

氏 名 荒木田 英 禎

学位 (専攻分野) 博士(理学)

学位記番号 総研大甲第585号

学位授与の日付 平成14年3月22日

学位授与の要件 数物科学研究科 天文科学専攻

学位規則第4条第1項該当

学位論文題目 **Motion around Triangular Lagrange Points Perturbed
by Other Bodies**

論文審査委員	主査	教授	木下 宙
		教授	福島 登志夫
		教授	真鍋 盛二
		助教授	谷川 清隆
		助教授	吉川 真 (宇宙科学研究所)

論文内容の要旨

Motion around Triangular Lagrange Points Perturbed by Other Bodies

We discovered a dramatically large difference in the motion of a test particle in the vicinity of triangular Lagrange points, L4 and L5, between the restricted threebody and the N-body ($N \geq 4$) problems. We revealed that this is caused by the forced oscillation term due to the third and other perturbing bodies since the net of gravity force of the primary and secondary bodies almost vanishes around the Lagrange points in the corotational coordinate system. Taking into account the direct effects of the other perturbing bodies including the effects of their eccentricities up to the second order, we constructed an analytical theory of the motion of the test particle being linear with respect to the magnitude of departure from the Lagrange points, in the planar restricted N-body problem. We compared our analytical solution with a numerical integration and confirmed that the solution represents the linear part of the true solution so well that the residuals are only due to the non-linear effect of the primary and the secondary system mainly which we ignored. By using the solution, we discussed the global aspects of the orbit such as the existence region or the averaged position. The results will be useful in designing the orbit of near-future space missions to be located in the vicinity of the triangular Lagrange points.

三体問題の特殊解として5つのラグランジュ点のうち、第1体および第2体と正三角形をなすL4、L5は、三体問題の枠組みでは線形安定であり、重力波観測衛星などいくつかの衛星計画や将来の宇宙植民地の想定位置として有力視されている。しかしながら、三体問題を越えた4体以上の制限多体問題では、これまで数値的研究が主流で、解析的な扱いはわずかにGomez et al. (2001)他のみである。

申請者は、後述する独自の数値積分手法を用いて、正三角形ラグランジュ点の近傍を発する微小天体の軌道について、太陽系のような多天体の重力場中での運動を精密に求める過程において、得られた解が三体問題の解と全く異なる様相を示すことを発見した。これは平衡点であるラグランジュ点からのずれがどんなに小さくとも、三体問題の場合の解が多体問題の解の第1近似として相応しくないことを意味する。申請者は、この点に着目して、多体の場合の運動方程式に対して、平衡点近傍の運動を強制振動として捉え、線形解析解を構築することにより、以下の重要な結果を得た。

1) 第1体、第2体以外の摂動天体がラグランジュ点の外側を楕円軌道を描いて回る場合に線形解析解を求め、太陽・木星と正三角形をなす、いわゆるトロヤ群小惑星の例において、土星の影響を考慮するだけで実際の太陽系の重力場中の精密数値解を十分な精度で再現することに成功した。数値解との差について時間に関するスペクトル解析を行うことにより、その差が解析解の構築において無視した非線形項に起因することを確認した。このことは線形解で議論できる範囲では、得られた解析解が十分実用に耐えることを意味する。また解析解の適用可能範囲についても検討し、上記トロヤ群の場合、ラグランジュ点の周囲およそ50万kmとかなり広い範囲になることを示した。

2) 申請者の解析理論は線形であるため、ラグランジュ点の内側を回る摂動天体の場合も含めて多体の場合に容易に拡張可能であり、実用的な精度を持ち、計算が容易かつ解の諸様相がわかりやすい純粋解析理論であることから、将来のラグランジュ点周辺に投入される人工天体の軌道設計に特に有効であると考えられる。また、申請者が求めた新しい数値積分手法は、その高精度かつ高速な特性により、試験天体の軌道を求める一般制限問題に対して特に有効であることから、人工探査体や彗星・小惑星などの小天体の精密軌道計算に大変有益である。なお、申請者は上記の研究成果を得る過程において、2体衝突の正則化に用いられるKS変換(3次元実空間を4次元仮想空間に変換することにより3次元ケプラー運動を4次元調和振動子に変換して解く手法)に着目し、これを一般の制限問題に適用した上で変換後の運動方程式を数値積分することにより、別途、以下のような結果を得ている。

3) ルング・クッタ法など通常の数値積分公式で運動方程式を積分した場合に得られる位置の積分誤差は、変換前は実時間の2乗に比例して増大するが、変換後は仮想時間の1乗にしか比例しない。

仮想時間は周期成分を除くと実時間に比例するので、このことはKS変換によって積分誤差の増大が著しく抑えられることを意味する。もちろん、シンプレクティック法や対称多段法では変換しなくとも同様に誤差の増大を押さえられるが、変換を用いればより高精度の外挿法やより高速・高次の一般多段法でも同様の成果が得られることは新しい発見で

あり、本手法により同じ計算時間で従来の方法に対して最大で8ないし9桁高精度の数値計算が可能となったことは高く評価できる。数値積分に関する研究については既に2編の査読つき学術論文として学術誌(Astronomical Journal)に掲載済みである。

以上の判断に基づき、本審査委員会は、全員一致により本論文は博士(理学)を受けるにふさわしいものであると判定した。