

## 10.1 シュレーディンガー70年の夢

永山國昭

nagayama@nips.ac.jp

生理科学専攻・生理学研究所

### 10.1.1 はじめに

量子力学に対する物理屋の受け止め方には三態がある。1つは量子化公理を理解し、完成品として受け入れる態度。第2は量子力学の公理的側面には無関心で、ただ役に立つシュレーディンガー方程式を使う人。そして最もマイナーなのが量子化公理を受け入れず、量子力学を未完成としてそれを越える理論を探る人である。私は3番目に属する希少人種である。しかし昔をたどるとお仲間がいた。アインシュタインそして方程式の提唱者シュレーディンガーその人である。二人とも波動関数の2乗を確率ととらえるコペンハーゲン解釈を拒否した。特にボーア-アインシュタインの量子力学論争は物理学史のみならず、思想史に影響を与える大きな出来事だった。果して論争は本当に決着を見たのか。

ところで問題の発端である波動関数はそれ自体が観測されないことになっている。ではそれが観測できたらどうだろうか。論争自体がなくなるのか。さらに量子力学論争から派生した多くのパラドックスが解消されるのか。それとも新たな問題が生じるのか。本稿では波動関数の一般的測定法の発見を報告し、その実験例をもとにこの20世紀物理最大の問題について私の考察を述べたい。

### 10.1.2 波動関数の観測法－複素観測

複素観測法の原理は驚くほど簡単である。この方法はもともと電子顕微鏡の分解能とコントラストの改善という極めて現実的要求から着想された。電子顕微鏡の分解能が使用している電子波の波長(2~5 pm)に比べはるかに悪い(200~500 pm)ことはよく知られた事実だ。その説明として電磁レンズでは凹レンズが作れず、球面収差が除けないことが理由にあげられる。しかしこの現実的問題の背後に実は波動関数の観測の問題が隠されていた。電子波の波動関数に関わる問題の本質があった。

複素観測法[1] 図1に示すようなレンズを用いて集光する散乱実験を考える。入射波の物質による散乱には透過入射波と散乱波の寄与が重なる。その2つの波はレンズ後方の観測面で重畳して2乗検出される。このように検出そのものは従来の強度検出と変わらない。しかし次のような3つの実験を行い、その結果を複素的に結合すれば、観測対象の散乱波動関数 $\psi(\vec{R})$ 自体が得られるのである。

$$\text{実験I} = |1 + \psi(\vec{R})|^2, \quad \text{実験II} = |i + \psi(\vec{R})|^2, \quad \text{実験III} = |\psi(\vec{R})|^2 \quad (1)$$

$$\text{複素観測} = \{\text{実験I}\} + i\text{実験II} - (1+i)\text{実験III} = 1 + i + 2\pi\psi(\vec{R}) \quad (2)$$

$|\psi(\vec{R})| \ll 1$ のときは実験IIIを省略でき、実験IとIIで複素観測が可能となる。一般に強度検出では $\psi(\vec{R})$ にかかる位相因子たとえば $\exp(i2\pi K_0 z_0)$ (進行方向の位相因子、 $K_0$ は波数、 $cz_0$ は進行距離)などは表面に出てこない。(2)式の結果はこうした位相因子および $(1+i)$ の項に代表される定数項を度外視すれば強度検出から複素振幅(波動関数)そのものが得られることを示している。

(2)式の実験I、IIに現れる1やiの定数項は光学や通信分野でなじみの参照光、参照信号である。信号と参照を混合する方法はヘテロダイン検波とか光学的ヘテロダイン法と呼ばれ、古くから用いられてきた。ヘテロダイン法の名前の云われは外部参照を利用するところにあった。この旧来法と異なり複素観測法は、入射透過波という内部参照を利用する。こうした内部参照の利用につい

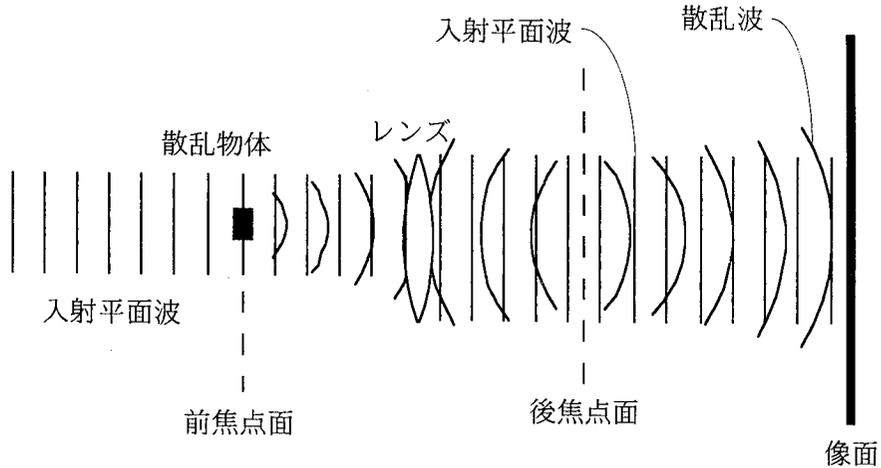


図 1: 入射-散乱干渉の模式図

でも顕微鏡においてすでに行われており、実験Iのような方法は明視野顕微鏡、また実験IIのような方法は位相差顕微鏡と呼ばれている。

ここで広く散乱実験一般（回折法、顕微鏡法、分光法）について内部参照を使った複素観測法が可能なることを証明しよう。

先に述べた明視野顕では明るい背景光が内部参照光となる。このことはよく知られた事実であるが、それが同一量子による本質的な量子干渉を意味すること（図1）は明確な形で利用されてこなかった。このことを原子衝突の散乱理論[2]と光吸収、散乱の光学モデル[3]を用いて説明したい。

1個の原子による入射波（電子、原子、光）の散乱は次式で表現される。[2]

$$\psi(\vec{R}_0) = \exp(i2\pi\vec{K}_0 \cdot \vec{R}_0) + \psi_s(\vec{R}_0). \quad (3)$$

第1項は入射波、第2項は散乱波を表現する。これを強度検出  $|\psi(\vec{R}_0)|^2$  すると当然両者の交叉項、すなわち入射-散乱干渉、が生ずる。従来の原子衝突（素粒子や原子核実験）はレンズを用いない本質的な回折実験なのでこの干渉項を捨て、 $|\psi_s(\vec{R}_0)|^2$  の散乱項のみを検出してきた。何故なら入射-散乱干渉は入射軸まわりでだけ有意な強度を与えるからである。こうした狭い入射軸まわり部分のデータは、入射ビーム自体と重なるので通常無視される。

ところでレンズを用いる結像系ではこの干渉が完全に観測面に像となって現われる。すなわち干渉項が入射項の2乗や散乱項の2乗と共に観測されるのである。観測面においてこれら3項を分離するのが、先に述べた複素観測法（式（1）、（2））である。

一方光学モデルでは入射光( $\exp(i2\pi\vec{K}_0 \cdot \vec{R}_0)$ )の散乱は次のように表される。[3]

$$\psi(\vec{R}_0) = \exp(i2\pi\vec{K}_0 \cdot \vec{R}_0)\psi(\vec{r}_0, z_0) = \exp(i2\pi K_0 z_0)\psi(\vec{r}_0, z_0). \quad (4)$$

ここで  $\vec{r}_0$  は  $z = z_0$  面上の2次元ベクトル、 $K_0$  は  $\vec{K}_0$  の絶対値、 $\psi(\vec{r}_0, z_0)$  は  $z = z_0$  面上の光学情報で通常複素振幅と呼ばれる。多体系や厚い試料の場合、多数の原子による散乱の全ての効果の入った複素振幅が物体の光学特性の全てを代表する。ところで物体は原子より成り立っているのだから当然（3）式の原子衝突散乱式が成り立っているはずだ。確かに多体系における多中心散乱（運動学モデル）や多重散乱（動力学モデル）でも（3）式が成り立つことが証明できる。2）したがって（3）、（4）式は同一内容を表すと考えてよい。したがって複素振幅として次式が得られる。

$$\psi(r_0, z_0) = 1 + \exp(-i2\pi K_0 z_0) \psi_s(\vec{R}_0) \quad (5)$$

先に述べたように電子波の進行方向に垂直な面内ベクトル $\vec{r}_0$ に依存しない位相因子 $\exp(i2\pi K_0 z_0)$ は、画像にとって本質的ではない。観測対象としては $|\psi(\vec{r}_0, z_0)|$ で必要十分である。(5)式を見ると $\psi(\vec{r}_0, z_0)$  (複素振幅)は散乱による波面の他に明確に内部参照、1 (入射波の項)を含んでいる。この波動関数の顕微鏡観察を模式的に示したのが図2aである。

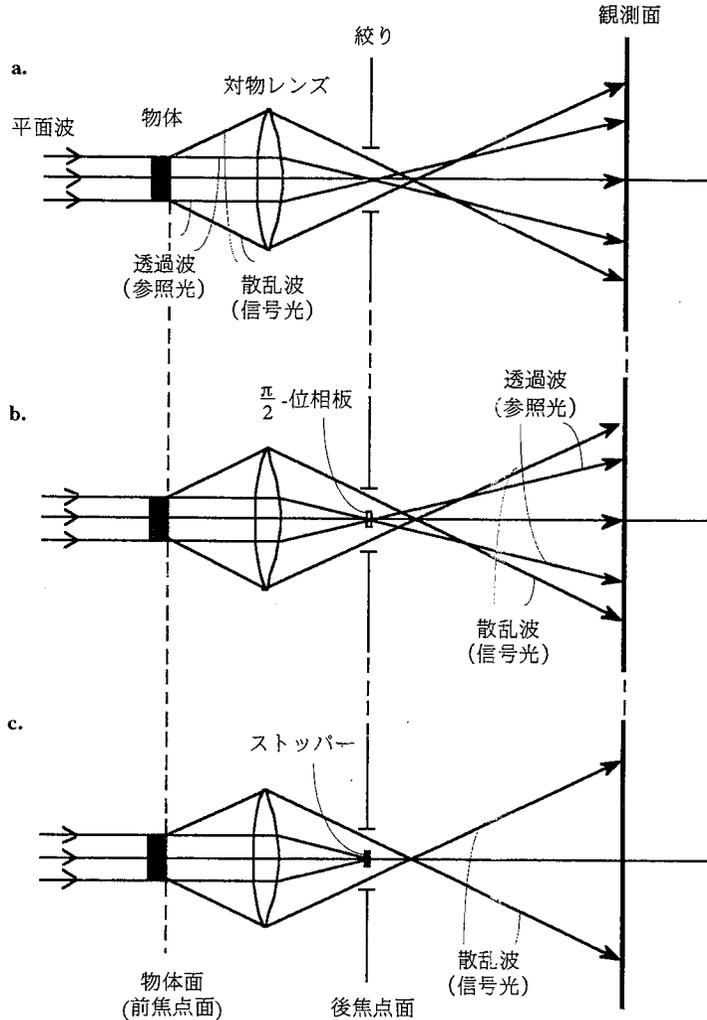


図2: レンズを使った結像系の複素観測法の模式図。(a)明視野顕微鏡、(b)位相差顕微鏡、(c)暗視野顕微鏡

散乱波はいじらず参照光の位相のみを $\pi/2$ ずらせば(5)式の1は虚数 $i$ となる。こうして実験IIが得られる。それを実験的に実現するにはレンズ後方の焦点面で0次回折光を操作すればよい。図2bのように非常に小さな $\pi/2$ -位相板を後焦点に入れる。これで入射光に対応する位相のみが $\pi/2$ ずれ、結果的に参照光を1から $i$ にしたことになる。

干渉項を捨て強度項 $\psi(\vec{R}_0)^2$ のみを得るには位相板と同じ位置にストッパーを入れればよい(図2c)。こうして複素観測に必要な3つの実験法が顕微鏡に対しそろったことになる。

### 10.1.3 電子顕微鏡の実例

複素観測法がすぐに威力を発揮するのが電子顕微鏡における収差除去、云々ゆるシェルツァー (Scherzer) 限界の突破である。[1]

電子顕微鏡の本来の分解能は100kV加速の場合、はじめに述べたように2 pmまで到達してもおかしくない。しかしこの顕微鏡の波長限界によりはるか以前に電子顕微鏡には3つの分解能限界が存在する。1) 情報限界：これは入射電子波の可干渉性による限界で、電磁レンズの色収差と結合して、波長限界よりはるかに悪い分解能限界を与える。電解放射型電子銃と最高の電磁レンズと組み合わせも現在30 pmが限界である。2) シェルツァー限界：電磁レンズの球面収差に由来する分解能限界で、複素観測法が解決するのはこの限界で、ある。シェルツァー限界分解能は以下の表式で与えられる。

$$\delta_{\text{Scherzer}} = (C_s \lambda^3)^{1/4} \quad (6)$$

ここで $C_s$ は対物レンズの球面収差、 $\lambda$ は光波、物質波の波長。この限界が何故生まれるかについては後述する。3) 電子線損傷限界：これは特に生物、有機物試料において深刻であるがここでは触れない。

レンズは平面波を球面波に、球面波を平面波に変換する働きを持つ光学デバイスである。このレンズ作用により一般に無限遠で実現するFraunhofer回折を有限の焦点面に持つてくることができ、Fraunhofer回折は、回折の最も単純な形式で、散乱物体の複素振幅をフーリエ変換 (FT) するという働きを持つ。レンズによる結像は要するにこのフーリエ変換を2回行い、物体面上の波面をもとに戻す作用を表現しているにすぎない。この2回FTが完全なら、まったく同じ物体からの波面が得られるという意味で分解能に限界はない。しかし一般に伝播波数の制限 (絞り) と収差、そして焦点ズレ (デフォーカス) のためこの2回FTは完全ではない。この不完全性を伝播演算子 $P(\vec{R} - \vec{R}_0)$ を用いて表現しよう。ただし倍率は1とした。

$$P(\vec{R} - \vec{R}_0) = \frac{\exp(i2\pi K_0(z - z_0))}{(2\pi)^2} \int A(\vec{K}) \exp(i\gamma(\vec{k})) \exp(-i2\pi\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)) d\vec{k} \quad (7)$$

ここで、 $\vec{R}, \vec{K}$ は3次元ベクトル、 $\vec{r}, \vec{k}$ は2次元ベクトルを表す。また $A(\vec{k})$ は波長制限の絞りを、 $\gamma(\vec{k})$ はレンズ作用の不完全さからくる種々の収差さらにピンボケの原因である焦点ズレを含んだ位相ズレである。この2つの関数が消えれば、式 (7) はまさしく単純な2回フーリエ変換を表わしている。 $\exp(i2\pi K_0(z - z_0))$ は物体面と観測面の距離の間に生ずる固定の位相差で2乗検出のおかげで表面には出てこない。

電子顕微鏡では $A(\vec{k})$ でなく $\gamma(\vec{k})$ が分解能限界を与える。そこで $A(\vec{k}) = 1$ として話を進めよう。薄い試料のように弱い位相物体 (電子波は衝突により位相を変えるだけ) を考えると (5) 式は次のように与えられる。ただし $\psi(\vec{r}_0, z_0)$ などは以後 $\psi(\vec{r}_0)$ と表記する。

$$\psi(\vec{r}_0) = \exp(ib(\vec{r}_0)) \simeq 1 + ib(\vec{r}_0), \quad 1 \gg b(\vec{r}_0): \text{実数} \quad (8)$$

上式で1の項が入射波を、 $ib(\vec{r}_0)$ が散乱波を表す。通常の電子顕微鏡法 (図3a) の画像は (8) 式を波動関数の伝播を表現する (9) 式に入れて求める。収差を含んだ伝播演算子 (7) 式を用いると実験I (明視野顕微鏡) に対応する画像は (10) 式で与えられる。

$$\psi(\vec{R}) = \int \psi(\vec{r}_0) P(\vec{R} - \vec{R}_0) d\vec{r}_0 \quad (9)$$

$$|\psi^I(\vec{r})|^2 = 1 - 2b(-\vec{r}) \otimes F[\sin \gamma(\vec{k})] + |b(-\vec{r}) \otimes F[\exp(i\gamma(\vec{k}))]|^2 \quad (10)$$

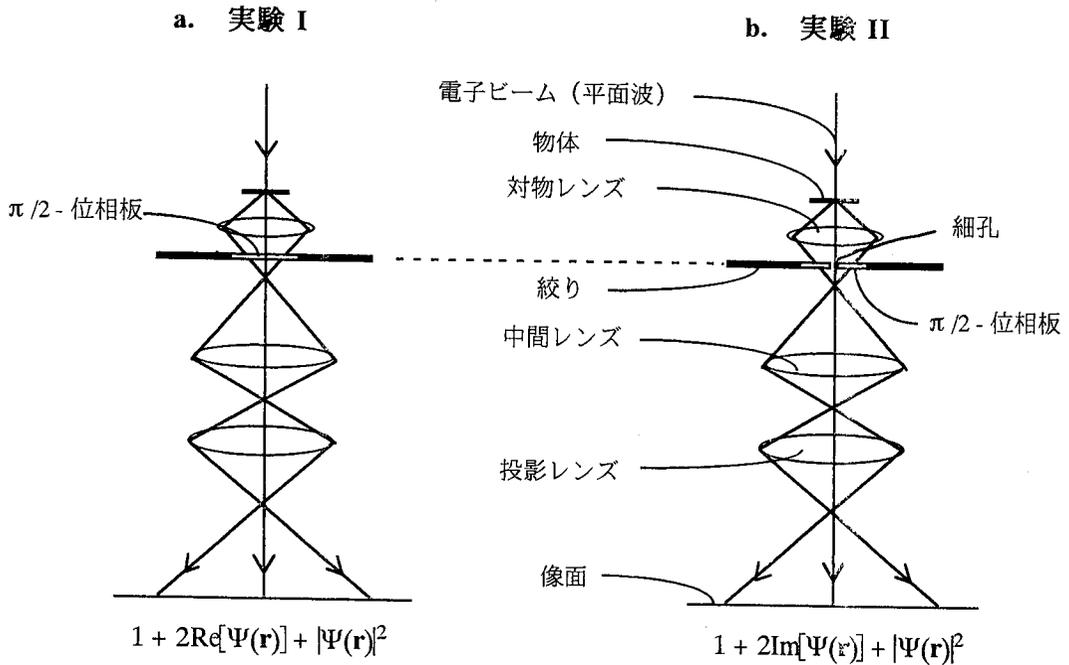


図 3: 2実験法を用いた複素電子顕微鏡の模式図

⊗はたたみこみ (コンボリューション) を表す。 $b(-\vec{r})$ の $-\vec{r}$ は像の倒立を示している。また  $F[ ]$ はフーリエ変換を示す記号。 $\sin \gamma(\vec{k})$ は位相コントラスト伝達関数と呼ばれ電顕における諸悪の根源としてシュルツァー限界を与えている。これを除去することが複素観測法の課題であった。第1項が背景光、第2項が干渉項、第3項が散乱波の2乗項である。

$\pi/2$ 位相板を焦点面に入れた位相差電子顕微鏡 (図3b) からは次の画像が得られる ( (8) 式の1を*i*に変えて計算)。

$$|\psi^{II}(\vec{r})|^2 = 1 - 2b(-\vec{r}) \otimes F[\cos \gamma(\vec{k})] + |b(-\vec{r}) \otimes F[\exp(i\gamma(\vec{k}))]|^2 \quad (11)$$

上式の中の $\cos \gamma(\vec{k})$ は振幅コントラスト伝達関数と呼ばれる。 $b(\vec{r})$ は小さいので (10)、(11)で $|b(-\vec{r})|^2$ の項を省略でき、 $\psi^I$ 、 $\psi^{II}$ から最終的に複素画像は次式で与えられる。

$$\psi^c(\vec{r}) = |\psi^I|^2 + i|\psi^{II}|^2 = 1 + i - 2b(-\vec{r}) \otimes F[\exp(i\gamma(\vec{k}))] \quad (12)$$

$\psi^c(\vec{r})$ から収差 $\gamma(\vec{k})$ を除去するのは簡単である。云々ゆる逆フィルター  $\exp(-i\gamma(\vec{k}))$ をかければよい。

$$2b(-\vec{r}) = F[F[\psi^c(\vec{r})] \exp(-i\gamma(\vec{k}))] + C, \quad C: \text{不定な背景項} \quad (13)$$

こうしてめでたく収差や焦点ズレによるボケのない本来の画像しかも複素画像 $b(\vec{r})$ が得られた。

次にこの方法を用いた実験 (実験IとIIのみの組み合わせ) の結果を示そう[4]。図4にバクテリア由来の光合成蛋白質の2次元結晶の明視野像 (a) と位相差像 (b) の結果をのせた。予想通り生物試料は位相差像が圧倒的にコントラストが高い。それぞれの画像をフーリエ変換すると上段に示すようにコントラスト伝達関数が明白に見える ( (c)、(d) )。これを動径方向 (波数に対応)

を横軸にとりプロットしたのが (e) である。位相コントラストの伝達関数は  $\cos(\gamma(\vec{k}))$  に、振幅コントラストが  $\sin(\gamma(\vec{k}))$  に対応するので  $k=0$  で前者が最大 (図4dで中心が黒)、後者は0 (図4cで中心が白) となる。実際には非弾性散乱が重なるため  $k=0$  からスタートする大きな減衰曲線のゲタをはいている。

図4の中央は位相差像と明視野像から複素和をとり複素画像を再生する過程を示したものである。2つの像から同一部分を切り出し複素再生法を適用すると複素画像 (位相像 (f) と振幅像 (g)) が得られた。特に (g) の位相像を従来法で得た同一試料の画像 (最下段) と比較すると結晶構造が明確に見えるのがわかる。このサンプルは負染色しているので分解能は1.5nmを越えることはない。従って本例は分解能向上ではなくコントラスト向上が複素観測法で実現することを示したことになる。

### 10.1.4 波動関数の実体－拡散過程

電子散乱の波動関数を複素数としてとり出し、複素画像として再生ができることを実例で示した。もちろん複素数の演算は全てコンピューターで行い、複素画像もコンピューターの中に仮想的に存在している。そうしたコンピューター空間で確かに計算的に収差が除け、顕微鏡の性能を向上できることが証明された。しかしいざ波動関数が観測されると私はますますその実体が (公理的立場からは問うてはいけないその実体が) 知りたくなかった。そこで過去20年気になっていた量子力学の実数化法「確率力学」にたちかえることにした (電子顕微鏡の分解能問題は30年間の懸案だったが)。

確率力学は1966年のネルソンによるニュートン力学の確率化を嚆矢とする[5]。この確率化には量子力学の標準理論と同じ公理的側面があったが最近チューリッヒ大学の長澤によりその弱点が全て除かれ、完全な理論として完成した[6]。この理論を受け入れれば量子力学のパラドックスも量子化公理の“公理的前提”も全て解消し、必要なくなる。電子や光という量子は時間反転双対 (この概念の理解はなかなか困難であり、新しいパラドックスかもしれない) な“ブラウン粒子”である。波動と見えるのはシュレーディンガー方程式における虚数の導入が波動関数を複素化したからである。波動ではなくやはり軌道が量子の運動の本質である。

実はこの時間反転双対の拡散理論はシュレーディンガーその人を出発点とする。1931年の論文「自然法則の可逆性について」がそれである[7]。彼は古典的ブラウン運動の理論を時間反転も同時に扱える形式に書き直すとシュレーディンガー方程式が出てくることを発見的に示した。私が本稿のタイトルでシュレーディンガー70年の夢と書いたのはこのことを指す。約70年をかけて彼の夢 (シュレーディンガー方程式の実在論的止揚) は実を結んだと思われる。そして波動関数自体の観測も今や可能となり名実共に実体化された。以下要約の要約で長澤理論の概要を伝えたい。

まずシュレーディンガー方程式の導出をふりかえってみよう。公理的にはその導出過程は以下の演算子化で行われる。

#### 古典力学

$$E = \frac{1}{2m}p^2 + V(x) \quad (14)$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 全エネルギー      運動エネルギー      ポテンシャルエネルギー

$$\begin{aligned}
 E &\rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad p \rightarrow -i\hbar \nabla \\
 \nabla &= \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \\
 \Delta &= \nabla^2
 \end{aligned} \quad (15)$$

#### →量子力学

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + V(x) \Psi \quad (16)$$

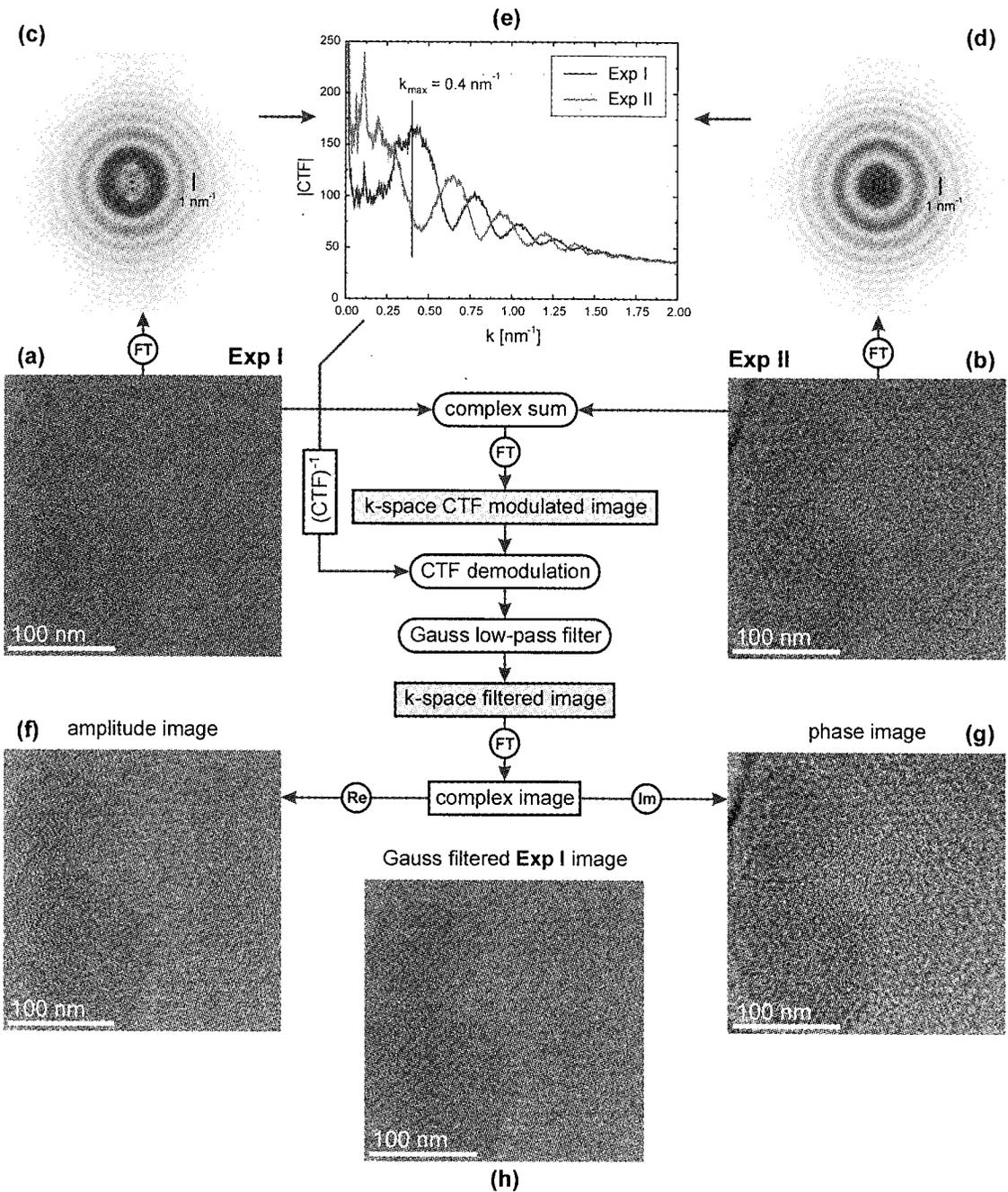


図4: 光合成蛋白質2次元結晶の複素電子顕微鏡像。a)明視野像(実験I)、b)位相差像(実験II)、c)明視野像のフーリエ変換、d)位相差像のフーリエ変換、e)コントラスト伝達関数、f)複素画像の振幅成分、g)複素画像の位相成分、h)従来法による電子顕微鏡像

しかしこの公理的方法に何ら必然性はない。式 (16) を導くための代数的等置なのであり、物理的に導かれたのではない。ところでシュレーディンガーが式 (16) を最初に導いた仕方は違っていた。実は彼は物理的に合理的な4次の波動方程式 (17) から出発し、因数分解として (18) 式を導いた[8]。

$$\left[ \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \left( \frac{\hbar^2}{2m} \Delta - V \right) \right]^2 \Psi = 0 \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi + \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \Delta - V \right] \Psi &= 0 \\ +i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi + \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \Delta - V \right] \Psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

そして一番目の式を彼のシュレーディンガー方程式として採用したのである。この経緯から見るかぎり式の導出は大変発見的で大きな飛躍をもともと含んでいた。

ところでシュレーディンガー方程式を (19) のように書きかえるとそれはとても拡散方程式 (20) に似ている。このことはシュレーディンガー本人を含め多くの人が気がついてきたことである。

シュレーディンガー方程式

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m} \Delta \Psi + \frac{V}{\hbar} \Psi, \quad \Psi: \text{複素関数} \quad (19)$$

拡散方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{2} D \Delta \phi + \frac{c}{\hbar} \phi, \quad \phi: \text{実関数} \quad (20)$$

すなわち (19) 式と (20) 式で  $i$  を無視し、 $\hbar/m = D$  とおけば両者は同一の方程式となる。実際、長澤の時間反転双対理論では両者の解は次のように結ばれる。

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= e^{R+iS} & \phi &= e^{R+S} \\ \bar{\Psi} &= e^{R-iS} & \hat{\phi} &= e^{R+S} \end{aligned} \right\} \leftrightarrow (R, S) \leftrightarrow \quad (21)$$

(19) と (20) の同等性は定常状態  $S = -\lambda t$  ( $\lambda$  は実定数) では更に明白となる。

すなわち  $\Psi(t, x) = e^{-i\lambda t} \psi(x)$  を (19) に代入、

$$\lambda \psi(x) = -\frac{\hbar}{2m} \Delta \psi(x) + \frac{V(x)}{\hbar} \psi(x) \quad (22)$$

次に、 $\phi(t, x) = e^{-\lambda t} \varphi(x)$  を (20) に代入、

$$-\lambda \varphi(x) = -\frac{1}{2} D \Delta \varphi(x) + \frac{c(x)}{\hbar} \varphi(x) \quad (23)$$

となる。従って  $V(x) = c(x) = 2\lambda$ 、 $D = \hbar/m$  なら (21) と (22) は同一の式

$$-\frac{\hbar}{2m} \Delta \psi(x) + \frac{V(x)}{\hbar} \psi(x) = \lambda \psi(x) \quad (24)$$

となり、云わゆる定常状態のシュレーディンガー方程式が得られる。

第3の量子化である経路積分を考案したFeynmanも量子をブラウン運動ととらえていたふしがある。事実彼の解説書「経路積分と量子力学」の中には量子の運動として図5のようなまさしくブラウン運動の表現が見られた。彼の積分も双対ブラウン運動の立場から照明が当てられている[6]。

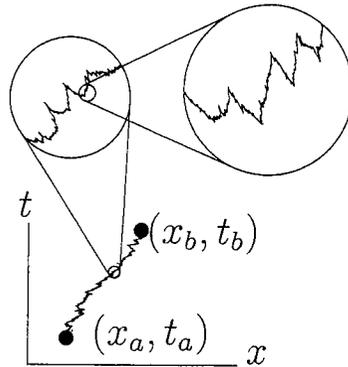


図 5: Feynmanの教科書に示されている量子的粒子の運動イメージ[9]

### 10.1.5 ニュートン世界を越えて

長澤の時間反転双対散乱理論は戦後発展した確率過程論、特に伊藤清の確立した確率解析学に深く根差している[10]。1931年のシュレーディンガーの時間反転アイデアが完成を見なかつた背景にはこの確率過程論の未成熟があつたのだと思われる。

ともかく量子化公理自体が時間反転双対拡散方程式と確率解析学から導かれるとすれば20世紀の最大の量子力学革命は今までとは異なつた様相をおびてくる。従来量子力学革命はニュートンの描いたマクロ決定論を革新するミクロ決定論（シュレーディンガー方程式）として称揚されてきた。

しかし確率過程論によりミクロとマクロの断絶が解消されることになれば、真の革命は量子化革命でもミクロ決定論でもなく、次の革命（仮に確率革命とも呼ぼう）の中にあるはずだ。すなわちミクロとマクロは全て連続で世界を記述する仕方に実は2つの方法があるにすぎない。ニュートン流の微分方程式系（古典力学、電磁気学、公理的量子力学などの決定論）

ニュートン、変数 $x, y$ , 関数： $f(x)$

$$\left. \begin{aligned} d(xy) &= xdy + ydx \\ d(f(x)) &= f'(x)dx \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

と非ニュートン流の確率微分方程式系（長澤の確率量子力学、その他に進化系、生態系、社会などの確率過程）伊藤、確率変数： $X, Y$ , 関数： $f(X)$

$$\left. \begin{aligned} d(XY) &= XdY + YdX + dXdY \\ d(f(X)) &= f'(X)dX + \frac{1}{2}f''(X)dXdX \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

とである。そして我々が描いてきたニュートン世界は確率過程論で記述されるべき豊穡で生産的な複雑世界へと変貌をとげることになる。21世紀とはそうした革命を向かえる時代になるはずだという私の考えを模式的に示すと図6のようになる。

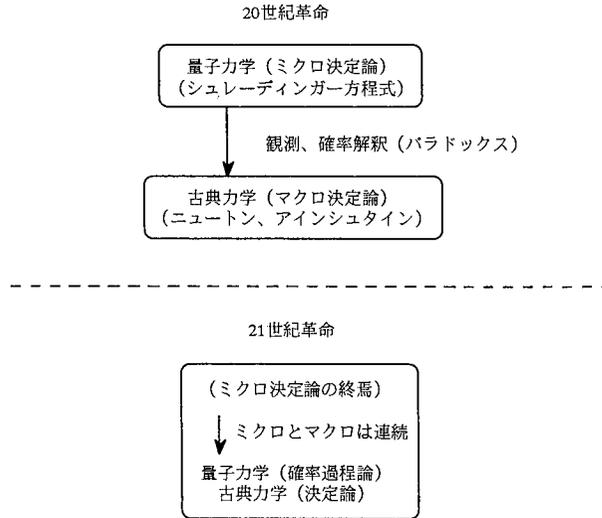


図 6: 世紀をまたがる革命の革命

### 10.1.6 おわりに

複素数で記述される波動関数とは何だろうか。(21)式に示される読み替えはでそれはブラウン粒子の軌道(分布)という意味を付与された。では果たしてそれは実在するのか。それについて私はまだ答を探しあぐねている。そこで長澤氏との手紙のやりとり(1999年)の一部を引用することで本稿を閉じさせていただく。

『複素観測法は波動関数が複素数であることを基礎にした観測法です。従って実数計測を行う通常の観測を最低2回(実数項計測と虚数項計測)必要とします。この観測法の考えは一年前波動関数が複素数であると強く意識したとき突然導かれたものです。波動関数が起こせることに一時私は驚喜し、世界は実体でなく複素体だという認識論上の転回を経験しました。去年はこの“真実”を私だけが知っているという喜びだけに満足感を味わってきたのですが、熱が冷めてみると、世界のどこを探しても複素数で記述されるべき実体が見えてこないという、深い失望も徐々に生まれてきたのです。そんなとき保江邦夫の近著「量子の道草」に出会い、再び私を「確率力学」に立ち返らせました。そして1993年の先生の科学朝日上の論文を再読し、さらにBirkhäuserのmonograph, "Schrödinger Equation and Diffusion Theory"を読み次の確信に至ったのです。「波動関数を複素観測できることが、波動関数の複素数としての実在性を否定している。」

複素観測は2回の計測と複素和という操作を用いて、operationalに波動関数を再構成します。RとSが観測できるので $\Psi = e^{R+iS}$ 、 $\bar{\Psi}$ 、 $\phi = e^{R+S}$ 、 $\hat{\phi} = e^{R-S}$ などお好みのものを作れます。先生の理論の通り確かに $\bar{\psi}$ は量子過程の記述の中間型だとわかるのですが、また一方私の複素観測は $\psi$ を複素数と認識することなしに生まれなかったことも事実です。これは大きなジレンマ「波動関数という操作量なしにはたして世界を正しく認識できるのか」を私にもたらしめました。』

これに続いていくつかの質問をしたが、その返事の中の次の答えは示唆に富む。

『(c) deterministic motionに対する運動方程式がNewton equationであるのに対応して、stochastic motion (process)に対する運動方程式が

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} + G\phi = 0 \\ -\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} + G\hat{\phi} = 0 \end{cases}$$

これも一般論ですので、どんな確率過程にも適用可能です。非相対論的運動では

$$G = -\frac{1}{2}\Delta + V, \hat{G} = G.$$

(e) くりかえしになりますが、基本的なのは次の二点です。

(i) 運動方程式は (1) で与えられる。

(ii) 運動方程式 (1) で記述される stochastic process  $X(t)$  を構成する。stochastic process  $X(t)$  が粒子の運動を記述する。

(注. 「量子力学」では (i) の運動方程式として Schrödinger equation がありますが、(ii) に対応するものはありません。これが「量子力学」の欠陥。)

(c) stochastic process  $X(t)$  を調べることで明らかになるものの一つとして spin motion があります。例えば水素原子が spin を持つ場合に電子が spin 運動をしていることがわかります。電子の stochastic な運動  $X(t)$  に spin-drift がかかっていることがわかります。これは Nagasawa(2000) にくわしく書きました。「量子力学」では stochastic process  $X(t)$  を見ていないので、spin-drift も見えません。』

すなわち公理的量子力学は未完成であり、波動関数は実体というより1つの中間表現として操作的に見出され、定義された。実体はむしろ確率過程  $X(t)$  にある。しかし我々はそれを知るための窓として波動関数の有用性を過去70年間味わってきた。その波動関数自体の観測が名実ともに今可能になった。果たしてこれからはどのような時代が展開するのか。波動関数という窓から見る風景に興味はつきない。

#### 文献

- [1] Nagayama, K: Complex Observation in Electron Microscopy. I. Basic Scheme to Surpass Scherzer Limit. J. Phys. Soc. Jpn. 68; 811-822 (1999).
- [2] Mott, N. F, Massey, H. S. W: Theory of Atomic Collisions. Clarendon Press, Oxford, 3rd ed (1965).
- [3] Born, M, Wolf, E: Principles of Optics. Pergamon Press, New York, 5th ed (1975).
- [4] Nagayama, K, Danev, R, Murata, K, Sugitani, S: unpublished data
- [5] Nelson, E: Derivation of Schrodinger equation from Newtonian mechanics. Phys. Rev. 150; 1076-1085 (1966).
- [6] Nagasawa, M: Schrodinger Equation and Diffusion Theory, Birkhauser, Basel (1993). 日本語解説は、科学朝日1992年5月号 34頁~39頁「数学が証明した手品技きの量子力学」.
- [7] Schrodinger, E: Uber die Umkehrung der Naturgesetze. Sitzungsberichte der preussisheu Akad. 144-153 (1931).
- [8] Schrodinger, E: Quantisierung als Eigenwertproblem. Ann der Physik, 81; 109-139 (1926).
- [9] R. P. ファインマン / A. R. ヒップス (北原和夫訳) 「ファインマン経路積分と量子力学」、マグローヒル (1990) .
- [10] 伊藤 清「確率論」, 岩波 (1953) .