重力を含む力の統一

– 弦理論の問題とは何か –

東京大学 米谷民明

1 はじめに

素粒子相互作用のゲージ原理に基づいた標準理論 (ワインバーグ-サラム電弱統一理論と量子色力学) が実験的にほぼ確立してすでに１０年を越える現在、素粒子論の最大の理論的課題は重力を含めた相互作用の統一理論を構築することである。重力を含めた統一のためには、重力を量子論の枠組に取り入れることが必要なことは言うまでもない。しかし、重力の古典論であるアインシュタインの一般相対性理論の枠組と量子力学の枠組のあいだには大きな溝があることはよく知られている。この報告では、まず重力を含めた統一理論の性格について考察し、弦理論が如何なる意味でその方向への可能性としてふさわしい性質を備えているかを紹介する。ついで、現時点において弦理論が抱えている問題点を概観し、最近の進展と今後の可能性を議論する。以下では、特にことわらないかぎり光速度とプランク定数を 1 とする単位系 (自然単位系) を用いて話をすすめる。このとき物理量の次元はすべて長さの次元 (L) だけを用いて表せる。

2 重力を含む統一とは如何なるものか

場の量子論において力 (すなわち相互作用) は結局は粒子どうしのあいだでの粒子の交換に帰着する。従って、相互作用の統一は交換される粒子の種類とその性質をできるだけ統一された原理にまとめあげる問題になる。

光子の交換に帰着する電磁相互作用は、ゲージ原理によって特徴づけられる。つまり、光子の存在と、その物質粒子の場との相互作用の性質がゲージ不変性から導かれる。この場合のゲージ変換は物質場の位相を局所的に変換することで、群としては $U(1)$ であるが、これをより一般の非可換群に拡張することによって、重力を除いた他の相互作用、すなわち、強い相互作用 (ゲージ群$= SU(3)$) と電弱相互作用 (ゲージ群$= SU(2) \times U(1)$) の性質を導くのが標準理論である。

この標準ゲージ理論に共通する特徴は、それらがいわゆる繰り込み可能な場の理論であることである。場の量子論は常に紫外発散の困難をはらんでいるわけであるが、繰り込み可能な理論では、紫外発散の効果を有限個の観測量の値に押し込めることができる。従って、そのような観測可能量の繰り込まれる前の裸の値を適当に調節しさえすれば発散を打ち消すことができ、任意の物理量がこれらの観測可能量を用いて計算可能になる。ゲージ理論の繰り込み可能性は、ゲージ対称性とならんで、相互作用の強さを特徴づける結合定数が無次元の定数であることによっている。ゲージ対称性は力が厳密な保存則に従うカレントとゲージ粒子との結合によって生じ、その強さが普遍性を満たすことを保証する。しかし、この普遍性だけでは短距離の量子的揺らぎからくる発散を制御するには十分ではなく、結合定数が無次元 (ただし 4 次元時空での話) であることが必要なのである。

場の量子論の観点から見たとき、ゲージ理論と一般相対性理論との一番大きい違いはここにある。重力の場合、保存カレントに対応するのはエネルギー運動量テンソルである。このため 4 次元空間での重力定数 G の次元は L^2 に等しい。一般相対性理論を通常の場の量子論の枠組に従って量子化してある物理量を計算するとしよう。物理量の長さに関する次元を p、物理量を特徴づける長さのスケールを μ、重力の量子的ゆらぎの切断の距離に関するスケールを ℓ とすると、物理量はつぎのように展開できる。

$$\mu^p \sum_{n=0} (\frac{G}{\ell^2})^n F_n(\frac{G}{\mu^2})$$

$n = 0$ が古典論の結果であるが、量子効果は必然的に $\ell \to 0$ で発散する。この発散を取り除くにはこれまた次元の理由で無限に多くのパラメタを新たに手で導入しなければならなくなる。この問題の起源は基本的に重力定数の次元による。これを解決するには、重力定数に関する単純な展開にはたよらない計算ができるような理論を考える必要がある。これはもとの一般相対性理論そのものを通常の場の理論として量子化したのではほと

んど不可能である。それは重力定数の展開による以外に定義する方法が知られていないからである。(実は、これはすこし言いすぎで、時空次元についての展開法 (正確には $\epsilon \equiv d-2$ に関する展開) や、物質場の個数の逆数による展開などの方法も試みられており、単なる重力定数の展開とは異なった側面から量子重力の様相が明らかにされている。)

似たような困難とその解決の例として、弱い相互作用に対する Fermi の理論からゲージ理論への移行、と強い相互作用のゲージ理論に対する格子ゲージ理論をあげることができる。前者の場合、相互作用の強さはやはり長さについて 2 の次元をもつ Fermi 結合定数 G_F であったが、ゲージ理論ではそれをゲージ粒子 (質量 M、運動量 k) の交換相互作用により置き換える。これにより交換運動量 k^2 が大きいときの寄与が押えられ繰り込み可能な理論ができる。

$$G_F \quad \rightarrow \quad \frac{g^2}{k^2 - M^2} \tag{1}$$

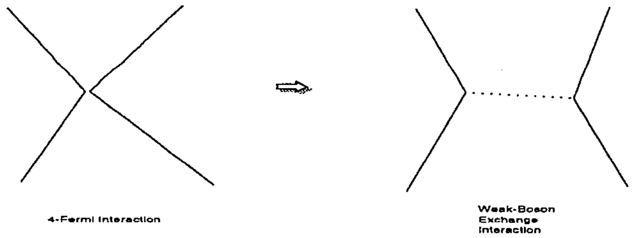

図 1 : Fermi 相互作用とゲージ粒子の交換相互作用。

一方、強い相互作用に対するゲージ理論では結合定数は無次元であるが、繰り込みの効果のため、長距離で相互作用の強さが増大する。そのため結合定数に関する展開が無効になる。格子ゲージ理論では、時空を離散的な格子により近似することにより、結合定数の大きさに無関係にゲージ対称性を正確に保ったまま理論を定義する。

最初の例は、結合定数の次元の起源を、新しい粒子自由度を導入することによってその粒子の質量によって説明する。第 2 の例では、時空の格子を導入して、格子間隔という紫外切断によって量子効果の繰り込みを制御して理論を定義している。重力相互作用の場合には、どちらの可能性にしても一般相対性理論の対称性、すなわち、一般座標共変性を保つようにすることは非常に難しく、通常の場の理論の枠内で、これを成し遂げる可能性は極めて低いと言わざるを得ない。以下に説明するように、弦理論は通常の場の理論の枠組を越えたところで、一般相対性理論の対称性を保ち、さらにそれを拡張して問題を解決する道があることを示しているのである。

3 弦理論の性格と現在の限界

実は弦理論は最初から量子重力の問題を解決するために考え出されたわけではない。むしろ偶然に発見された理論が、よく調べてみると意外にも量子重力を含む統一理論として望ましい性質を驚くべきほど備えていることがわかったのである。このような意味で、我々はまだ弦理論の真の意味を解明したわけではなく、その真価はこれから本格的に明らかにされてゆくものであると言ったほうがよい。以下では、弦理論の性質をまずまとめる。それから、その成果と現在の限界について論じ、さらに今後予想される進展の方向、について考察したい。この講演がなされた時点から 9 カ月になるが、弦理論の意味を考えるのに極めて重要な進展が起こっているので本報告の後半部においてはそれについても簡単に紹介する。なお、弦理論についての文献を一々あげると膨大なものになるので本文の末尾にレビュー的なものを数点あげるにとどめさせていただく。

3.1 ファインマン規則の一般化としての弦理論

現在の弦理論は実は単に散乱振幅を計算するためのルールの寄せ集めにすぎない。場の理論ではこのルールに当たるのはファインマン規則である。後者は、粒子の時空における伝播 (propagator) と接触相互作用 (vertex)

の組合せによって散乱振幅を構成するルールを与えている。たとえば、2粒子が入射してまた2粒子に散乱される過程を表す最も簡単なファインマングラフは図2の上部のグラフである。

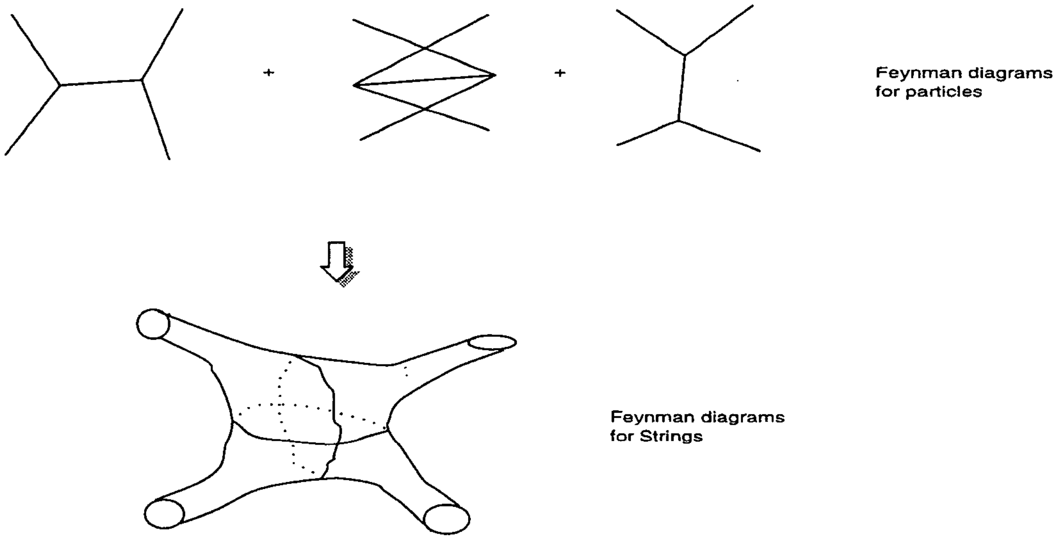

図2：2粒子 $\rightarrow$ 2粒子散乱の tree 近似ファインマングラフ (上部) (ϕ^3 理論) と対応する弦の世界膜グラフ (下部)。

粒子の propagator の構造は、粒子の相対論的力学によって決まる。その作用は Poincaré 不変で運動方程式が軌道にそっての時間 (固有時) 微分について2階微分しか含まないとすると一意的に

$$S[x] = \int d\tau \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{e(\tau)}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx_\mu}{d\tau} - m^2 e(\tau)\right\} \tag{2}$$

である。ここで、 $e(\tau)$ は作用が固有時パラメタ τ の任意の座標変換 $\tau \rightarrow \tau', x'(\tau') = x(\tau)$ に対して不変であることを保証するために導入した補助変数、また m は質量に対応するフリーパラメタである。propagator は $e(\tau), x^\mu(\tau)$ についての経路積分として定義できる。相互作用は propagator を結びつける規則によって決まるから、上の作用とは別に与える必要がある。弦理論ではこれを1次元的にのみ広がりをもったもの–それを弦と呼ぶ–に拡張する。(2) を弦に形式的に拡張したものは

$$S = \mathcal{T}\int d^2\xi \sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}g^{ij}\partial_i x^\mu \partial_j x_\mu - \lambda\right) \tag{3}$$

である。粒子の世界線を表すのにパラメタ τ を用いたのに対応して弦の軌跡である世界面を表すのに2個のパラメタ ξ_1, ξ_2 を導入した。 g_{ij} はこのパラメタに関する面の計量テンソルである。

両方の作用の定数の意味を考察すると、相対論的粒子と弦の大きな違いが見えてくる。まず、(2) の前には定数をおく必要がない。というのは、そうしても補助変数の定義に吸収できるからである。これに対して (3) では、それはできない。一方、形式的な対応からは、定数 λ は粒子の質量にあたるもののように予想されるが、実はそれは正しくない。粒子の場合 m が質量であるのは補助変数に関する変分によって得られる式

$$p_\mu p^\mu = -m^2, \quad p^\mu = \frac{1}{e(\tau)}\frac{dx^\mu}{d\tau} \tag{4}$$

によるが、同じことを2次元計量テンソルについて行なうと得られる式は

$$\frac{1}{2}\lambda g_{ij} = \frac{1}{4}g_{ij}g^{k\ell}\partial_k x^\mu \partial_\ell x_\mu - \frac{1}{2}\partial_i x^\mu \partial_j x_\mu \tag{5}$$

である。この式が無意味な解 $x^\mu = \mathrm{const}, g_{ij} = 0$ 以外の解を持つには $\lambda = 0$ でなければならない。(これを見るには、g^{ij} を掛けて両辺の trace をとってみればよい。) この性質は、弦の作用が $\lambda = 0$ のとき Weyl 変換 $g_{ij}(\xi) \rightarrow e^{\rho(\xi)}g_{ij}(\xi)$ のもとで不変であることによる。定数 $\mathcal{T}$ が必要であることも同じ理由による。これらのことから、弦の広がりがゼロになる極限 (粒子極限) を考えると、実は質量がゼロの粒子しか表せない。定数 $\mathcal{T}$ の次元は L^{-2} で通常 $\mathcal{T} \sim \frac{1}{2\pi\alpha'}$ と表し、α' を Regge slope parameter と呼ぶ。$\sqrt{\alpha'}$ は弦の時空での広がりの程度を特徴づける基本定数である。粒子極限は$\alpha' \rightarrow 0$ に相当する。

統一理論としての弦理論の基本的仮定は、この Weyl 不変性が量子化したあとでも正確に保たれるとすることである。これは古典論では最初から満足されている対称性であるが、量子化した場合には自動的に満たされるわけではなく、理論の構造に極めて強い制限を課すことになる。何故ならば、Weyl 変換は、世界面上での長さのスケール (単位) を伸び縮みさせることにあたる。これは、弦の時空座標を世界面上の場とみなすと、この場の理論が正確にスケール不変であることを意味している。あるいは、繰り込み群の言葉で用いれば、この場の理論は繰り込み群の固定点上にある理論、言い替えれば、相転位点直上の理論であることになる。

弦理論のファインマン規則は、上のようにして得られた弦の世界面の力学を用いて、与えられた境界条件のもとで許されるすべての異なった世界面について振幅の足し上げを行なうとすることである。

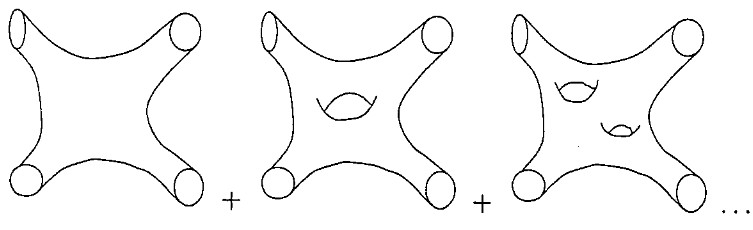

図 3：弦の世界膜グラフの足し上げ。トポロジー的に異なった分岐のない Weyl 不変な 2 次元面 (Riemann surface) を足し上げる。経路積分として形式的に表せば以下の式のようになる。

$$S-\mathrm{matrix} \quad = \quad \sum_{\Sigma\to\mathcal{M}} \int_{\mathcal{M}} [dx]\, \exp - \frac{1}{4\pi\alpha'} \int_{\Sigma} d^2\xi\, L(x, \partial_\xi x, \ldots) \tag{6}$$

ただし、このままでは理論がタキオンを含むことが判明するので、タキオンを禁止し、理論が安定な真空のもとでの粒子励起とその散乱を記述するためには時空で超対称性が満たされる必要がある。そのため世界面上にさらにある種のスピンの力学的自由度を導入して対称性を高度なものにする (これが通称、「超弦」理論と呼ばれる理由である)。これにより、時空の一般座標共変性も超対称なものに拡張される。

3.2 統一理論としての性質

このようにして定義された弦理論が示す性質を以下にまとめておこう。

1. 相互作用の情報は弦の作用 (3) に完全に含まれている。

   弦の相互作用は、下図のような過程であるが、このとき面は局所的には常に 1 枚の面であるから、その力学は弦の自由運動のときと変わらない。この観点から見たとき、弦の相互作用は単に面の輪切りの仕方によって現れるものにすぎない。従って、相互作用の性質は作用 (3) にすべて含まれているのである。

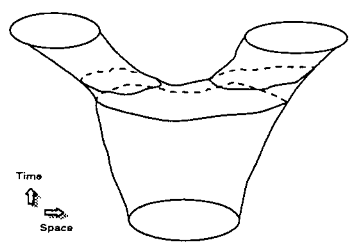

図 4： 弦の運動と相互作用は世界膜の輪切りにより表される。

2. 重力相互作用とゲージ相互作用が必然的に含まれている。

   上のようにして必然的に決まる弦の相互作用には重力が含まれる。このことの最初のサインは弦の基本定数 α' にある。というのは、弦の粒子極限では質量がゼロであることを考えると、既知の物理定数で α'

を表す唯一の可能性は、ニュートンの重力定数 G_N を用いることである。

$$\alpha' \propto G_N$$

一方、量子場の立場からは、重力相互作用は質量がゼロでスピンが2の粒子＝重力子の交換による。Weyl不変な世界膜の理論は弦の質量ゼロ、スピンが2の状態を含むことが示せる。このため弦の散乱振幅の低エネルギーの極限(これは結局弦の広がりがゼロの極限、つまり粒子極限である)はちょうど一般相対性理論と同じ重力相互作用を含むことを示すことができ、弦の基本定数と重力定数は上の関係に従うことが確かめられる。このとき無次元の比例係数は実はちょうど弦の相互作用の強さを表すことがわかる。

さらに、重力以外のほかの相互作用に対応するゲージ粒子(スピン＝1)が弦の質量ゼロ状態に含まれていることが同じようにして示される。端点のある弦(開弦)では時空の次元によらず必ずスピン1質量ゼロ状態が存在するし、端のない閉じた弦の場合は、時空次元の一部がコンパクト化されればKaluza-Kleinのメカニズムによりゲージ粒子状態が生ずる。

3. 粒子スペクトルと外場の同等性、完全な "bootstrap"

粒子理論の場合には、粒子の交換による力とは独立に外場による力を導入できる。たとえば、粒子同士の力は電磁相互作用のみを取り入れるが、重力については外場として扱うことができる。これに反して、弦理論では弦の粒子状態と外場は独立ではない。許される外場は、弦の粒子状態としてそのスペクトルに含まれている自由度の凝縮によって生ずるものだけである。

4. 紫外発散が自動的に打ち消されている

場の理論、特に重力を量子化した場合の最大の困難は上に述べたように発散の問題であるが、弦理論では、弦の基本定数が定める長さのスケール以下の量子的揺らぎを自動的に打ち消すメカニズムが内在している。

5. 弦の基本定数以外に理論の自由パラメタが存在しない

弦の相互作用の強さを決める結合定数は、弦の粒子状態の一つである、ディラトン場の凝縮の強さによって決まる。これは原理的には、弦理論の非摂動的取扱ができるようになれば計算可能な量である。このことのため、弦理論では自由に動かせるパラメタは長さの単位を決める弦の基本定数のみである。ただし、弦の摂動論の枠内で可能な理論は一意的ではなく、内部対称性(ゲージ群)と超対称性やfermion弦のchiralityの性質の違いによりいくつかの種類(１０次元平坦時空では5種類: type I $SO(32)$, heterotic $SO(32)$, heterotic $E_8 \times E_8$, type IIA, type IIB)がある。ゲージ対称性は、上に述べた複数の機構を組み合わせることにより生じる。しかし、これらの模型の違いも最終的にはより基本的な理論の異なる解として理解されるべきものと考えらている。最終節を参照。

6. 時空の次元と幾何学が弦の力学から自己無撞着的に決まる

弦理論では許される外場も系の力学によってきまるべきものである。時空自身や結合定数もそのような外場の一部である。時空の幾何学や次元も本来は弦の力学によってきまるべきものになる。世界面上でWeyl不変性の要求により、弦の量子力学にあたる世界面上の場の理論が繰り込み群の固定点直上の理論であるわけだが、この条件が時空幾何学や次元を強く制限するのである。これから、平坦時空の弦の摂動論では時空の次元(つまり弦の重心運動の自由度を記述する次元)は通常１０次元でなければならないことが導かれる。我々が住む時空がなぜ4次元であるか(つまり、１０次元のうちなぜ4次元だけが残るか)は、この立場からは原理的に弦の力学から説明されるべき性質になる。また弦の広がりが十分に小さいとする近似では外場としの背景時空幾何学が一般化されたアインシュタインの場の方程式に従うこと、等が導かれる。ここで一般化されたと言ったのは、計量テンソル場に加えて他にディラトン場や反対称テンソル場が物質場の他に含まれるからである。

これらは、弦理論が重力を含めて他のすべての相互作用、基本粒子の起源、そして時空構造の3者を統一的に説明すべき理論として実に望ましい性質を備えていることを示している。つまり、ほとんどの性質が弦の

力学が Weyl 不変性をみたしたかたちで無矛盾に定式化できるという要求から自己無憧着的に決まってしまう。これは、場の理論ではほとんど想像さえつかなかった構造であり、明らかに場の理論の枠組を越えた新しい枠組の存在を示唆している。

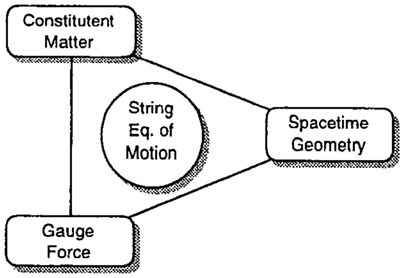

図５：弦理論の三位一体構造。

3.3 現在の弦理論の限界

現在のところ、弦理論は残念ながらまだ直ちに現実の世界を説明できるほど具体的なものにはなっていない。例えば、摂動論の枠内では、10-4=6 次元が小さく曲げられて (コンパクト化) 低エネルギーで観測できなくなると同時に、平坦な大きい４次元時空を時空幾何学として許すような解は、無数に存在する。また、これらの無数の解のなかで、低エネルギー領域で標準ゲージ模型を過不足なしに忠実に再現するものは知られていない。弦理論のファインマン規則の集積に過ぎない現在の弦の摂動論で、弦理論の正しい真空 (基底状態) が選ばれていると信ずべき理由は何もない。上に述べたように、弦理論の外場としての背景時空は弦の粒子状態を表す場の凝縮によって決まる。この凝縮の力学は本来摂動論では正しく取り扱うことができないものである。また、宇宙の時間的発展やそれにともなうさまざまな相転位などの力学を扱うにもファインマングラフだけでは不十分である。摂動論によらずにこの問題にとりかかるためには、まず、理論が摂動論によらずに定義されていなくてはならない。理論的な立場からはこのことが弦理論が現在抱えている最も重大な限界である。

このことの重要さを認識するには、再び強い相互作用のゲージ理論である量子色力学の場合を思い起こしてみるのが有用である。量子色力学に対する最初の決定的証拠は、その漸近自由性、つまり、相互作用の強さがエネルギースケールが高まるにつれ減少することであった。これにより、ハドロンの深非弾性散乱におけるスケーリング則とその破れの性質が結合定数の展開に基づいた摂動論により定量的に説明された。漸近自由性は逆にエネルギースケールが低い領域、したがって長距離の領域では相互作用が増大することを意味している。特に、クオークが閉じ込められているという実験事実はその増大が限りないことを意味しているから、結合定数の展開による摂動論は長距離では全く無意味になる。このため、クオーク閉じ込めの問題の研究には時空を格子近似して理論を非摂動的に定義した格子ゲージ理論が欠かせない本質的な役割を果たしている。格子ゲージ理論では、時空のローレンツ対称性を犠牲にするかわりに、ゲージ対称性を正確に保つことが重要であった。

格子ゲージ理論からの教訓は、弦理論の非摂動的な定義に向かうには、まず、理論の本来の力学的自由度が何であり、またその力学を支配している対称性原理がどのようなものかを明確にすることが欠くべからざるステップだということであろう。つまり、弦理論のファインマン規則を支配している Weyl 不変な２次元場の理論の背景にあるものが何かを明らかにしなければならない。弦理論が摂動論としては量子重力の繰り込み不可能性の問題を解決したとしても、別の意味で実は本当の解決にはまだなっていないのである。

以上を含めて、弦理論の現在の限界を示す性質をまとめておこう。

1. 摂動的真空状態が無数にあること
2. １０次元でも理論は完全に一意的ではないこと (つまり５種類ある)
3. 非摂動的定義が知られていないこと
4. 摂動展開の収束性が非常に悪いこと

5. 本質的にS行列の理論であること

6. 場の理論に基づいた統一理論で最大の難問と考えられる、宇宙定数の問題にたいして弦理論はいまだ手がかりを示していないこと

最初の三つについてはすでに述べた。

項目4について：よく知られているように、通常の場の理論の摂動論においても摂動級数の収束半径はゼロであり、摂動展開はいわゆる漸近展開としての意味しかない。このため、摂動展開をもってして理論の定義とすることはできない。これはループ展開の展開パラメタを g^2 としたとき、n 次の係数の振舞は $n!$ であることによる。おなじ言い方をすると、弦理論の場合の係数の振舞は $(n!)^2$ である。従って、収束性はさらに悪くなっているわけである。つまり、弦理論では場の理論のときにも増して、摂動展開は理論の定義からはほど遠いと言えるのである。この性質は、次のように言い替えることができる。場の理論の場合、典型的な非摂動的寄与は $\exp(-\frac{\mathrm{const}}{g^2})$ の形をとるが、弦理論では $\exp(-\frac{\mathrm{const}}{g})$ である。明らかに後者の方が一般により大きい効果を及ぼす。この違いも、場の理論に比べて、弦理論では非摂動効果が重大であることの現れとみなすことができる。

項目5について：量子場の理論でも、厳密にいえば観測可能な量は最終的にはS行列だけである。しかし、その場合はS行列に至る中間段階として有効な物理量を考えることができる。ゲージ理論の場合は、ゲージ不変な量はすべてそのような意味で理論の性質を調べるのに用いることができる有意味な量とみなすことができる。これに反して、弦理論ではその背景の対称性や基本的力学的自由度が何かが明確になっていないため、有意味な物理量は最終的なS行列だけである。これは、真空の相転位や、宇宙の発展等の非摂動的問題を調べるには極めて大きな障害である。この点を改善するためにも理論の正しい定義を明らかにすることがどうしても必要である。もともと、弦理論は、実はハドロン散乱S行列に対するある公式 (Veneziano formula) の発見とその物理的解釈から出発したのであるが、この意味で我々はいまだに弦理論の真の意味を探る途上にあるのである。しかし、一方ではどんな量子重力の理論でも厳密な意味での観測可能物理量は結局S行列だけであることは避けられないことは心に留めておく必要があるだろう。

項目6について： 特定の物質粒子の性質によらない基本物理法則だけで決まる長さの単位は、プランク長さである。この立場からすると、宇宙の大きさを特徴づける長さもプランク長さ以外にありえない。そうすると、なぜ宇宙の大きさがプランク長さに比べてこれほど大きい (オーダーにしておおよそ６０桁の違いがある) かがおおきな疑問になる。一般相対性理論で宇宙の大きさを特徴づけるのはいわゆる宇宙項であり、その係数を宇宙定数と呼ぶ。この問題が宇宙定数の問題である。宇宙定数は結局は真空のエネルギーに当たる。真空のエネルギーは真空の相転位のたびに値が変わることを思い起こすと、宇宙定数が最終的にゼロに近いことを保証するようなメカニズムを考えることは非常に難しい問題である。量子重力の短距離構造と長距離構造のまだ理解されていない隠れたつながりの存在を意味しているように思われる。今のところ弦理論がこれに対して解決の鍵を示すかどうかはわかっていない。

4　弦理論の「定義」へ向けて:最近の進展から

このように、弦理論は重力を含めた統一理論へ向けて望まれる多くの特質を備えている反面、我々の弦理論理解の現状は弦理論を統一理論として真に機能させるにはまだほど遠い状況にある。そうではあるが、弦理論の研究はこの数年飛躍的に深まっており、弦理論に対する我々の理解はまた新しい段階を迎えつつあることを予感させるものがある。最後にそれらについてごくかいつまんで述べることにする。

1. 弦理論の相空間の双対性

   よく知られているように、Maxwell 電磁場の方程式はもし磁気単極子が存在すれば電場と磁場の入れ替えに対して対称性 (双対性) がある。このとき電荷 e と磁荷 g は Dirac の量子化条件 $eg = 2\pi n$(n は整数) を満たす。統一ゲージ場の理論では場のソリトン的古典解として磁気単極子が存在するので、量子論で双対性が厳密に成り立つ可能性がこれまでよく指摘されてきた。特に、高い超対称性を備えた模型ではその可能性が強く、その仮定にもとづいた議論により $N = 2$ 超対称な Yang-Mills 理論の低エネルギーにおける非摂動的構造が最近かなり解明された。

双対性が非摂動的構造を調べるのに重要なのは、Dirac 条件により、強結合と弱結合の理論同志の関係をつけることができるからである。超対称性を持つ理論の場合、ソリトン的解の質量公式が結合定数の強さにかかわらず正確に成り立つ場合がある (Bogomolnyi-Prasad-Sommerfield の条件が満足されているとき)。その場合には、強結合においても理論の性質を知ることができ、かなりの確かさをもって双対性が成立するか否かを決定できるのである。

弦理論ではゲージ場の理論にもまして双対性が成り立っていることに対する証拠が、最近の研究により多数得られている。まず、弦の量子力学である世界膜上の場の理論で結合定数の役割を果たすのは時空計量をはじめとする背景場自身である。従って、そこでの双対性 (これを T 双対性と呼ぶ) により異なった背景場での弦理論を結びつけることができる。その最も簡単な例は、背景時空が半径 $R\sqrt{\alpha'}$ の円周であるとき、T 双対変換により半径が $\frac{1}{R}\sqrt{\alpha'}$ の円周が得られる。実はこの双対性は 2 次元スピン模型の Kramers-Wannier 双対性と基本的には同じメカニズムによっていることを注意しておこう。一方、弦の第 2 量子化された理論でも双対性が成立する (これを S 双対性と呼ぶ) という強い証拠がある。一般に、場の理論で双対変換を行うと場の elementary excitation と soliton excitation の入れ替えが起こるわけであるが、弦理論でもまさにそうなっているのである。これは弦理論の低エネルギー極限を記述する有効場の理論からもわかるし、さらに世界膜の理論でも弦理論のソリトンを Dirichlet 境界条件を設定することにより導入することができることが判明している (このときソリトン的励起を D-brane と呼ぶ)。これらの双対性を組み合わせると、10 次元の 5 種類の可能な弦理論は、すべて双対変換によって結ばれてしまう (図 6 参照)。ここで驚くべきことには、10 次元の弦理論の強結合極限はかならずしもまた 10 次元の弱結合の弦理論になるのではなく、ことなる次元の理論に帰着すると予想されている。たとえば、10 次元の TypeIIA 理論の強結合極限は実は 11 次元のある理論 (これを M 理論と呼ぶ–その低エネルギー有効理論は超重力理論) の弱結合極限と同等であると信じられている。もとの 10 次元から余計の 1 次元は円周をなしているが、その半径が TypeIIA 理論の結合定数と $R \propto g_{\rm st}^{2/3}$ (ただし、長さを 11 次元のアインシュタイン計量で測ったとして) の関係で結ばれているため、TypeIIA 理論の弱結合極限に対応する通常の弦理論摂動論では余計の次元が見えないと解釈される。これらの予想は、弦理論を記述する自由度は実は「弦」ではなく、その背後により基本的な自由度が存在しており、さらにことなった弦の摂動論は、ある基本理論のさまざまな極限的な解として理解すべきであることを強く示唆している。もし、M theory を具体的に構成することができれば弦理論の飛躍的な進展が起こるに違いない。

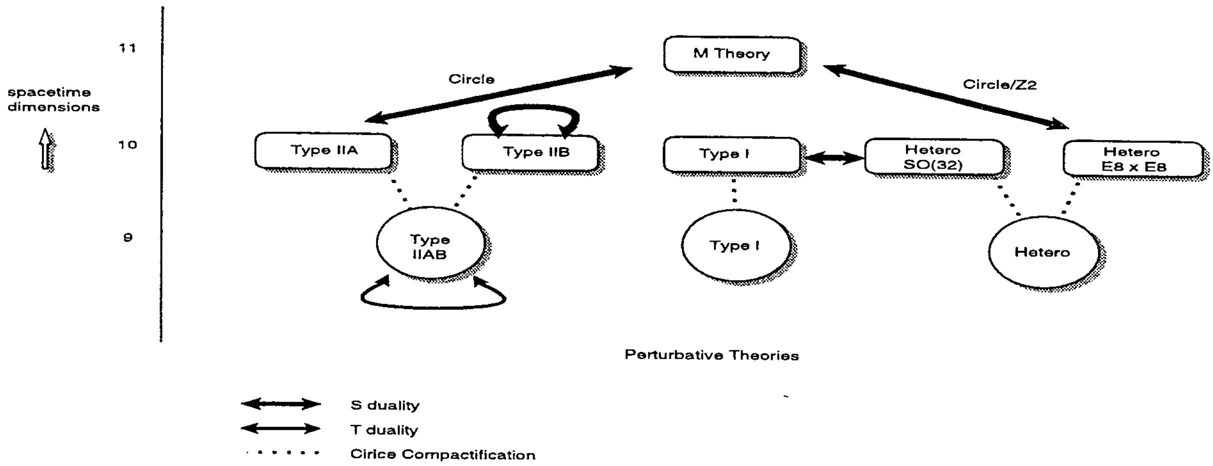

図 6： 弦理論の双対関係の例 (9–11 次元の場合)。

2. 行列模型と非摂動的定式化

弦理論をより基本的な自由度をもつ理論から導く可能性は、低次元時空における弦理論の厳密解の例からも示唆される。ディラトンやタキオンの場を真空に凝縮させることにより、2 次元時空を背景時空とする弦理論を考えることができる。この理論は実は、1 次元 (つまり、時間だけ) の時空の N 行 N 列のヘル

ミート行列の場の理論の $N \to \infty$ 極限と同等であることに対する強い証拠がある。それは両理論の S 行列がエネルギーに依存する位相因子を除いて、弦の結合定数の任意の次数で一致する結果を与えることが判明しているからである。ここで極めて興味深いことは、1 次元に対して余計なもう 1 次元は行列自身から生み出されるようになっていることである。弦理論のソリトン的励起を世界膜力学で表現している D-brane の力学も実はある行列場の理論により記述できることがわかっている。このとき、D-brane の座標自由度はやはり行列場によって表される。2 次元弦理論を記述する行列模型との密接な関係が予想される。さらにつけ加えておくと、M 理論の背後にあると予想されている 2 次元的に広がった自由度を持つ Super Membrane も、よく似たある行列場の理論の大 N 極限として定式化できる。これらの状況証拠から、弦理論の非摂動的な定式化においては、何らかの行列場の模型が重要な役割を果たすと考えられ、行列模型の意味に関する理解を深化させること、特に双対性を初めとする弦理論の非自明な対称性の構造を行列模型により定式化することは今後極めて重要な課題となると筆者は考えている。(**後記**（１９９６年１２月)：この原稿を書き終えた時点から 3 カ月すぎたが、現在まさにここに述べた方向で M-theory の構成に関して重要な進展の渦中にあることを付け加えておく。)

3. D-brane とブラックホール

最近の弦理論の発展でもうひとつ極めて重要な成果は、ブラックホールのエントロピーの微視的説明が可能になったことである。マクロなブラックホールがその質量に反比例する有限の温度をもつ黒体輻射を放出し続けることはホーキングの 1974 年の提案以来よく知られている。このことに対応してブラックホールはその表面積に比例するエントロピー (Beckenstein-Hawking entropy) を持つことが知られている。ところで、ホーキング輻射によりブラックホールが蒸発してしまうとすると、ブラックホールに吸収されたすべての情報は永久に原理的に観測不可能になるので、量子論の確率保存の要請を壊してしまうことになる。しかし、ブラックホールに失われたかに見える情報が何らかの形でブラックホールの外側に保存されていれば、確率保存を救うことが可能になるであろう。そのためには、ブラックホールが持つエントロピーを微視的立場から説明できることが必要である。通常の場の理論でそれを計算しようとすると紫外発散してしまい有意味な結果をだすことができない。

弦理論ではブラックホールはソリトン的な励起として現れるので、D-brane による解釈が可能である。最近の結果は、ブラックホールの質量がその電荷に比例するようないわゆる extremal black hole の極限またはそれに十分に近い場合には、D-brane の力学的自由度の counting によりエントロピーに対する Beckenstein-Hawking の公式と一致する結果を得ることができたことである。ブラックホールに対する D-brane からの描像と通常の時空的描像との関係はまだ十分に解明されたとは言えないが、低エネルギーでは通常の場の理論から導かれる性質と調和することを示す証拠もいくつか得られている。ブラックホールの量子論は、まさにアインシュタインの一般相対性理論と量子力学が対峙する実験場である。ブラックホールは今後の弦理論の発展において、ちょうど量子論の発展において黒体輻射や水素原子が果たした役割を果たすことになる可能性が強い。

参考文献

1 弦理論全般について

M. B. Green, J. H. Schwarz and E. Witten, *Superstring theory* Vol 1 and 2, Cambridge Univ. Press (1987).
J. H. Schwarz (ed), *Superstrings: the first 15 years of superstring theory* Vol 1 and 2, World Scientific (1985).

2 最近の発展のレビュー

双対性について：

J. H. Schwarz, Lectures on Superstring and M Theory Dualities, hep-th/9607021.

J. Polchinski, String Duality, hep-th/9607030.

行列模型について:

T. Yoneya, String Theory and Matrix Models, hep-th/9603096.

D-brane について：

J. Polchinski, S. Chaudhuri and C. V. Johnson, Notes on D-branes, hep-th/9602052