

地震活動のモデルと解析

尾形良彦

総合研究大学院大学教授 統計科学専攻長 / 情報・システム研究機構 統計数理研究所教授

私の地震研究は、30年ほど前の赤池さんとの出会いから始まった。当時、最大の争点は、余震や群発地震のような地震の続発性の扱いにあった。これを解決に導いた条件付き強度関数に組み込んだ点過程モデルは、地震活動の標準モデルとして国際的に受け入れられている。

赤池さんとの出会い

1973年秋、いまと変わらない年寄り風の男が研究室に現れた。「君が本尾のところから来た新入りさんですか」。これが赤池さんとの出会いであった。「本尾」とは、私が学生時代に教えを受けた本尾実さんのことで、赤池さんとは若いとき統数研で同僚の間柄であった。

戦中戦後に青年期を過ごした世代の先生方は、たいてい学生から「先生」と呼ばれるのを嫌った。だから私はいまでも「先生」ではなく「さん」と呼んでいる。本尾さんは私に「少し変わった研究所だが、研究する時間はたっぷりありますよ」

と就職を勧めてくれたのだった。

1976年、赤池さんは、イギリスに滞在していた清水良一さんを通じ、ヴィクトリア大学ウェリントン校（ニュージーランド）のデビット・ベアジョーンズさんと引き合わせてくれた。ベアジョーンズさんは、「点過程」の理論とモデルで地震データに取り組んだ先駆者として知られていた。点過程とは、災害、システム故障、疾病、出生死亡の発生、神経スパイク列などのように、不規則かつ突発的な事象の発生時刻列を抽象化した確率過程のことである。

なかでも「条件付き強度関数」という新しい概念は、モデル化の観点から赤池

さんの目をひいた。これは、事象（点）の発生しやすさの瞬間的な強さを表し、時刻 t までの発生履歴や関連情報に依存して点の発生率が変化する。これをモデル化し、パラメーターを最尤法で推定することで、事象発生率（強度、危険度）を予測するのである。最尤法と結びついた点過程の新しい統計モデルの理論と応用の研究が始まった。

地震活動研究との関わり

このときからベアジョーンズさんとの長い付き合いが始まったわけであるが、彼は地震国同士のよしみで、なにかと私に地震活動の研究を勧めたものである。

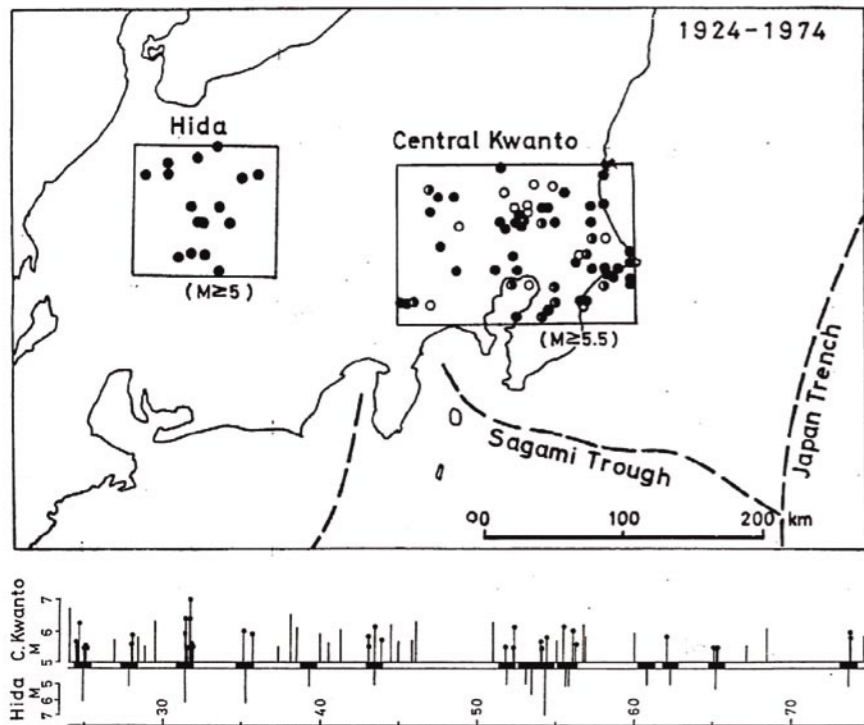
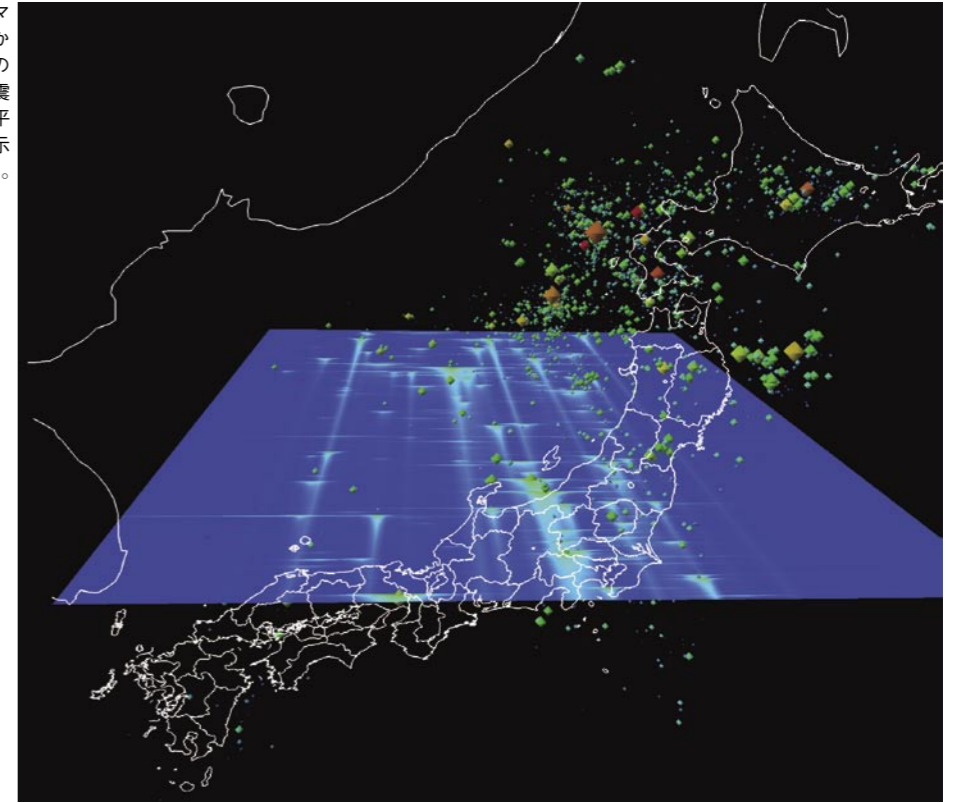


図1 上は、1924～1974年の、飛騨地方と関東地方中央部における地震の震央図。黒丸と半黒丸は、それぞれ飛騨の地震前後6カ月と1年以内に起きたもの。下はマグニチュード対発生時刻図。黒丸は、飛騨の地震前後6カ月以内に起きたもの。
出典：宇津徳治『地震』28巻（1975）

図2 1926～2005年の日本地域のマグニチュード5以上の地震データから推定した、時空間ETASモデルの条件付き強度関数。大小の粒は地震を示し、（緯度、時間）を示す水平面上の黄緑色は地震発生の強度を示す。時間は奥から手前に流れている。



しかし、地震発生には点過程では計り知れないメカニズムがあり、研究の評価が一生のうちに判明するのかどうかと考えると、取り組む研究対象としてあまりに冒険的であった。

だから私は、赤池さんが制御工学の分野で繰り返し挑戦したように、実験可能で直ちに研究結果の成否が出そうな神経系のシステム解析や、信頼性、待ち行列などで研究対象を探そうとした。しかし、企業秘密によるデータや情報の非公開もあって、駆け出しの統計研究者の望むような実際研究の手がかりは見つからなかった。

結局、気象庁などに膨大に蓄積され、しかも公表されている地震発生データを相手に点過程の統計モデルの研究することに意を決した。まず、地震研究者がどのようにデータを解析しているのかを学ぶために地震学会に出入りするようになったが、これにはもう1つの理由があった。駆け出しの研究員であったころの私に赤池さんが、「統計屋は本来、行商人のごときのものである。統計的方法という品物売り歩き、品物を作るための材料を仕

入れるのに、現場に足を運ぶ労を惜しむな」「統計屋の功績には新しい方法の提案や理論的解明などさまざまあるが、最高のものは、科学技術の分野で統計学の応用の幅を広げることである」と語ってくれたのが私の心に強く残っていたからである。

事実、それまで赤池さんは、情報関連学会や制御関連学会に向いて時系列解析の応用の幅を広げる努力をし、その結果、統計科学にとって重要な問題を取り込んできたのである。この赤池さんの思いは、統数研の所長を退任するときに私に残した言葉「尾形君、頼むから若い人や学生には本物の問題に取り組むように指導してくれ」にも表れている。

地震活動の因果関係と季節性

データが豊富にあっても問題意識が空疎であれば、意味のある解析は望めない。私が地震研究者と積極的に関わったのは、問題意識と難しさがどこにあるかを知るためであった。地震活動の分野で昔から問題とされていたものには、地震発生の周期性や地域的関連性、震源の移動、

地震活動のパターン分類、地震の規模（マグニチュード）分布の変化などがある。現在ではこれらの物理学的根拠が明らかになりつつあるが、当時はデータ解析そのものが疑問や議論を呼んでいた。そして最大の争点は、余震や群発地震のような地震の続発性の扱いにあった。私は、このような問題に取り組むためには、地震の続発性を条件付き強度関数に組み込んだ点過程モデルが必須と考えた。

地震発生の地域的関連性については数多くの報告事例があったが、とくに宇津徳治博士の1975年の論文が興味をひいた（図1）。飛騨地域直下の深発地震発生の前後それぞれ半年間に起きた関東地域の地震の発生数が、それ以外の期間に起きたものより有意に多いのである。偶然とみなすにはその確率はあまりに小さく、互いの地域の地震発生に何らかの物理的な関係があることを示唆したものである。この報告は、日本列島の下に沈み込む太平洋プレートの存在によって現実味を帯びていた。

私の興味は、その関係を調べることにあった。どちらかの一方通行の因果関係

なのか、双方向の励起なのか、それとも直接ではなく何か第三の要因によって共に励起されているのか。これを従来の相互相関関数で調べても、原因を識別する結果は得られない。そこで、条件付き強度関数に統発性の性質を組み込んで上記の3つの仮説をモデル化し、データに対するモデルの適合性を赤池情報量規準（AIC：統計モデルの妥当性を評価する指標）によって比較した結果、深発地震が浅発地震を励起しているらしいことがわかった。それぞれの領域を広げて観測時間を延長し、地震数を増やすと、最良のモデルは少し複雑になるが、因果関係の結果は変わらなかった。また、この問題に使ったような点過程モデルによって、宏観異常現象^{*1}の発生の地震発生への統計的因果関係を議論し、前兆現象たりうるか否かを調べることもできる。

赤池さんやベアジョーンズさんのつながりで、私は尾池和夫さん（現京都大学総長）からも地震活動についてのさまざまな問題点の指摘を受けていた。尾池さんは当時、降雨が地震発生の引き金になりうる場合の研究をしていた。西南日本などの統計では、年間降雨量の変化率と地震発生数の年変化が良く似ている。メカニズムとして考えたのは、地殻中の断層内の水圧が増加して地震（断層運動）の

引き金になるというものであった。

この現象をデータで実証するには2つの難しさがあった。第一は、地震の統発性である。大きめの地震が起きると多くの余震が続くため、月別の発生度数がその影響を大きく受けてしまう。第二は、季節性をみるためには長期間の地震データが必要であるにもかかわらず、その間の観測網の充実などによって地震の検出数に変化が出てきて、データが不均質となることにある。

そこで、条件付き強度関数を周期性と統発性と検出率の変化（トレンド）の成分の和で表現し、各成分の次数をAICで決めることで有効な解析ができることを示した。全世界の地震帯を100近い海域と陸域に分割した尾池グループの解析によると、中緯度の陸域で地震発生率に季節性があることが示され、これが該当する地域の降雨量や地下水の変化に対応していることがわかった。また、海域や低緯度の陸域の地震活動には季節性がみられないことが確認されている。

余震と大森・宇津公式

余震減衰の定量的な関係を初めて論じたのは、大森房吉博士である。1894年、濃尾地震などの余震の頻度について減衰のしかたを調べ、「物理現象の減衰だけ

ら当然指数関数だろうと考えて当てはめてみたが、よく合わない。然るに、双曲線だとよく適合する」と述べている。さらに1957年、宇津博士は単位時間あたりの余震頻度の減衰が

$$v(t) = K(t+c)^{-p} \quad (1)$$

の形になることを示した。ここで t は本震の発生時刻からの経過時間である。宇津博士は、余震の頻度 $v(t)$ と経過時間 t を両対数方眼紙にプロットし、その減衰が直線上に乗ることを示し、直線の傾きを指数 p の推定として得た。いまでこそフラクタル次元の推定などで両対数プロットはよく使われているが、当時はまったく創意的な方法であった。これがなくては余震活動の詳細な研究は進まなかっただろう。

その後、私は(1)式を条件付き強度関数と考え、余震発生を非正常ポアソン過程とみなし、発生時刻の記録をそのまま使う最尤法を提案した。いまではこれが、余震活動のパラメーター K 、 c 、 p を求める標準的な方法になっている。現在では、大地震が起きると、直ちに(1)式とマグニチュードの分布法則を計算して、余震の確率予報が出されることになっている。

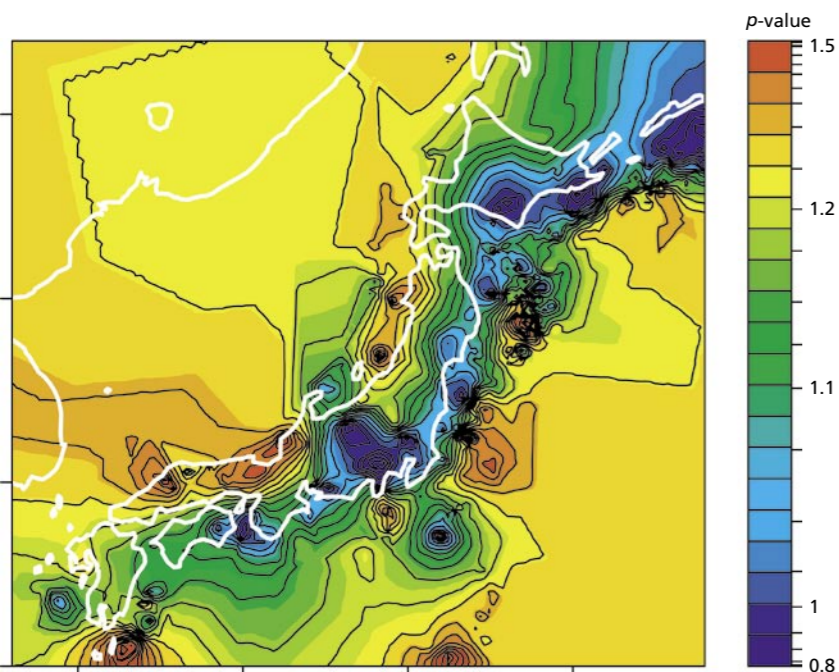


図3 階層的時空間ETASモデルの p 値（大森・宇津の余震活動減衰パラメーター）の空間変化。1926～1995年のマグニチュード5以上の地震から求めた。地震のあるところだけで意味があり、他は補間した。

地震活動の標準モデル

いったん地震が起きると、その断層周辺の破壊応力が極端に高まり、多数の余震が誘発される。大きい地震には多くの余震が発生し、小さい地震でもそれなりの余震を誘発する。1980年代中頃、私はこれらの地震活動を各地震に対する(1)式の大森・宇津公式の重ね合わせとして表現し、余震数の大小がその地震の大きさ（マグニチュード M_i ）に関係した、次の条件付き強度関数考えた。

$$\lambda(t) = \mu + \sum_{t_i < t} v(t-t_i) e^{a M_i} \quad (2)$$

これは、疫学における確率分枝過程にまでさかのぼり、点過程のモデル化としてさまざまな形が考えられたが、宇津博士によって研究された諸経験則に沿うものが、AICで最も優れていることがわかった。ETAS（Epidemic-Type Aftershock Sequence）と名づけられたこのモデルは、地震活動の顔ともいべき地域性をとらえることができ、地震活動の標準モデルとして国際的に受け入れられている(図2)。

また、この標準モデルを「ものさし」として使い、地震活動パターンの変化を検出することも重要である。たとえば、標準モデルによって予測されたものより実際の地震発生が有意に少なくなる場合を「静穏化現象」というが、大地震や大余震の前にみられる例が多いので、この現象を有効に使った確率的予測をめざしている。

なぜ静穏化するのかも問題である。この解明のため、地殻弾性体中のストレス変化、断層系をめぐる摩擦と破壊の理論、地震メカニズムを手がかりとして、ETASモデルを解析ツールとして使い、ある仮説を支持する実例を蓄積している。これにGPSによる地殻の伸び縮みのデータ解析をあわせて、大地震予測に関する手がかりを探している。

地震予測の実用化に向けて

データが豊富であればあるほど、その

情報を十分くみ取るために、非正常または非一様なモデルを考慮する必要がある。そのため大規模な統計モデルが避けられないようになってきた。最後に、地震研究におけるベイズモデルの可能性について述べる。

1970年代末、赤池さんがベイズ統計家を標榜している人たちに議論を挑んでいた。そのため、われわれの間では、赤池さんがベイズに取り憑かれているらしいとの噂が立った。われわれにとってベイズ統計はゲテモノであり魑魅魍魎であった。先験分布という概念をめぐる頻度主義と主観主義の絶え間ない哲学論争があり、それらは非生産的かつ不毛な議論にしか思われなかったからである。

最小AIC法の思想は、なるべく少ないパラメーターの簡素な最大尤度モデルで予測するというものであった。ところが、これとまったく違った推定方式が赤池さんを虜にしたらしい。それはチホノフ（Tikhonov, A. N.）の正則化とよばれる、パラメーター数がデータ数を上回る逆問題であった。最小二乗法でこれを解くためには、パラメーターの変動を大きくしないという制約をつければ安定した推定が得られる。ただし、どの程度の制約をつけたらよいのかはまったく任意である。

赤池さんは、この制約とさじ加減を先験分布のモデル化の問題ととらえたのである。さじ加減は超パラメーターとして先験分布を特徴づけ、最適なさじ加減を求めるために、エントロピー最大化原理（平均エントロピーが高いほど確率予測が優れる）に基づいて理論を展開した。

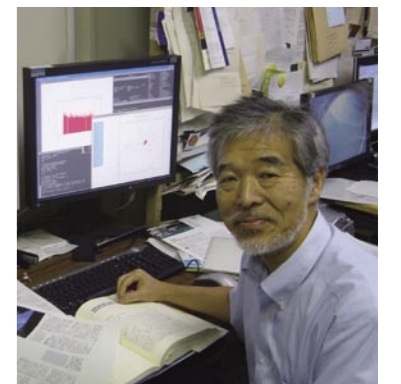
こうしてできた赤池ベイズ情報量規準（ABIC）は、ベイズモデルの予測力を測るAICのベイズ版である。科学的経験や仮説に基づく先験的制約を自由自在にモデル化でき、そのよし悪しがABICで比較できるのである。赤池さんはすぐさま経済指標や測地データを、季節変動や地球潮汐に伴う変動とトレンド成分などに分解してみせた。プリンターから出力結果を取り出すとき赤池さんは「データよりパラメーターが多くても推定できるのですよ」とそばにいた技官に嬉しそうに

語ったという。

地震活動を計測するベイズの時空間モデルを開発し、地域的多様性や非定常性を定量的にとらえ、地震活動と地殻内の応力分布や強度分布などとの関係を探ることは、地震予測の実用化に向け有力な研究テーマである。これには大量のパラメーターがいり、ABICベイズ法の助けを必要とする。一方、活断層発掘データのように不確定な、たった数件のイベント情報に対して、先験モデルにもとづいた大地震の確率予測が実施されているが、ベイズ法はその不確定性を忠実に示すことができる。

私は地震統計の多様な経験法則や仮説を、統計的過過程モデルとして表現してきた。汲めども尽きぬ膨大な情報を含む地震データは、地震予知の難しさと表裏一体で、固体地球物理の複雑さや奥深さを示している。これらの研究によって、統計モデルにより計測し、予測し、発見する、「統計地震学（Statistical Seismology）」とも称すべき地震活動解析の研究領域が広がり、深まったと考えている。

*1 宏観異常現象
大きな地震の前触れとして発生するといわれる、さまざまな異常現象。ナマズや他の動物などが奇妙な行動をとる、微振動や地鳴りを感じる、井戸や河川の水位や水質の異常などがある。なお、科学的な裏づけがないものも含む。



尾形良彦（おがた・よしひこ）
統計モデルによってデータから本質を露出する。これは望遠鏡や顕微鏡のように、辛うじて見えるものや、見えないものをはっきり見えるようにする科学的方法としての役割を果たすものです。点過程を中心に各種統計モデルを考え、統計的方法の威力を示すように心がけ、地震活動研究、そして地震の予測に対する貢献をめざしています。