氏　　　　　名	齋藤　正也
学位（専攻分野）	博士（理学）
学 位 記 番 号	総研大甲第 837 号
学位授与の日付	平成１７年３月２４日
学位授与の要件	物理科学研究科　天文科学専攻 学位規則第６条第１項該当
学 位 論 文 題 目	Rectilinear Three-Body Problem using Symbolic Dynamics
論 文 審 査 員	主　査　教授　　福島　登志夫
	教授　　真鍋　盛二
	助教授　　谷川　清隆
	教授　　吉田　春夫
	助教授　　吉川　真
	教授　　相澤　洋二（早稲田大学）

論文内容の要旨

三体が描く軌道は大変複雑で、それは三体衝突から来ると言われている。三体衝突が三体系の位相空間の構造をどのように規定しているかを調べる上で、一般三体系は自由度が高すぎる。そこで、これまで三体の配置が特別な対称性を持つ、自由度の低い部分系の研究がなされてきた。本研究で扱う直線三体問題も、その系列に属する。

直線三体問題の先行研究を以下にまとめる。Hietarinta & Mikkola(1993)は横断面を設定し、軌道が横断面と交叉する点が造る構造を調べた。そして、その構造が粒子の質量によってどのように変わるかを調べた。横断面が、安定領域(横断面上では不動点になるシューバート軌道とよばる周期軌道があり、この点がつくる安定領域)と系が数回の衝突の後に連星と単独星に分裂する領域(即時脱出領域)、それから衝突進化がカオス的になる領域とに区分されることを明らかにした。また、即時脱出領域は、帆立状構造をしており、中心の質量が小さくなると、その枚数は増える。続いて、Tanikawa & Mikkola(2000)は、特に3粒子が等質量なときに着目し、系が経験した衝突の履歴を簡潔に記述する記号列というものを導入し、横断面上の点とそこを出た軌道に対する記号列とを対応付け、横断面の構造を調べた。カオス的な衝突がおきるとされていた領域が三体衝突曲線(三体衝突に至る出発点が描く曲線)で覆われているがわかった。また、記号列を使って領域を分割し、その間に成り立つ遷移規則を発見した。

本研究では、粒子の質量が変わることで、横断面の構造がどのように変わるかを調べる。これは、記号列を使って、横断面を分割し、その構造がどう変化するかを理解する部分と、安定領域の不動点から分岐した周期点が、そのような構造をつくるのにどのような役割を果たすかを理解する部分に分かれる。それぞれが、本論文の第一部、第二部を構成する。

第一部では、まず記号列の分類を定めた。これは、Tanikawa & Mikkola(2000)の分類を一般の質量で(現れうる)記号列に適応できるように拡張したものである。粒子が描く軌道に則して言うと、中央の粒子が左右の粒子と交互にぶつかる回数(この回数が無限大なものが安定領域の記号列である)とその後、左右どちらの粒子が投げだされるかによって分類される。この分類を使って取り出した構造について、左右の粒子が対称なときについて示し、続いて非対称になったときにそれがどう変わるかについて示す。Hietarinta & Mikkolaが指摘した、即時脱出領域の帆立状構造はカオス領域にもそのまま延長され、安定領域との境界まで続いている。延長された帆立状構造の枚数も、中心質量が下がるとともに増える。粒子の質量によって、帆立をつくる層がが整っている場合と、乱れている場合とがある。質量を変えて詳しく調べたところ、整った場合から中心質量を下げていくと、層の分岐が起こって層が乱れ、分岐した層が新しい帆立になると、再び整った層に戻ることがわかった。また、三体衝突多様体状の流れが全縮退になる(このとき三体衝突が正則化可能なる)質量(Simo,1980)で、分岐した層が新しい帆立になることがわかった。つぎに非対称な場合を考える。非対称性をあげると、帆立は大きいものと小さいものとが交互に並ぶようになり、安定領域の形がいびつになる。これは、左右のうち重い方の粒子が投げ出される記号列を持った領域が縮小することによっている。特別な質量では、この領域は完

全に消滅してしまう。そのような質量として、3粒子が質量順にならび、非対称性がある程度高い場合がある。また、非対称性が高くなると、分岐した層が新しい帆立状構造になる前に、そのつぎの帆立になる層が分岐するようになる。本文では、以上のような構造の変化について、三体衝突多様体上の流れと関連付けて説明しているが、ここでは割愛する。

第二部では、粒子の質量を変えて、シューバート軌道から分岐した周期点を追跡し、その周期点と第一部で観察した帆立状構造との関係を調べる。シューバート軌道は、周期点では不動点として現れ、分岐した周期点はそのまわりを廻りながら移る。写像一回あたりの平均回転回数を回転数と呼ぶ。横断面の構造に特に大きな影響を与える周期点は、$(n-2)/n$型の回転数を持つ。ここに、nは自然数である。周期点は、安定なもの、不安定なものが n 個ずつ分岐する。これらの周期点は、シューバート領域を出ると、不周期点は、シューバート領域の頂点の近傍にとどまる。そのセパラトリクスは、シューバート領域の境界をほぼ表す。いっぽう、安定周期点は、θ 軸へ向かって、沈みながら、第一部で見た分岐ブロックを回収する。その結果、分岐ブロックが層を形成し、新しい構成のアーチ型カオス散乱ブロックになる。

論文審査結果の要旨

タイトル；Rectilinear Three-Body Problem using Symbolic Dynamics

三体問題は百年前も現在も天体力学の中心的テーマのひとつである。三体問題には３つの側面がある。一番目は天体力学の代表的な未解決問題としての側面であり、２１世紀に入っても８の字解の発見など新たな展開を見せている。二番目はハミルトン力学系という学問分野の代表例としての側面である。三体問題では少自由度（２から４まで）の系を考えることができるため、ハミルトン力学系を考察する糸口になりうる。第三の側面は天文学への応用である。正三角形解に代表されるように、三体問題の解は現実宇宙において有用であり、制限三体問題は天文学の多くの問題のモデルとして有効である。

申請者が扱った直線三体問題は常に真の衝突が起こりうるので、上記第三の側面は向かないが、その単純性から第一、第二の側面では効果的であり、力学系としての三体問題の相空間の構造は何によって支配されるかという、基本的な疑問に迫りうる切り口である。

一般三次元問題では、二体・三体衝突の取り扱いの困難のために、理論的な見通しがつかず、問題を簡単化するために直線問題が着目されたのは比較的最近のことである。マギー（１９７４）による特異点膨らまし変数の導入や近年の数値積分法の発達により、ミッコラや谷川など膨大な数値実験による研究手法が最近の潮流となってきている。具体的には、横断面による研究が１９９０年代前半に数多く行われ、２０００年には、記号力学（衝突状態の推移についての記号的表現法）の導入により、相空間の詳細な調査が谷川とミッコラによって実施された。しかし同調査は三体が等質量である特殊な場合であって、一般の異なる質量の場合にどうなるかは未知のままであった。

以上の先行研究を踏まえて、申請者は質量が異なる一般の場合について、質量比の分だけさらに２次元増えた膨大なパラメータ空間における数値実験によって直線三体問題の相空間構造を決めるための詳細な調査を行い、下記のような結果を得た。

１．多種の質量比について計算を行い、質量比によらず等質量の場合と同様な相空間構造となることを見出した。

２．非対称な質量配分の場合、初期条件に関する２次元ダイアグラム中で、最終的に重い粒子が逃げる解となる初期値集合がどんどんやせ細ること、また中央の質量を軽くすると、貝殻状をした即時脱出領域の数が次第に増えることを確認した。このことを三体衝突多様体上での仮想軌道のふるまいで説明し、過去の理論的研究と数値的研究の双方を総合した。

３．貝殻構造の上に三体衝突曲線に挟まれる領域が層状に積み重なることを発見した。この層状構造の数は貝殻の数と等しく、質量変化とともに貝殻の上に乗る構造は変化するが、その変化は分布の変化であって、別の記号列の生成消滅ではないことを示した。つまり、力学系としての定性的複雑さは質量比を変えても変化しないことが明らかになった。

４．相空間の構造変化と（特殊な周期軌道である）シューバート軌道から分岐した周期軌道の分布構造の関係を明らかにした。回転数(n-2)/nの周期解がシューバート領域の構造を決めていることを明らかにした。

以上のように、申請者の研究結果は、直線三体問題に関して過去の研究の成果を踏まえ、

さらに相空間構造の新たな構造および構造変化に原因に迫り、力学系として三体問題が有する極めて特異な性質にも拘らず、ある種普遍的な構造を持つことを明らかにした。三体問題の今後の研究方向に新しい地平を切り開いたものとして高く評価できる。