

氏 名 玉野 浩嗣

学位(専攻分野) 博士(統計科学)

学位記番号 総研大甲第 2490 号

学位授与の日付 2024 年 3 月 22 日

学位授与の要件 複合科学研究科 統計科学専攻
学位規則第6条第1項該当

学位論文題目 Dynamical Model and Model Misspecifications in
Non-compensatory Multidimensional IRT

論文審査委員 主 査 福水 健次
統計科学コース 教授
日野 英逸
統計科学コース 教授
持橋 大地
統計科学コース 准教授
植野 真臣
電気通信大学 情報理工学研究科 教授

博士論文の要旨

氏 名：玉野 浩嗣

論文題目：Dynamical Model and Model Misspecifications in Non-compensatory Multidimensional IRT

The pursuit of personally optimized education holds great promise in unlocking the potential for profound and efficient learning experiences. The recent digitization of education has facilitated the accumulation of learning logs, which are utilized to develop personalized learning systems. These logs are collected through various platforms such as massive open online courses (MOOCs), learning management systems (LMS), and learning applications. By leveraging the collected logs, personalized learning experiences can be created by recommending suitable learning content based on each user's latent situation.

A fundamental technology that enables personalized learning is knowledge tracing (KT). KT involves tracking learners' evolving skill states and predicting whether learners can solve problems or not over time. Problems that are predicted to be barely unsolvable can be recommended to learners, while the estimated skill levels can be provided as feedback. KT models continuously update the skill state as learners solve problems, enabling real-time feedback on their skill progression. This feedback is crucial for learners to assess their current state and adjust their learning plans accordingly.

Given the significance of KT in personalized learning, extensive research has been devoted to this technology. The main streams of research in the advancement of KT are (A) prediction accuracy, (B) explainability, and (C) task capability. (A) benefits users to receive more suitable recommendations. (B) benefits users to recognize their latent skill states correctly and understand why specific problems were recommended. It also benefits model developers to build reliable systems by understanding the behavior of the models correctly. (C) benefits users to trace their latent skills even when the binary response cannot be obtained. Substantial progress has been made in these three research streams.

In this thesis, we deal with two research targets. The first research target aims to enhance the explainability of KT. Recent KT models using deep neural networks have incorporated item response theory (IRT) for explainability. IRT is a probabilistic model that estimates the difficulty of problems and the proficiency of learners. By integrating

IRT into KT, an event that a learner could or could not solve a problem can be explained based on the estimated skill proficiency and problem difficulty. Multidimensional item response theory (MIRT) is an extension of IRT to handle multiple skills and is divided into compensatory models and non-compensatory models. Compensatory models assume that each skill can complement other skills, and learners can thereby answer questions correctly when the sum of the skills exceeds a threshold. In contrast, non-compensatory models assume that each skill cannot complement other skills; thus, each skill must independently exceed a threshold for learners to be able to answer questions correctly. Furthermore, a model capable of representing both types exists for automatic detection of skill relationships.

The assumption of non-compensatory models is convincing in many situations associated with multiple skills. For example, understanding or solving an equation such as $\frac{1}{5}x + \frac{3}{10} = 2x$ requires both skills of fraction and equation; learners who only have either one cannot solve this equation. A model employing deep neural networks and non-compensatory MIRT has been proposed thus far; it enabled tracing a quite complex skill change under the non-compensatory assumption. However, it has the following disadvantages: (1) the changes in latent skills are not explainable, and (2) extracting insight about skill growth from the fitted model is hard because the latent skill transitions are modeled as deep neural networks. A model that can explain the changes in latent skills under the non-compensatory assumption is demanded.

To address the need for explainable skill tracing under the non-compensatory assumption, we propose a fully white-box probabilistic KT model that combines a linear dynamical system with a non-compensatory model. Since the proposed model is fully white-box, every parameter is interpretable and the result of skill tracing is explainable through the fitted model. It can reproduce the changes in latent skills and model parameters. Moreover, our model employs a linear model for latent skill transitions, allowing data analysts to understand which factors influence skill transitions by examining the coefficients. Introducing the non-compensatory emission function in the linear dynamical system results in a complicated posterior of the latent skills; therefore, we approximate it with a Gaussian distribution by minimizing the Kullback–Leibler (KL) divergence between the approximated posterior and the true posterior. The estimation method for the model parameters is derived through the Monte Carlo Expectation Maximization (EM) algorithm. Simulation studies verify that the proposed model can reproduce latent skills adequately. Experiments conducted on a real dataset demonstrate that our dynamical non-compensatory model can effectively infer explainable skill tracing, highlighting that the results of skill tracing exhibit diagnostic property.

The second research target aims to further investigate the non-compensatory model. In MIRT, data analysts choose between compensatory and non-compensatory models based on their assumptions. Because compensatory models are more widely known than non-compensatory models, those who are not familiar with the types of models may incorrectly choose compensatory models without recognizing the differences in the outcomes. This can lead to situations where a non-compensatory model is misspecified as a compensatory model.

A previous study investigated this misspecified situation and revealed that a higher skill is largely underestimated when the other skill is low. Although experimental evidence demonstrated this underestimation, the underlying mechanism has not been fully elucidated. It remains unclear whether underestimation occurs beyond the areas indicated in the previous study and if overestimation occurs as well. A theoretical approach is necessary to comprehensively understand the difference between the estimated skills and the true skills. In addition to that, the variance of the estimated parameters is another concern for data analysts. When a model is not misspecified, it is known that maximum likelihood estimation is asymptotically distributed with the variance being the inverse of Fisher information. However, when the model is misspecified, the asymptotic variance follows a different formula. If it is larger or smaller than the inverse of Fisher information, data analysts need to be aware of model misspecification when evaluating the variance of the estimated parameters.

In the second research target, we have two goals regarding this model misspecification. The first goal is to provide a comprehensive understanding of the underestimation and overestimation of skills using a theoretical approach. We approximate the direction from the true skills to the estimated skills using the gradient of the objective function of the compensatory model. By interpreting the gradient, we clarify the mechanism through which the difference between the estimated skill and the true skill arises. In addition to the underestimation previously identified in the literature, we newly discover that overestimation of skills occurs around the origin based on this mechanism. The second goal is to investigate the extent to which the asymptotic variance differs when model misspecification is considered versus when it is not considered. We derive the asymptotic variance by applying the result of White (1982) to our misspecified case. Simulation studies demonstrate that the asymptotic variance is quite close to the inverse of Fisher information. Therefore, it turns out that underestimation or overestimation of the variance cannot be a critical issue in the assumed misspecified situation.

博士論文審査結果

Name in Full
氏名 玉野 浩嗣

T i t l e
論文題目 Dynamical Model and Model Misspecifications in Non-compensatory Multidimensional IRT

2024年2月5日15時から約2時間にわたり、玉野浩嗣氏の博士論文審査会を本人および4人の審査委員のもとにオンラインで開催した。出願者による約1時間の論文内容発表と質疑応答、その後約1時間の審査委員による審議の結果、審査委員会は本博士論文が学位の授与に値すると判断した。

[論文の概要]

論文は5章106ページからなり、英語で書かれている。心理統計学における項目反応理論は、問題に対する正解/不正解をデータとして、各問題の特徴を同時に推定しつつ、被験者の見えない能力 θ を連続値として逆算する統計モデルである。 θ を多次元に拡張したものは多次元項目反応理論 (Multi-dimensional item response theory, MIRT) と呼ばれている。MIRTにおいて複数の能力を考える際、それらの和で回答能力が決まるとする補償型のモデルと、それらの積で決まるとする非補償型の統計モデルがあり、本博士論文は非補償型のMIRTに関する二つの研究に関するものである。

これまで、非補償型のIRTについては時系列に従って能力の成長を推定する方法が、ブラックボックスの深層学習以外に存在していなかった。本論文の前半では変分近似を行うことでカルマンフィルタの適用を可能にし、非補償型MIRTを統計的性質の明らかな形で時系列推定可能にした。後半では、非補償型MIRTを用いた際に得られる θ が補償型のものどどのように違う可能性があるかについて、 θ の期待値および分散についてそれぞれ検討し、従来の実験的な知見に理論的な裏付けを与えた他、期待値については二種類のスキルの両方が低い場合にも、補償型のモデルを用いることで弱く過大評価が起こることを新たに示した。

第1章では、教育工学において、能力を時系列的に推定するKnowledge Tracingの概要とその際の検討事項、および本論文の位置付けについて述べている。非補償型のMIRTがどうして必要となるのか、その際にどうしてブラックボックスの深層学習モデルだけでは不十分であるかについて説明されている。また、非補償型の方がより当てはまると考えられるデータにも、簡単のため補償型の統計モデルが仮定されて推定されてしまうことが多いことを踏まえ、能力が互いに補完可能であるとする補償型モデルの問題点と、非補償型から生成されたデータを補償型で推定してしまう際に θ にどのような違いが生まれる可能性があるかについて言及し、論文全体のアウトラインを示している。

第2章では項目反応理論およびその多次元拡張、最尤推定による学習法について説明した後、本論文の研究の背景となる線形動的システムとメッセージパッシング、およびモデ

ルの誤特定についての一般理論について述べている。

第3章が前半の研究であり、線形ガウス動的システムによって時間発展する潜在的な能力ベクトル z_t を時系列に従って推定する方法が述べられている。 z_t から問題に対する正答/誤答の観測値が生成される尤度関数が非補償型 MIRT の形となり、ガウス分布と共役でないため、通常のカルマンフィルタを直接適用することはできない。本研究では共役でない真の事後分布と、近似するガウス分布の間の KL ダイバージェンスを最小化する変分近似を導出し、ここからカルマンフィルタで用いる前向きおよび後向きメッセージを計算する。Tractable でない期待値計算に VAE でも使われる再パラメータ化トリックを用いてモンテカルロ近似することで、学習アルゴリズム全体をモンテカルロ EM アルゴリズムとして定式化できる。正解のわかっている人工データを用いてシミュレーション実験を行い、提案手法が潜在的なスキルを補償型の統計モデルより正しく推定できることを確認している。さらに実データである ASSISTment 公開データを用いて実験を行い、提案手法が補償型のモデルには予測精度でわずかに劣るが、解釈可能でより自然な Knowledge Tracing 法を導くことを示した。

第4章では非補償型から生成されたと仮定したデータを補償型の MIRT で生成した際のモデル誤特定のもたらす問題について考察している。推定された θ の平均と分散についてそれぞれ考察している。平均については、補償型モデルの対数尤度を微分し、期待値を取ることで θ がどの方向に誤って推定されるかの説明式を導出した。この近似が正しいことも、後で実験的に示している。二次元のスキルについて3つの場合に分けて考察することで、従来経験的に知られていた差を数理的に説明し、さらに両方のスキルが低い場合にも、弱く過大評価が起きることを新たに示した。

分散については、Fisher 情報量行列を用いて漸近分散を評価し、実験を行うことで理論値が実験値と非常に近いこと、および分散は誤特定の状況下でも誤特定でない場合とほとんど同じであり、問題となるような過少および過大評価は起こらないことを示した。なお、本章の内容は指導教員および日野英逸教授との共同研究である。

[論文の評価]

教育学において項目反応理論は重要な統計モデルであり、中でも多次元項目反応理論 (MIRT) は、最近特に重要性が高まっている分野である。MIRT では非補償型の統計モデルを用いることが応用上自然な場合が多いが、これまでブラックボックスでないその時系列推定法や、補償型と比較した際のモデルの数学的性質については解明が進んでいなかった。本博士論文はその両方について新たな提案と貢献を行っており、統計科学の博士論文として十分な意義を持つと判断される。

審査会では、予備審査において指摘された(1)モデルの凸性についての議論、(2)ホワイトボックスとブラックボックスのアプローチを架橋する可能性について、(3)補償型/非補償型の異なるモデルでの推定結果の違いを「バイアス」として捉えないこと、(4)提案した手法の変分ベイズ法との関係の明確化の四点について博士論文が修正されたことを確認し、今後の研究の可能性についても議論を行った。

以上から、審査委員会は本論文は統計科学の博士論文として十分な意義を持つと判断した。

[その他]

第 3 章の内容は、心理統計学分野の査読付き国際論文誌 *Psychometrika* (vol.88, pp.487-526,2023)に採録されている。第 4 章の内容は査読付き国際論文誌 *Behaviormetrika* に提出中であるため、本博士論文の一般公開を一年間行わない旨の届出を行うこととしている。