

6.5 経済現象の熱力学への還元

名倉賢

nagura@koryuw02.soken.ac.jp

教育研究交流センター

熱統計力学

筆者が経済現象の理解に熱統計力学が使えるのではないかと考えたのは、もう4、5年前のことになる。大学院生の仲間にそのアイデアを話すと奇抜なアイデアだとは言われたが、そのアイデアは間違っているというものはなかった。そう言う点では、熱統計力学を物理現象以外に应用する、とくに経済のような多自由度の対象に应用するというアイデアは自然なものといえる。

一人一人の人間は一見気ままに行動しているとしても、そこには何らかの最低限の合理性があるはずであり、統計をとればそこに平均が存在しているはずである。平均が存在していれば、そこには何らかの中心極限定理に相当する法則があるのだろう。

そういう中心極限定理のようなものがあれば、多くの自由度を考えれば考えるほどマクロな平均の揺らぎというものなくなる。つまり、ひとつひとつに注目するとまったく気ままで何の法則性もなくでたために見える現象も、多くの対象を集めて統計をとれば一種の法則性がみえてくる可能性がある。

中心極限定理には分散の有限性が必要になるなどというものもあるだろうが、そういうことは今のところ本質ではない。仮に中心極限定理が効かなくて、揺らぎ～分散がなくなっていかなくても構わない。中心極限定理の精神は統計によって分散を限りなく小さくできることではなく、ミクロ的には膨大な自由度のシステムが統計というマクロ的フィルターを通したあとには少数の変数のみが重要になるということである。とにかく統計をとることによって法則性を見出せる可能性があるのではないか、ということ考えたわけである。

近代経済学

現代の経済学は（もちろんマルクス経済学は除くと）マクロ経済学とミクロ経済学に大別される。

ミクロ経済学というのは、完全に合理的な経済人や完全な市場を仮定して議論をすすめる。ミクロ経済学の理論は一種の公理系をなしているといわれている。しかし、プロの数学者や数理論理学者が見ても何だこりゃと思うにちがいない代物である。公理系というよりは中世ヨーロッパで流行ったスコラ哲学にちかい。1930年代に登場したケインズ理論によりミクロ経済学は一時期流行らなくなるが、その後新古典派として復活している。現在、市場原理主義者と揶揄されている人々はほとんどがこの新古典派の信奉者と思われる。

マクロ経済学はイギリスの経済学者ケインズが創始したもので、その名の通り個々の経済活動の解析よりも経済活動の結果生じる統計量を扱う。GNPやGDPなどの経済指標はその統計量の代表である。現在ではケインズ理論は新古典派におされてあまりぱっとしない。いまでは唯一日本の経済官僚がその信奉者であるといわれる。

というわけで、統計の法則性を考えようとした場合やはり参考になるのはマクロ経済学のほうである。

まず最初に私はGNP (GDP) を熱力学での内部エネルギーと同定して議論をすすめようと試みた。結論から言えば、この試みは失敗した。

大雑把に言って、 $GNP = \text{消費} + \text{投資}$ であって、 $\text{投資} = \text{貯蓄}$ というのがケインズ理論の主張である。私はこのケインズの主張を熱力学的に解釈しようとしたがどうしてもうまくいかなかった。

熱力学の第一法則 $\Delta U = Q + \Delta W$ に対応して、内部エネルギーの増加 = GNP 、流れ込んだ熱量 = 消費、受けた仕事 = 投資という具合にして対応付けるのがもっとも自然であろう。しかし、これはうまくいかない。 GNP を時間積分した量というのは意味がある。 GNP というのはストックではなくて本来はフローだからである。 GNP を時間積分はその積分区間での総生産量という意味がある。しかし、これをエネルギーと対応付けることは無理がある。エネルギーは保存量である。 GNP の時間積分を保存量に対応付けるのは、いろいろ試みたがどうしてもうまくいかない。また投資 = 仕事という対応関係も一見よさそうに見えるがうまくいかない。熱力学での仕事というのは、ミクロな自由度のなかで、境界条件その他の理由でたまたまある自由度が相殺されないで生き残って、それが仕事の自由度として観測されるわけだが、そのような解釈はやはり投資に対してはやりにくい。

そこで GNP のような直接的な量から離れ、リスクというもう少し抽象的な量を考えたわけである。

リスクについて

リスクとはいったい何なのだろうか？正直なところ私にはわからない。

経済系のミクロな法則ではリスクと情報が鍵の概念になるのではないかと予想している。状態はリスクのために揺らぐ、リスクとは一種の不確実性、情報不足であるからである。情報によりリスクは変化する。情報を与えればリスクは下がり、情報を奪えばリスクは上がる。力学で例えれば、運動量と力のようなものだろう。しかし確率論的にしか記述できないので、古典力学というよりは量子力学にちかい。

私が最近リスクを感じるのは通学のときである。私事で恐縮だが、私は埼玉の浦和の自宅から神奈川の葉山の総研大まで通学している。平均して片道2時間40から50分かかかる。

自宅からの通学経路は、自宅からバスで浦和駅へ、浦和駅から電車で逗子駅へ、逗子駅からバスで大学へとなる。

逗子駅からのバスはデertimeでは一時間に一本しかこない。朝夕でも一時間に二本程度である。私はここに大変なリスクがあると感じている...

12時2分JR逗子駅発の京浜急行バスがある。私はこのバスをよく利用している。私はこのバスに乗るために10時08分浦和駅発の京浜東北線1009Aに乗る。10時08分浦和を出た1009Aは10時43分に東京駅に着く。東京で10時53分発の東海道線787Mに乗り換え、11時27分戸塚駅に着く。同時同分同駅発の横須賀線1031Sに乗り換る。戸塚駅では東海道線と横須賀線は同一ホームに着く。乗換えと言ってもプラットホームを横切り反対側で待っている横須賀線に飛び込めばよい。したがって同時同分でも充分乗換えができる。横須賀線1031Sは11時45分逗子駅に着く。ここでバスの乗り換えに15分ちよっとの余裕を見ている。なんとなれば12時2分の次のバスは13時1分だからである。一時間に一本のバスに乗り遅れると言うのは致命的な打撃なのである。

以上のスケジュールで行動すると、どれかの電車が4、5分遅れても充分対処できる。たとえば、もしも京浜東北線が遅れていたら、どうすべきだろうか？東京駅での乗り換えに10分の余裕があるので多少の遅れは決して致命的ではない。したがって、4、5分の遅れではそのまま京浜東北線に乗っていて問題ない。もしも浦和駅で京浜東北線の遅れの情報が得られたのなら、京浜東北線のかわりに上野行きの中距離電車（高崎線・東北線）に乗ればよいだろう。上野駅と東京駅の間は山手線と京浜東北線の並走区間なので、一番良くある人身事故（ようするに鉄道自殺だが）で両

方同時に止まることはほとんどない。またたとえば、もしも東海道線787Mが少し遅れて戸塚駅11時27分発の横須賀線1031Sに接続できない場合が考えられる。この可能性は決して低くない。戸塚駅の乗り換えは同時刻のものなので少しでも東海道線が遅れば、横須賀線に乗り帰られない。数十秒程度の遅れの場合は早くきた電車が多少待ってくれるようだが、2、3分も遅れば待つてはくれない。実際に私は東海道線787Mが少し遅れて横須賀線1031Sに接続できなかったことが一度だけだったが。しかし、この計画のよいところは、それでもなお12時2分のバスに間に合わせることができることである。東海道線の遅れで横須賀線1031Sに乗りできなかった場合は、次の11時41分発の横須賀線1019Sに乗れば12時ちょうどに逗子駅に着くことができる。少し逗子駅構内を人をかき分け走らなくてはならないが、なんとか12時2分のバスに間に合う。

もし、12時2分のバスへ最速の接続を考えれば、10時30分浦和駅発の東北線3524Mに乗れば間に合うことになる。しかしながらこの乗換えではどれか一本でも数分遅れば、12時のバスには間に合わず、結局13時のバスになってしまう。私はこのリスクを恐れて22分もの代償を払っているわけである。

東京駅で東海道線に乗りかえるかわりに、京浜東北線1009Aで品川（10時51分）まで行ってしまい、直接横須賀線1031S（10時54分）に乗りかえるという手がある。この方法だと東海道線787Mが遅れて横須賀線1031Sに接続できないリスクを排除できる。またこの方法だと、仮に京浜東北線1009Aが遅れて10時54分の横須賀線1031Sに乗れなくても、11時01分発の東海道線787Mに乗れば、戸塚で横須賀線1031Sに追いつける。と、2重に保険をかけることができる。

だから私は東京駅で京浜東北線を降りるときは注意深く車掌のアナウンスに耳を傾けるようにしている。なんとすれば、東海道線が順調に運転されているかどうかという「情報」がほしいからである。この情報があれば私は「リスク」をコントロールできる。

普段私が東京で東海道線に乗り換えてしまうのは、京浜東北線のホームと東海道線のホームが隣同士で乗換えがらくであり、始発駅であるから座れるということ、つまり品川乗車からだ座れない可能性があることと、品川駅の乗換えがやや大変という横着が理由である。要するに私は品川乗換えは割に合わない「オーバーヘッド」だと感じているのである。しかしながら、横着をしなければ余計なリスクを排除できる。つまり、情報が多少不足していても「努力」をすれば、また、リスクを下げるができる。

このように私はリスクを下げるよう行動している。しかしこの行動は本当に合理的なのだろうか？ 私は60分の遅れを恐れて22分もの保険をかけてしまっている。最近JRはよく遅れるとマスコミなどでさかんにたたかかれているが、私の経験では3回に1回も遅れるということはない。10回往復して1回も遅れば、運が悪いほうだろう。ということは、22分の保険をかけないで、つねにすれすれの接続を狙ったほうが平均通学時間は短くなるだろう。平均の通学時間をできるだけ短くするのを目的とするのなら、10時30分の東北線3524Mに乗るべきだろう。

リスクとはいったい何なのだろうか？ 正直なところ私にはわからない。ただし、こういうことが言えると私は考えている。

- 1 余計なリスクは努力、仕事で排除できる。
- 2 情報を用いることによりリスクはコントロールできる。
- 3 リスクをかけたほうが平均的なリターンは大きい。

金融市場の場合

最近の標準的なファイナンス理論は伊藤の確率微分方程式をつかう。価格 S の証券はドリフト率 μS 分散 $\sigma^2 S^2$ の確率微分方程式を満たすと仮定する。

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (1)$$

つまり、 μS は微小時間リターン率、 σ はボラティリティ (volatility気まぐれさ)・リスクを表す。この2つの定数で証券の値動きを特徴付けるのが現在標準的な理論である。時刻 $t = 0$ のときの証券価格 $S(0) = S_0$ としたとき、時刻 $t = T$ の証券価格 $S(T)$ の平均と分散はそれぞれ、

$$E(S(T)) = S_0 e^{\mu T} \quad (2)$$

$$\text{var}(S(T)) = S_0^2 e^{2\mu T} (e^{\sigma^2 T} - 1) \quad (3)$$

となる。

伊藤のレンマより

$$U = \ln S$$

としたとき、

$$dU = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dz \quad (4)$$

となる。このとき時刻 $t = T$ の $U(T)$ の平均と分散はそれぞれ、

$$E(U(T)) = U_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) T \quad (5)$$

$$\text{var}(U(T)) = \sigma^2 T \quad (6)$$

となる。もちろん、時刻 $t = 0$ で $U(0) = U_0$ であったとしている。

株価のようにリスクの高い証券を扱う場合、価格 S そのものよりも $U = \ln S$ を考えるほうが都合がよい。一つには投資効率の善し悪しはリターンの絶対値ではなくリターン率で測られるからである。二つ目には価格 S の対数 $U = \ln S$ は効用を表しているからである。

もっとも簡単な例を考える。

いまA社とB社の二つの株式を考えよう。さらにこの二つの株は独立としよう。この二つの株が投資のリターン率として釣合うためには

$$\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2} = \mu_B - \frac{\sigma_B^2}{2}$$

が必要となる。この釣合いをもっと多数の独立な証券で考えれば

$$\mu_I = \mu_0 + \frac{\sigma_I^2}{2} \quad (7)$$

を得る。ここで μ_I 、 σ_I は証券 i のそれぞれドリフト率、ボラティリティであり、 μ_0 はリスクがゼロの証券の利率である。

このモデルでは実は株式Aの発行元のA社はB社との合併が間近であるというようなインサイダー情報はもちろん、証券Aと証券Bには経験的に特段の相関関係が知られているなどの情報が全くないことを想定している。したがって

1 余計なリスクは努力、仕事で排除できる。
2 情報を用いることによりリスクはコントロールできる。ということが入り込む余地はない。むしろ、そういうズボラが原因で入り込む余計なリスクや情報を排除した理想的な状態のモデルがこの金融モデルだと私は思う。

よって、ハイリスク・ハイリターン原則だけが (7) というクリアな形で現れる。

リスクと言うのは本質的に重要でこの概念なしに経済現象を熱力学で議論することはできない。

悪魔

現在流行している金融理論はもちろんミクロ経済学というのには変なところがある。その理論の教えでは悪魔が存在してもどうもかまわないらしい。むしろ自らが積極的に悪魔になろうとして、悪魔になればこういうことができると教えてさえいる。

完全な経済人という概念がある。全ての情報を知っていて常に合理的に最適な経済行動をとるという仮想の人物である。ミクロ経済学はこういう人物を想定して思考実験を続ける学問といえる。

金融理論の中核に裁定取引というのがある。ミクロ経済学を信じているものが、この理論を勉強した者なら必ずこう考えるだろう。もしも完全な情報が得られればリスクなしでいくらでも儲けられる、と。

カオス経済学の研究をみているとこういう考えが背景に必ずといってよいほどある。完全な情報を得られないのは、市場システムに対する理解のアプローチが間違っているのであって、複雑系の考え方で接近すれば完全な情報が得られるのだ、といった考え方である。そしてそれに成功すればノーリスクで大儲けできる。

こう書くといかにも彼らが悪者のようにになるが、むしろ彼らの気分としては一昔前の石油掘りに似ているのではないか。世の中にはまだ誰にも知られていない宝の山があって、それを俺が探してやるんだ、というところだろう。

それに対して私は悪魔は存在しないと考える。

確かに裁定取引は証券会社その他の機関投資家が行ってそれなりに儲かっている。しかしノーリスクではないはずだ。裁定取引をするには投資が必要になる。情報を仕入れるのには必ずなんらかのコストがかかる。

一部の人はこのコストは無限に小さくできると考えている。または、同じことだが、有限のコストで完全な情報が得られるのではないかと考えている。

私はそうは思わない。情報を得るためにはそれ相応のリスクを負担しなければならないと私は考える。つまりは第2法則が成立すると考えている。

少ない投資でも優秀なマネージャーが運用するとそれだけ儲かることがある。それは彼が悪魔に近いというよりは彼自身に人より多くのリスク (=リターン) を抱えることができるからだろう。人より優秀でより正しい情報を見ぬけるというよりも、ただ単に度胸が良いだけ、運が良いだけかもしれない。

もちろん、ほろ儲けが絶対に不可能と主張しているわけではない。悪魔というのは絶対零度の熱源で自分自身を冷やすことができるものと言いかえることができる。つまり、金利0で好きなだけ資金を調達して投資できれば当然ほろ儲けできる。それに近い状況が90年代後半の日本とアメリカのあいだで起きた。

追記

作家の村上龍がさいきん何兆円という金でどう言うものが買えるのかということの本にしたらしいがこの本の内容は本質的にまちがいである。なんとなれば、リスクと言うものを彼はぜんぜん考慮していないからである。金額がおおくなると、何兆円という金額自体よりもむしろリスクの総量のほうが重要になる。金額だけの帳尻を合わせて、リスクを考慮せず莫大な金額の取引をすれば必ず膨大なリスクの過不足を引き起こすはずである。もしそんなことをすれば溢れ出したリスクは行き場を求めて魑魅魍魎のように暴れまわるだろう。市場は混乱し経済秩序は破壊される。

村上龍は市場を無視しているといってもよいだろう。銀行への公的資金の供与というのは、一般市民にとっての金が銀行に注ぎ込まれたと考えるよりはむしろ、バブル崩壊のため銀行が十分なリスクをとれずしたがって十分なリターンを見込めないため、リスクを充分取れるだけの基盤を銀行に供与したと考えるほうがよい。

文献

- [1] 名倉賢, 金融市場の熱力学, 素粒子論研究, 1999年4月号 (Vol.199 No.1)