

線形加速器における空間電荷効果

岡本 宏巳 (京都大学)

池上 雅紀 (京都大学)

1. はじめに

加速器中を走っている“ビーム”は、同種の荷電粒子が寄り集まったものである。例えば、高エネルギー実験用の加速器では、主に電子・陽電子・陽子・反陽子などの粒子のかたまりを利用しており、これらのビームを加速あるいは蓄積した後、何らかの標的にぶつけたり、二つのビームを正面衝突させたりしている。勿論、これら以外のより重い粒子（例えば、リチウム・炭素・マグネシウム等々）も中性でなければ加速可能であり、実際重イオンの加速器は世界中に存在する。

さて、ここで注意していただきたいのは、“中性でなければ加速可能”というフレーズである。加速器では、筆者らの知る限り例外なく、電磁的な相互作用を利用している。したがって、帯電していない粒子（つまり、原子核を構成する陽子の数とその周囲を回っている電子の数が等しい粒子）を、電場を利用する従来の方法で加速することは不可能である。自然界には“強い相互作用”と称される電磁相互作用より強力な力が存在しているが、これを利用した加速器は未だ開発されていない。（そもそもそんな加速器が作れるのかどうかわからない。）いずれにしても現状では、加速される粒子には荷電が必要であり、まさにそれが仇となって空間電荷効果と呼ばれる厄介な現象が生じるのである。

かつてレーガン大統領の時代に“SDI計画（別称：スターウォーズ計画）”という構想が提案され、話題となったのを記憶しておられる方も多いだろう。この計画におけるビーム兵器なるものの一種に、線形加速器を使った装置があった。宇宙空間で使用されるので、加速器中を真空状態にするのはいたって簡単だという利点はあるが、問題もある。加速されたビームは、ソ連のミサイルに命中するまで拡散することなく十分に細い束のまま飛んで行って欲しいのだが、宇宙空間では同一符号の電荷を持つ粒子の集まりを束ねておく術がない。当然の事だが、“+と+”あるいは“-と-”の電荷は反発し合うので、同一荷電粒子の集まりであるビームはミサイルに当たる前に散逸してしまう。この困難を回避するため、“中性ビームシステム”なるものが考え出された。このシステムでは、まず例えばH⁻ビーム（陽子に電子が二個ひっ付いた粒子）を所定のエネルギーま

で加速した後、ある装置を使ってビーム射出前に個々の粒子から電子を一個はぎ取ってやる。そうすれば、射出後のビームは中性となり、どこまで飛んでも勝手に拡散することはないというわけである。

このように、加速するには電荷が必要だが、電荷の存在が不可避免的にビームに“悪さ”をするので、その悪さの度合いをきちんと計算・評価しなければならない。上でとりあげた例は、単独のビームにおける比較的単純な空間電荷効果であるが、この他にもビーム構成粒子の荷電が原因で起こる効果には様々な種類のものがある。例えば、蓄積リング型衝突器では二つのビームが反対方向に回っており、衝突点というポイントで正面衝突を繰り返しているが、衝突に際して各々のビームは他方のビームにそれぞれクーロン力を及ぼし、その結果ビームの安定性が損なわれてしまうことがある。これを“ビームビーム相互作用”と呼ぶ。また、ビームは真空状態に保たれたパイプの中を飛んでいるが、このパイプは通常金属導体でできており、したがってビームの持つ荷電がパイプ壁面上にその鏡像電荷を誘起する。誘起された鏡像電荷は周囲に電磁場を創り、結局その電磁場がそもそも鏡像電荷を誘起した張本人であるビーム自身に影響を及ぼす。これは“航跡場（wake field）効果”と呼ばれており、リングに蓄積可能な総粒子数に制限を与える一因となる。これらの効果は理論的あるいは数値的手法を用いて盛んに研究されているが、いずれにしてもその厳密な解析は不可能と断言するほど難しいので、一般に単純化されたモデルの導入を余儀なくされる。

さて、以下では、ビームの周囲に存在する環境体から影響（例えば上述の航跡場効果等）は無視し、単一ビームにおける最も簡単な空間電荷効果を考えてみたい。ただし、簡単と言っても、厳密解が求まるほど簡単では勿論ない。実際のビームは言うまでもなく三次元的ではあるが、ここでは簡単のため進行方向に一様な無限に長い円筒形のビームを仮定することにしよう。この仮定により、取り扱うべきビームは二次元的となるが、後にもう一つ仮定を導入して、さらに問題の次元を一つ落とす。

2. 基礎方程式

結局我々が知りたいのは、ビームを構成する荷電粒子の分布が時間的にどう発展するかである。尚、

ここで言う荷電粒子とはイオンを指す。というのも、電子のような軽い粒子は、少し加速すれば即座に光速に極めて近いスピードを持つようになるが、以下で議論する類の空間電荷効果は光速で飛んでいるビームに対してはほとんど無視できるからである。この事実は、端的には、次のような相対論的效果に基づいている。今、二つの同種荷電粒子がある距離を隔てて、平行して同速度で飛んでいるとしよう。これらの粒子は同符号の電荷を持っているので、クーロン斥力の作用により、飛行しながら互いの間隔をどんどん拡げてゆく。例えば、1キロメートル飛ぶ間に拡散してしまうであろう（ちょうど、ビーム兵器から発射された非中性のビームが、ミサイルを撃墜する前に散逸してしまうのと同様に）。しかしながら、もし二つの粒子の運動エネルギーが自身の質量と比べてずっと大きく、ほぼ光速で走っているならば、我々の世界でたとえ100キロメートル飛んだとしても、粒子自身はローレンツ収縮の効果によってそんなに長い距離を飛んだことに気が付かないであろう。したがって、事実上クーロン斥力の効果は顕著には現れない。このように、単一ビームにおける内部的な空間電荷効果は、ビームの速度が遅くなればなるほど強くなる。

さて、本題に戻ろう。ビームを構成する個々の粒子は、加速器やビーム輸送系中で勝手に拡散してしまわないよう磁石の力で束ねてある。しかしながら、よほど特殊な方法で生成しない限り、加速器に入射されるビームは我々の宇宙のように“隙間だらけ”である。その場合、個々の粒子に特有な衝突効果（換言すれば“個別粒子クーロン散乱”）は無視でき、集団的な相互作用のみを考慮することができる。これは結局、どの粒子から見ても、外の世界が本質的に全く同等に見えるということの意味している。このような粒子群の分布関数 f は、いわゆるブラソフ (Vlasov) 方程式を満足する：

$$\frac{df}{ds} = 0. \quad (1)$$

ここで、独立変数 s はビームの設計軌道に沿って測った距離である。また、 f は（ここでは二次元ビームを考えているので）二つの実空間座標 (x, y) およびそれらに共役な運動量 (p_x, p_y) 、さらに独立変数 s の関数である。

式(1)は極めて簡単に見えるが、これが意外と曲者なのである。 f が五つの変数に依存していることに留意すれば、式(1)は

$$\frac{\partial f}{\partial s} + \frac{dx}{ds} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{dy}{ds} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{dp_x}{ds} \frac{\partial f}{\partial p_x} + \frac{dp_y}{ds} \frac{\partial f}{\partial p_y} = 0 \quad (2)$$

のように変形できる。今、個々の粒子運動を記述するハミルトニアンが、或るポテンシャル関数を V として

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} + V(x, y; s) \quad (3)$$

で与えられているとすると、ハミルトンの運動方程式 ($dx/ds = \partial H / \partial p_x$ など) から式(2)は次のように書き直すことができる：

$$\frac{\partial f}{\partial s} + p_x \frac{\partial f}{\partial x} + p_y \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial p_x} - \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial p_y} = 0. \quad (4)$$

式(4)を解くには、関数 V の形を知らなければならないが、ここで取り扱っている問題に関しては、ポテンシャル V は二つの異なる部分から成っている。即ち、

$$V(x, y; s) = V_{\text{ext}}(x, y; s) + \frac{q}{\mu u^2} V_{\text{sc}}(x, y; s) \quad (5)$$

と表せる。ここで、 m および q はそれぞれイオン一個の質量と荷電、 u はイオンの速度で、（空間電荷効果は上述のように低速のビームにおいてより顕著に現れるので）非相対論的に考えている。また、 V_{ext} は先に触れた“ビームを束ねておく”のに必要な外力のポテンシャルで、空間電荷そのものとは何の関わり合いもない。加速器やビーム輸送系では、通常線形の収束力を用いてビームを閉じ込めており、したがって

$$V_{\text{ext}}(x, y; s) = \frac{1}{2} \kappa_x(s) \cdot x^2 + \frac{1}{2} \kappa_y(s) \cdot y^2 \quad (6)$$

と書ける。ここで、 $\kappa_x(s)$ および $\kappa_y(s)$ は独立変数 s のみに依存する関数で、ビーム収束磁石の配置を決定すれば一意に定まる。一方、 V_{sc} は空間電荷によるクーロンポテンシャルで、ポアソン (Poisson) 方程式

$$\frac{\partial^2 V_{\text{sc}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_{\text{sc}}}{\partial y^2} = -\frac{q}{\epsilon_0} n(x, y; s) \quad (7)$$

を満たしている。上式で、 ϵ_0 は真空中の誘電率、 $n(x, y; s)$ はビームの実空間分布（数密度）を表す。数密度 n の関数形があらかじめわかっており、式(7)の解として V_{sc} の表式が確定しているならば、式(6)と合わせて式(5)から全ポテンシャル V も確定する。よって、分布関数 f を求めるには、確定した V を式(4)に代入して、その式だけを眺めて解を見つける努力をすればよい。ところが、 n は結局イオンの分布を表しているわけで、分布関数 f と一対一に対応して

いるはずである。実際、 n は f から

$$n(x, y; s) = \iint f(x, y; p_x, p_y; s) dp_x dp_y \quad (8)$$

のように導き出すことができる。つまり、式(7)を解くためには、そもそも分布関数 f の形を知っていなければならない、かと言って、式(4)を解いて分布関数 f を求めるには前もって V_{sc} を知っておく必要があるということである。このように、分布関数 f は式(4)-(8)を連立していっぺんに解かなければ決定できない。これを行うのははっきり言って至難の業で、まず不可能である。

ブラソフ方程式(4)とポアソン方程式(7)のセットを理論的に取り扱う際によく用いられるのは、“線形化”と呼ばれる手法である。しかしこの方法は、或る定常解に加えられた摂動の時間発展（つまり、定常解の安定性）を問題にするのが普通で、任意の初期状態にあるビームの挙動を一般的に取り扱うものではない。では、任意の初期ビームの時間発展を追うにはどうしたらよいだろうか？短絡的に聞こえるかもしれないが、結局最終的にはコンピュータ上で仮想のビームを作り、仮想粒子間のクーロン相互作用を数値計算しながら、粒子分布の時間発展を調べる以外にない。

3. ビームシミュレーション¹¹⁾

一口に“シミュレーションをやろう！”と言っても、これはこれでなかなか大変なのである。というのも、現実のビームは三次元的な対象であり、またとてつもない数の粒子（例えば 10^{10} 個以上）を含んでいるからである。これら一つ一つの粒子間に働くクーロン力の計算を馬鹿正直に繰り返していたら、一つのシミュレーション結果を得るのにも（高速のコンピュータを使ってすら）数ヶ月かあるいはそれ以上かかるであろう。よって、理論計算同様、シミュレーション計算を行う場合にも、“モデル”と呼ばれる簡単化が導入される。例えば、実際の粒子を何十万個も寄せ集めたような超粒子（マクロ粒子）用いたり、研究したい現象の対称性を考慮してビームの次元を下げたりすることにより、数値計算時間を大幅に短縮している。このようなアプローチは、“ビーム物理学（荷電粒子ビーム・光子ビームの基礎物性やその応用を研究する新しい分野）”の領域だけでなく、他の多くの分野においても当然行われている。例えば、容易に想像できるように、プラズマ物理学などはその典型的例であり、事実粒子シミュレーション法に関してはおそらく最も進んだ分野であると思われる。また、前章の冒頭で“ビームは我々の宇宙のように隙間だらけだ”と書いたが、銀河形成論等でも同じ様なシミュレーションをやっ

ている。実際、星や銀河の分布の時間発展はビームの場合と同様、近似的にブラソフ方程式に支配されていると考えることができ、さらに重力のポテンシャルは（引力か斥力かの差こそあれ）式(7)のようなポアソン方程式を満たす。したがって、基礎方程式に関しては、ビームもプラズマも宇宙も見た目ほどは変わらないということである。ただしビーム系では、クーロンポテンシャル V_{sc} だけでなく外力のポテンシャル V_{ext} が存在し、しかも厳密には V_{ext} の形は式(6)よりも複雑なので、宇宙をシミュレートするよりもずっと苦勞が多い。

先に触れたように、シミュレーションにはモデルが付き物だが、当然どのようなモデルを導入するかは取り扱いたい問題の性質に依存する。以下では、一例として、大強度線型加速器における“ビームハロー”の問題をとりあげてみたい。ハローとは、ビーム中心部の粒子密度の高い部分（ビーム核）の周りを雲のように取り巻いている低粒子密度の領域を指す。ハローが問題となるのは次のような理由による：近年、粒子加速器によって生成されたビームは、素粒子・原子核研究の領域にとどまらず、医学や工学など様々な分野へ応用されるに至っている（これが、欧米で“ビーム物理学”なる分野が重要視されるに至った一つの要因であるが）。或る種の応用では、電流値・粒子密度の極めて高いビームが要求されている。“放射性廃棄物の消滅処理（イオンビームを放射性廃棄物に照射して、半減期のはるかに短い別の物質の変換すること）”などはこの一例である。ごく普通のビームならば、加速あるいは輸送中に多少の損失があっても、さして気にする必要もないだろうが、大強度のビームでは、僅かなビーム損失も周囲の環境体に重大な影響を及ぼし得るので注意が必要である。例えば、ビームの一部が加速管の壁に触れてロスするようなことがあちこちで起こると、加速器全体が放射化して人間が近づけなくなってしまう。したがって、ビーム核の部分に比べて低密度でも、ハローの広がり大きさやその生成過程に対する知見が不可欠となる。

理論的解析やシミュレーションの結果から、“初期ビーム分布の加速器系に対する不整合”がハローを生み出す主要因であると考えられている。換言すれば、ビームの状態が、これから入射される加速器に特有の定常状態からずれている時、ハローが生じるということである（こんなことはある意味で当たり前だと思うのだが...）。ビームの不整合にはいろいろなパターン（双極子不整合、ビーム径不整合、四重極不整合等々）があるのだが、中でもビーム径の不整合は最も起こりやすい不整合ということもあり、その効果は理論・数値計算の両面から盛んに研究されている。ここでも、ビーム径不整合のみが存在する場合のハロー生成過程について考えてみたい。

さて、例によって、我々の目的に適ったモデルを導入しよう。まず、式(6)で関数 $\kappa_x(s)$ および $\kappa_y(s)$ を互いに等しい定数に置き換える。即ち、 $\kappa_x(s)=\kappa_y(s)\equiv\omega^2$ (一定) とする。これは、“平滑化近似”と呼ばれており、周期構造を持つ多くの加速器やビーム輸送系に対する道理に適った近似である。このとき、外力は単純な中心力となり、定常ビームは完全に円筒形となる。ビーム径に不整合がある場合、つまり定常ビームと異なる半径を持つ円筒ビームが入射された場合、そのビームは、初期粒子分布が動径座標 $r=\sqrt{x^2+y^2}$ のみの関数ならば、対称性からいわゆる脈動モード（円筒対称性を保ちつつ、ビーム径のみが変化するモード）で振動することになる。この場合、 V_{ext} のみならず、クーロンポテンシャル V_{sc} も角度変数 θ には依存しなくなるので、問題は完全に一次元化される。ハミルトニアン(3)は式(5)および(6)と合わせて、

$$H = \frac{1}{2} \left(p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2} \right) + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 + \frac{q}{\mu u^2} V_{sc}(r; s) \quad (9)$$

と書ける。上式において、 $p_r (=dr/ds)$ は動径方向運動量である。また、 p_θ は角運動量を表すが、ポテンシャルが r のみの関数なので p_θ は保存量 ($p_\theta \equiv L = \text{一定}$) となる。このように各粒子の運動は、動径方向変数の組 (r, p_r) のみによって決定される。

このモデルでは、各粒子に作用する空間電荷力の計算も極めて簡単に行える。粒子分布が常に円筒対称なので、半径 r の円周上におけるクーロン電場の動径成分 $E_r(r; s) = -\partial V_{sc} / \partial r$ は一定であり（角方向成分は当然ゼロ）、その大きさはガウスの法則から円内に含まれている全電荷 $Q(r; s)$ に比例する。即ち、

$$E_r(r; s) = \frac{Q(r; s)}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (10)$$

結局、座標 r に居る粒子に作用する空間電荷力を求めるためには、単純に半径 r の円内に存在する粒子の数を勘定すればよいということである。

今、式(9)と(10)から運動方程式を求め、さらに変数をスケールすると、

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} + r - \frac{L^2}{r^3} = \Gamma \frac{\xi(r; \tau)}{r} \quad (11)$$

が得られる。この式では、独立変数を $\tau = \omega s$ に変換してある。また、 Γ はビームを構成する全粒子数 N や ω に関係した定数で、関数 $\xi(r; \tau)$ は総電荷量と $Q(r; \tau)$ の比 ($\xi(r; \tau) = Q(r; \tau) / Nq$) を表している。式(11)がたった二個のパラメータ、 Γ と L 、だけにしか依存していないことに注目しよう。尚、 Γ は以下で用

いるパラメータ μ (チューンディプレッションと呼ばれる) と

$$\Gamma = \frac{1 - \mu^2}{\mu} \quad (12)$$

のような関係で結ばれている。

4. 定常分布とビーム不整合について

実際のシミュレーションに際しては、まずビームの初期分布を与えるところから始める。例えば、図1は一般にガウス型 (Gaussian) と呼ばれる分布である。これは数学的には、 σ を或る定数として、

$$\exp\left(-\frac{p_x^2 + p_y^2 + \omega^2 r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (13)$$

に比例する分布関数に対応する。用いたシミュレーション粒子の数は一万個で、乱数を使って個々の粒子の位置・運動量を決めている（勿論、ビーム全体がガウス分布を持つように）。角運動量 L は、初期分布を生成した際に、各粒子に固有な定数として決まってしまう、他方、パラメータ Γ はすべての粒子に共通したビーム全体の性質を表す定数として最初に与えてやる。例えば、密度の高いビームほど Γ として大きな値を設定してやる。このように、初期条件として Γ の値および各粒子の持つ L の値が定まり、また $\tau=0$ における関数 $\xi(r; \tau)$ も生成された粒子分布から計算できるので、あとは式(11)を何らかの方法で数値積分するだけである。このとき勿論、 $\xi(r; \tau)$ の形

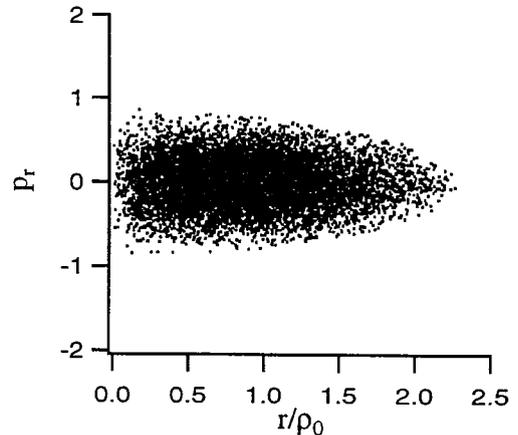


図1 二乗平均整合されたガウス型分布。図の横軸は動径座標 r 、縦軸は動径方向運動量 p_r である（このような空間を“位相空間”と呼ぶ）。使用した粒子数は一万個で、また $\mu=0.3$ の場合に対応する。横軸のスケール因子 ρ_0 は式(14)で与えられる。

は数値積分の各ステップ毎に、粒子分布の時間発展に伴って刻々と変化していく。尚、図1において、 ρ_0 は整合ビームの二乗平均半径（各粒子の持つ動径座標 r を二乗してその平均をとり、さらに得られた値の平方根をとったもの）を表しており、その値は Γ （あるいは μ ）から

$$\rho_0^2 = \frac{\Gamma + \sqrt{\Gamma^2 + 4}}{4} \quad (14)$$

によって計算される。

さて、図1の分布はガウス型だと書いたが、そもそもガウス分布(13)は、ここで考慮しているビーム輸送系、即ち式(9)の第二項 ($\omega^2 r^2/2$) で表現されるような外力のポテンシャルを持つ系に固有の定常分布たり得るのだろうか？答えは明らかに NO である。その理由を一言で言えば、“式(13)の分布関数はブラソフ方程式(1)を満たさないから”である。では、定常な初期分布を求めるにはどうしたらよいだろうか？まず、外力が独立変数 s （あるいは r ）に陽に依存していないことに注目しよう。したがって、もし定常状態があるとすれば、対応するビームの運動も s に陽には依存しないであろう。つまり、式(9)において、ポテンシャル V_{sc} は変数 r のみの関数となるであろう。このとき、ハミルトニアン(9)は全体として s を陽に含まない形となり、したがってハミルトニアンそのものが運動の定数となる。今、ハミルトニアン H の関数として $f(H)$ を考えたとしても、この関数はとりもなおさずブラソフ方程式(1)の解である。なぜならば、 H は運動の“定数”なので（換言すれば、独立変数の値を変えても変化しないので）、その独立変数による全微分 dH/ds （あるいは dH/dt ）は明らかにゼロであり、故に H によって作られたいかなる関数も（ H 自身が定数なのだから）その全微分はゼロとなる。即ち、 $df(H)/ds=0$ であるが、これはブラソフ方程式そのものである。このように、ガウス型の定常分布を考えたいのならば、式(13)の代わりに

$$f(H) \propto \exp\left(-\frac{H}{\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{p_x^2 + p_y^2 + \omega^2 r^2}{2\sigma^2} - \frac{qV_{sc}(r)}{\mu u^2 \sigma^2}\right) \quad (15)$$

に比例する分布関数を導入しなければならない。

式(15)にはポテンシャル V_{sc} が含まれており、これを知らなければ分布関数形が定まらない。 V_{sc} を求めるには、式(15)を式(8)に代入して数密度 n を計算した後、式(7)を解く必要がある。任意の分布関数に対してこの手続きを行い、 V_{sc} を解析的に求めるのは難しい。実際、例えば分布関数(15)に対する V_{sc} の厳密な解析形を、既知の特殊関数だけを使って書くことはできないようである。 V_{sc} が簡単に求まる分布には、例えばウォーターバグ型がある。

このように外部収束力のポテンシャルが独立変数を陽に含まない場合、(V_{sc} の解析形が求まるかどうかは別として) 無数の定常分布関数を定義できる。しかし、現実のビームがどの定常分布に落ち着くべきなのかはよくわからないし、 V_{sc} を任意の $f(H)$ に対してきちんと求めるのが難しいということもあって、シミュレーションの際にはよく式(13)のような V_{sc} を無視した初期分布を用いる。この場合、ビームは既に輸送系に整合していないわけであるが、ビームシミュレーションでは、 V_{sc} を無視して作られた初期分布に対し“二乗平均整合”という概念を適用する。二乗平均整合とは、初期分布の二次のモーメントを、理論から求まる定常分布の二次モーメント（これは、二次元ビームにおいては分布関数に依存せず、一意に決定できる）に一致させる操作をいう。実際、図1の分布は二乗平均整合されている。

現実の世界では、ビームはイオン源で生成された後、短い輸送系を経て加速器に入射される。ところが、生成されたビームが所定の加速構造に対し二乗平均整合されるよう（軌道力学やシミュレーションコードを駆使して）適切な輸送系を設計することはできるかもしれないが、“完璧な整合（fine-grainedな整合）”を達成することは現状では不可能に近い。完璧な整合を行うには、ビームを位相空間上で“完全に”コントロールして、理論的に予言された定常分布を人為的に創り出さなければならないが、これは現在の技術ではほとんど神業である。（“ビーム冷却法”では、既にある意味でこれに近いことを達成してはいるが...）このように、言ってみれば、ビームは多かれ少なかれ加速器系との不整合に起因するプラズマ振動を常に行っており、その振動がハロー形成をはじめとする各種の“ビーム不安定性”を導くのである。

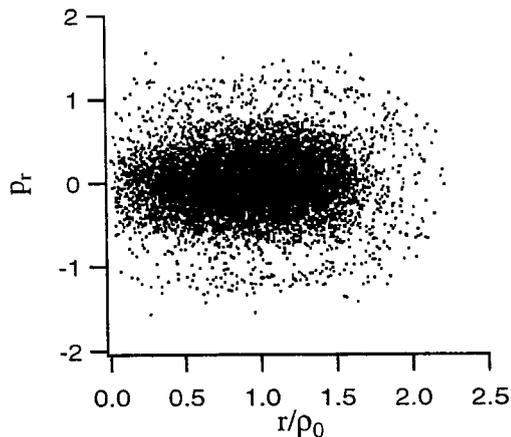


図2 図1に示されているビームをプラズマ波長の二十倍の距離輸送した後の粒子分布。

5. 数値計算の一例

図1の分布を持つビームを外部収束力のポテンシャル $\omega^2 r^2/2$ を有する輸送系に入射し、その後の粒子分布の時間発展を追った結果が図2である。この図は、プラズマ波長の二十倍の距離輸送された後の粒子分布に対応している。分布関数形はもはや式(13)で表されるようなガウス型とは異なっており、またビーム核の周囲に薄く広がったハローを確認することができる。尚、図3に数密度 n の変化を掲げておく。粒子の実空間密度が、ガウス型から均一に近い分布へと変化していることがわかる。この効果はよく知られた“デバイ遮蔽”と同種の効果で、密度の高いビームほど顕著に現れる。

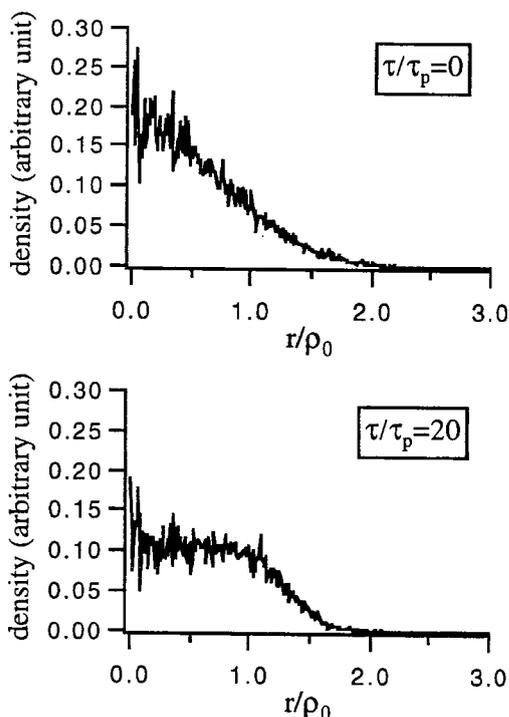


図3 図1および図2に示されている分布に対応する実空間粒子数密度。尚、 τ_p はスケールされたプラズマ波長を表す。

さて、次にビーム径不整合を持つ分布から出発してみよう。具体的には、図1の粒子分布を動径方向に引き延ばし、その二乗平均ビーム径が元のビームのそれに比べて50%ほど大きくなるようにした分布を入射する。(これは、いわゆる“不整合因子 χ ”として1.5をとることに対応する。即ち、不整合因子とは、初期ビームの二乗平均半径 ρ_{in} と対応する整合ビームの二乗平均半径 ρ_0 の比 $\chi = \rho_{in}/\rho_0$ のことである。)シミュレーションの結果は図4の通りである。この図では、プラズマ波長の五倍の距離進む毎の粒子分布を示してある。ビーム核からその構成粒子の

一部が流れ出し、リング状にハローを形成していく過程がよくわかる。尚、図4では、ハローを形作っている粒子の割合はビーム全体の粒子数の7-8%もある。図2におけるハロー構成粒子の割合も似たようなものであるが、結局入射ビームの半径が不整合によって大きくなっている分、図4の場合の方がハローの広がりはずっと大きい。

系統的なシミュレーション計算の結果、比較的低密度の領域では、不整合ビームのハロー強度はビーム密度にあまり依存しないことがわかった。一方、ビーム密度がある程度以上大きくなると(例えば μ が0.5程度以下の場合)、密度の増加に伴ってハローを構成する粒子の割合もどんどん増えることが確認された。また、ハローの半径 r_{max} (これは当然ビームの最大半径に対応する)と初期ビームの二乗平均半径の比もビーム密度には鈍感で、例えば、整合ビームの場合 r_{max}/ρ_0 の値はあらゆる密度領域において2.3-2.4程度の大きさをとる。不整合ビームの場合も傾向は全く同じである。実際、例えばガウス型のビームに対しては $r_{max}/(\chi \cdot \rho_0) \approx 2.8$ が密度に依らず成立することが示されている(ここで、 $\chi \geq 1$ とする)。また、これまでの認識では、ハローを何らかの障害物を用いて削り取っても、またすぐに新たなハローが形成されると思われていたが、今回のシミュレーションではその認識は誤りであることも証明されている[2]。以上のように、粒子シミュレーション法を用いることにより、近似的な理論計算では得られない有益な情報を数多く、しかも比較的容易に得ることができるのである。

6. 結び

かつては“加速器”あるいは“ビーム”と言うと、単なる高エネルギー実験用の道具というイメージしかなかった。事実、多くの場合、高エネルギー物理学者達が自らの実験のために自分の手で加速器を作っていた(ちょうど、今の高エネルギー物理学者達が実験に必要な測定器を設計し組み立てているのと同様に)。しかしながら、現代の加速器は、もはや単粒子軌道理論やビーム不安定性理論等に関する基礎知識を持たない人間が片手間に設計できるほど簡単なものではなくなってしまっており、必然として加速器物理学者あるいはビーム物理学者と呼ばれる人達が出現するに至っている。彼らは、自ら構築した理論や数値計算の結果を基に巨大なマシンを設計し、百メートル離れてピストルを撃ち合い、弾丸を正面衝突させるのと同じような離れ業を行っている。また、時に加速器設計への応用という見地から離れて、ビームという物理的対象そのものの基礎物性を研究したり、素粒子・原子核探求以外の目的にビームを利用したりもしている。

無数の小型・大型加速器が至る所で建設され、同時にエネルギーや質の面で技術的に達成し得るビームの限界に近づきつつある今日、より基礎的・原理的観点からビームの研究を進めていくことが望まれている。ここで紹介したハローの問題にしても空間電荷効果の一側面でしかないが、それでもまだ解明されていない点が多く残っている。また、本文中で触れた航跡場効果やビームビーム相互作用に代表されるような当該ビーム以外の対象の存在が原因で起こる集団現象もたくさんある。さらに、ビーム安定性の計算だけでなく、逆にビームの力学的性質をコントロールして、望みの質を持つビームを人為的に創り出そうという視点の研究も当然存在する。ビームを自在に制御できれば、空間電荷等に起因する様々な集団不安定性を抑止することも可能となるだろう。これらの研究はビームの基礎物性という物理的観点から興味深いだけでなく、先に言及した核廃

棄物の消滅処理や、放射光の理工学利用、核融合、癌患者に対する放射線治療、微量元素分析、レーザー発振等々、極めて広範な領域へのビームの応用に際して、その土台となるのである。

現在この分野を専門とする研究者の数は世界的に見ても（特に日本では）不十分なので、この解説を読んでビームや加速器に興味を抱いてくれる若者が一人でも増えてくれれば幸いに思う。

参考文献

- [1]. H. Okamoto and M. Ikegami: *Simulation Study of Halo Formation in Breathing Round Beams*, to be published.
- [2]. M. Ikegami and H. Okamoto: *Can Beam Halo be Scraped ?*, Activity Report, NSRF, ICR, Kyoto University (1996) in press.

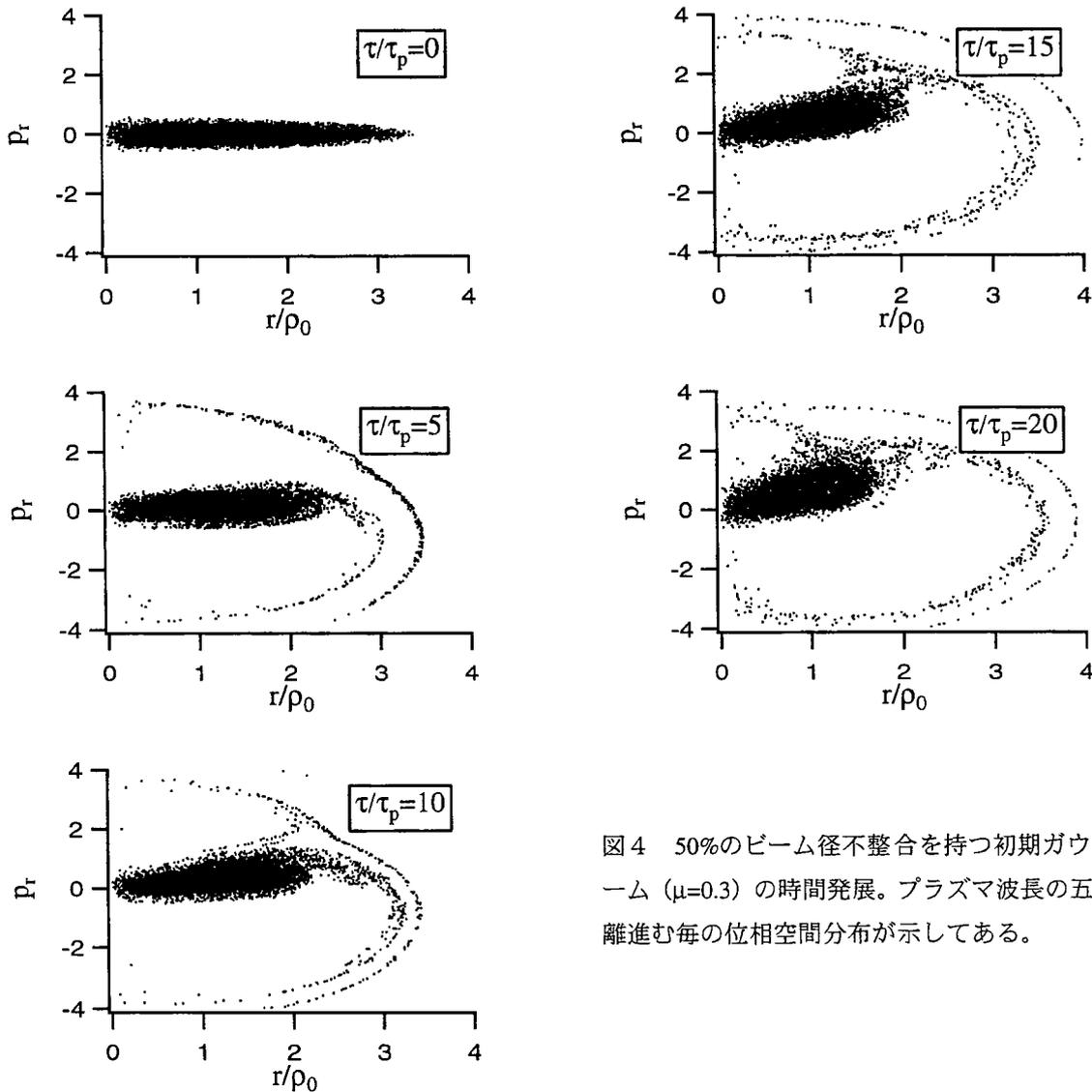


図4 50%のビーム径不整合を持つ初期ガウス型ビーム ($\mu=0.3$) の時間発展。プラズマ波長の五倍の距離進む毎の位相空間分布が示してある。