
物理科学から見た経済学

田中美栄子

1. 境界領域の開拓は如何にして可能か？

基礎物理学は 20 世紀に急速な発展を遂げ、飽和状態に至ったかのように見える。しかしそく見ると数本の線の上で成功を収めたに過ぎず、そこから少しでも外れると実は何もわかつていないに等しい。のみならず、基礎方程式が分かったからといってそれが解けなければ本当に分かったとはいえない。このことを鑑みれば、人類の英知はまだまだ自分たちを取り巻く世界の殆どを理解せずにいるわけである。例えば Maxwell の方程式は古典電磁気学のすべてを尽くしている。しかしそれを一般の境界条件に対して解くことは殆どの場合不可能に近い。それにもかかわらず何となく我々は電磁気学について分かったつもりでいる。本当は解き方が知られている、ごく限られた場合について知っているに過ぎないのだが。また 20 世紀の末頃に物質の基本要素が従う 4 つの力についてすべて分かったことになっている。しかし教科書の説明以上に一体何が本当にわかったのか？その知識が本当に使える程度にまで分かっているのだろうか？大統一理論の筋書きは確かによくできてはいるが、それを検証するには当分できそうもない巨大加速器をもって実験するか、宇宙論の仮説に引っかかる証拠を見つけるしかない。そしてこれらは一人の人間の「科学する心」から相当程度乖離したレベルのものと言わざるを得ない。本来科学とは自然を真摯に観察してそこから真理を探り出す営みではなかったか？

このことを強く主張してアメリカの国家予算を巨大科学から小規模科学へ振り向けさせたのは物性理論物理学者のアンダーソンであり、それが後に複雑系科学の興盛につながって行くと同時に、既に巨額の国費を投じて途中まで進行していた SSC 計画の中止と、それに伴う高エネルギー物理学者の大量解雇へと進んで行くいっぽう、「寄らば大樹の陰」の巨大科学から個人単位の科学へ、一般大衆には

理解もできず差し当たっての利用価値もない純粹科学から身近な問題を解決する科学へ、研究者を動員する役割も果たしたのであった。

20世紀後半は理工系バブルといつてもよい時代であり、大勢の若者が物理学を学んで専門家集団ができた。最近の「理科離れ」現象もよく考えてみれば相対的なもので、アメリカではアポロ計画のあと爆発的に増えた物理志向が落ち着いてきただけという見方もある。しかしせっかく興った波を元の木阿弥にしないためにさまざまな科学振興策が取られてきた。新分野の開拓はその一環として機能した。特に Gell-Mann らによるサンタフェ複雑系研究所の設立とそこにおける活動、特に様々の分野の研究者を交流させる試みは、成功した科学の点と線の近傍の未開拓部分を研究対象とすることで科学の地平を広げると共に、折角多大の国費を投じて教育した大量の人材を有効に生かすことによって、科学の一層の振興をはかるという目的をもってなされている。またその実際的効果としては、これまでの科学の発展のなかで得た知見を実世界が直面している緊急の問題の解決のために使いたいという差し迫った目的も含まれている。

日本でも 20世紀末から環境科学や情報科学などの名で境界領域の開拓が望まれて来た。しかしこれを誰がどこでやるのかということになると、中央主導で国立研究所を作つてやらせるのか、ボトムアップ的に自主的に育つてくる芽を待つか、あるいは大学の教育の一環としてやらせるのか、一筋縄では行かない。結果として最後の方法が最も経済的であるということで採用されているように見受けられる。全国の大学で主として教養部の改組の際に「環境」または「情報」の文字を含む学部や学科を作るという形で始まり、その後いろいろな形で発展してきた。また関連学会も設立され、国際学会が盛んに行われるようになった。

いっぽう、大学の本来の役目は確立した科学の知識を後世に伝承するとともに、新たな知見を開拓してゆくことにあり、この保守性と進取性の両方を兼ね備えるのが理想の形ではあるが、実際問題として保守的な教育に育つた教員はそれに依存しがちだし、学生はというと「環境」または「情報」をうたつた新学科において従来の数学や物理の基礎学力を十分に養うのは困難である。進学の際にも、ソフトで華やかなイメージを期待して新学科を選んだ学生が、入学後に数学や物理に重きを置いたカリキュラムに追いまわされて嫌になってしまうというケースも多く見られる。また、学部で数学や物理を専攻した学生が大学院で新分野に挑戦して良い成果をあげられるかというと必ずしもそうでない。学問の枠組みがかつ

ちりした分野で優等生になってしまうと、未開拓の分野で泥の中から獲物を拾い出す能力がなかなか身につかないものである。

境界領域の研究を行う研究部門にいかなる人材を配置したらよいのかも大変難しい問題である。なにしろ未開拓の領域であるので方法論も技術も確立しておらず訓練の仕様がないのである。そこでリスクを分散させるために、特定の大学や研究所に委託するのではなく、研究費を多くの大学にばら撒いて事実上無給で働く人材を大勢調達する、というスタンスを取ることになる。たいていの大学では教育だけやっていてもつまらないから、わずかでも研究費がもらえれば、寸暇を割いて無い知恵を絞ることを趣味とする輩がいくらでも調達できる。

2. 複雑系とは何か？

一時期複雑系科学が流行した。複雑系工学というのもあった。2000年を境に下火となった。よく聞かれた批判は、複雑系といいつてながら、やっていることは単純なことばかりではないのか、というのであった。複雑系科学の始まりはゲルマン達のサンタフェ研究所である。目的は細分化しすぎた現代科学の再統合であった。これは研究レベルの話であるが、教育レベルでも Interdisciplinary study と呼ばれる分野がアメリカの多くの大学に設置されて新分野の開拓を目指す教員や学生が集まった。しかし、新分野の樹立には多大の困難が伴うため、よほどのパワーがないとすぐに立ち消えになってしまう。少なくとも何をやっているのかを示す名前を付けなくてはいけない。複雑系（Complex Systems）というスローガンは分かり易くて多くの人に受け入れられた。これの意味するところはまず、対象を限らないということである。次に手法を限らないということも含まれる。そうしてまだ解けていない問題に対して、多角的なアプローチを許し、分野横断的にさまざまのテクニックを持つ人々を集めて何か成果を出させよう、という試みである。

しかし皮肉な見方をすれば、対象を区切ってそれについて詳しく知る専門家を育てて人類のために役立てるのが科学の元々の目的であり、「科」すなわち対象を区切ることである、という考え方もあるわけである。万能の神でなければ他人が一生かかるべ狭い範囲で知り得る内容を短時間で分野横断的にできるわけではないのではないか、よって複雑系などといって異分野について浅薄な知識を振り回し

科学の尊厳を貶めることがあってはいけない、怪しからん、という話になって行くことがよくあるわけである。誰しも自己を正当化したいもので、自分より広い範囲について物を言う人があれば必ず「あの人は**についてまるで知らないくせに偉そうなことを言う」とまず反発したくなるのが普通である。普通なのであるからそんなことを気にせずに研究を推進できる環境があつてしかるべきなのだが、果たしてあるのだろうか？

研究者の大半は大学や研究所に所属している。本業は旧分野の教育ないし研究をやっていて、余暇に新分野の研究をやるというケースが多い。しかし新分野のほうが面白いからそちらにのめり込み、本業がおろそかになって偉くなれない。偉くなるには対象のはっきりした科学で成果をあげる必要があるし、そうでない人は学内政治に邁進することになる。そして新分野開拓は暇人のサロンとなり、まとまった成果が上がらない。

複雑系科学における成果とは如何なるものであろうか？大抵のものは皆目わからない段階では複雑怪奇であるが、わかってしまえば極めて単純である。ウルフランの著作に、セルオートマトンを暗号鍵に使うというのがあったが、一見どうして作るかわからない記号列も、ルール番号と初期値だけの情報に還元できてしまう。すなわちこの記号列の複雑度はそれだけの情報と同程度しかない。円周率 π を数万桁並べたものも、それを生成するアルゴリズム数行に還元されればそれだけの複雑度しか持たないのである。すると複雑系研究というのは、科学としての見通しがつくまでが花であって、ある程度わかってしまえば最早複雑系でなくなる。しかし研究の初期の段階では何もわからないものを敢えて研究対象にする、しかも解析手法としては物理学などで知悉している数学的手法にコンピュータの計算力を併用する、というのがよくある複雑系研究の実態であって、失業した物理学者や「新らし物好き」の数理工学者などが大勢参加している。

3. 経済現象を物理学の目で見る楽しみ

数ある境界分野のなかで特に経済学を取り上げる理由として、有限多体系だということがある。物理学の基本原理を実際に応用しようとすると多体問題を如何に近似して計算可能にできるか、という問題に行き当たる。関与する粒子数がアボガドロ数のオーダーになると個々の粒子のミクロな運動は表面に現れずマクロ

なレベルの変数だけで記述できる世界になる。しかしある少し踏み込んでマクロな運動の周りの「揺らぎ」まで理解しようとするとき、既存の物理学の道具立てだけでは物足りない。そこで具体的に計算可能なレベルの多体問題である価格変動などが格好の題材となってくる。(自由競争による) 価格の変動は第一近似としてはランダムウォークであることが分かっている。このことを最初に学術論文にしたのはバシェリエ (Luis Bachelier) というフランス人で、1900年3月にエコールノルマルに提出した学位論文には、自由競争によって決まる価格がブラウン運動をすることが指摘されている。このことは、その後の定量的な研究によってほぼ確立した知見となった。しかしそく見るとそれからのずれ (deviation) があり、完全にランダムであるとしたときの正規分布よりもレヴィ安定分布のほうがより良く近似できることを1960年頃にマンデルブロが見つけている。バシェリエの学位論文の指導教官はポアンカレとなっているが、この論文はマンデルブロに引用されるまでの長い間、全然世界の話題にならなかつたらしい。あとから見るとアインシュタインの1905年の論文より5年前にブラウン運動の数理を扱っていたのだから随分先駆的なものであったわけで、それを発掘したマンデルブロの慧眼も驚嘆に値する。どうしてそれを知っていたのかと思うが、その頃共にIBMにいたモントロールがあとで随分価格変動の解析に熱心だったことを考えると、IBM研究所には科学の対象を広げて考える伝統があるのかも知れない。日本では真面目な書物と向かい合ってやるもののが學問だという思い込みがあるが、ヨーロッパの科学にはサロン的というか、文化人の遊び的な部分がどこかに混じっているように思われる。分野を乗り換えたり、思いもよらないことを學問に取り込んだり、平然と行ってしまう。一方、先例のないことをやらない日本では、出来上がったものを輸入して神棚に祭っておく傾向があるようと思われる。

4. 実データから見えるもの：価格変動のスケーリング則

株価や為替の一刻一刻の変化を全て記録したデータベースを tick データと呼ぶ。この種のデータは膨大な量になるため、現在のような大容量記憶装置が日常的に使える値段で手に入るまではどうしようもない代物であった。ところが主としてゲーム機やテレビ電話などで画像データを扱うようになり、大容量記憶装置が出回ったために、tick データも比較的簡単に買える時代になった。もっと直接的に

は、プログラム・トレードなど、電子商取引を広げるための資料として必要とされ、急激に整備されたのである。

研究者達はこの種のデータの統計解析や時系列解析などを通じて価格変動の仕組みを知りたいと考えている。物理科学の訓練を受けた人間達は価格変動に何らかの規則性が見られるならばその底に単純なアルゴリズムとしてのルール、もしくは微分方程式、差分方程式などが発見されてしかるべきであると考えている。そうしてそれらを発見するヒントとして理論物理学や情報科学の知識と技術が使えるものと思っているのである。

ところが最近まで tick データは値段が高くて手に入らなかった。何しろデータの分量が莫大であって CD-ROM にしてもかなりの枚数になり、それを手に入れたいという需要がそれほど多くない所為で単価が高い上に、公費で書籍扱いがし難いなどの問題があった。また誰かが手に入れても版権の問題でそれを大勢に配布して共有することができないのである。これらの困難を潜り抜けて手に入ったデータが今私の手元に 3 種類ある。第 1 はニューヨーク証券取引所の Trade&Quote、つまり NYSE 株価の tick データ 3 年分、第 2 は日経 225 株価指標の先物価格、および派生証券の tick データ半年分、第 3 は数年前の円対米ドル為替レートの tick データ 2 ケ月分である。

これらの tick データが本質的にランダム・ウォークであることは 100 年前に Bachelier によって看破されている。ならば変動の分布は近似的に正規分布になるはずである。実際には価格変動は相乗的な変化をすることがわかっているため、いわゆる対数正規分布というものになる。しかし必ずしもそうならない場合もあるから柔軟にデータを観察しなければならない。マンデルブロが 1963 年に株価が Lévy 分布になることを示しているから、詳しく見れば正規分布から少しずれてべき乗分布が見えるはずである。このようなことを考えながらとりあえずいくつかのサンプルを統計解析してみる。

まず、円対米ドル為替レートを調べる。ふつう生データは表 1 のように日、時刻、bid、ask が 4 列にスペース等で区切られており、ここで使用する 1994 年初頭のものは 2 ケ月分で 12 万 5143 行ある。ここから bid または ask の時系列を取り出してグラフにすると図 1 のようになる。12 万個を超えるデータではパソコンには乗りにくいので、図 1 は 10 個ごとに省略したものを描いてある。後半に暴落に近い変動もあり面白いデータである。このデータの示す価格変動が第一近似とし

表 1.: 為替 tick データ

Date	Time	Bid	Ask
31.12.1993	23:47:08.000000	111.82	111.87
01.01.1994	02:32:32.000000	111.57	111.62
01.01.1994	02:35:34.000000	111.57	111.62
01.01.1994	03:08:08.000000	110.8	110.9
01.01.1994	03:14:44.000000	111.8	111.9
01.01.1994	10:56:48.000000	111.7	111.8
01.01.1994	17:34:40.000000	111.7	111.8
...			

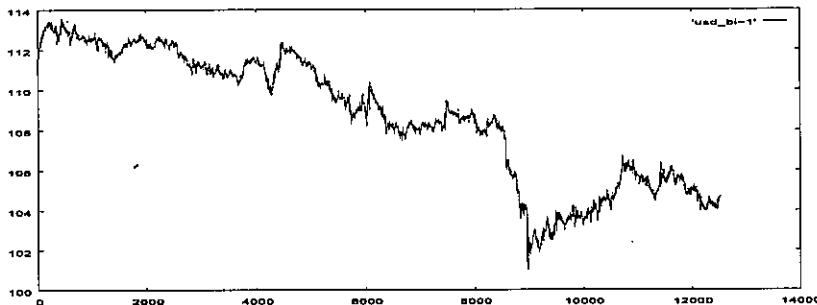


図 1.: (a) 米ドル為替 (USD/JPY) の tick データ、1994 年 1 月、2 月 (全 125143 点) の値を 10 点置きにプロットしたもの。

て対数正規分布をするかどうかをまず調べる。元のデータを、 x_1, x_2, \dots とする
と、これから対数変換：

$$z_1 = \ln(x_{1+D}/x_1), z_2 = \ln(x_{2+D}/x_1), \dots \quad (1)$$

の列を作り、その出現確率密度をヒストグラムにすると、図 2 に見るように標準偏差が 0.000722 の正規分布に、大体において一致する。しかし同じグラフにあるように、指數 $\alpha=1.6$ 、 $\beta=0.000005$ の Lévy 安定分布のほうがより良くフィットしていることが分かる。(1) 式の D は疎視化のパラメータで図 2 は D = 30 の場合を示す。(b) は (a) の縦軸を log スケールにして裾野の方を拡大したものである。しかし同じデータで D = 50 とすると指數 $\alpha=1.7$ 、 $\beta=0.000004$ の Lévy 安定分布が最適となり、またデータの量を減らしていくつかの異なる場所で最適閾数を探すと α の値は 2-3 割変化する。異なる α の値に対して β を適当にとれば同様の精度でデータに合う。 $\alpha=2$ は正規分布であるが、これと $\alpha=1.6$ の Lévy 分布の差はごくわずかである。

同じことを株価で試してみる。銘柄としては人気銘柄の IBM を選ぶ。1998-2000

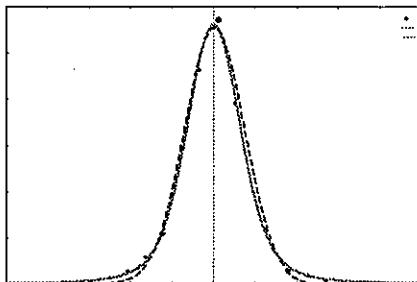


図 2(a). : 図 1 の為替データの対数変動を $D = 30$ で確率密度分布にしたもの。最適閾数は $\alpha = 1.6$ 、 $\beta = 0.000005$ の Lévy 分布。標準偏差 $\sigma = 0.000722$ の正規分布を比較のために同図に点線でプロットした。

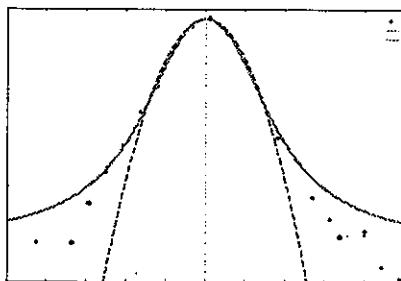


図 2(b). : 縦軸を対数目盛りにして (a) をプロットし直した図。Lévy 分布（実線）のほうが正規分布（点線）より裾野の部分でより良くフィットしている様子を示す。

年の 3 年分で 315 万個あまりのデータがあるからパソコンでは一度には扱えないが UNIX workstation なら問題は無い。これも大筋においては指数 1.8 程度の Lévy 分布である。しかし時系列の別の部分を取ったり、分量を変化させると指数はもっと小さくなったり、また大きくなったりする。しかし大体において 1.4 から 1.8 の間を動くのは確かなようである。

為替の tick データと株価のそれは大変よく似ている。変動の確率密度分布も今まで見た限りではほとんどそっくりに近い。例として IBM 株価の 1998 年から 2000 年までの 3 年分の全変動データを調べたところ、全部で 315 万点余りで、年間 100 万点、2 ヶ月あたり 15 万点位であるから、前述の為替と同頻度のデータ量である。これの確率密度分布は図の為替の場合と殆ど同一に近い。

一方、大阪証券取引所からもらった日経 225 の先物のほうは、平成 13 年 3 月満

期のものが 10 月 24 日から満期日までの間、15 万 5438 個の約定値がある。これで出現頻度を調べると、為替や株と異なり、何故かどれも正規分布から大きく外れない。この理由はよくわからないが、一般論として言えることは記憶が短いのであろうということであり、為替や IBM 株価と比較してランダムな価格がついているので大きな儲けや大きな失敗が少ないのであろうということになる。ちなみにここで使用したデータの単位時間あたりの量は同程度である。為替の ask&bid データは 2 ヶ月で 12 万個、IBM 株価は 36 ヶ月で 315 万個、また日経 225 先物の約定値は 4 ヶ月で 15 万個であるから、順に一月あたり 6 万、9 万、4 万となってオーダー的に同じである。

このような統計分布に従う時系列は金融市場のどのような性質を反映したものであろうか？様々の仕事がなされている中で、ここでは意外なほど単純なモデルから上記の分布則が系統的に出てくる例を示そう。実はこのモデルからは乱流の場合に似た間欠性のある振動が見られ、ある意味で実データより面白い。

5. ポジティブ・フィードバック模型

個々のエージェントの価格設定が Positive Feedback 原理にのみ従う、という単純な取引モデルを作ったら驚くほど安定な人工社会モデルができて、平均価格をプロットして行くと景気変動らしい振動が出る。これは愛知大学教授、長谷部勝也氏による「遊びのプログラム」に端を発する。ところがこのモデルから出る平均価格の時系列がおとなしいランダム運動をしたり、間欠性のある振動をしたりすることから、どういう場合に間欠性を持つのか、そしてそれは何か特別な意味のあることなのか、等と次々に調べてゆくうちに面白いことが分かってきた。

個々の価格設定は前回の取引で売れたか売れなかったかで決められる。売れなかったら次回には価格を一定比率下げる、つまり $(1+a)$ 分の一に減らし、前回卖れたときは次回には定数 b だけ増加させる。つまり a はデノミ・パラメータ、 b はインフレ・パラメータの役割を演ずる。 a と b は正值で 0.1 程度以下としておく。こうするとモデルは、各時点での全エージェントにわたる平均価格として、2 種類の異なる時系列を出力する。エージェントの数が 100 人の場合を図 3 に示すが、 (a,b) 平面上の 0.01 から 0.1 の長方形の区間にいて、右下のほうではおとなしいランダム時系列となり、左上の方では間欠性を持った時系列が現れる。間欠

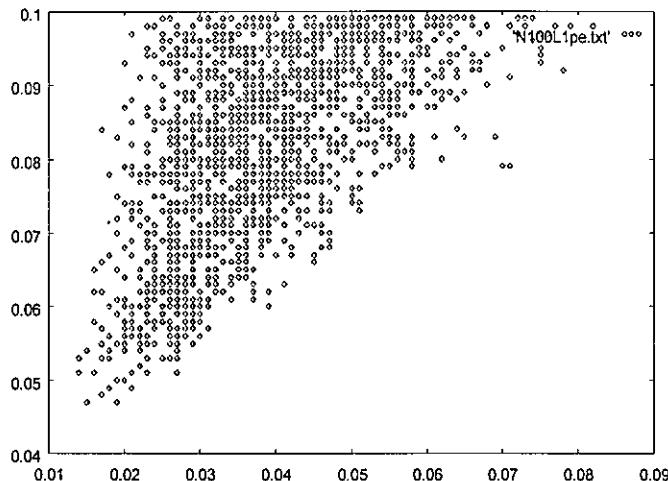


図 3. : モデルの 2 相を (a, b) 平面で表す。2 相の境界はほぼ $a = b$ で表される。間欠振動領域 ($a < b$) には点を打ち、カオス領域 ($b < a$) は白く残した。

性を持った時系列は参加するエージェントの脱落を伴い、最終的に周期運動に落ち着く。この周期運動は脱落を免れた少数のエージェントたちがその中で更に数名からなるグループを作り、グループのメンバーは一緒に動く。このため 12 名のエージェントが動いているときでもそれぞれ 2 名からなる 6 つのグループが同じ動きをしていることが分かる。明らかに自己組織化の現象がここで見えているわけである。右下のおとなしい時系列のほうではエージェントの脱落は目立たず自己組織化も起こらない。この二つの型の時系列が $a = b$ の斜めの線によって右下と左上に分けられる二つの領域にちょうど対応するというのは面白く思われる。

さて時系列の統計性を調べてみるとやはり二つの領域でまったく異なる振る舞いをする。左上は図 4 に示すようにローレンツ分布であり、右下のほうは図 5 に示すように明確に正規分布である。また境界付近では図 6 のように $\alpha=1.4\text{--}1.8$ の Lévy 分布に良く乗る。左上の部分がローレンツ分布なのは時系列の示す間欠性から予測できたことであるが、実際に曲線をフィットさせてみるとその上にあまりにも綺麗に乗ってしまうのに驚かされる。左上、すなわち、パラメータ b が大きいということは Bull-Market (強気市場) であり、右下、すなわち a が大きい領域は Bear-Market (弱気市場) に相当する。本当のデータでそのような傾向が見えるのかどうか興味があるがまだ試していない。

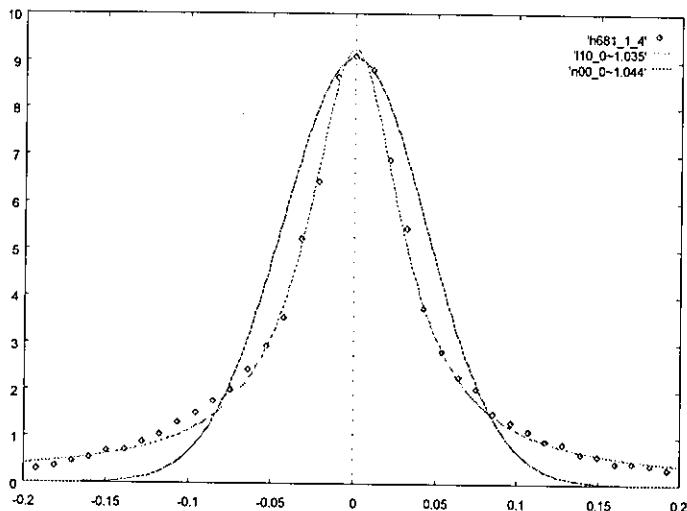


図 4.: 第2領域のモデル ($N = 100$ 、 $a = 0.06$ 、 $b = 0.08$) から生成される平均価格の時
系列 $t = 1\text{--}40000$ は Lévy 分布 $L(1, 0.035)$ によく合う。

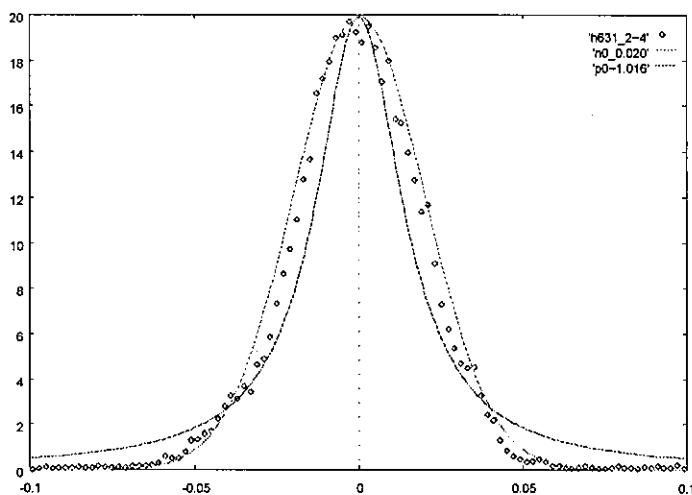


図 5.: カオス領域 ($N = 100$ 、 $a = 0.06$ 、 $b = 0.03$) のモデルから生成される時系列 $t =$
 $20000\text{--}40000$ は正規分布 $N(0, 0.02)$ によく合う。

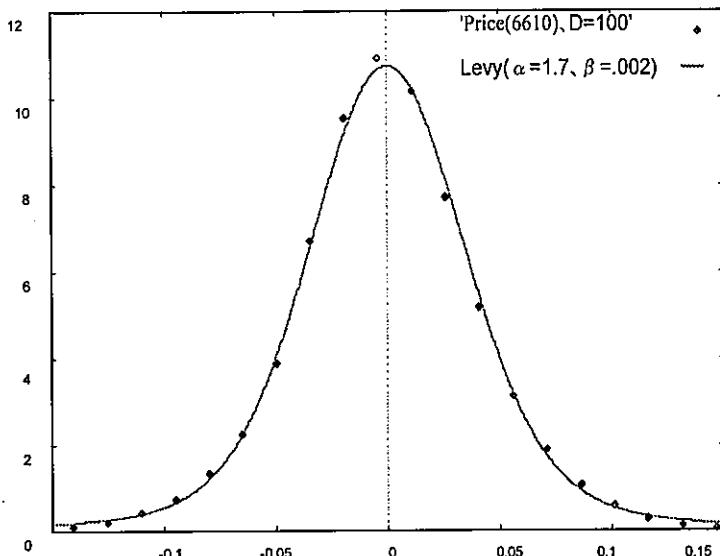


図 6.: 2 つの領域の境界に位置するモデル ($N = 100, a = 0.06, b = 0.06$) から生成される時系列 $t = 1\text{--}100000$ は Lévy 分布 L ($\alpha = 1.7, \beta = 0.002$) によく合う。

6. 今後の課題

データ解析については、サンプル的なデータがごく最近手に入ったばかりで、まだ解析方法も確立してはおらず、これからである。しかし本文で述べた簡単なモデルで出てくる時系列と対比させただけでも様々な面白い性質が見えてくるので、数理的方法を様々に応用して十分に楽しめる世界であることは間違いない。分野の壁を取り払った自由な研究スタイルを追求することが無意味でないだけは明らかに出来たと思う。今後は金融工学の常識にメスを入れてゆけるような成果を出したいものである。

データの説明と謝辞

以下の 3 種類のデータはどれもごく最近手に入ったもので、2) の入手に当たっては総研大教育研究交流センターの出口正之先生のお世話になりました。統数研の田村先生、大阪市大の塩沢先生、中島先生にもこの場を借りて深謝いたします。

- 1) 為替データは統数研の田村先生主催の共同研究を通してもらったもの。1994年の1月と2月の2か月分で12万5143個のデータがある。
- 2) IBM 株価 (NYSE-TAQ) 1998年-2000年の3年間で315万個余りの量のデータとなる。
- 3) 日経225指標の先物は、U-Martプロジェクトの活動の一環として、大阪市立大学経済学部の塩沢由典先生と中島義裕先生が大阪証券取引所から研究用にもらって来られたもの。

参考文献

- Bachelier L (1900) Théorie de la speculation. Doctor Thesis. Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure III-17:21-86; Translation(1964):P. H. Cootner(Ed.) the Random character of stock market prices, MIT Press, 17-18.
- Mandelbrot BB (1963) The variation of certain speculative prices, J. of Business (Chicago) 36:394-419.
- Mantegna RN, Stanley HE (1995) Scaling behavior in the dynamics of an economic index. Nature 376:46-49.
- Tanaka-Yamawaki M (2000) A Study of Chaotic and Non-chaotic Phase Structure in the Positive Feedback Model of Trading Agents. Tokuyama M, Stanley HE (eds) Statistical Physics, 692-698.
- Tanaka-Yamawaki M (2001) Information 4:179-185.
- Tanaka-Yamawaki M (2000) Proceedings of 5th Joint Conference on Information Sciences 2:965-967.