

重力場および超弦模型の数値的量子化

課題番号 11640264

平成11年度～平成14年度

科学研究補助金（基盤研究（C）（2））

研究成果報告書

平成15年6月

研究代表者 湯川哲之

（総合研究大学院大学 教育研究交流センター 教授）

まえがき

重力を、他のすべての力、すなわち強い核力・弱い核力・電磁気力と同じように量子化する試みは、理論物理学の重要な課題のひとつであった。アインシュタイン重力をそのまま摂動論的に量子化することは不可能であることが知られてから、他のいろいろな方法が試みられてきた。その中で、現在、最も研究者をひきつけているのは超弦理論であるが、それがわれわれの知る時間空間と、その中で重力を記述できるかどうかは、いまだ明らかでない。

そこで、私たちは、4次元時空を格子状に分割し非摂動論的にアインシュタイン重力を量子化することを、過去7年にわたり科研費の補助を受けて試みてきた。そして、重力は4次元時空間内でも数値的に量子化できることを見出した。私たちの分析によれば、4次元重力の量子化は、共形（コンフォーマル）変換不変な4次元重力を非摂動系とし、重力子場を摂動的に取り扱うことで実行可能であることを示唆している。これを確実にするためには解析的な理論を構築する必要がある。そのような理論はまだわかっていないが、数値計算と比較対照することで遠からず解明できるものと考えられる。

数値的な量子化が成功したことにより、その宇宙論的意義も研究の俎上にあがってきた。宇宙のトポロジーを定め、数値的に求めた時空がアインシュタイン方程式の解と対応できることや、空間がフラクタル性を持つため、物理的次元は4から少しずれる可能性があることなどもわかってきた。これが、宇宙項の問題や、宇宙論で問題となっているダーク・マターやダーク・エネルギーの解決となるかどうかは、さまざまなトポロジーとより大きなサイズでのシミュレーションにより明らかになると期待している。

目次

研究組織	研究經費	1
研究發表		2
口頭發表		3
研究成果		5
發表論文		7

研究組織

研究代表者 湯川哲之 総合研究大学院大学・教育研究交流センター・教授

研究協力者 洞田慎一 総合研究大学院大学・数物研究科素粒子原子核物理学専攻・学生

江川 浩 東海大学理学部・非常勤講師

津田憲次 高エネルギー加速器研究機構・協力研究員

小田五月 高エネルギー加速器研究機構・協力研究員

藤津 明 会津大学・講師

研究経費

平成11年度 600千円

平成12年度 600千円

平成13年度 600千円

平成14年度 600千円

計 2、400千円

研究発表 (英文のみ、ただし[12]は参考)

- [1]Common Structures in Simplicial Quantum Gravity;
Phys. Lett. B 459 (1999) 97-104 (H. S. Egawa, N. Tsuda, T. Yukawa)
- [2]Common Structures in 2, 3 and 4D Simplicial Quantum Gravity;
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 63 (1998) 736-738 (H. S. Egawa, N. Tsuda, T. Yukawa)
- [3]Two-Dimensional Dynamical Triangulation Using the Grand-Canonical Ensemble;
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 63 (1998) 733 (S. Oda, N. Tsuda, T. Yukawa)
- [4]Further Evidence of a Smooth Phase in 4D Simplicial Quantum Gravity;
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 73 (1999) 795-797 (H. S. Egawa, A. Fujitsu, S. Horata,
N. Tsuda, T. Yukawa)
- [5]Type IIB Random Superstrings;
Prog. Theor. Phys. 102 (1999) 215-220 (S. Oda, T. Yukawa)
- [6]Introducing Dynamical Triangulations to the Type IIB Superstrings;
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 83-84 (2000) 754-756 (S. Oda, T. Yukawa)
- [7]Phase Transition of 4D Simplicial Quantum Gravity with U(1) Gauge Field;
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 83-84 (2000) 751-753 (H. S. Egawa, S. Horata, N. Tsuda,
T. Yukawa)
- [8]Phase Structure of Four-Dimensional Simplicial Quantum Gravity with a U(1) gauge
Field;
Prog. Theor. Phys. 106(2001)1037-1050 (S. Horata, H. S. Egawa, N. Tsuda, T. Yukawa)
- [9]Geometry of 4-d quantum gravity with a U(1) gauge field;
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 94 (2001) 701-703 (H. S. Egawa, S. Horata T. Yukawa)
- [10]Matter Dependence of the String Susceptibility Exponent in Four-Dimensional
Quantum Gravity; Prog. Theor. Phys. 108(2002)1171-1176 (S. Horata, H. S. Egawa,
T. Yukawa).
- [11]Clear evidence of a continuum theory of 4D Euclidean simplicial quantum gravity;
Nucl. Phys. B. (Proc. Suppl.) 106 (2002) 971-973.
- [12] Monte Carlo 法による重力場の量子化 : 物性研究 76(2001)825-831 (湯川哲之)

口頭発表

1. 小田五月、湯川哲之：力学的単体分割を用いた Shild 型超弦理論の数値解析。
日本物理学会第 54 回年会, 1999/3/28
2. H.S.Egawa, S.Horata, and T.Yukawa: Phase Transition of 4D Simplicial Quantum Gravity with U(1) Gauge Fields.
The XVII th International Symposium on Lattice Field Theory, 1999/6/29-7/3, Pisa, Italy
3. S.Oda, T.Yukawa: Introducing Dynamical Triangulations to the Type IIB Superstrings.
The XVII th International Symposium on Lattice Field Theory, 1999/6/29-7/3, Pisa, Italy
4. 小田五月、湯川哲之：Constraint on the space dimension in the lattice superstrings.
日本物理学会 1999 年秋の分科会, 1999/9/24
5. 江川浩、洞田慎一、津田憲次、湯川哲之：ゲージ場と結合した 4 次元格子量子重力における相転移。
日本物理学会 1999 年秋の分科会, 1999/9/24
6. H.S.Egawa, S.Horata, and T.Yukawa: Geometry of 4-d simplicial quantum gravity with a U(1) gauge field.
The XVIII th International Symposium on Lattice Field Theory, 2000/8/17-22 Bangalore, India
7. 小田五月、湯川哲之：Finiteness conditions from the type IIB random superstrings.
日本物理学会 2000 年春の分科会, 2000/4/1
8. 湯川哲之：モンテカルロ法による時空の量子化。
2000 年度基礎物理学研究所研究会「モンテカルロ法の新展開 2」, 2000/10/31

9. H.S.Egawa, S.Horata, and T.Yukawa: Clear evidence of a continuum theory of 4D Euclidean quantum gravity.
The XIX th International Symposium on Lattice Field Theory, 2001/8/19-24 Berlin, Germany
10. H.S.Egawa, S.Horata, and T.Yukawa: Grand Canonical Simulation of 4 D Simplicial Quantum Gravity.
The XX th International Symposium on Lattice Field Theory, 2002/6/24-29, Cambridge, U.S.A.
11. 洞田慎一、江川浩、湯川哲之：物質場と結合した4次元格子量子重力の数値的解析.
日本物理学会第58回年会, 2003/3/31

研究成果

日本における量子重力の数値的研究は、1992年頃より、KEKを中心に計算プログラムの開発から始まった。本格的な研究は、平成8-10年度科研費基盤研究(C)(2)「重力場および弦模型を数値的に量子化する研究」(研究経費総計190万円)、および引き続き平成11-14年度科研費基盤研究(C)(2)「重力場および超弦模型の数値的量子化」(研究経費総計240万円)により大いに進展した。日本的な研究の進化像に照らせば1992-1995年が‘起’、1996-1998年が‘承’、1999-2002年が‘転’、そして今後の4年間は‘結’にあたろう。

まず、‘起’では、基本的なアルゴリズムの検討と、C言語による計算プログラムの開発を行った。さらに、観測量の選択と、2次元重力理論との比較などに関し多くの試行計算を行った。たとえば、2次元面のフラクタル構造はKawai, Kawamoto, Mogami, Watabikiの理論的予想と同時期に数値的な研究からの検証が行われた(1993年)。この期間で重要な出来事は、国内に格子重力の研究グループを形成したことである。

引き続き‘承’の3年間は、重力と弦模型を数値的に量子化するプログラムを軌道にのせるという科研費申請の当初の目的に関して十分満足できるものであった。世界的にも、計算アルゴリズムとしてDT法(動的三角分割法)が確立した時期である。われわれの代表的な寄与として、“ $C=1$ の壁”の存在を数値的に示したこと(1995年)、計算アルゴリズムの改良によるString Susceptibilityの高精度計算(1998年論文[3])などがある。また、高次元重力への拡張(1997年論文[1][2])など、将来に備えた研究も着実に進んだ。

1999年から始まる‘転’の期間が、本科研費「重力場および超弦模型の数値的量子化」による研究の時期に当たる。われわれの研究にとって最も重要な進展が4次元重力と超弦模型のどちらにもあった時期である。その原動力となったのは、当時最高速を誇ったPentiumII・400MHzCPUを搭載した10CPUのPCクラスターを大学の援助で組み立て、これにより信頼性の高い数値計算が可能になったことにある。まず4次元重力では、多くのグループがあきらめかけていた安定な4次元時空の存在を、重力場とゲージ場を結合させることにより数値的に示した(論文[4])。このことは、われわれより数ヶ月早くビーレフェルト大(ドイツ)のグループが報告していたが、その計算の質は低く、たとえばゲージ場を2個以上載せなければ新しい相が出ないなど誤りが多く、とても信頼できる内容ではなかった。われわれは精度の高い計算により、広がった安定な空間は $U(1)$ ゲージ場を1つ載せることで存在することを示し、引き続き一連の論文で、計算結果に対するさまざまな疑問や、否定的なグループとの意見の不一致を解決していった(論文[7][8])。さらに、最大124個のスカラー場を結合させ、ゲージ場とスカラー場のセントラル・チャージの大きさを比べた。その結果は、コンフォーマル重力が連続理論の基礎理論として有力であることを示唆している(論文[10][11])。現時点で、統計的に有意でコンフォーマル理論とは矛盾しない結果を得ているのはわれわれのグループのみである。これらの結果は科研費申請当初の期待をはるかに上回る発見である。

また、超弦模型については、世界で初めて超対称変換不変な格子超弦作用関数を決め(論文[5])、それを計算機上に載せた(論文[6])。フェルミオン積分に対する制限から計算の空間は小さかったが、それでも分配関数が有限に留まるためにはフェルミオン場が少なくとも1種類以上必要なことが示せた。現在、超弦模型に関してはフェルミオン積分のアルゴリズムが定まらず、大きい空間での計算が停滞している。アルゴリズムの開発が緊急の課題である。

以上の成果を踏まえてどのように‘結’を進めるかを提案する。まず実行可能性の高い研究テーマから順に取り上げて行くと：

テーマ1. 4次元重力場の理論の決定

4次元コンフォーマル重力が4次元量子重力の零次近似として有力であることがほぼ明らかになってきた。これに重力子のモードが結合した重力場の理論はどのような分配関数を持つかを求めることが目的である。具体的には数値計算にかかわってくる2つのパラメータ、すなわち重力定数と宇宙定数、の関数として分配関数を求め、その性質を再現する連続理論を選ぶ。この研究によりミクロなスケールでの重力の連続場の理論が定まる。

テーマ2. 古典極限としての一般相対論

数値シミュレーションが示す空間の性質で特徴的なことはフラクタル性である(論文[9])。すなわち、4次元空間はミクロなスケールではフラクタル的な構造を持ちランダムに揺らいでいる。実際ハウスドルフ次元を測定すると4を少し越えている(数値計算では約4.2)。これはEinsteinの一般相対論を平坦な真空からの摂動論で量子化する試みとは相容れない。私たちは、量子化できるのは別の作用関数であり、Einsteinの一般相対論はその理論の古典極限で実現される有効理論であると考えている。規模の大きいシミュレーションを行うことにより、自由場および物質と結合した場などさまざまな状況での時空配位を求め、Einstein理論と対比する。この研究で重要な点は、4より大きいフラクタル次元を座標系の再定義により4次元に戻したとき、重力ポテンシャルが $1/r$ 則からどのようにずれるかにある。現在、宇宙論で最大の問題であるダークマターは重力ポテンシャルの変更で解決されるとする理論との関係に興味を持たれる。

テーマ3. 空間のコンパクト化とKaluza-Klein理論

時空のコンパクト化の問題は、超弦理論において特にその重要性は認識されているが、話の発端はKaluzaが5次元空間を4次元時空とゲージ場およびスカラー場に分解し、重力と電磁気力とを統一しようと試みたことにある。事実、Einsteinもその方向で統一理論の構築に晩年を費やしたことは有名である。われわれのシミュレーションによれば、重力場だけでは安定な広がった時空を作らないが、少なくとも1つU(1)場を時空にのせると安定することがわかってきた。それでは、5次元空間の重力場は4次元時空とU(1)ゲージ場に分解されるだろうか？どちらも同じユニバーサリティ・クラスに属すると考えられるから、この可能性は否定できない。数値計算では、5次元DT法は4次元以下とは異なりそのエルゴード性は示されていないが、小さい次元の空間にコンパクト化されれば問題はなくなる。この場合、初期の配位によりコンパクト化される空間に違いが出るのが予想されるが、それ自体が興味のある問題である。

テーマ4. 超弦模型の自発的コンパクト化

格子超弦模型の計算があまり進んでいない理由は、フェルミオン積分の効率的アルゴリズムが開発されていないことにある。直接的なパフィアンの計算はとるべき符号の問題のほかにも、計算量の極端な増加により十分大きい空間の計算が困難であるなど技術的な問題も多い。これらの問題を解決しない限り具体的な計算は10次元理論では不可能であるが、計算手法の経験をつかむための計算として、4次元や6次元の場合を試験的に行うことを考える。