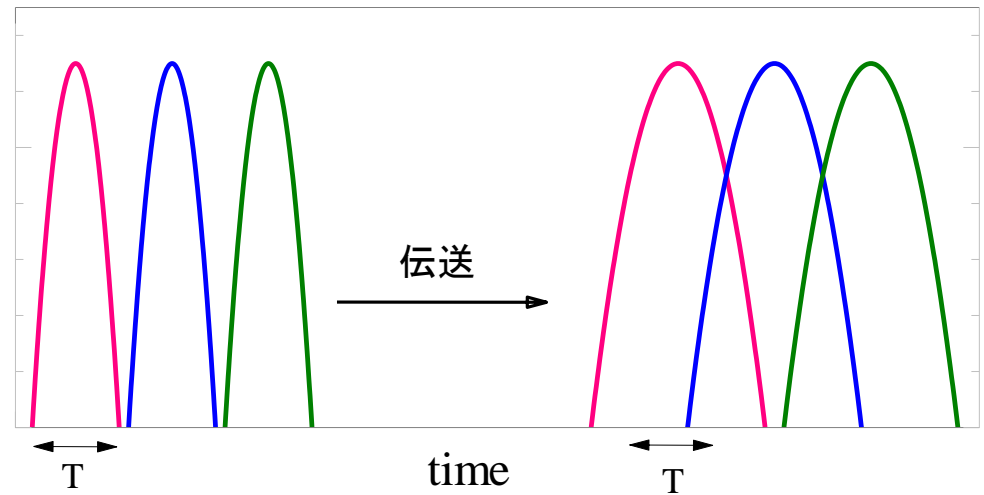
Fig.3 分散する波動の具体例(1)地震波(表面波)の伝搬



(a)波長分割多重 (Wave and Domain Multiplexing) による信号送信方法



(b)時間分割多重 (Time Domain Multiplexing) による信号送信方法



(c)TDMによる信号送信で、導波路が分散性を示す場合

Fig.4 分散する波動の具体例(2)光ファイバーケーブルによる信号通信の例

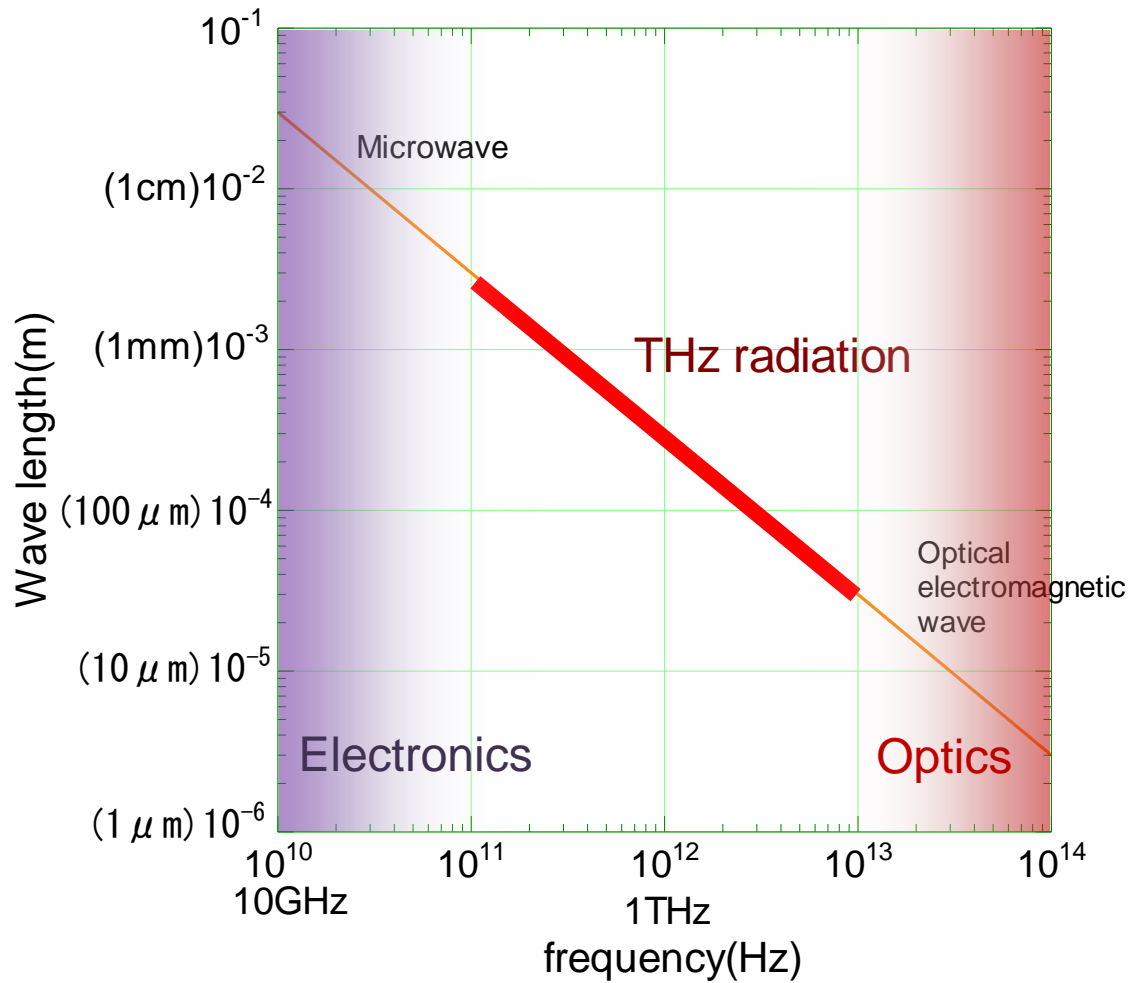
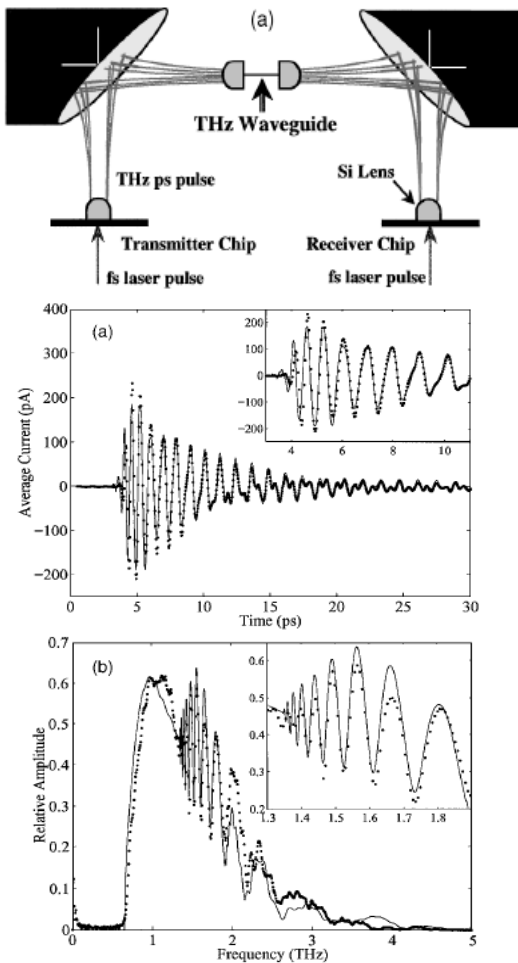


Fig.5 THz波の波長と周波数の範囲
 実線は電磁波の周波数(Hz)と波長(m)の関係、赤太線がThz波の範囲を示す。

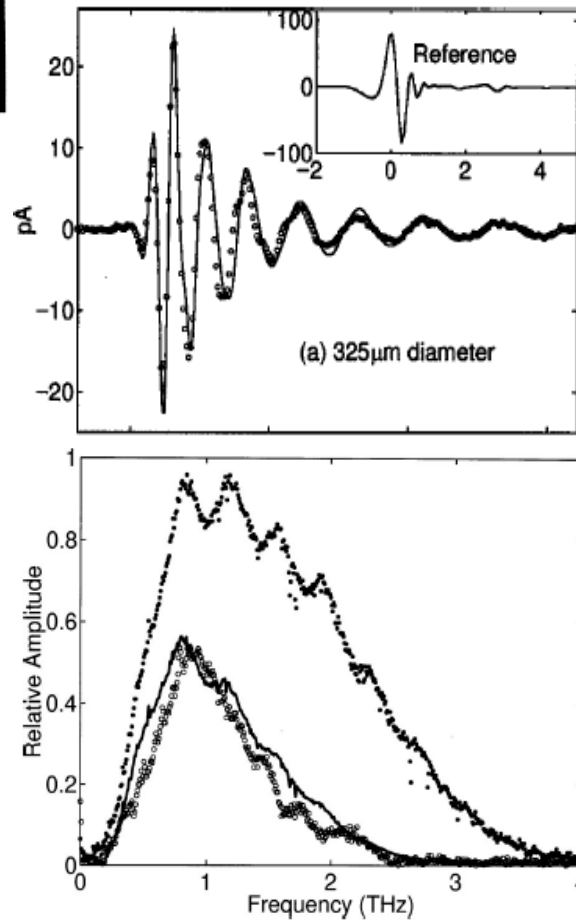
Quoted from Grischkowsky *et al.*

Metal tube



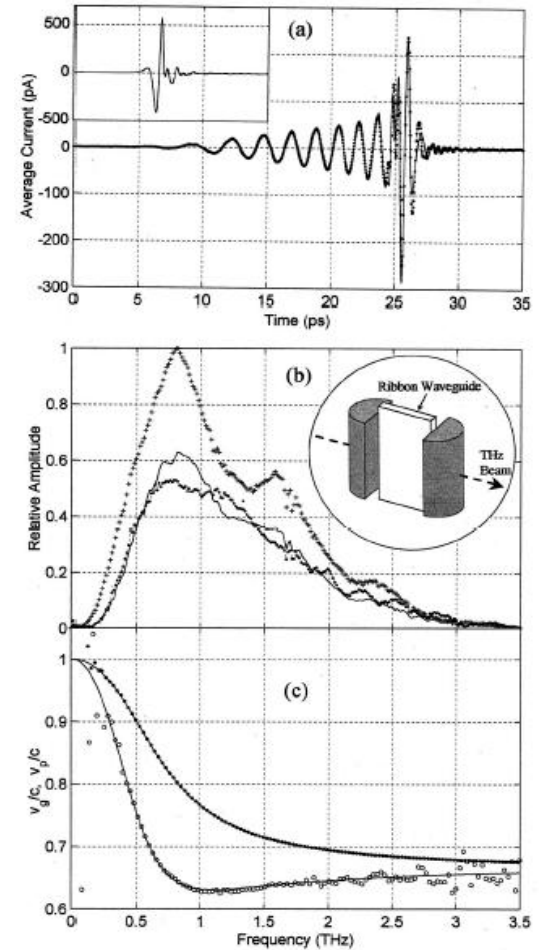
OL 24, 1431 (1999)

Sapphire fiber



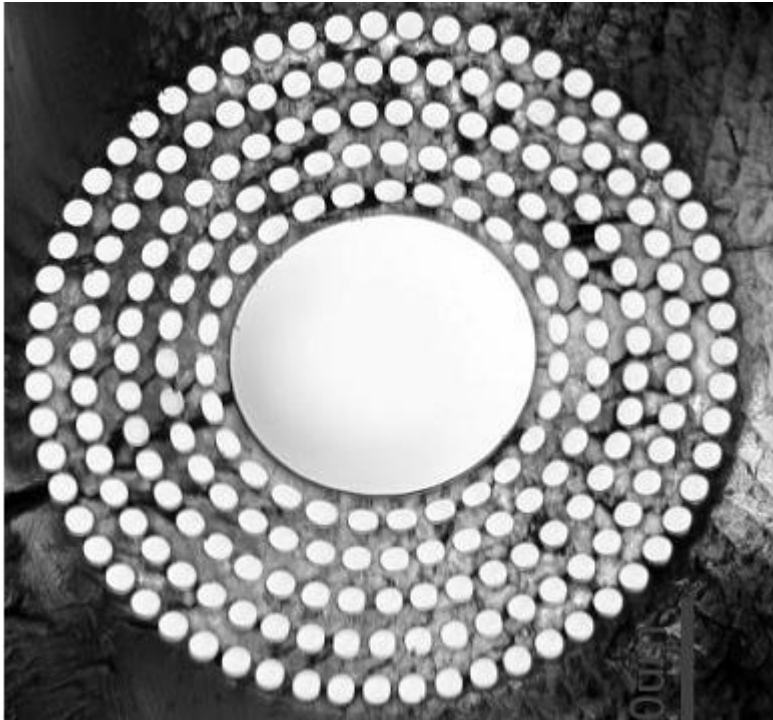
APL 76, 1987 (2000)

Plastic ribbon

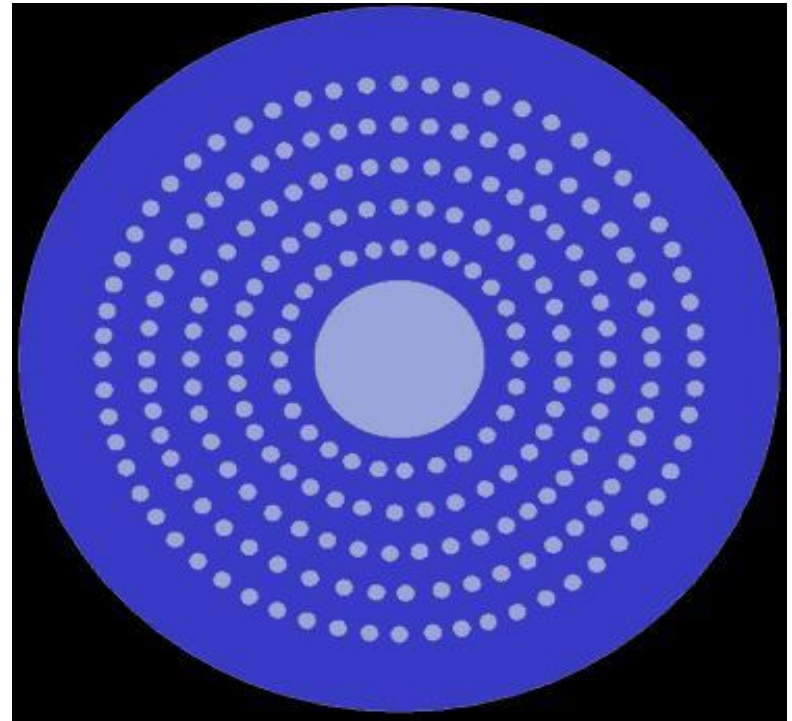


JAP 88, 4449 (2000)

Fig.6 THz波の導波路伝播実験の例(実験装置・波形とスペクトル) Grischkowsky *et al.*によるまとめより(a)金属チューブ(b)サファイア(c)プラスチック製ファイバーの場合



(a)Micrograph of the fiber's preform



(b)Idealized structure (FDTD input)

Fig.7 フォトニック・クリスタル・ファイバーの断面
(a)写真と (b)理想的な構造

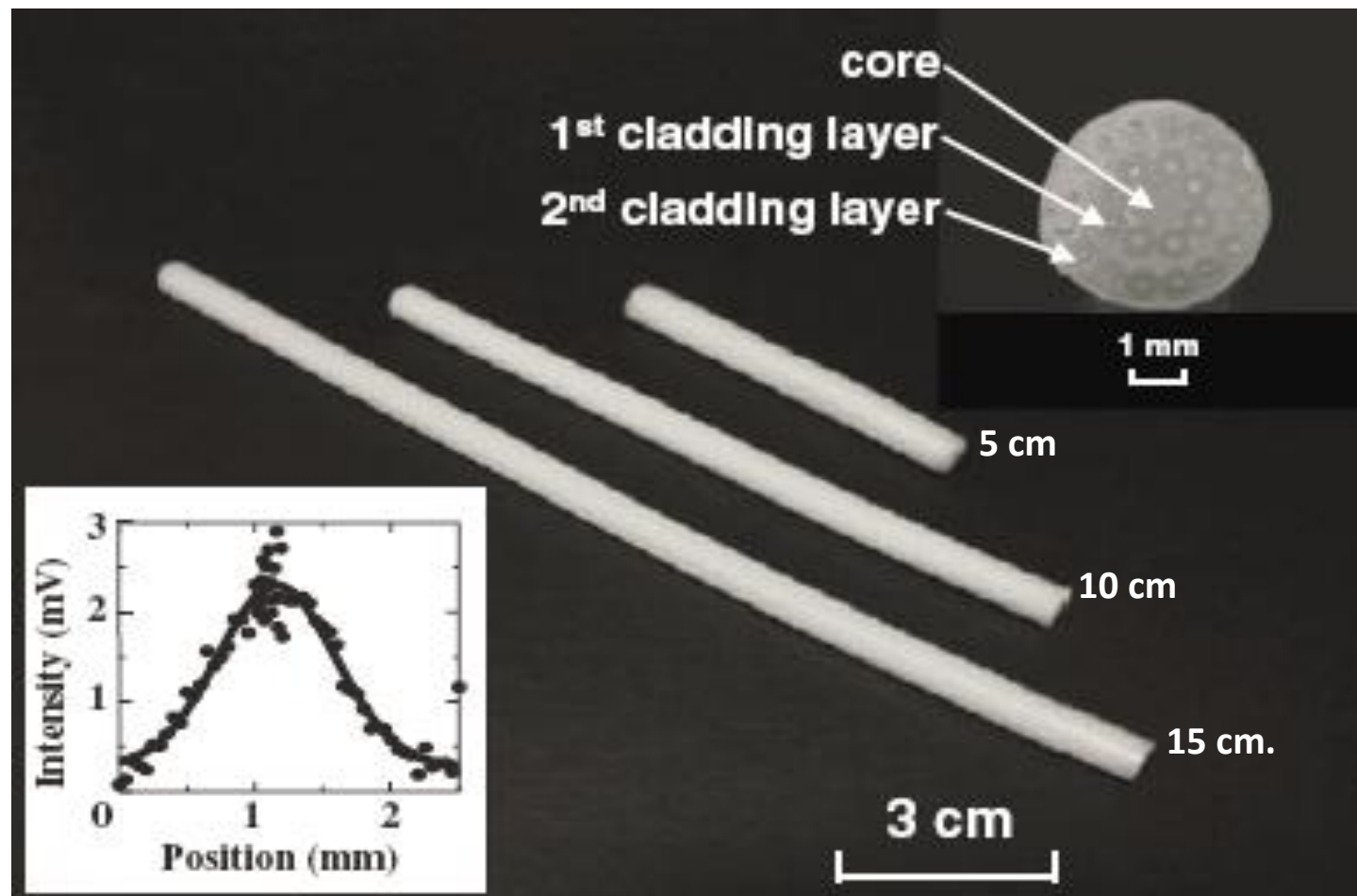


Fig.8 導波路の伝搬特性を調べるためのTDS法実験に用いるための、フォトニック・クリスタル・ファイバー(左下はファイバー表面からの位置と伝搬強度(Intensity)の関係)

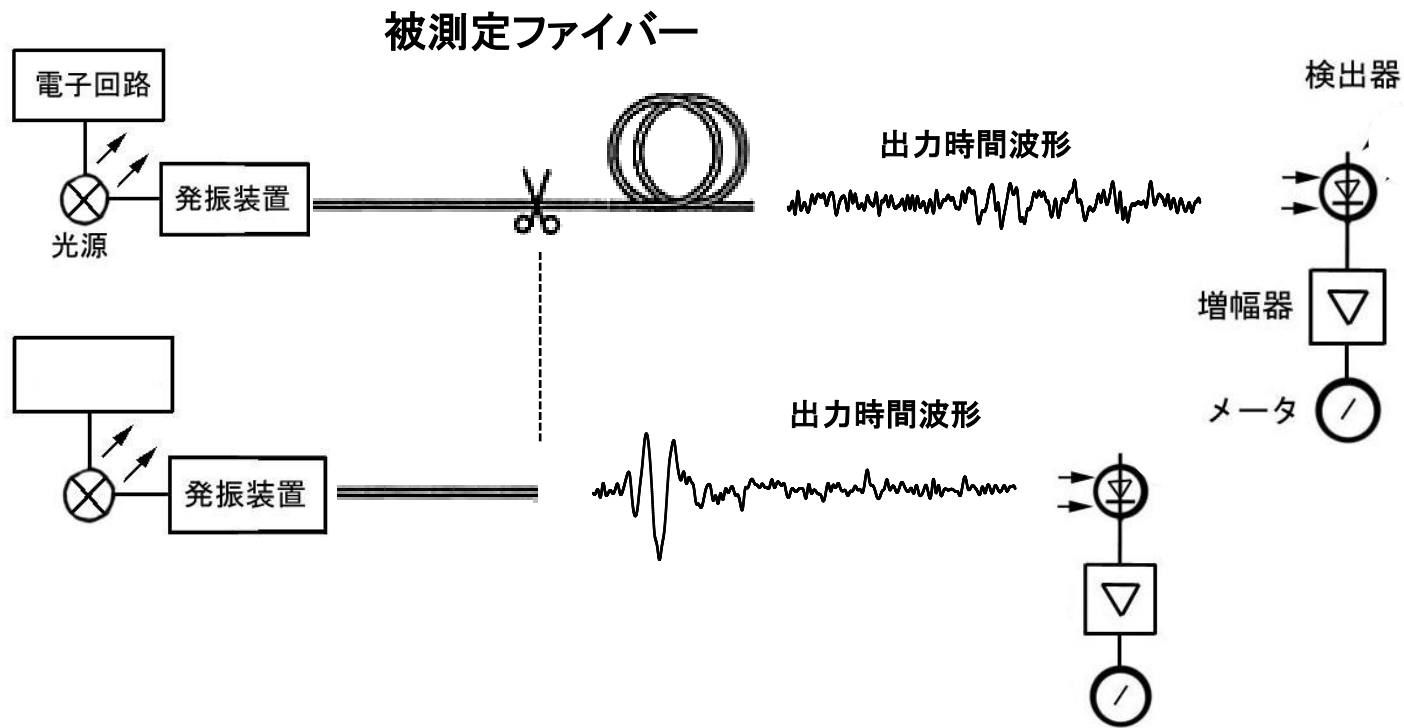


Fig.9 カットバック法による導波路伝搬特性測定
実験の概略図

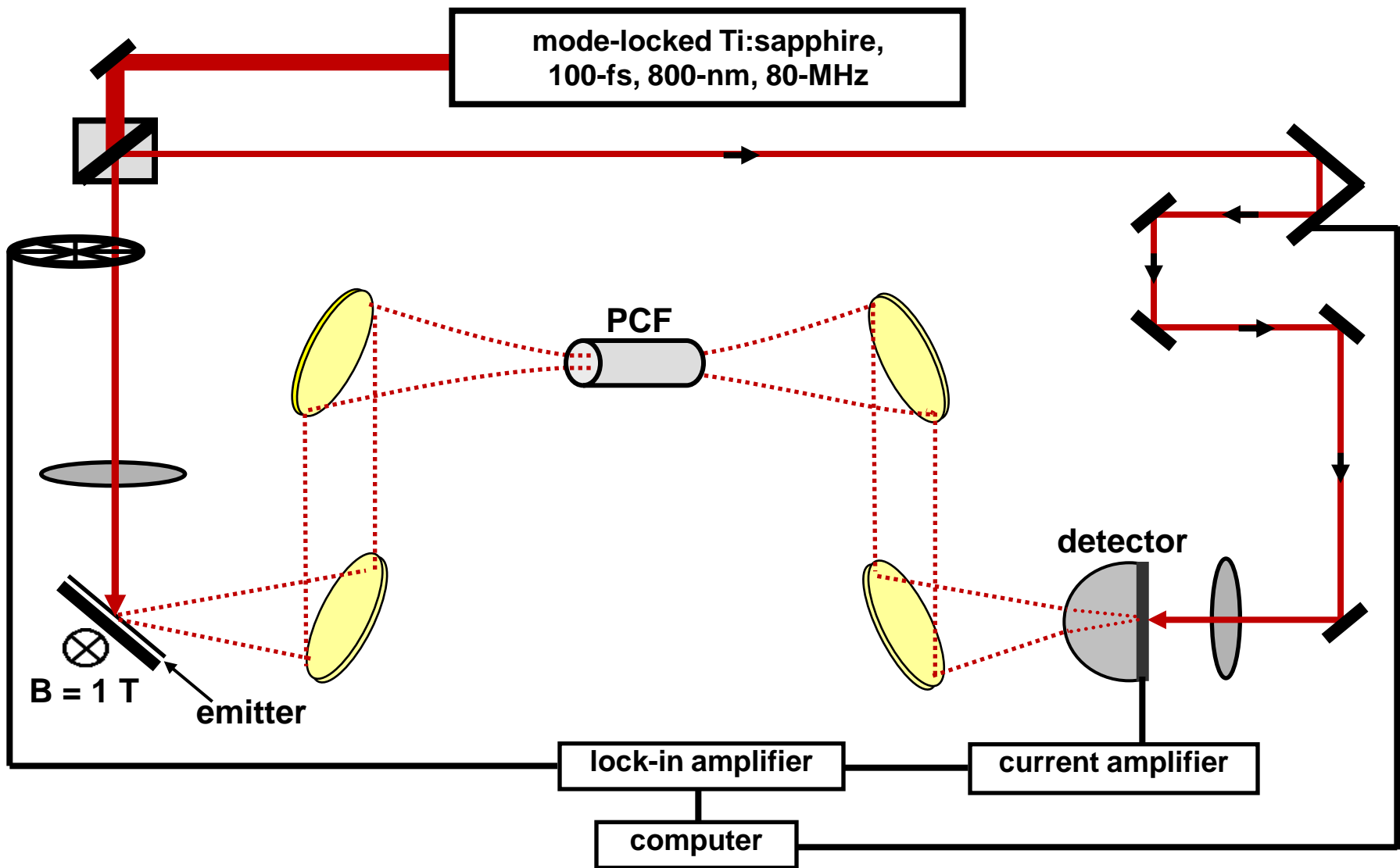


Fig.10 TDS(Time Domain Spectroscopy)法の実験装置の概略図

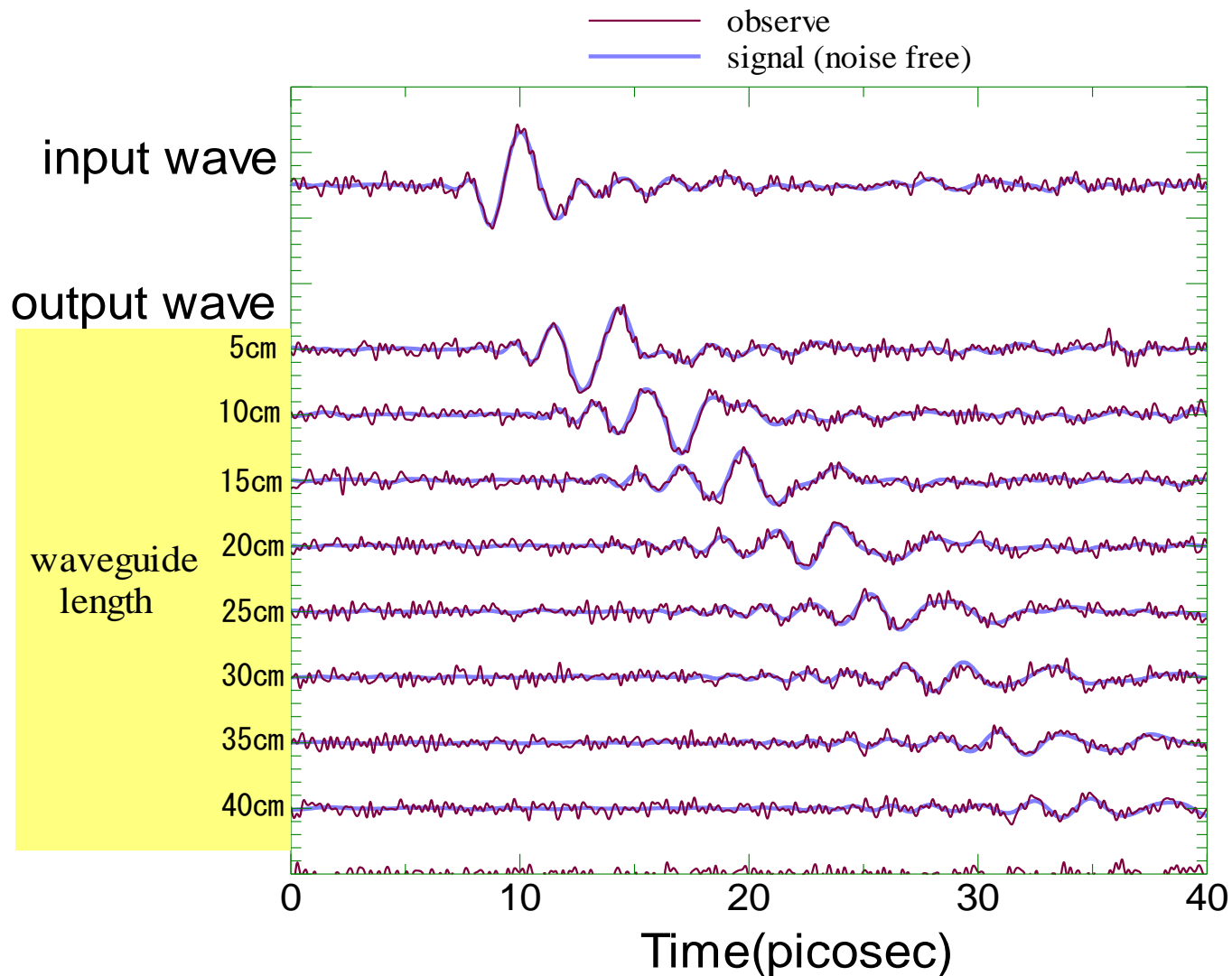
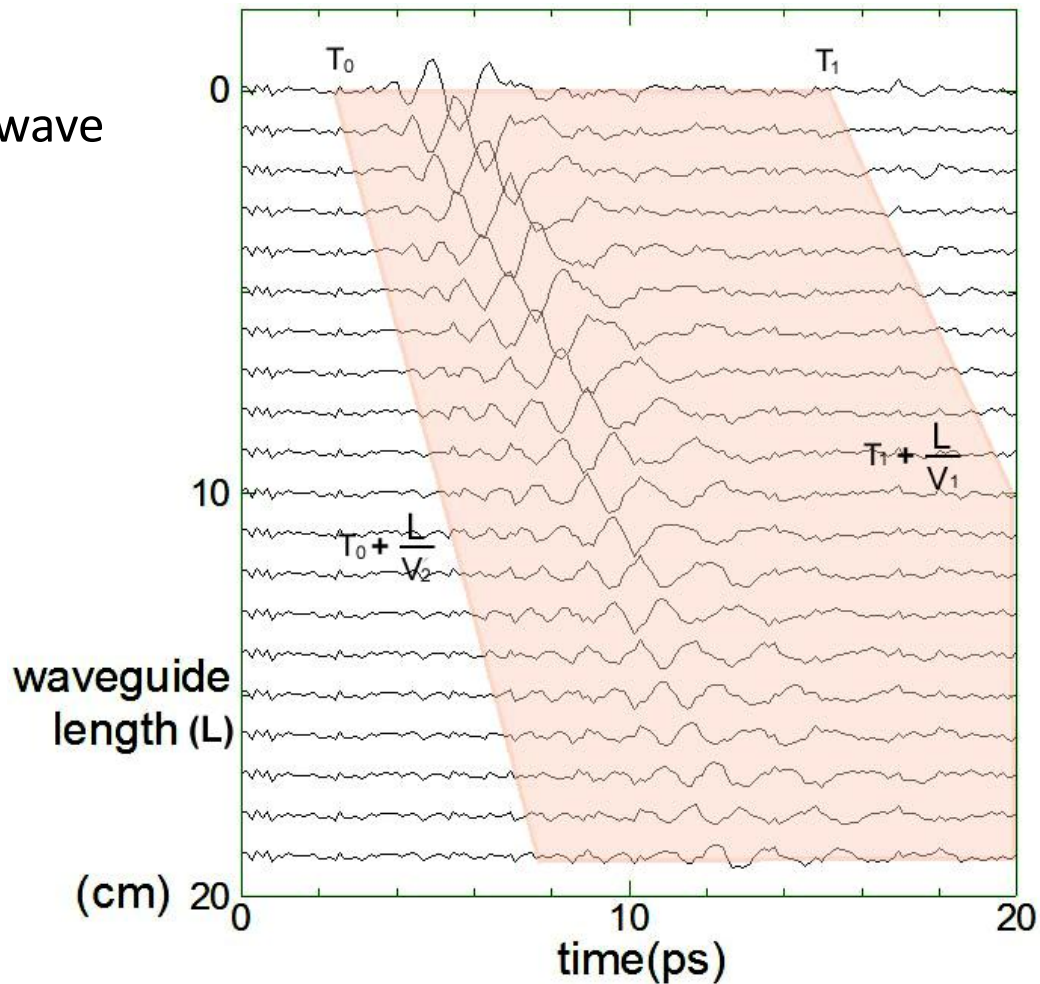


Fig.12 分散と減衰(エネルギー損失)性質を示す導波路を、THz波の信号が伝搬する例。最上段の入力波形に対し、各導波路長の出力波形を示す。ノイズを含まない純信号波形(青線)に対して観測波形は無相関のノイズが加わった波形(紫線)になる。

Input wave



V_1 : minimum phase velocity of waveguide
 V_2 : maximum phase velocity of waveguide

Fig.13 導波路伝搬特性を計算する時の、入力・出力波形の解析時間ウィンドウの範囲(赤アミ部分)。入力波のウィンドウ範囲 $T_0 \sim T_1$ に対して、出力波のウィンドウ範囲は $T_0 + (L/V_2)$ から $T_1 + (L/V_1)$ まで、になる。

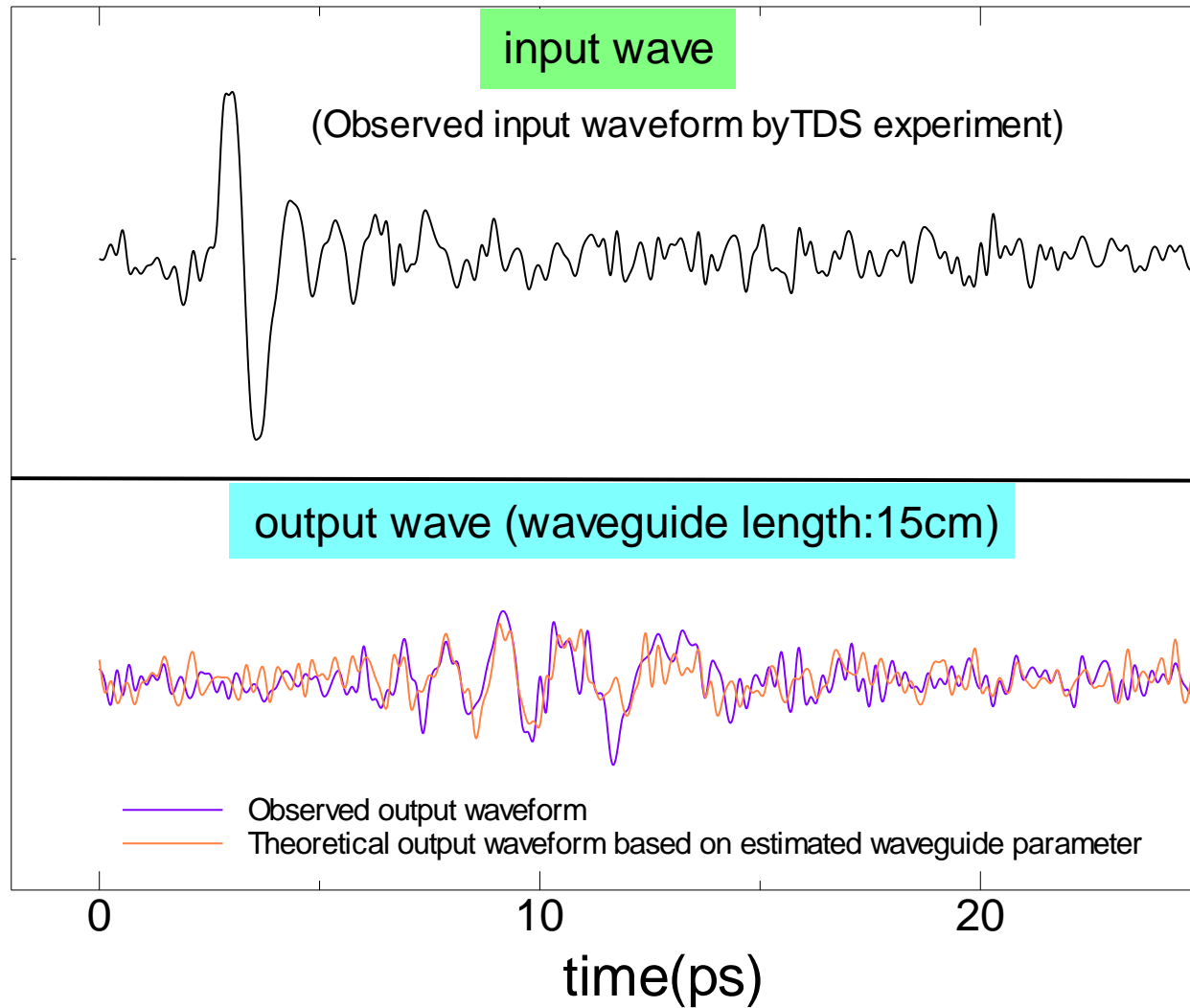
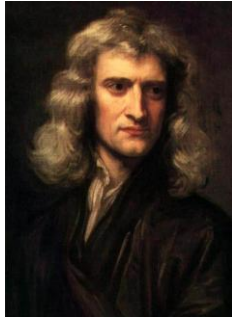


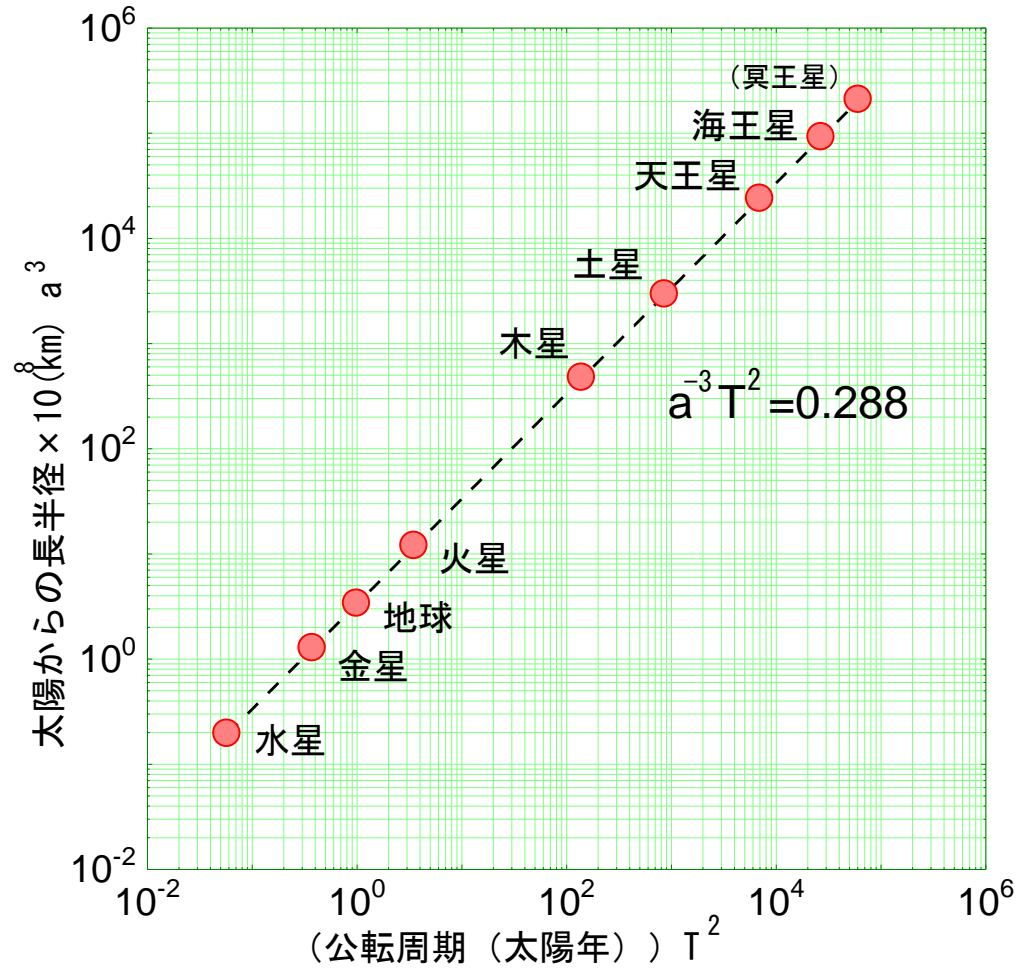
Fig.14 TDS法によるTHz波の導波路入出力実験波形から、伝搬パラメータを推定するための時間波形のフィッティングの例。



(a) Johannes Kepler;
(1571-1630)



(b) Sir Isaac Newton;;
(1642 -1727)



(c) ケプラーの第3法則

Fig.15 (c)ケプラーの第3法則に示される、惑星の公転周期 T と、公転半径 a の関係。赤丸は観測された測定値、点線はべき乗則による実験式を示す。

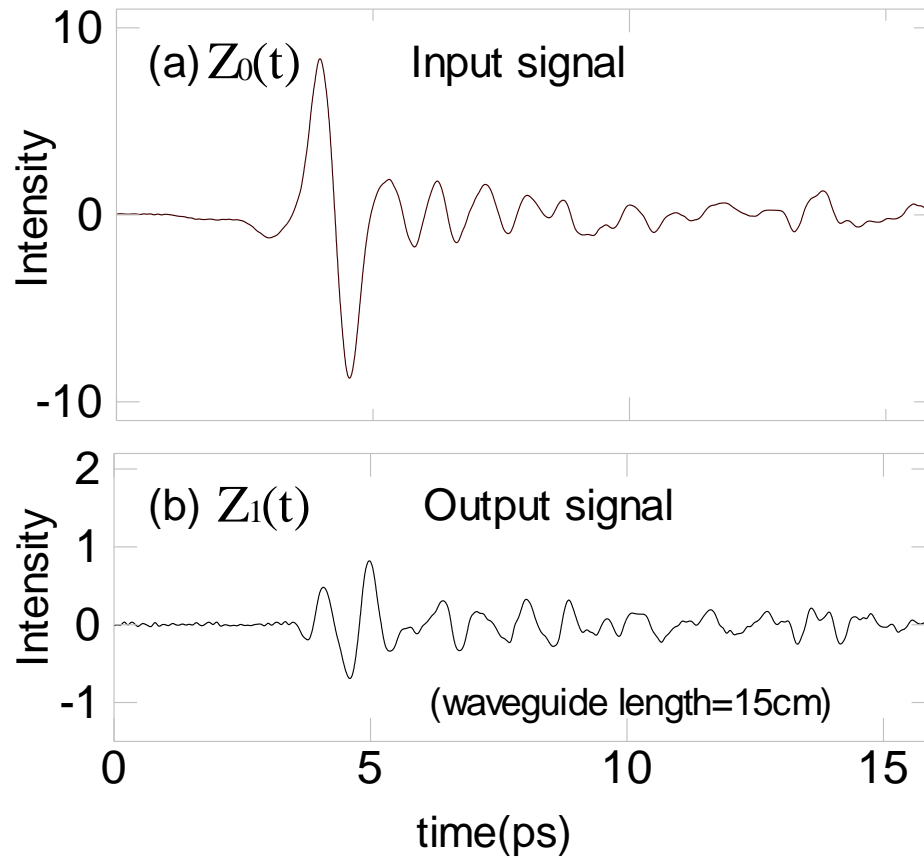


Fig.16 TDS法によるPCFを用いた実験測定時間波形
(ファイバーの長さは15cm)。(a)入力波と(b)出力波

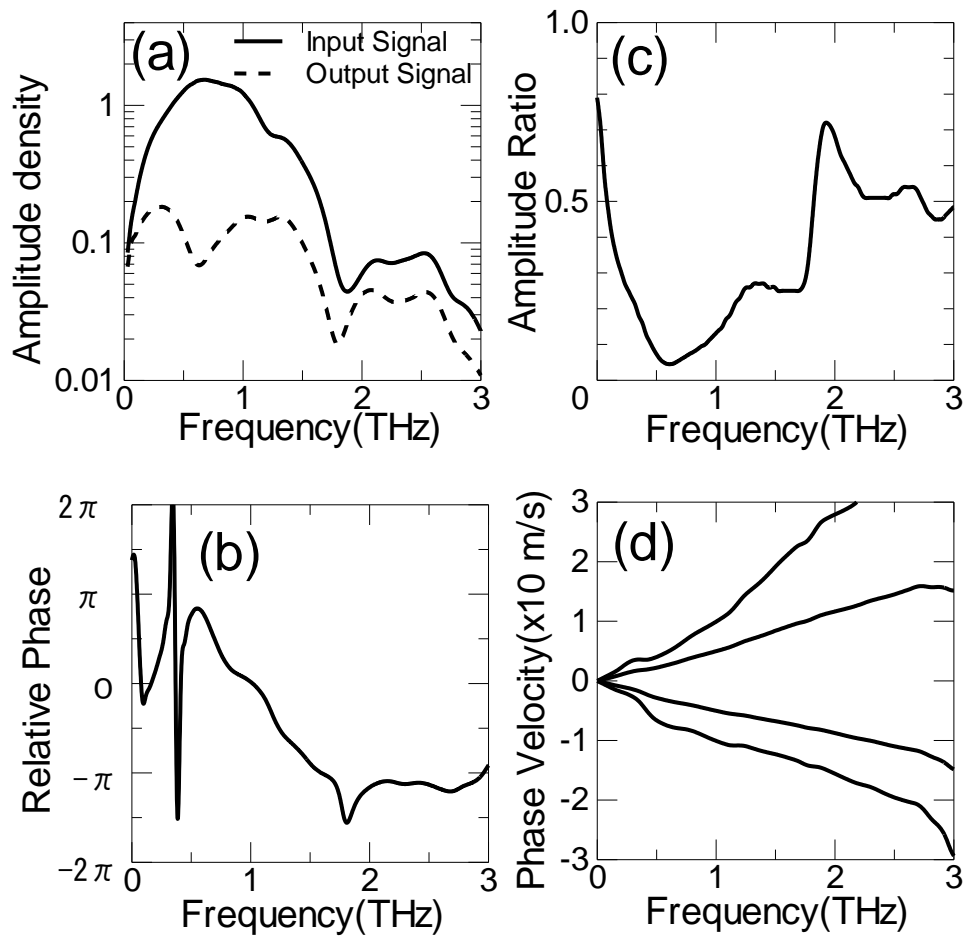


Fig.17 Fig16の実験波形のフーリエ解析の結果

(a)入力波、出力波の振幅スペクトル (b)入力波と出力波の位相差スペクトル (c)〈出力波／入力波〉の振幅比のスペクトル (d)位相速度(位相差スペクトルと導波路長さから推定)

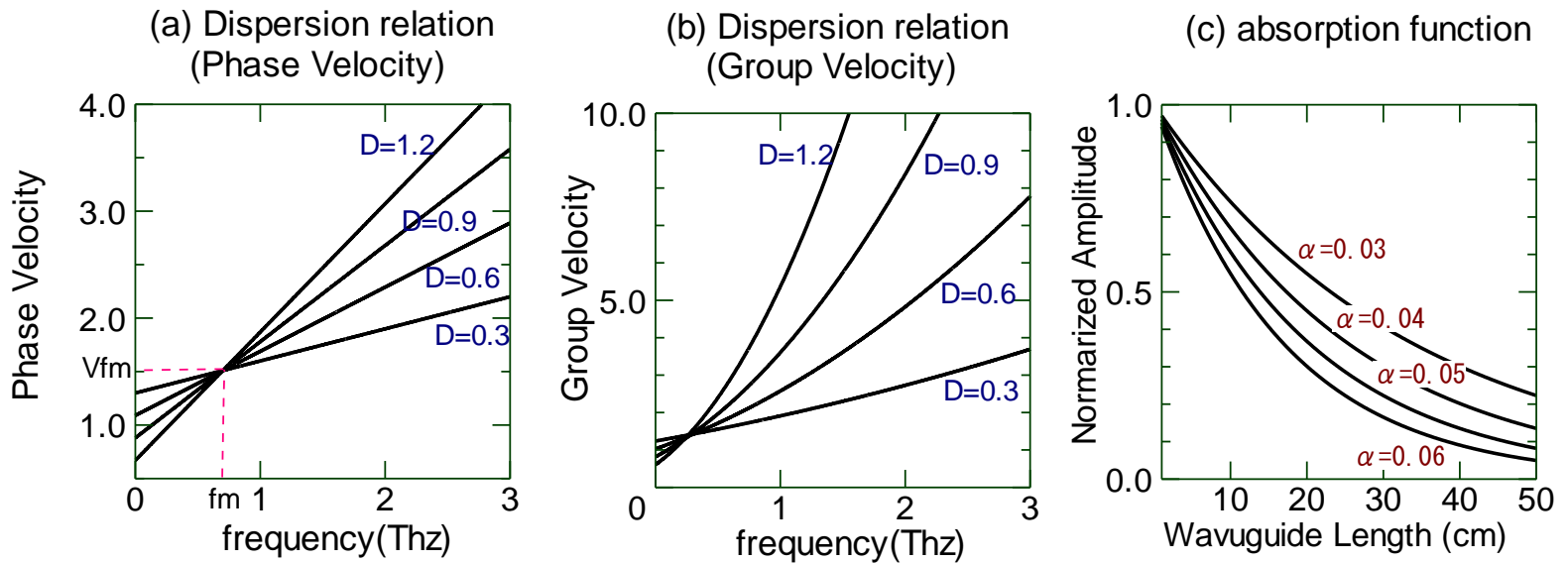


Fig.18 シミュレーションで用いる分散と減衰のモデル。(a)位相速度 (b)群速度の周波数変化(分散関数)、および (c)振幅の距離減衰の効果(エネルギー損失関数)

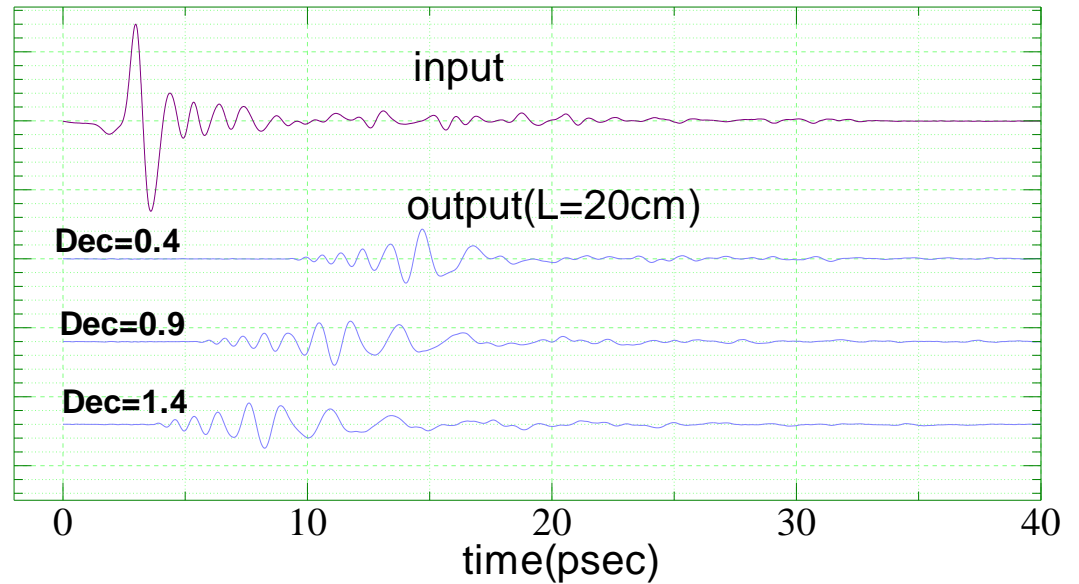
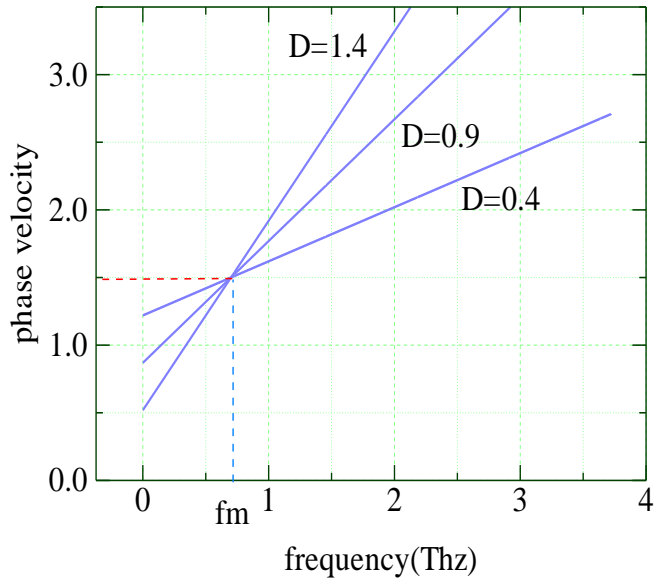


Fig.19 シミュレーション波形の例:分散関数のパラメータDが変化した場合 ($D= 0.4、0.9、1.4$) の、同一入力波に対する出力波(導波路長 20cmとして計算した場合)

(a) simulated signal and Random noise

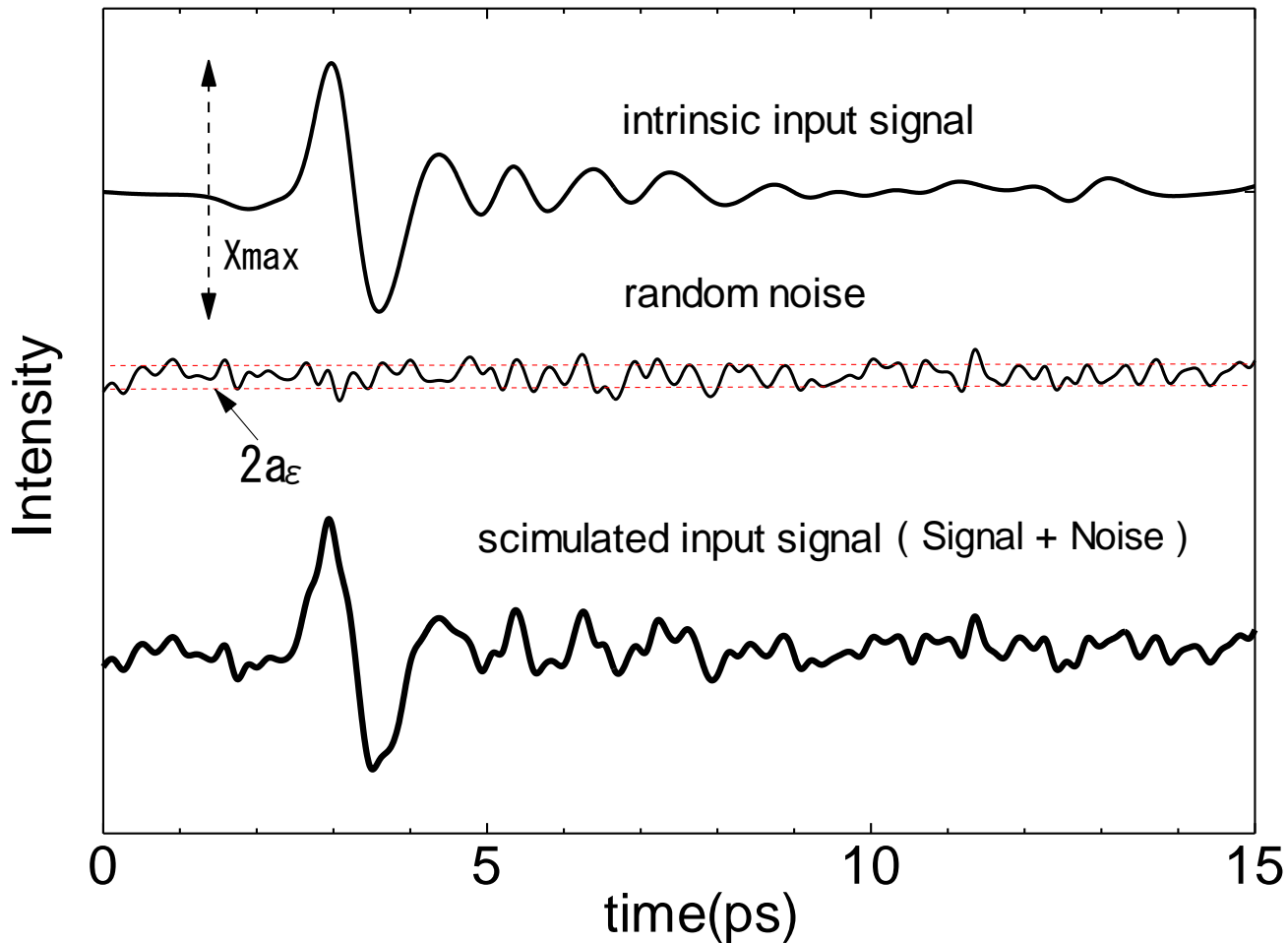


Fig.20(a) シミュレーション波形の観測ノイズの付加。

(上段)ノイズを含まない純信号波形 X_{max} は最大振幅 (中段)白色ノイズ ϵ は標準偏差 (下段) 純信号波形とノイズを足し合わせた疑似観測波形

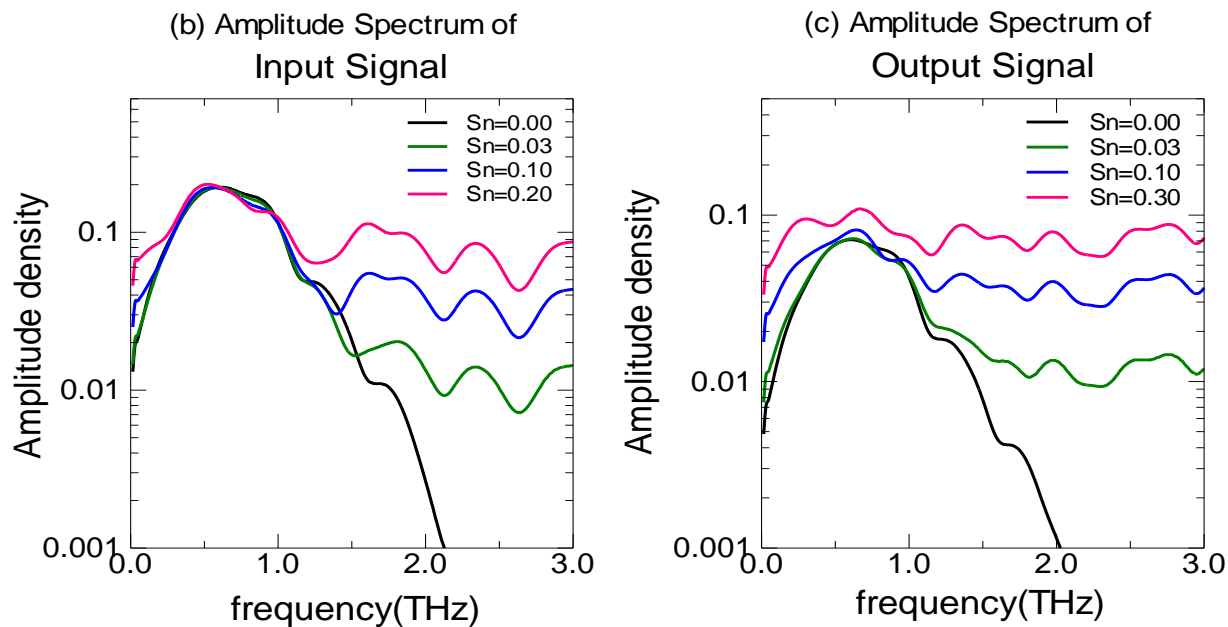


Fig.20(b) 観測ノイズを付加したシミュレーション波形の振幅スペクトル (b:入力波形 c:出力波形)。それぞれ、ノイズを含まない場合(黒)と相対ノイズ振幅を $S_n=0.03$ 、 0.10 、 0.20 とおいた場合

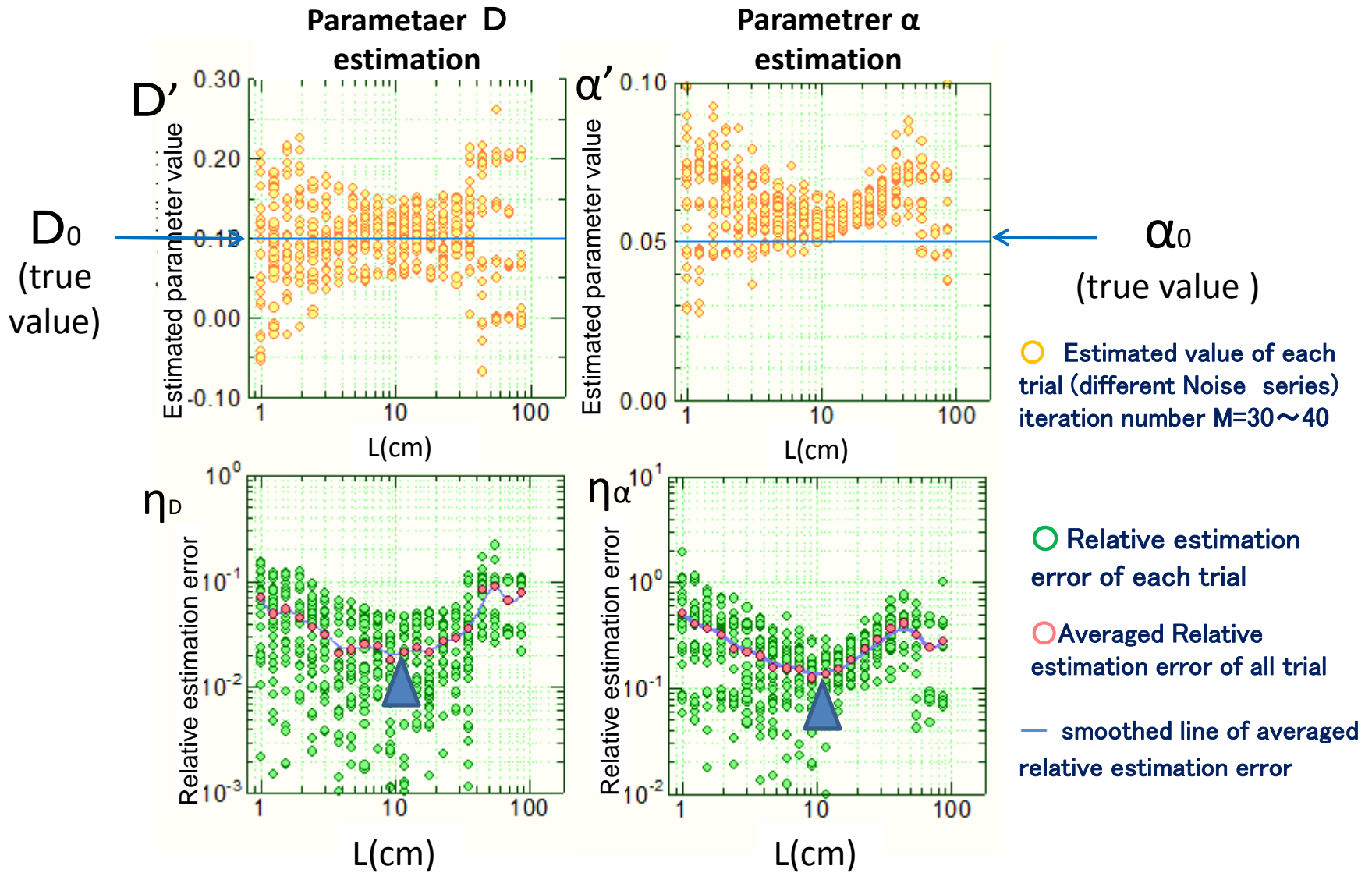


Fig.22 シミュレーションによるパラメータの推定値(上段)と相対推定誤差(下段)。左が分散関数パラメータ(D)、右が損失パラメータ(α)。各々、付加ノイズのパターンを変えて40回の試行を行った。下段の赤丸は40回の平均値と平滑化した曲線。▲は平滑化曲線から読み取った、パラメータ誤差の極小値。

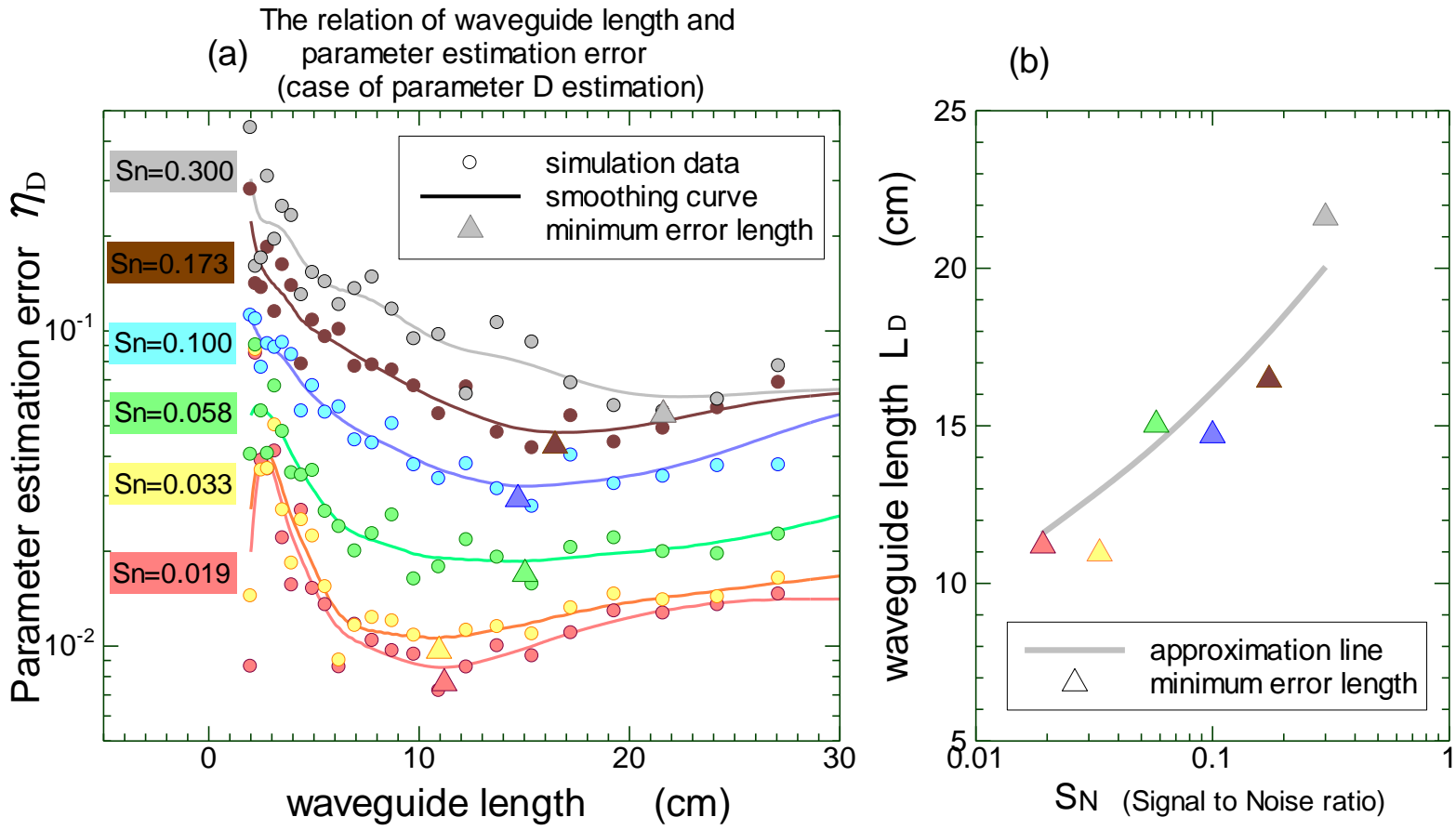


Fig.23 (a)あるパラメータについての、相対推定誤差の導波路長による変化曲線。またその曲線のもう一つのパラメータによる変化。この図は推定するパラメータはD(分散パラメータ)の推定誤差の距離変化が別パラメータ S_n によって変化する例を示す。丸はノイズのパターンを変えた各40回の試行の平均値、実線は平滑化した近似曲線。
(b)左図(a)から読み取ったパラメータ推定誤差の最小となる導波路長を、各パラメータ S_n の値についてプロットした図。

(a) The most appropriate waveguide length parameter α (Absorption coefficient) estimation

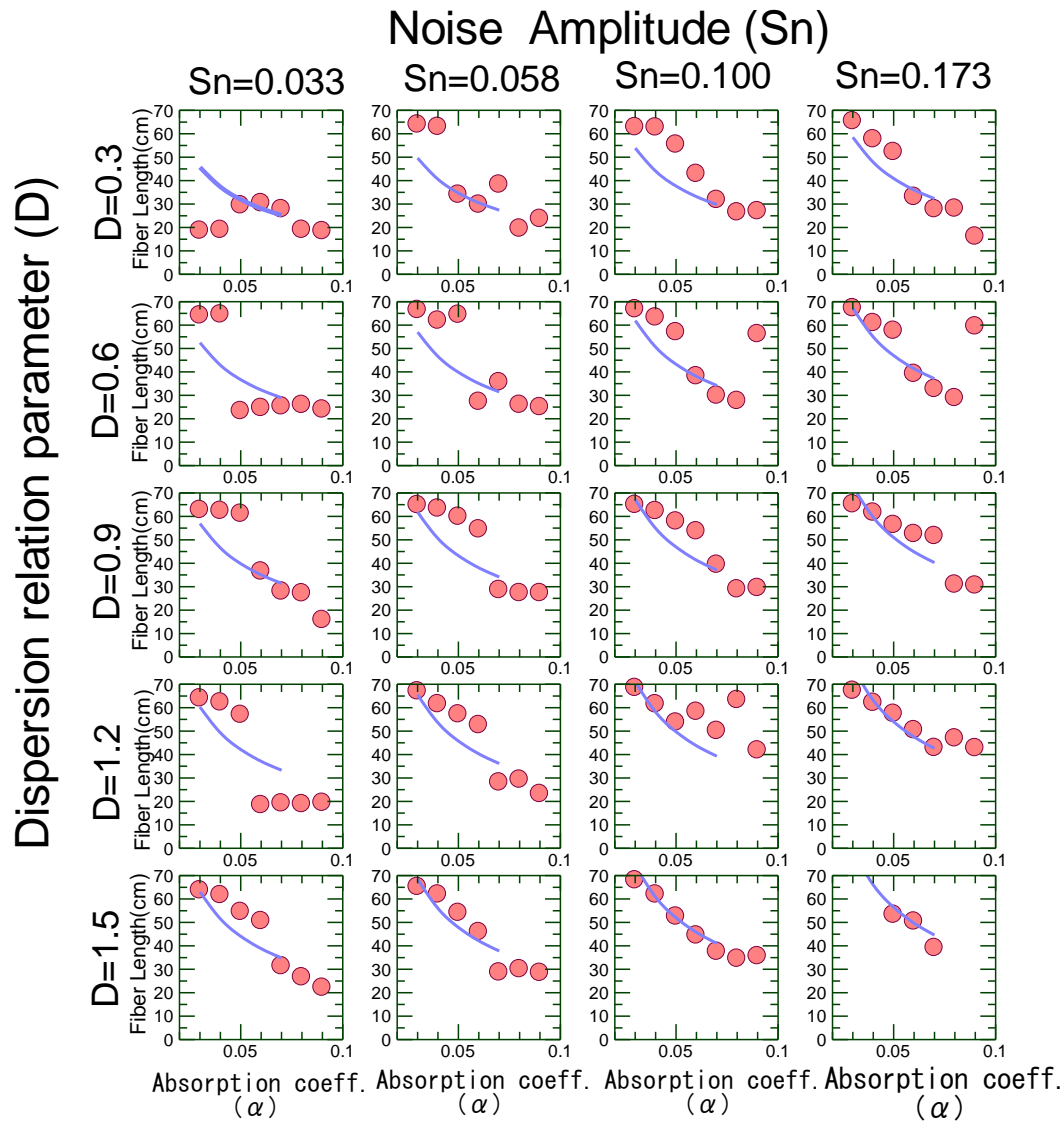


Fig.25

減衰パラメータ α についての、べき乗則の実験式へのあてはめ
シミュレーションの結果から推定した最適導波路長(パラメータ推定誤差が最小になる長さ)の、各パラメータD(縦5種類)、 S_n (横4種類)、 α (各図横軸7種類)についての計算値(赤丸)、および、結果をべき乗則にあてはめた場合の近似曲線(青線)。
各係数は、 $\alpha_1=-1.4$ 、 $V_1=0.4$ 、 $Z_1=0.3$ 。

● Waveguide length of minimum estimation error
— empirical formula ($\alpha_1=-1.4$, $V_1=0.4$, $Z_1=0.3$)

(b) The most appropriate waveguide length parameter D(dispersion relation) estimation

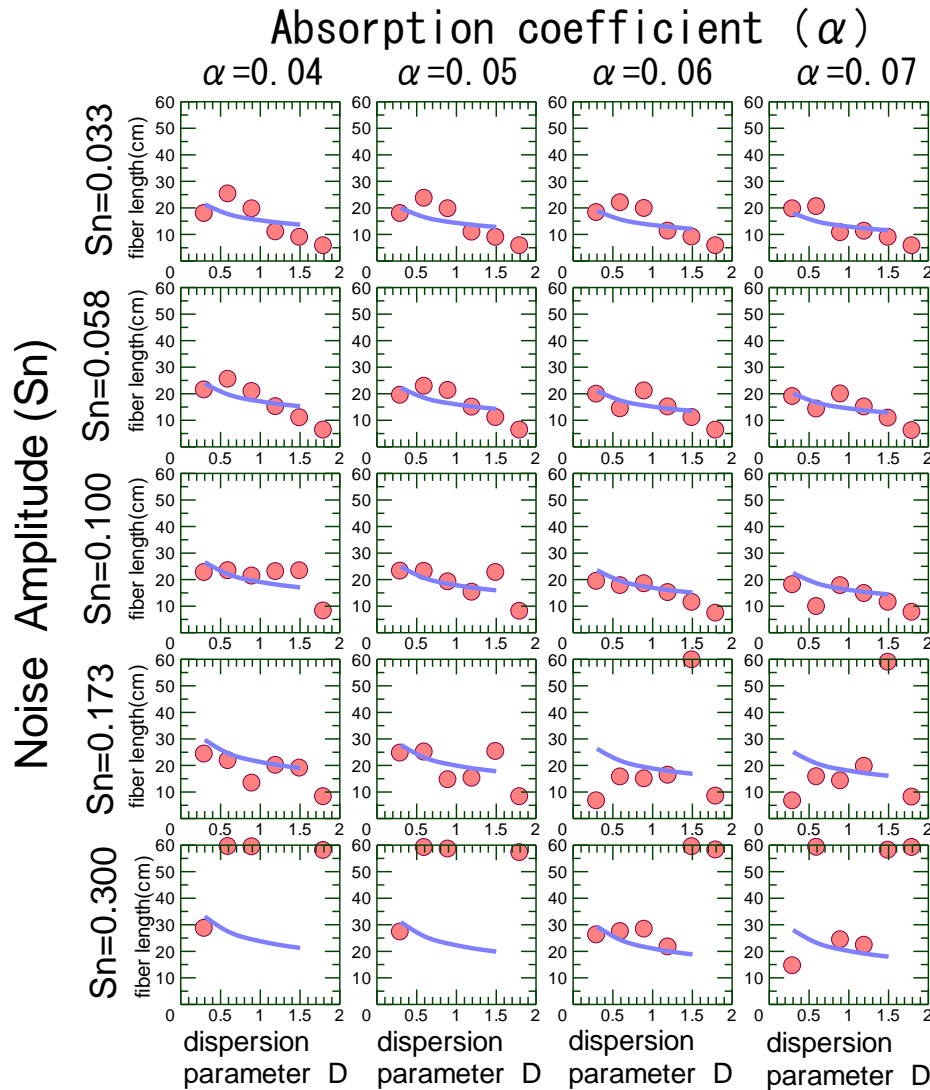


Fig.25

分散パラメータDについての、べき乗則の実験式へのあてはめ

シミュレーションの結果から推定した最適導波路長(パラメータ推定誤差が最小になる長さ)の、各パラメータD(縦5種類)、Sn(横4種類)、 α (各図横軸7種類)についての計算値(赤丸)および、結果をべき乗則にあてはめた場合の近似曲線(青線)。

各係数は、 $\alpha_1=-0.30$ 、 $V_1=-0.28$ 、 $Z_1=0.20$ 。

● Waveguide length of minimum estimation error
 — empirical formula ($\alpha_1=-0.30$, $V_1=-0.28$, $Z_1=0.20$)

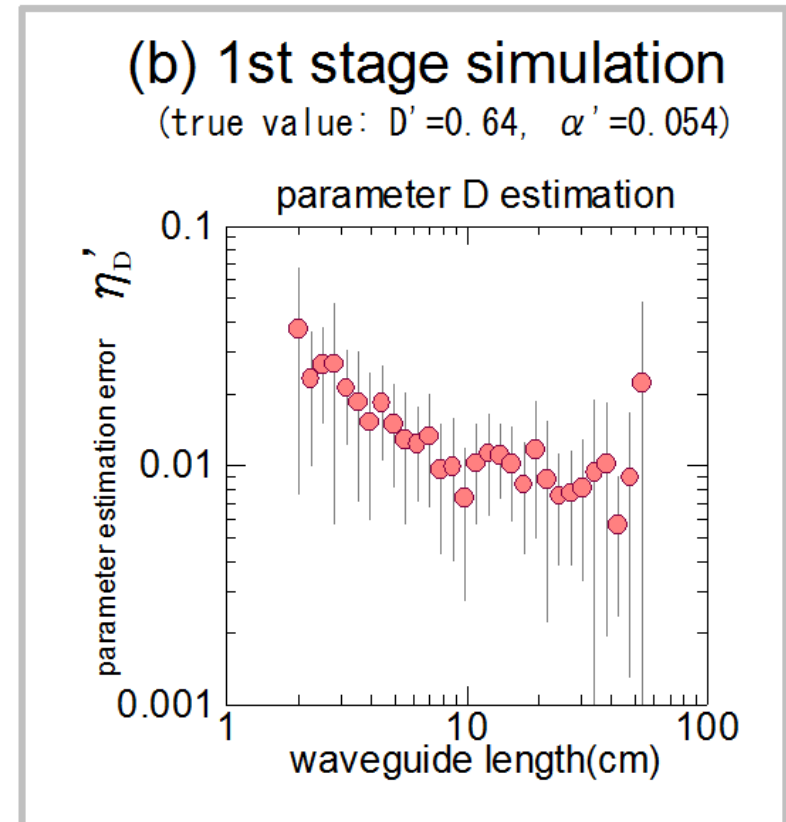
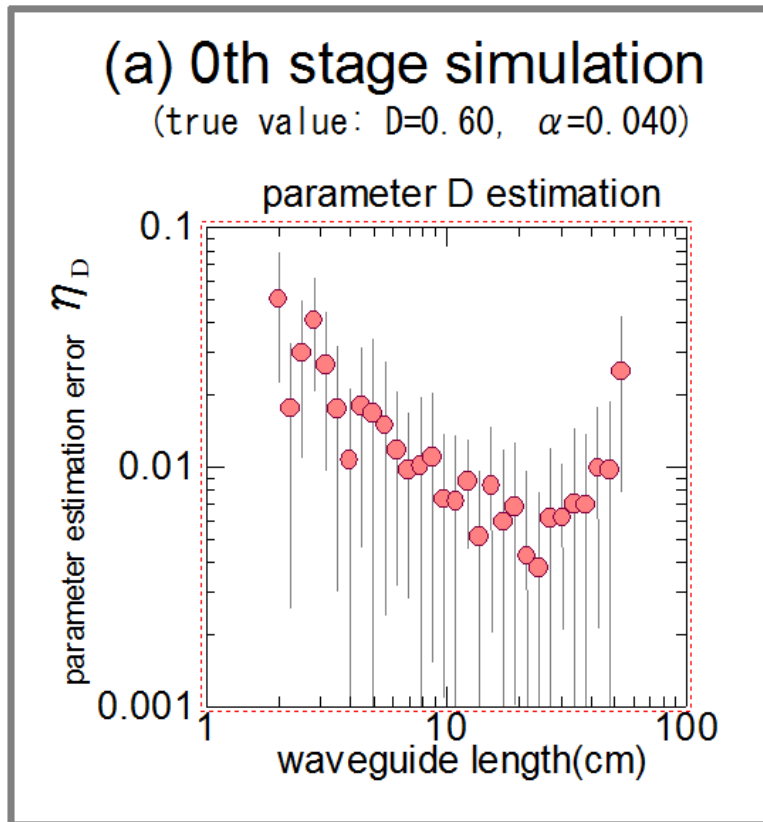


Fig.29 0次段階確認(a)と、1次段階確認(b)による、パラメータ推定誤差の導波路長による変化
(分散パラメータDについての推定誤差 η_D の計算例・(a)は真値 $D=0.60, \alpha=0.040$ 、(b)は $D'=0.64, \alpha'=0.054$ とした場合の計算値。各々、付加ノイズのパターンを変えて40回の試行をおこない、平均値(赤丸)、および標準偏差