

ゲーム論理によるゲーム論の分析

筑波大学・社会工学系

金子守

e-mail: kaneko@shako.sk.tsukuba.ac.jp

合理的思考をするプレイヤー達がどのようにゲームをプレイするかはゲーム理論の一つの問題である。この問題を考えるには、まず、合理的思考をどのように捉えたらよいかを考察する必要がある。数理論理学では数学における推論を研究してきている。ゲーム論は数学的に記述されているので、ゲーム論のプレイヤー達は数学的世界に住むとみなすことができる。従って、数理論理学の考え方がここにも適用されるはずである。しかし、既存の論理学体系は、このような分析を行なうようには構成されていない。それゆえ、ゲーム論を分析するための論理体系の構築から始めねばならない。

上記の問題意識から、私と論理学者の永島孝氏（一橋大、数学教室）は、Game Logic という論理体系を構築し、現在、その体系の中でゲーム論の諸々の問題を分析している。以下では、それらのうちの一つの結果について述べよう。

与えられたゲームにおいて“事前”の立場からの意思決定を考えるのには、各プレイヤーに十分に強力な論理能力を与えるだけでは不十分である。各プレイヤーが他のプレイヤー達がゲームを知っているか等を仮定する必要がある。さらに、ゲームの構造により、すべてのプレイヤー達が十分に強力な論理能力を持つことがcommon knowledgeである必要がある場合もある。

さて、ゲームのプレイヤー達が十分に強力な論理能力を持ち、それらがcommon knowledgeであり、ゲームの構造もcommon knowledgeであると仮定してみよう。この場合、プレイヤー達に十分に強力な論理能力を与えているので、何の問題もなくなってしまいそうだが、実はいろいろな問題が残る。このような状況で、（均衡が一意に決まる）ある3人ゲームに対して、プレイヤー達にとって均衡の存在証明はcommon knowledgeであるが、彼らは具体的にその均衡を求めることができず、また、均衡を求めることができないこともわからないということが起こる場合があることを論文(1)で示している。

この決定不能性定理を得る前に、ゲーム状況における最終決定の公理を考えるが、この公理は実はプレイヤーの最終決定はナッシュ均衡がcommon knowledgeになるという形で与えられる。上の決定不能性定理はこのcharacterizationに基づいて、証明が与えられる。この決定不能性定理は、ゲーム論および数学基礎論の両方にまたがる結果と考えられる。この定理により、両分野は明確な接点をもつことになる。

Game Logicに分析は、非常に合理的なプレイヤー達を想定したゲームの分析だけではなく、社会的文脈においての人間行動の問題も考察するヒントを与える。論文(6)では、社会的文脈における差別と偏見の問題を考えている。

文献

1. Game Logic and its Applications I, (with Takashi Nagashima), *Studia Logica* 57(1996), 325 - 354.
2. Game Logic and its Applications II,(with Takashi Nagashima), to appear in *Studia Logica* 58(1997).
3. Common Knowledge Logic and Game Logic, ISEP. DP. 694, University of Tsukuba, (1996).
4. Epistemic Considerations of Decision Making in Games, Forthcoming.
5. Mere and Specific Knowledge of the Existence of a Nash Equilibrium, Forthcoming.
6. Individual Interpretations of Society Based on Experiences, (with Akihiko Matsui), Forthcoming.

[マー 87]

Marr,D. (1987), ビジョン — 視覚の計算理論と脳内表現 —, 乾敏郎, 安藤広志訳, 産業図書.

(原著) Marr,D. (1982), VISION, A Computational Investigation into the Human Representation and Processing of Visual Information, Freeman.

[Neal 1996]

Neal,R.M. (1996), Bayesian Learning for Neural Networks, Lecture Notes in Statistics 118, Springer.

[Ogata and Tanemura 1981]

Ogata,Y. and Tanemura,M.(1981), Estimation of interaction potentials of spatial point patterns through the maximum likelihood procedure, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 33 B, pp.315-338.

[Ogata and Tanemura 1989]

Ogata,Y. and Tanemura,M.(1989), Likelihood estimation of soft-core interaction potentials for Gibbsian point patterns, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 41, pp.583-600.

[Peterson and Hartman 1989]

Peterson,C. and Hartman,E. (1989), Explorations of the mean field theory learning algorithm. Neural Networks, 2, pp.475-494.

[Poggio et al. 1985]

Poggio,T., Torre,V. and Koch,C.(1985), Computational vision and regularization theory, Nature, vol.317, pp.314-319.

[Rissanen 1983]

Rissanen (1983), A universal prior for integers and estimation by minimum description length. The Annals of Statistics, Vol.11, No.2, pp.416-431, 1983.

[Rissanen 1989]

Rissanen,J. (1989), Stochastic Complexity in Statistical Inquiry, World Scientific.

[坂元 1985]

坂元慶行(1985), カテゴリカルデータのモデル分析, 共立出版.

(英語版) Sakamoto,Y.(1991), Categorical Data Analysis by AIC, Kluwer.

[坂元ほか 1983]

坂元慶行, 石黒真木夫,北川源四郎 (1983), 情報量統計学, 共立出版.

(英語版) Sakamoto,Y., Ishiguro,Y. and Kitagawa,M. (1986) Akaike Information Criterion Statistics, Reidel.

[竹内 1963]

竹内啓(1963), 数理統計学, — データ解析の方法 —, 東洋経済新報.

[竹内 1980]

竹内啓(1980), 現象と行動のなかの統計数理, 新曜社.

[竹内ほか 1989]

竹内啓ほか編(1989), 統計学辞典, 東洋経済新報.

[Thompson 1991]

Thompson,E.A.(1991), Probabilities on complex pedigrees; the Gibbs sampler approach,New in Computing Science and Statistics: Proc. of the 23rd symposium on the interface(Ed. E.M.Keramides pp.371-378, Interface Foundation, Fairfax Station, Va.

[Wahba 1990]

Wahba,G.(1990), Spline Models for Observational Data, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania.

[Winkler 1995]

Winkler,G.(1995), Image analysis, Random fields and Dynamic Monte Carlo Methods, — A Mathematical Introduction —, Springer.