

## 10.7 研究テーマ

秋山英三

akiyama@complex.c.u-tokyo.ac.jp

慶應義塾大学理工学部

### 10.7.1 ゲームとダイナミクスに関する問題意識

生態系型システムのゲームシミュレーション、あるいは従来のNeumann、Morgenstern以来の伝統的ゲーム理論では、設定としてのゲームは固定的なものが使われることが多かった。しかし現実の系では、プレーヤーの行動がゲーム環境自体を変化させる可能性があり、また逆にその変動したゲーム環境にプレーヤーの意思決定が影響を受けることもある。さらに、自分の状態および他者の状態の変動に伴って効用関数自体が変化することもある。このような場合、以下のような現象が特徴的になる。

1. 環境を自分に有利に変化させる戦略をとることも重要になって来る。その変化した環境に自分自身も影響を受け、逆に変化した環境にあわせて主体のもつアルゴリズム自体も新しい環境に対して進化(学習)適応する。
2. ある二個体間のローカルな利得行列が無数に存在する第三者達が取る戦略によって変動する。
3. 自分自身の状態の内的変化によって、同じ戦略を選択しても自分にとっての効用が変化する場合がある。(同じ行動に飽きてしまって喜びが少なくなる場合など。)
4. まったくゲーム的狀況が無かった所に外的要因からゲームが発生して来る。

一方、複数の意志決定主体に関するゲーム理論以外のアプローチとして、力学系のモデルとして問題を記述する試みが、古くは1940年代後半にRashevskyやRapoportによって行われた。しかしこのタイプの研究は、ゲーム理論の広がりとともに下火になり、同時に、上記のような「ゲーム自体のダイナミクス」を取り扱う試みはほとんどなくなってしまった。その理由としては、力学系のモデルで意志決定主体間の問題を取り扱うことの根本的な困難さ(当時、満足の計算機環境がなかったという事実も含めて)、そして、ゲーム理論の体系の強固さがあるだろう。しかし、利得行列による代数的表現やゲームの木による因果関係の表現は、既に述べたようにゲームのダイナミクス問題を取り扱うのに向いていないという問題がある。

### 10.7.2 力学系ゲームに関する現在までの研究とその成果の概要

#### 10.7.2.1 力学系ゲーム

以上のような問題を取り扱うため、ゲーム自体がプレーヤーの採る戦略・内部状態と影響しあいながら変動するゲーム「力学系ゲーム(Dynamical Systems Game)」をシンプルな形で定式化し、ゲーム理論を動的な系に適応すべく拡張するための枠組みを構築した。力学系ゲームとは単純に言って、ゲームの利得関数がプレーヤーの行動や状態の影響を受けて変動するゲームのことである。つまりゲーム自身が力学系となるゲームである。具体的には以下の形式に従って力学系ゲームを定式化する。

1. 環境を表すいくつかの変数、プレイヤーの内部状態を表す変数、プレイヤーが選択できる行動の集合を定義する。また、環境変数とプレイヤーの内部変数からプレイヤーの効用を導く効用関数を定義する。
2. 全プレイヤーが選んだ行動、全プレイヤーの内部状態変数によって、次の時点の環境が決まる。その遷移関数を定義する。
3. プレイヤーは自分が獲得する利得を増やすべく進化・学習する。

ゲームとダイナミクスに関する問題はかつてから様々なところで指摘されてきたが、その多くは抽象的な議論に終始していた。力学系ゲームでは、モデルをいくつかの具体的な問題に適用し、計算機実験などを通して解析を進め、既存のゲーム理論のモデルとの比較を通じて「ゲーム自体の力学」に関する一般的性質の追求を行ってきた。

### 10.7.2.2 力学系ゲームの適用例—社会的ジレンマ

力学系ゲームの適用例として「木こりのジレンマゲーム」というゲームを定式化してその解析を行った。

#### 木こりのジレンマゲーム

ある丘に $n$ 人の木こりが住んでいる。このゲームはこの丘に育つ木々と、それを切る $n$ 人の木こり（プレイヤー）たちによって構成されるジレンマゲームである。木こりたちが皆で木が成長するまで待ってから皆で木を切れば、皆がそこそこに幸せになれる。一方、個人の利得だけを考えれば、多少短くてもよいので、他の人を少しでも出し抜いて早めに木を切って独占してしまった方がよい。しかし、皆がそういった利己的な行動に走ると、丘はあっという間に丸裸になってしまい、皆にとっても不幸なことになる。

このゲームは、(Hardinが1968年に提出した「共有地の悲劇」の話に代表される)「社会的ジレンマ」状況に対応する力学系ゲームの一つである。社会的ジレンマは、静的(伝統的)ゲーム理論の範囲では「 $n$ 人囚人ジレンマゲーム」として表現されることが多い。一方、木こりのジレンマゲームでは、木の大きさの時間発展が明示的に表現されている。そのためプレイヤーの獲得する木材の大きさ(明らかに効用と関係してくる)も、どの時点でプレイヤーが木を切るかによって変動する。どの大きさで木を切るか、というポイントが連続的に分布しうる。それゆえ「協力」「裏切り」という言葉の持つ意味も連続的になる。つまり同じ協力(裏切り)でも、白黒ではなく、グレーのゾーンが現れる。さらに、「どの時点で木を切る」というプレイヤーの決断は、明らかに後々のゲーム環境に影響を与える。

ジョシ(1987)、ボイド&リチャーソン(1988)は、社会的ジレンマを静的ゲームとして記述することによって、「社会的ジレンマ状況では、プレイヤーの人数の増加とともに協力の形成が急激に困難になる」という事実を数学的に証明した。この結果を踏まえて近年では、協力的社会がエージェント間の単なる互恵性ではないもの、つまり、ある種の規範、制度に従って系の外側から与えられる制裁などによって維持されるのではないかという立場の研究が多くなされている。しかし現実のcommons的状况(例えば、ブラジル北東部バヒアの沿岸漁場、日本の入会、モロッコのアグダル(牧草地)、etc.)では、commonsの構成員内の相互作用から協調的な資源の利用方法が確立され、安定に維持されることがある。その協調のルールは、しばしば「プレイヤーたちの時間的な役割の分業」と「資源のダイナミクスの管理」によって維持される。つまりこれらは、ゲームダイナミクスの記述によって初めて理解できる協力形態である。社会的ジレンマがゲーム的状况の一つであるこ

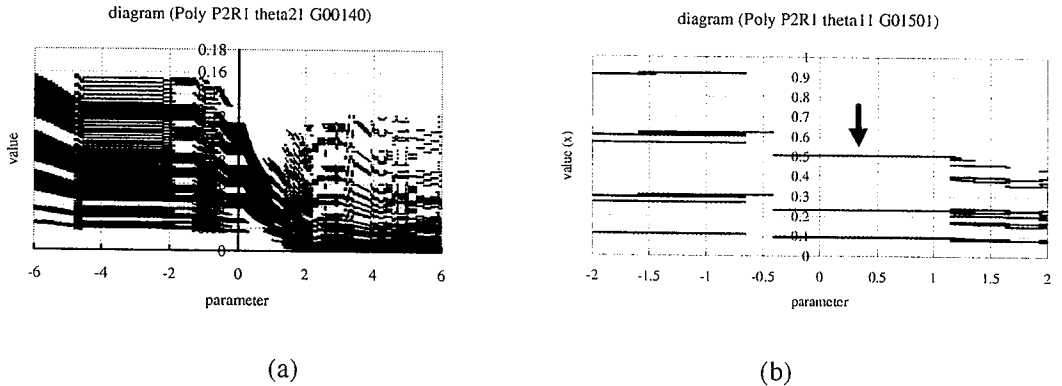


図 1: 二人木こりゲームのAGSダイアグラム

とは事実であるが、今まで、以上のような協調形成のメカニズムを記述できるモデルは存在しなかった。一方、木こりのジレンマゲームは、社会的ジレンマが具体的にどのような力学的法則によって生まれるのかというレベルまで具体的に記述する。そして、この木こりのジレンマゲームの計算機実験とその考察から、ゲームのダイナミクスに内在する安定な「軌道」が協調的社会的の発生と維持を可能にするようなゲームの存在を示された。

例えば、図 1は、二人の木こりが一本の木を巡って争った場合について、進化ゲームのシミュレーションを行なった結果の一部を示している(「AGSダイアグラム」と呼ばれる図)。図 1-(a)はシミュレーションの初期(木の切り合いの時代)、図 1-(b)は中期(丘の木の協調管理の時代)の図で、それぞれ、木こりの戦略パラメータの変化(横軸)に対するゲームダイナミクスのアトラクターがプロットされている。一般に大まかに言って、(a)のような込み入った構造が見られる時は協調は見られないが、(b)のようにある程度明確に分節化した構造が見られる時は、各アトラクターに対応する動的協調形態が木こりたちの協力の規範となって安定化する。例えば(b)で、矢印で示された三本の線分の中に存在するゲームダイナミクスのアトラクターでは

1. 木こりAが木を切る
2. 木こりBが木を切る
3. 木を切るのを二人とも待つ

という三周期の安定な周期的協調形態が見られる。この三周期のダイナミクスは戦略の変動(横軸)に対して安定であり、プレイヤーたちにとって一つの協力の規範になっている(「戦略的安定軌道」)。当然のことながら、 $n$ 人囚人ジレンマゲームなどの静的なゲームの表現では原理的にこのような協力形態を表現し得ない。(なお、ここで使われたAGSダイアグラムは、コントロールパラメータに対するアトラクターの変遷を表す、という意味で、力学系の性質を調べる時に使われる「分岐図」と似ていると言える。しかし、分岐図のコントロールパラメータは基本的に外部から固定した値として与えられるものであるのに対し、AGSダイアグラムのコントロールパラメータは、系の内部の各プレイヤーによって、進化の過程で自律的に決定されていくものである。)

ゲームの動的な側面を考慮した木こりのジレンマゲームの一人～三人の計算機実験の結果を通して、以下のようなことが分かった。

1. 社会的ジレンマ状況でも、(外部から与えられる規範、罰則などでなく)完全に「系の内部」の相互作用だけから協調状態が構成され、維持される場合がある。それはゲームの力学的法則に非常に依存し、人数の大小とは完全に別のレベルの効果である。(力学系ゲームとして記述しても、社会的ジレンマには変わらないので、人数の効果は当然存在する)
2. 直接相手に影響と与えるというより、ゲーム環境自体を操作することによって相手に影響を与える戦略の発生とその進化が、複数人力学系ゲームにおいて見られる。特に、協調性が社会から失われている場合に顕著に見られる。
3. 意思決定の際に他者の状態をどのように参照できるか、という進化のレベルによって、全く異なるゲームのダイナミクス、及び社会現象が見られる。
4. プレーヤーの行動とゲームのダイナミクスとの相互作用により、プレーヤーの戦略と系の社会構造が段階的に発展をする様子が見られる。
5. 静的ゲームとして表現すると論理的に同じになるゲームが、動的プロセスを考慮することによって全く異なる現象を生み出す場合がある。

#### 10.7.2.3 まとめ — 力学系ゲームに関するこれまでの研究成果

ゲーム理論ではプレーヤーの効用関数は固定された枠組みとして通常与えられ(利得行列)、それゆえ数学的解析が成功したとも言えよう。しかし、我々が住む現実世界でのゲーム環境は、プレーヤーの行動や状態によって変動してしまうことがあり、そのダイナミクスのもつ意味は通常無視できない。確かに、ゲームの固定性を外すと純数学的な解析は通常困難になる。しかし、非線形物理学の分野と同様、近年では、計算機シミュレーションによってこのような系の振る舞いを解析することが可能になった。既存の研究でも、戦略の進化のレベルで時間的変動を考慮したものは存在したが、ゲーム自身のダイナミクスを考慮したモデルを提唱して、実際の例を調べた研究はこれまで存在しなかった。力学系ゲームにおける上記の結果は、ゲームのダイナミクスをモデルのレベルで導入することの重要性を示し、さらに、プレーヤーの集団と環境との相互作用の中からどのようにゲーム的状况が生まれ、どのように変遷して行くかといった、これまで取り扱うことができなかった問題を、力学系ゲームモデルによって取り扱うことができる可能性を示している。

力学系ゲームモデルの提示と一人木こりジレンマゲームへの応用、力学系ゲームの視点からの社会的ジレンマの解析、他者状態の参照方法の進化と社会的ルールの変遷の関係についての研究が現在進行中であり、今後は、現存する無数のゲームモデルについて、現実では存在しながら、原理的にノイマン型のゲームでは議論し得ない類の現象について、検証を行っていく。