

# He-Neレーザー(6328Å)におけるカオティック発振

桑島史欣

\* 福井大学工学部電子工学科(〒910 福井市文京3-9-1)

## Abstract

This paper reports the first observation on the chaotic emission from a *class A* laser. A single mode He-Ne(6328Å) laser which had an external mirror with a PZT was used. Varying the vibrational frequency of the PZT, time series of laser output power were observed, from which the strange attractors in the phase space, finite correlation dimension, positive Lyapunov exponents were obtained. As results, around 100Hz of the PZT frequency, the chaotic emission was recognized.

**Key Words** : Chaos, He-Ne Laser, Delayed feedback, modulation

## 1 序論

単一モードレーザーでカオスを発生させる場合は、それが3変数以上の系<sup>8)</sup>であること及び、bad cavity condition ( $\kappa \geq \gamma_{\perp} + \gamma_{\parallel}$ )を満たすことが、鍵となってくる<sup>9)</sup>。ここで、 $\kappa$ は共振器中の光損失、 $\gamma_{\perp}$ は横緩和定数、 $\gamma_{\parallel}$ は縦緩和定数である。

レーザーを bad cavity condition からの距離によって分類すると *class C* ~ *class A* に分類できる<sup>10)</sup>。

これまでレーザーカオスの研究は bad cavity condition に近い *class C*, *class B* で行われてきた。例えば、最初のレーザーカオス光である He-Ne(3.39 $\mu$ m) レーザー<sup>1)</sup> や FIR  $NH_3$  レーザー<sup>4)</sup> は *class C* のレーザーであり、bad cavity condition を満たしやすく、3変数系なので、そのまま励起を上げ、3変数+bad cavity condition でカオス光が発生できる。*class B* のレーザーである  $CO_2$  レーザー<sup>2,3)</sup> や、半導体レーザー<sup>5)</sup> は2変数系であるが、外力に敏感な性質を利用し、外力を加えることで、2変数+外力の状態でも bad cavity condition に近づける事によりカオス光を発生させている。

bad cavity condition から遠い距離にある (*class A*)、単一モードレーザーでは、反転分布と電気分極の2つの変数は  $\gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel} \gg \kappa$  なので光電場に従属し、光電場の1変数が主としてレーザー発振状態を決めている。今回は、このような good cavity condition ( $\kappa \ll \gamma_{\parallel} < \gamma_{\perp}$ ) の可視域 He-Ne(6328 Å) でのカオス光の発生を試みたので報告する。

なお、カオスの判定法について今回は、1) 時間波形をみる、2) アトラクターをみる、3) 周波数成分を調べる、4) 相関次元を調べる 等の方法を用いている。

## 2 実験系及び実験方法

単一モードHe-Ne レーザー (6328Å) においては、class B より独立変数が1つ少ないため、これまでカオス光が発生していない。そのため delayed feedback+modulation の方法により独立変数を2つ増やしカオス光発生を試みた。今回、modulation の方法として、外部鏡を PZT(Piezoelectric Translator) により振動させることにより1変数系の可視光のレーザーであるHe-Ne レーザー (6328Å) でのカオス光発生をめざした。

実験系を、Fig.1 に示す。

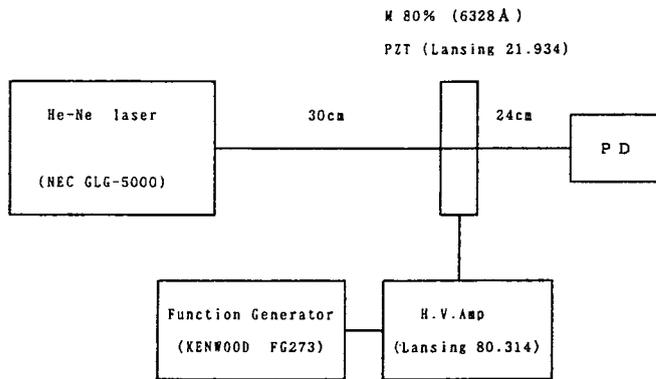


Fig.1

今回の実験では、レーザーは NEC の GLG-5000(動作電圧810V, 動作電流5mA, 出力0.5mW, 横方向単一モードTEM<sub>00</sub>, ビーム直径0.65mm, ビーム広がり角1.25mrad, 縦モード間隔670MHz) の既製品を用いた。従って、励起は一定の条件で実験を行った。フィードバックは、反射率  $R_3 = 80\%$  (6328Å) の外部鏡でかけている。レーザー共振器長  $L_1$  は23cmであり、内部鏡は、出力側反射率  $R_2 = 95\% \sim 97\%$ 、反射側  $R_1 = 100\%$  である。また外部鏡は、PZT(Lansing 21.934) で振動させている。

以上のような、レーザーの励起を固定した、光学的遅延フィードバックのある系では、レーザー系のダイナミクスを制御する重要な外部パラメータは、外部鏡の反射率  $R_3$ 、外部共振器長  $L_2$ 、及び PZT による  $L_2$  の変調振幅  $\Delta L_2$  である。

- 1) 外部鏡の反射率  $R_3$  はレーザーの戻り光の量  $\Delta I$  を決める意味で重要である。Class A レーザーは good cavity であり戻り光の効果は例えば半導体レーザーに比べて敏感ではないので、初めての試みなので半導体レーザーの実験例 ( $R_3 \simeq 0.01 \sim 0.013$ ,  $R_2 \simeq 0.55$ ,  $\Delta I = R_3(1 - R_2) \simeq 0.55\% \sim 0.72\%$ )<sup>6)</sup> の約5~10倍の戻り光量を目安に、まず、 $R_3 = 0.8$  に選んだ。即ち、 $\Delta I = R_3(1 - R_2) = 0.8 \times 0.05 (R_2 \simeq 0.95) \simeq 4.0\%$  となる。現在、手元にある反射鏡の範囲で、 $R_3 = 55\%$  及び  $30\%$  に変化させてみた。
- 2) 外部共振器長  $L_2$  は、予備的に  $L_2$  を 23cm, 30cm, 46cm, 60cm と変化させ鏡を固定したままで出力波形、アトラクターを比較したが定性的に大きい変化は見られないので、比較的不規則性が大きく、機械的に安定な 30cm に設定した。この場合の delay time  $\tau_2 = 2L_2/c = 2ns$  である。
- 3) PZT による鏡の位置の変調は delay time に変調をかけることに相当する。最初の試みなので最大振幅  $4.5 \mu m$  (p-p:  $9 \mu m$ ) で波長の 15 倍程度とかなり大きくした。

そこで今回は、励起、外部鏡の反射率 80% の場合を主として、外部鏡の振動数を変えていったときの出力の変化を観測した。光強度の出力はフォトダイオード (PD) で受けて、AD

変換ボード(Interface AZ-816)を通してサンプリング周期  $70 \mu s$  でパーソナルコンピュータに取り入れている。

### 3 実験結果

以下、外部鏡反射率  $R_3 = 80\%$  ,  $L_2 = 30cm$  の場合を中心に実験結果を述べる。 $R_3$  及び  $L_2$  を変えた場合については代表的実験結果と共に考察の項で言及する。

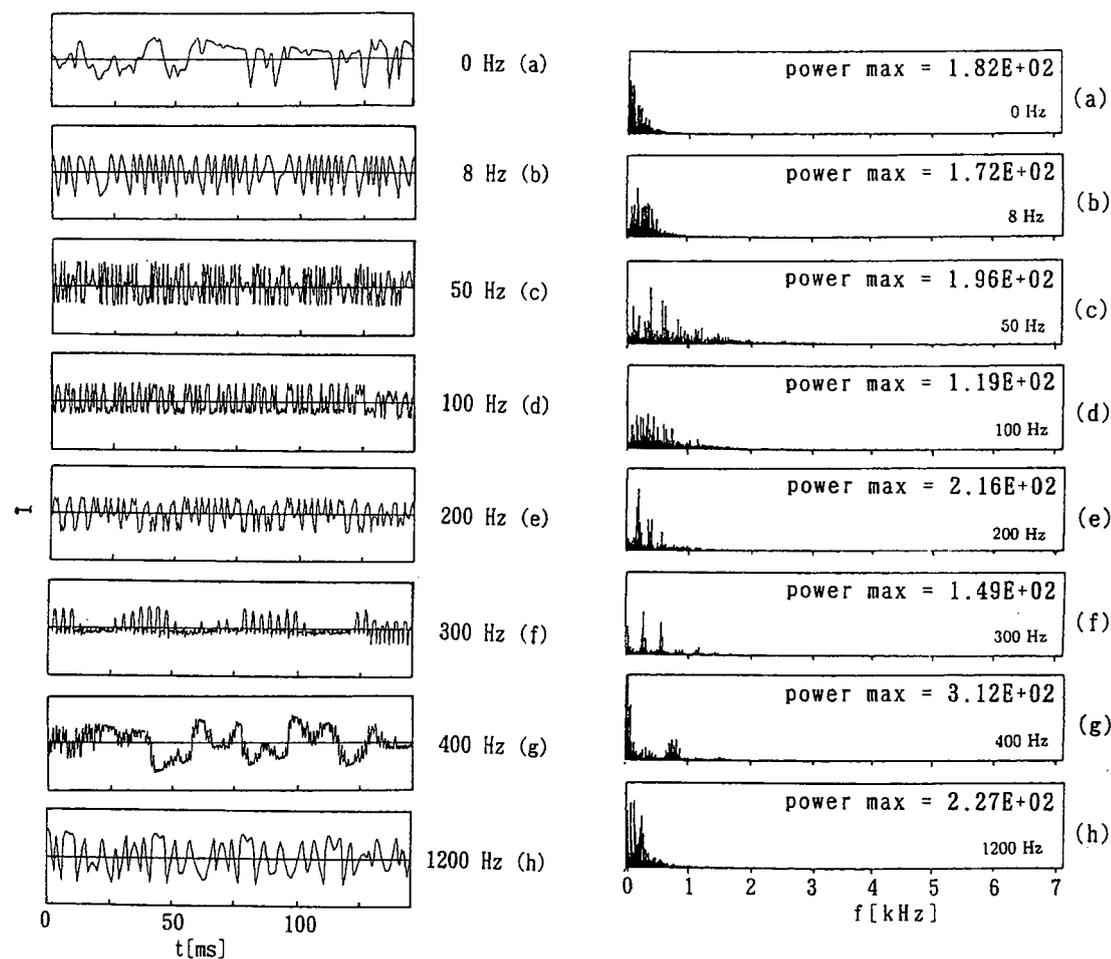


Fig.2

Fig.3

#### 3.1 レーザー出力時間変化

外部鏡の振動周波数  $f$  をパラメータとした、レーザー出力の時間波形を Fig.2(a)-(h) に示す。ここでレーザーの出力  $I$  は、直流分を除いたレーザー出力の変動分を表している(平均出力を 0 としている)。

外部鏡の振動周波数  $f$  を変化させていくと、 $f = 0\text{Hz}$ (a) では全体としてゆっくりと不規則に変化しているが、ある程度規則的な波形が出ている。 $f = 8\text{Hz}$ (b) では外部からミラーの振動という変動を与えたため、 $f = 0\text{Hz}$ (a) の時より、速めの変動をしているが、かなり規則的な変化をしている。 $f = 50\text{Hz}$ (c) になると不規則な変化も見られる。 $f = 100\text{Hz}$ (d) になってもそれが続く。 $f = 200\text{Hz}$ (e) になるとまた少し規則性が出てくる。 $f = 300\text{Hz}$ (f) になると、パルス的な波形となりそのパルスが全体に変調されている様になる。 $f = 400\text{Hz}$ (g) になると、全体に変動している上に細かい変動が乗った形になる。更に周波数を上げて  $f = 1200\text{Hz}$ (h) になると、 $f = 0\text{Hz}$ (a) の時とは周期は違うが似たような規則的な波形の繰り返しになる。

### 3.2 スペクトル

スペクトルを Fig.3(a)-(h) に示す。

$f = 0\text{Hz}$ (a) では、低周波(200Hz以下)にかたまっている。 $f = 8\text{Hz}$ (b) になると、スペクトルが約500Hzまで広がってくる。更に  $f = 50\text{Hz}$ (c) になると広いスペクトルを示す。 $f = 100\text{Hz}$ (d) の時も同様に広く連続的なスペクトルを示す。 $f = 200\text{Hz}$ (e) になると、いくつかのピークを持つスペクトルとなる。 $f = 300\text{Hz}$ (f) でも同様にいくつかの特徴的なピークを持っている。 $f = 400\text{Hz}$ (g) になると2つのなだらかなピークを持つようになる。 $f = 1200\text{Hz}$ (h) になると  $f = 0\text{Hz}$ (a) と似たような、低周波にかたまったスペクトルとなる。

## 4 考察

### 4.1 アトラクター

観測データは1次元のデータであることが多いので(今回の場合レーザーの出力  $I(t)$ )、時間間隔  $\tau$  を適当に決めて、時間波形  $I(t)$  から、時系列を、 $I(t), I(t+\tau), I(t+2\tau), \dots, I(t+d\tau)$  と取ったものを一つの点の座標として、 $d$ 次元(埋め込み次元)の相空間への埋め込みをする。次に  $I(t+\tau), I(t+2\tau), I(t+3\tau), \dots, I(t+(d+1)\tau)$  ととり、次の点の座標として  $d$ 次元の相空間に埋め込む。この作業を繰り返すとアトラクターを再構成できる<sup>7)</sup>。

アトラクターを Fig.4 に示す。ここで、横軸はレーザーの出力、縦軸をレーザー出力のサンプリング周期毎の差  $dI/dt = \dot{I}$  にとった相空間にアトラクターを描いている。この方法を使用した場合、相図上で  $dI/dt = 0$  の軸はレーザー出力の平衡点を示している。

アトラクターは全体的にカオティックな形をしている。しかし、 $f = 0\text{Hz}$ (a) 及び、 $f = 8\text{Hz}$ (b) では比較的単純な形のアトラクターをしているが、 $f = 50\text{Hz}$ (c)、 $f = 100\text{Hz}$ (d)、 $f = 200\text{Hz}$ (e)、 $f = 300\text{Hz}$ (f)、 $f = 400\text{Hz}$ (g) では複雑で(a)及び(h)よりも十分発達したカオス的なアトラクターになる。 $f = 1200\text{Hz}$ (h) で  $f = 0\text{Hz}$ (a) と同じ比較的単純なアトラクターになる。

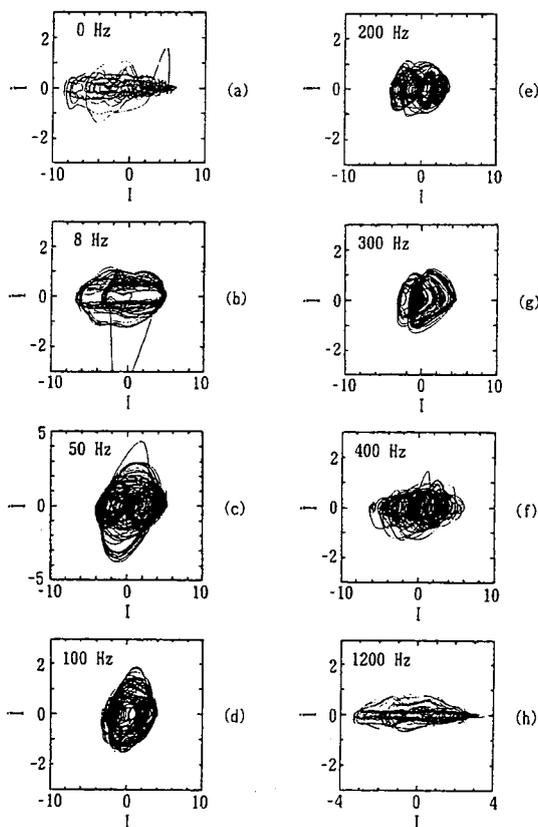


Fig.4

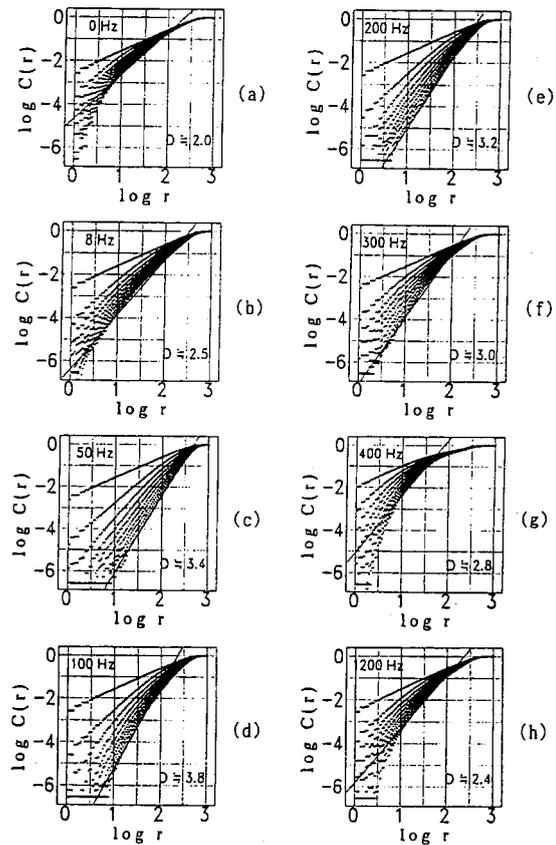


Fig.5

## 4.2 相関次元とカオスの判定

相関次元は、埋め込みの方法で再構成したアトラクターの相図において、このd次元空間に埋め込まれたある点から他の点までの距離を求め、ある距離rの内側にある点の数を数える。点の中心を変えながら、

$$C(r) = \frac{1}{N^2} (\text{距離が } r \text{ 以下である点の対の数}) \quad (1)$$

を計算する。ここでNは、全ての点の数である。

次に  $\log r - \log C(r)$  のグラフをかき、その傾きを求める。これが相関次元Dとなる。

この時、埋め込み次元を上げて相関次元Dが一定値で飽和すれば、アトラクターがd次元の空間の中で有限次元の部分空間をなしている。この場合、時系列が一見不規則であってもそれらを生成しているメカニズムが決定論的であることを示す。

相関次元を求める図を Fig.5 に示す。横軸に距離 $r$ 、縦軸にその距離の中にある点の数 $C(r)$ をとっている。時間波形のデータはサンプリング周期 $70\mu s$ で15,000個取り出している。 $f = 0\text{Hz}$ では相関次元は2である。 $f = 8\text{Hz}$ で2.6と少し大きくなり、 $f = 50\text{Hz}$ になると、3.5と大きくなり、 $f = 100\text{Hz}$ で最大値の3.8となるが、その後も大きな値が続き、 $f = 1200\text{Hz}$ 付近で2.6になる。

相関次元の収束性を、Fig.6に示す。 $f = 100\text{Hz}$ の例では、埋め込み次元が7次元で、 $D=3.8$ に収束している。

Fig.5から、外部鏡の振動周波数 $f$ に対する相関次元との関係をまとめた結果を Fig.7 に示す。

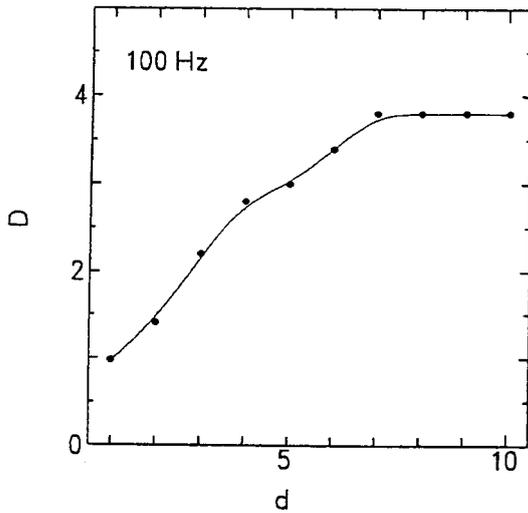


Fig.6

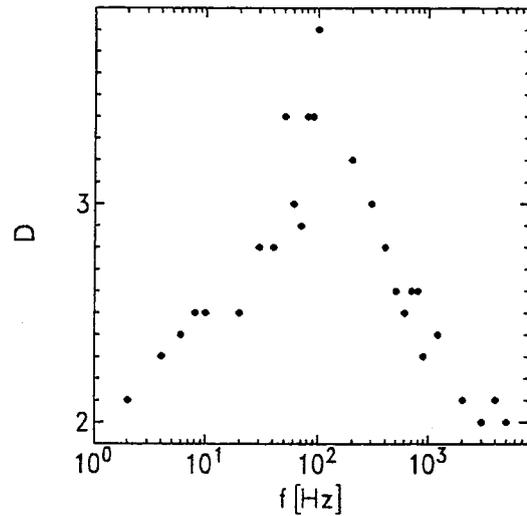


Fig.7

これで見ても  $f = 100\text{Hz}$  付近で相関次元が大きくなり、系がダイナミックスの複雑さを増しているのが分かる。

### 4.3 相関次元とスペクトル

外部鏡の振動周波数が $f = 100\text{Hz}$ の付近では、Fig.3に示したとおり、スペクトルは1.5KHzまで連続的に広がる。またこの時の相関次元は $D = 3.8$ となり、系のダイナミックスが複雑になっている。これに対して、 $f = 0\text{Hz}-1200\text{Hz}$ の範囲で、約 $D = 2$ となる部分では、系のダイナミックスが比較的単純となり、スペクトルも500Hz以下の特定の周波数に集中する。

### 4.4 外部鏡反射率 $R_3$ 及び外部共振器長 $L_2$

#### 4.4.1 外部鏡反射率 $R_3$

外部共振器長を固定して、 $R_3$  を 80%, 55%, 30%(各々、戻り光  $\Delta I \simeq 4.0\%$ ,  $2.8\%$ , 及び  $1.5\%$ ) に変えた場合の出力波形及びアトラクターの実験結果のうち代表的なものを Fig.8

に示した。出力の変化、アトラクターの広がりには  $R_3$  が 55%、80% で殆ど変わらないが、 $R_3 = 30%$  では、前者に比して 1/5 程度小さくなっている。

$R_3$  が 30% ~ 80% の範囲では外部共振器による遅延フィードバックのみで chaotic な様相のアトラクターが観測され、分周期アトラクターからカオスへの分岐点は見い出されない。 $R_3$  が 30% より低い所にアトラクターとの分岐があると予想され、今後  $R_3 < 30%$  で精密な実験が必要と考えている。

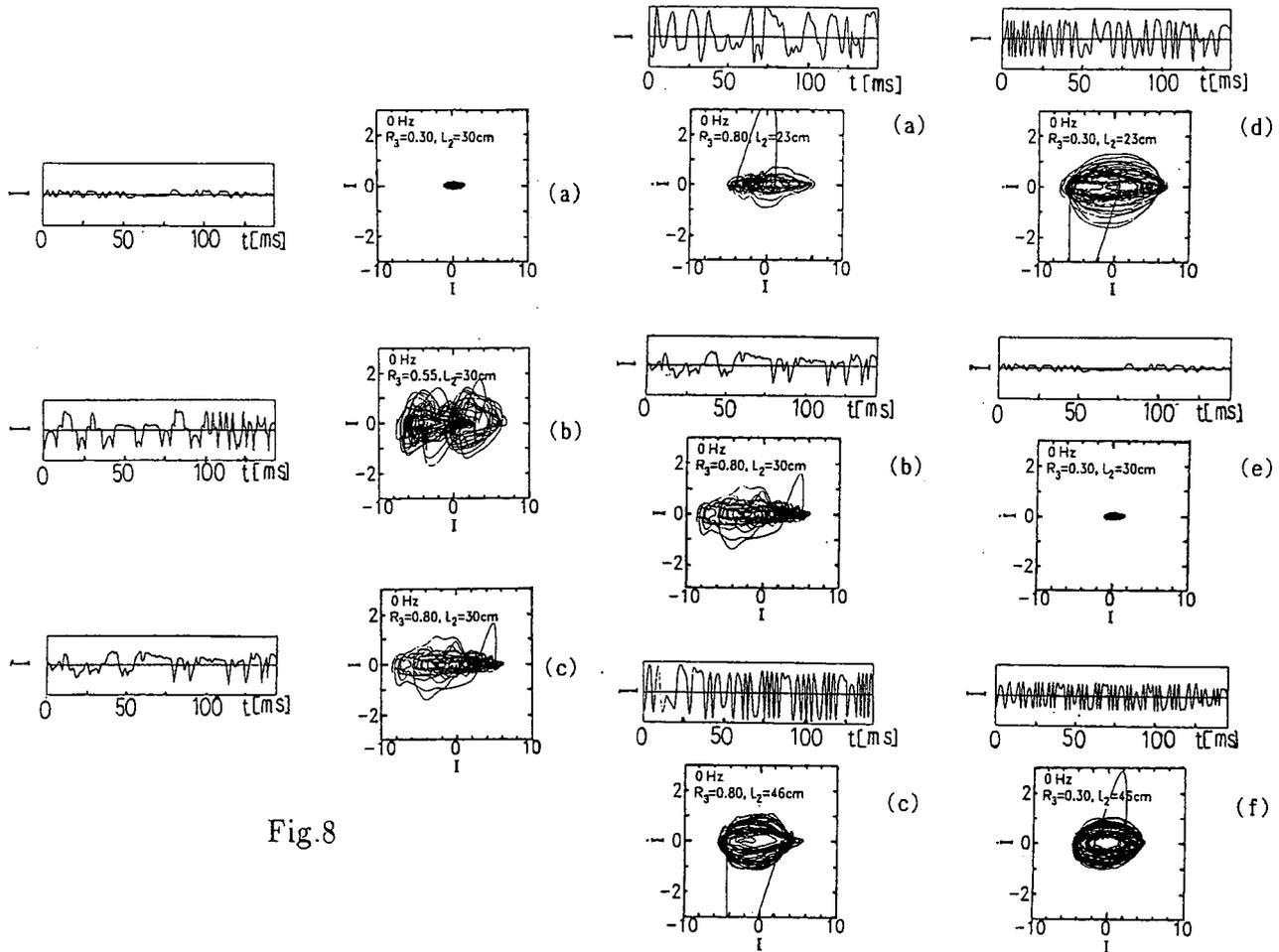


Fig.8

Fig.9

#### 4.4.2 外部共振器長 $L_2$

(1)  $R_3$  の他に重要なパラメータ  $L_2$  を  $R_3 = 80\%$  の場合、 $L_2$  を 23cm, 30cm, 46cm (各々、 $\tau_2 = 2L_2/c = 1.53\text{ns}, 2.0\text{ns}, 3.07\text{ns}$ ) と変化させて、出力波形、アトラクターを調べたが、代表例を Fig.9 (a),(b),(c) に示した。 $L_2 = 23\text{cm}$  は delay time  $\tau_2$  がレーザー共振器の round trip time  $\tau_1 = 2L_1/c = 1.53\text{ns}$  と等しいので、顕著な効果を予想したが、 $L_2 = 30\text{cm}$  の場合に比べて大きな差異は認められなかった。この場合の相関次元は鏡固定 ( $f=0\text{ Hz}$ ) で

$D=1.50$ ,  $f=100$  Hz で変調しても  $D=1.43$  であってむしろ  $L_2 = 30\text{cm}$  の場合よりも相関次元は低くなっている。

反射率の低い  $R_3 = 0.3$  の場合を Fig.9 (d),(e),(f) に示した。 $L_2$  によって定性的に顕著な変化はないが、 $L_2 = 23\text{cm}$  と  $L_2 = 46\text{cm}$  でのアトラクターの範囲、及び出力変動の振幅は  $L_2 = 30\text{cm}$  の場合に比べて大きくなっている事は注目する必要がある。

(2) 外部鏡の変調は  $R_3 = 0.8$ ,  $L_2 = 30\text{cm}$  の場合 Fig.7 から分かるように相関次元を増大させ、系の複雑さを増す働きをする。

## 5 結論

可視領域  $6328\text{\AA}$  の He-Ne レーザーで外部鏡を設けフィードバックをかけると、そのみで、chaotic 時間波形とアトラクターが観測された。外部鏡の反射率を 30% ~ 80% と変化させても、分岐はみられなかったので、30% 未満に分岐があると思われる。また外部鏡共振器長については、定性的に明確な変化が見られなかった。

そこで  $R_3 = 80\%$ ,  $L_2 = 30\text{cm}$  に固定し、外部鏡の振動数を変化させると出力時間波形、アトラクター、スペクトル、相関次元に明確な変化が現れた。時間波形が不規則で、アトラクターがストレンジアトラクターで、スペクトル幅が広く、相関次元が急に大きくなって複雑さを増していること、さらに  $f = 100\text{Hz}$  付近で Lyapunov 指数を時系列から求め正值を得ていること等を合わせて考えると、 $f=100\text{Hz}$  の付近で発達した決定論的カオスになっていると考えられる。なお Lyapunov 指数の正確な決定及び詳細については別の機会に発表する予定である。

この実験を通して可視光の He-Ne の様な bad cavity condition から遠い距離にあるレーザーでも外力により等価的に変数を増やす(3変数以上)ことによりカオスが発生することが見出された。これは、まず 外部鏡によるフィードバックと PZT による外部鏡の振動を加えたため変数が増え少なくとも3変数の系として振る舞っているとも考えられるが、むしろ鏡を固定した場合 ( $f=0\text{Hz}$ ) でも chaotic な傾向を見せているので、電場(E)のみの1変数系ではあるが、反転分布密度(S)が完全にEに従属せず外部鏡によるフィードバックによって外力が加わり遅延微分系となっている可能性が強いと思われる。さらに、別の重要な要因として、Casperson<sup>11,12)</sup> が指摘しているようなレーザー媒質の不均一拡がり不安定性及びカオスの「閾値」の低下(cw 発振の閾値近くまで)等によるものと考えられる。

また、100Hz というゆっくりした周波数で発達したカオスになる理由は現在の所明確ではない。

以上、今後の問題として、1)外部鏡の反射率(特に30%以下)、2)外部鏡の位置  $L_2$  3)PZT 振幅  $\Delta x$  等のパラメーターを変えた場合の実験を行い、bad cavity condition から外れたこのような系での決定論的カオスの発生機構を考察する予定である。さらにカオスの判定法も検討したい。

## 参考文献

- 1) C.O.Weiss and H.King : Opt.Commun.44(1982)59.
- 2) F.T.Arecchi, R.Mencchi, G.P.Puccioni and J.R.Tredicce : Phys.Rev.Lett. 49(1982)1217.
- 3) M.Tachikawa, K.Tanii, T.Shimizu : J.Opt.Soc.Am. B5(1988)1077.
- 4) D.J.Biswas, R.G.Harrison, C.O.Weiss et. al.; Instabilities and Chaos in Quantum Optics. Ed. F.T. Arecchi, (1987)109, Springer Verlag.
- 5) T.Takizawa, Y.Liu, and J.Ohtsubo : IEEE J.Q.E Vol.30 No.2 (1994)334.
- 6) Y.Liu, N.Kikuchi, and J.Ohtsubo : Phys. Rev. E51(1995)R2697
- 7) F. Takens, in Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Note in Mathematics 898, ed. by D.A. Rand and L.S. Young (Springer, 1981), 336.
- 8) D.Ruelle and F.Takens; Commun.Math.Phys. 20(1971)167.
- 9) H.Haken : Phys.Lett. 53A(1975)77.
- 10) F.T. Arecchi, G.L. Lippi, G.P. Puccioni, J.R. Tredicce: Opt. Commun. 51,(1984)308
- 11) L.W. Casperson : Phys. Rev. A21(1980)911 ; ibid. A23(1981)248
- 12) L.W. Casperson : J.Opt.Soc.Am. B2(1985)62

## Figure Captions

**Fig.1** : Experimental setup. M:mirror, PD:photodiode, and PZT:piezoelectric translater.

**Fig.2** : Experimental results of the output power from the external mirror mounted on the PZT.  $I=0$  is corresponding to the D.C. level of the laser output power. From top to bottom: (a)The frequency of the PZT is 0Hz. (b)8Hz.(c)50Hz.(d)100Hz. (e)200Hz.(f)300Hz.(g)400Hz.(h)1200Hz.

**Fig.3** : Spectra of the output powers corresponding (top to bottom) to Fig.2(a)-(h).

**Fig.4** : Phase portraits of the output powers obtained from Fig.2(a)-(h).

**Fig.5** : Plots of  $\log C(r)$  vs  $\log r$  for different values of  $n$  calculated from Fig.2(a)-(h).

**Fig.6** : Plots of  $d$ (the embedding dimension) vs  $D$ (correlation dimension) : The frequency of the PZT is 100Hz.

**Fig.7** : Plots of  $f$ (the frequency of PZT) vs  $D$ (correlation dimension).

**Fig.8** : Output and attractors vs reflectivity  $R_3$  ( $L_2 = 30cm$ ) (a)  $R_3 = 0.3$  (b) $R_3 = 0.55$  (c) $R_3 = 0.80$

**Fig.9** : Output and attractors vs external cavity length  $L_2$  for  $R_3 = 0.8$  and  $0.3$