

# 与信判断の変動と倒産に関する研究

大野忠士

博士(学術)

総合研究大学院大学

複合科学研究科

統計科学専攻

平成25年度

(2013年度)

## 目次

第1章	序論	1
1.1	問題意識と研究動機	1
1.2	信用リスクモデル	5
1.2.1	統計モデル	5
1.2.2	構造型モデル	6
1.2.3	誘導型モデル	7
1.3	非対称分布モデル	7
1.4	流動性危機確率モデル	8
1.5	本論文の構成	13
第2章	与信判断が確率変動するときの倒産企業の信用リスク値分布のモデル化 -Skew Normal 分布の応用-	15
2.1	はじめに	15
2.2	流動性危機確率予測モデル	16
2.3	倒産企業の信用リスク値分布の密度関数	20
2.4	倒産分布形成のメカニズム	21
2.5	非対称正規分布の歪度	23
2.6	実証分析	27
2.6.1	正常企業の信用リスク値と倒産企業の信用リスク値分布	27
2.6.2	閾値パラメータの推定と閾値の時系列推移	31
2.6.3	倒産企業分布形状（歪度）と推定される閾値パラメータ	34
2.7	まとめ	37
第3章	与信判断に影響を及ぼす流動性指標（流動性危機確率予測モデル）	38
3.1	はじめに	38
3.2	流動性危機確率予測モデル	39
3.2.1	モデル仮説	39
3.2.1.1	流動性危機の伝播メカニズム	39
3.2.1.2	流動性危機と与信判断の厳格化の関係	43
3.2.2	モデル説明変数	46
3.2.2.1	インターバンク市場	47

3.2.2.2	外国為替市場	52
3.2.2.3	クレジット・債券市場	53
3.3.3.4	株式市場	55
3.2.3	モデルデータ	60
3.2.4	流動性危機確率予測モデル構築	61
3.2.4.1	説明変数の分類	62
3.2.4.2	全説明変数・全ラグを用いた総当たりモデル	65
3.2.4.3	先行ラグ (+4 以上) を用いた実用モデル	67
3.3	モデルによる流動性危機確率推移	70
3.4	流動性危機確率と倒産企業数との相関関係	72
3.5	クリーブランド連銀フィナンシャル・ストレス・インデックス (CFSI) との比較	75
3.6	まとめ	78
第4章 おわりに		81
付録A 信用リスク値計測		83
付録B 非対称正規分布の歪度		93
謝辞		96
参考文献		97

# 第1章 序論

## 1.1 問題意識と研究動機

企業の信用リスクに関する研究は、従来、主に、倒産判別、倒産確率の予測という方向で研究がなされてきた。倒産しやすい企業は、どういう財務内容であるか、倒産した企業と、倒産せず正常先として生き延びた企業は、何が異なるか、これらを見分けるための尺度に、何をもちて来ればよいか、といったアプローチである。いずれも、倒産の原因が、借入企業の側に起因するとする考え方である。

しかしながら、著者の金融機関での実務経験(海外での調査・審査)によれば、借入企業側に特別大きな帰すべき原因がなく、平常時ならば、倒産に至らないような場合であっても、倒産が発生するケースがある。ここ20年余りの金融の歴史においては、バブル崩壊後の1990年半ば以降、特に、1997年～1998年のアジア危機発生時が典型的なものである。バーゼル銀行監督委員会が、「自己資本の測定と規準に関する国際的統一化」(いわゆるバーゼル規制)を公表したのは1988年であるが、バブル崩壊後、地価・株価の継続的下落を反映して、日本の金融機関の資本が激減し、BIS規制が、日本の金融機関の活動を厳しく制約するようになった(西村2011)。この結果、1997年末から1998年にかけて、アジア危機を契機として、日系の金融機関にジャパンプレミアムが課されたこともあって、日本の金融機関は、目先の外貨調達が困難となり、日本のみならず、香港・シンガポールなどの海外拠点で、大規模な

貸し渋りを発生させた。2001年エンロン倒産後の米国、2007年サブプライム危機/2008年リーマンショック後の米国等でも、米銀を中心に、同様の事態が発生した。極端な「貸しはがし」「貸し渋り」まではいかなくとも、経済金融環境が悪化すれば、ローンレビューと称する与信先見直し作業(通常は年1回)の頻度が増え、その結果、平常時ならば、従来通り与信継続がなされる借入企業が、後退圧縮先と判定される場合が増える。

こうした経験を踏まえて、企業は、財務内容の悪化によっても倒産するが、与信判断そのものが厳格化することによっても、倒産するのではないかと考えた。

また、信用リスクモデルを構築する際に、企業の信用リスク値が、左右対称に分布するという前提を置くことが多いが、倒産企業のみを取り出した際、その企業分布が、ときに、歪んだものとなることがある(大野・山下・椿 2010)。

倒産が、企業の財務内容と与信判断という2つのファクターの組み合わせで発生すると考えれば、こうした倒産企業分布の非対称性も、説明できるのではないかと考えた。

次に、与信判断が厳格化する、あるいは、与信先に対する見直しの頻度が増えるといった、金融機関側の要因が、倒産の一要因となるのであれば、与信判断に影響を及ぼす経済・金融市場要因を探し出すことで、金融機関の与信判断が、厳格化する時期、ひいては、倒産が多発する時期を、予測することが可能になると考えた。

企業の財務内容の悪さ(信用リスクの高さ)と、与信判断の厳格化の2要因に起因する企業倒産は、建物の強度と地震の強さ・頻度の関係に例えることができる。建物の強度が弱ければ(信用リスクが高ければ)、建物はさほど強くない地震によっても倒壊する(企業は倒産する)。建物の強度が、極めて弱いとまでは言えなくとも(信用リスクが極めて悪くなくとも)、地震の強度が強ければ(与信判断が厳しければ)、倒壊する(倒産する)。また、地震の頻度が増えれば(審査関係部による与信見直し頻度が増えれば)、倒壊する建物の数は、増える(倒産数は増える)と考えられる。

本論文では、倒産事象を扱うに当たって米国のデータを用いている。これは、日本に比べ、企業の会計情報の信頼性が高いこと、金融機関の経営判断が一段透明であるとみられること、倒産の定義がシンプルであることによる。例えば、バブル崩壊後の日本では、銀行が系列の住専やゼネコンの財務内容の悪さを認識しながら、主力行という名の下に、追貸し、返済猶予、金利減免などを行い、その結果、財務内容が銀行内部の与信判断基準を下回っていても倒産しないという事例が数多くあった。倒産企業の信用スコアを用いて、与信判断基準の変化を分析しようとする場合、与信判断が公正でないのではないかと、同じく内部の与信基準を下回っていても貸し出しを止める場合と貸し出しを継続する場合があるというのであれば与信判断基準の公正さ、明瞭さに疑念が残ることになる。これに対して、米国では、株主からの金融機関経営の透明性と収益性への要請は極めて強い。また、米国では、日本型メイン

バンクという概念が薄いこともあって、たとえ貸出金シェアが高く、取引関係が長い場合であっても、日本に比べれば比較的ドラスティックに貸金回収行動に入る(例えば、貸付契約上の約定違反があれば、略自動的にデフォルト宣言する)という金融慣行の下にある。また、上場企業の「倒産」は破産法7条(破産)と11条(会社更生)の2つに限られ、倒産の把握が容易である。こうしたことを背景に、米国企業を対象とすれば、与信判断基準の厳格化が倒産の増大を引き起こすというメカニズムが、比較的顕著に表れると考えた。

本論文独自の分析に入る前に、信用リスクモデル、非対称正規分布、流動性危機確率予測に関する先行研究を概観してみる。

## 1. 2. 信用リスクモデル

企業の信用リスクに関する研究は、従来主に、倒産判別、倒産確率の予測という方向で研究がなされてきた。こうした信用リスクモデルとしては1. 統計モデル、2. 構造型モデル、3. 誘導モデルの3つがある。

### 1. 2. 1. 統計モデル

倒産に関する統計的アプローチとしては、古くは、単変量の財務指標を用いた Beaver (1966)の研究があり、多変量線形判別モデルを提案した Altman (1968), Deakin (1972), Betts and Belhoul (1987)の研究がある。特に、本格的な多変量線形判別モデルとしては、Altman (1968)の Z スコア・モデルが有名である。更に、Ohlson (1980), Hopwood et al.(1994), Lennox (1999)は、倒産予測においてロジット・モデルが線形判別モデルに比べ予測力が高いこと、より頑健なモデルであること、を示した。

金融実務では、Altman 流の判別モデルのほか、0%から 100%の倒産確率を出力できる便宜性、モデルの頑健性等から、ロジット・モデルが広く用いられている。

ただ、これらの倒産モデルは、いずれも、企業の財務指標を説明変数とするものであり、経済環境により、銀行の与信判断が変化する点を、上手くは捉えられていない。

経済指標を、説明変数に組み込もうとする試みとしては、森平・岡崎(2009)の多期間ロジット・モデルの応用があるが、企業信用リスク値とは別の与信判断の変更というメカニズムの存在まではモデルに反映されていない。

## 1. 2. 2. 構造型モデル

構造型モデルは、企業価値が、ある確率過程に従って変動し、閾値（負債額等）を下回るとデフォルトが発生すると仮定する。代表的なモデルとして Merton (1974)がある。Merton (1974)は、企業価値の変動が幾何ブラウン運動に従うとし、満期時点において、デフォルト閾値を下回った企業が、デフォルトであると仮定した。更に、改良されたモデルとしては、Black and Cox (1976)や Longstaff and Schwarz (1995)の初到達モデルがあり、満期前であっても、企業価値がデフォルト閾値を下回った瞬間に、デフォルトが発生すると仮定した。これらの構造モデルにおいては、各企業毎の閾値が負債額等一定の値であるとし、各企業の内生変数であるデフォルト距離を測ることで、倒産確率を予測している。一方、構造モデルの枠組みを利用するものの、デフォルト境界が確率変動に従うとするものに Giesecke and Goldberg (2004), Giesecke (2005), 敦賀・山下 (2007)の研究がある。Giesecke and Goldberg (2004)では、企業価値は観測できるが、デフォルト境界は観測できないとの前提に立ち、それゆえ、デフォルト境界をある確率変動に従うとの仮定をおいて、倒産確率を予測している。

### 1. 2. 3. 誘導型モデル

Jarrow and Turnbull (1992)や Jarrow and Turnbull (1995), Duffie and Singleton (1999)に代表される債券評価の誘導モデルにおいては, リスク中立確率のもとで, 対象企業は, ある時点において倒産に到る外生的な倒産強度を持つとされる. そして, 企業のデフォルトは, この倒産強度に従って発生すると考える. 企業の倒産強度が, 外生的に与えられたという前提で社債や CDS (Credit Default Swap)の市場価格から, リスクプレミアムのスプレッド評価という形で, 外生的な倒産強度の推定を行うものである. すなわち, 市場投資家のコンセンサスを反映した信用リスク値の予測値を推定する形で倒産リスクを計測するわけである.

### 1.3 非対称分布モデル

信用リスク値が, ときに歪みを持つ分布となることを説明する方法として, 非対称分布という考え方がある. 元の分布が存在し, 閾値がそれを切断(truncate)するとし, 閾値がある分布に従うとすると, 切断された値は非対称の独特の分布に従うというものである.

歪んだ分布は数多くあるが, 二つの確率変数の相互作用として歪んだ分布が形成されるという考え方に立つ分布として, 非対称正規分布がある. Azzalini (1985, 1986),

Arnold et al.(1993)は, 共に正規分布に従う2つの確率変数の一方が, 他方を切断する(hidden truncation) ことで, 歪んだ分布が形成されるとし, これを非対称正規分布

(skew-normal distribution)と呼んだ。その後、Azzalini and Dalla Valle (1996)は、これを 2 変量のケースに拡張し、Azzalini and Capitanio (1999), Arnold and Beaver (2002), Gupta and Gupta (2004)は、多変量のケースに拡張した。また、元の分布の前提を正規分布ではなく、他の分布とする拡張も行われ、Azzalini and Capitanio (2003), Arnold and Beaver (2002)は、多変量 skew-t 分布等へ拡張している。

非対称正規分布の適用例としては、裾が重い映画配給収入データの分布に skew-t 分布を当てはめた Walls (2005)の研究があり、金融分野では、収益リターンの歪度、尖度に注目して、ヘッジファンドのリターン分布に skew-normal 分布や skew-t 分布を適用した研究がある(Benedetti, 2004)。しかしながら、倒産分布の形成に切断という選択メカニズムがある点に注目し、非対称正規分布を適用した研究は、現状ない。

#### 1. 4. 流動性危機確率モデル

金融経済環境が、与信判断に影響を及ぼすとすれば、その影響度合いを測り影響を及ぼす要因を探することは、金融機関のリスク管理上、重要な意味を持つ。

金融監督という視点から、金融危機予測(financial crisis)、フィナンシャル・ストレス予測(financial stress)、あるいはシステミック・リスク予測(systemic risk)を行うおうとする企ては、米国連銀、BIS、IMF といった金融監督機関による先行研究によって、数多くなされている。金融監督機関は、金融危機を予測することに

より、金融政策をタイミングよく実施し、波及を最小限に食い止めようとするこ  
とが、その動機となっている。Bernanke and Gertler (1995)は、金融政策で引き締  
め政策をとった際に、GDP、在庫、投資等がいかに推移するかの実証研究を行っ  
た。その際、金融引き締め時には、FF-T Bill 金利、CD-T bill 金利といった銀  
行調達プレミアムが拡大し、その結果、銀行貸し出しチャネルを經由して、一般  
貸出条件の緊縮が行われることを指摘した。Borio (2003), Borio and Lowe (2002),  
Borio and Drehmann (2009) は、金融危機が資産価格の急上昇とそれに続く大幅下  
落、民間セクターにおける投融資の急膨張とそれに続く縮小により引き起こされ  
るとした。そのうえで、資産価格（株式、不動産）と民間セクターにおける投融  
資残高が、夫々長期トレンドから乖離した時をブームだと捉え、ブーム時期を予  
測することで、金融危機回避に役立てようとしている。

金融状態指標（Financial Conditions Index, FCI）を開発して、危機を予測し  
ようとする本格的な研究としては、米セントルイス連銀の Bordo, Dueker, and  
Wheelock (2000)によるものがある。これは、目的変数（景気水準）を5段階に分  
け、説明変数としては GDP、労働生産性、マネタリーベースを用いて、順序プ  
ロビットにより景気水準の予測、金融危機の予測を行おうとするものである。ま  
た、ベクトル自己相関モデル（VAR）の枠組みを用いたパイオニア的な研究とし  
ては、Stock & Watson (2002)のものがある。経済指標の時系列データを用い、変

数相互の関係を解明した上で、鉱工業生産、実質個人所得、物価等8つの目的変数を予測し、これらを組み合わせて、景気動向指標(diffusion index, DI)を構築しようとするものである。説明変数としては、実体経済データ(稼働率、広告費、労働時間、新規住宅着工等)のほか、金融データたる金利、金利スプレッド、実質米ドル為替レート水準が用いられている。指標作成時のウェイトづけには、主成分分析を用いている。English, Tsatsaronis, and Zoli (2005)の研究も、同じアプローチのものである。またIMFのSwiston (2008)の研究は、credit availability (金融機関の貸出意欲 willingness)に注目している点に、特徴がある。連銀による貸出審査サーベイデータ(Federal Reserve's Senior Loan Officer Opinion Survey on Lending Practices)、3か月Libor、投資適格社債イールド、ハイイールドボンドスプレッド、S&P 500、米ドル実質為替レートという6説明変数を用いて、金融状態指標(FCI)を構築している。但し、貸出審査サーベイは、優れた指標ではあるが、四半期ごとのデータに止まること、発表が測定から1か月遅れることが難点である。カナダ銀行(中央銀行)のIlling and Liu (2003, 2006)も、金融ストレス指標(Financial Stress Index, FSI)を発表している。これは、説明変数としてベータ、信用スプレッド、ビッド・アスク・スプレッド、為替、株式等の9変数を用い、各変数を標準化した上で、債券市場、株式市場等マーケットの規模に応じてウェイト付けして指標構築を行っており、金融危機イベントをどれだけ

正しく予測できているかで検証している。スイスの Hanschel and Monnin (2005) も、同様のアプローチをとっているが、銀行間のインターバンク預金残高を変数の一つに用いている点に独自性がある。

こうした指標 (FCI, FSI) に関する研究で、比較的完成度の高いものとしては、米クリーブランド連銀の Oet et al.(2011 a, b)による研究がある。これは、インターバンク市場、クレジット・債券市場、外国為替市場、株式市場といった市場に特徴的な金利スプレッド他の指標から、金融危機にセンシティブな 11 指標を選び、説明変数としている。サンプルデータを用い、各指標を累積分布関数値 (CDF, 0~1) に変換し、市場ごとに複数指標の CDF 平均値を計算し、更に、集約した 4 市場の指標 CDF 値を 4 市場の市場規模で加重平均して、最終的な予測指標とするものである。

但し、他の先行研究同様、検証のために行った危機発生エピソード選択が、主観的であるという難点がある。また、この研究では、金利水準、金利スプレッドに関しては、かなり広く候補変数を取り上げているものの、金融機関間の貸出残高に関連する変数は取り上げられていない。一方、Kawata (2012)は、金融機関間のレポ取引 (債券担保貸出) に注目し、金融危機 (流動性危機) を予測するための説明変数候補としている。大野・椿 (2012)では、レポ取引に関する複数の指標をクロスセクショナルにあてはめたうえで、社債担保レポ残高が、流動性危機の予測 (企業倒産の予測) に有効であることを指摘した。

レポ取引の昨今の米国における重要性については、Pozsar (2011)の指摘がある。

Pozsar (2011)によれば、米国では機関投資家のニーズに応える代替的なものとして、レポ取引、影の銀行システムが現われ、発展したとする。米国では、1990年代以降、金融緩和と資産財務管理の高度化を背景に、機関投資家による大口の短期資金運用のニーズが急拡大した。しかし、そうしたニーズに応える金融商品は、限られていた。米国での典型的な短期資金運用対象は、政府短期証券(T-Bill)であるが、その発行量が限られており、他方、大口預金は預金保険の対象にならず、安全な資産とはいえないという問題があった。Pozsarら代替的な見方は、こうした短期安全資産の不足という問題に応える形で、レポ市場が拡大（影の銀行システムが発展）することになったとする。短期のレポ取引を通じる貸付は、米国の機関投資家にとって、大口銀行預金の代替物であり、破綻する可能性のある銀行の預金よりも（担保の信頼できる分より）安全な資産だと考えられている。この意味で、米国におけるレポ取引、影の銀行システムは不足していた流動性を供給する役割を担っていたと評価できるとする。池尾（2013）によれば、こうしたレポ市場の拡大等もあって、近時、金融危機を増幅するメカニズムが古典的な「銀行取付け」から「市場流動性の枯渇」を伴う形のものに変容してきた、いわば”Bank run”から”Market run”へ変化してきたとする。

本論文では、Oet et al.(2011 b)を参考とするものの、主観的に選択した金融危機イベントを目的変数とするのではなく、総資産 10 億ドル以上の大型米国上場企業の倒産という、発生が明白なイベントを目的変数として、流動性危機確率予測モデルを構築しようとしている。また、レポ取引残高を説明変数候補として採用するものである。タイミングを重視する実務上の便宜を考慮し、ここでは週次以上の頻度で入手可能な説明変数を用いている。

「流動性<sup>1</sup>」という用語には様々な意味があり、必ずしも確立した概念ではないが、本論文では「流動性危機」を、資金調達が極めて困難なこと、市場での資金需給がタイトであることを意味するものとする。

## 1.5. 本論文の構成

第2章では、非対称正規分布の枠組みを用いた倒産企業分布モデルを提案する。近年のファイナンス理論では、企業は信用リスク値が、ある一定の閾値(与信判断基準)を超えた時に倒産すると考える問題設定が、一般的であるが、本稿では、非対称正規分布の考え方にに基づき、信用リスク値と閾値が、共に確率変動するものと考え、信用リスク値分布が、確率変動する閾値によって切断されることで、倒産企業の信用リスク値分布が、形成されるとの前提に立っている。この考察に従い、非対称正規分布の性質を説明し

---

<sup>1</sup> 一般に、流動性が乏しいという場合、資金調達が難しいという意味のほか、大型取引が少ない、取引頻度が少ない、売買スピードが遅い、Bid-Ask Spread が拡大しているということを意味している。

た後、実証データを用い、非対称正規分布の閾値パラメータ推定を行い、金融環境の変化との整合性を検証した。

第3章では、与信判断の変化が倒産の要因の一つであるとの前提にたち、与信判断の厳格化につながる流動性危機確率を予測するモデル構築を行った。すなわち、ラグ付き流動性指標と大型倒産発生/非発生の週次パネルデータを用い、2項ロジットの手法で、流動性危機確率予測モデルを構築した。また、このモデルで計測した流動性危機確率と企業倒産との関係を検証し、既存の米国連銀の指標との比較を行った。

## 第2章 与信判断が確率変動するときの倒産企業の信用リスク値分布 のモデル化 -Skew Normal 分布の応用-

### 2.1. はじめに

倒産は、企業の信用状態が悪化することによって、起こると考えられるが、銀行等与信を供与する金融機関側の判断基準が厳しくなることによっても引き起こされる。

このため、同じ信用リスク値をもつ企業であっても、経済環境が良く、銀行等の与信判断基準が甘い時には非倒産となり、経済環境が悪く、銀行等の与信判断基準が厳しくなれば倒産する。

また、倒産企業の信用リスク値の分布は、左右対称の釣鐘状カーブを形成する場合と、信用リスク値の高いほうに裾が重い非対称分布を形成する場合がある(大企業倒産のケース)(大野・椿・山下 (2010))。

さて、一般に、金融機関は、与信判断の前提として、外部格付と似た内部格付制度を有している。また、金融機関は、各々独自の基準を持つが、監督官庁の指導もあり、同規模の金融機関の与信判断基準は、似通ったものになっている。

企業は、複数の金融機関から、あるいは、資本市場から借入を行っているのが通常で、1行が与信をストップすれば必ず倒産するというわけではないが、ある特定企業に対する取引銀行団の与信判断全体が、大きくネガティブに変化すれば倒産に至る。

そういう意味で、「与信判断基準はその時々々の景気、金融情勢を反映した期待値と標準偏差をもつ」と想定することが可能である。

本章では、倒産が対象企業の信用リスク値のみではなく、与信を供与する側の判断基準との相互作用により、引き起こされる点に注目し、倒産企業の信用リスク値分布の形成と与信判断の変化が、倒産企業の信用リスク値分布に与える影響のモデル化を行う。

即ち、本稿では、倒産という事象が、企業の信用リスク値がある閾値(与信判断基準)を超える場合に、発生すると仮定するが、閾値は一定ではなく、確率変動すると考え、非対称正規分布 (skew-normal distribution) を適用することで、上記事象を包括的に説明する。

## 2. 2. 非対称正規分布の倒産分布への応用

Azzalini (1985)が示した 1 パラメータの場合の非対称正規密度関数は、以下の通り。

$Y, W$  が互いに独立の変数で共に標準正規分布に従うとし、 $\lambda Y > W$  というイベント

が起こったときの条件付き確率変数  $Z$  を、 $Z$  と定義する ( $\lambda$  は歪度パラメータ) と  $Z$  の密度関数  $f(z)$  は、次のように導出される。  $\varphi(\cdot)$  は標準正規分布の密度関数、 $\Phi(\cdot)$  は標準正規分布の分布関数である。

$$Y, W \sim N(0, 1)$$

$$P(Z \leq z) = P(Y \leq z | \lambda Y > W) = \frac{P(Y \leq z, \lambda Y > W)}{P(\lambda Y > W)}$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^z \int_{-\infty}^{\lambda y} \varphi(y)\varphi(w)dw dy}{P(\lambda Y > W)}$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^z \varphi(y) \Phi(\lambda y) dy}{P(\lambda Y > W)}$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^z \varphi(y) \Phi(\lambda y) dy}{1/2}.$$

よって、 $Z$  の密度関数は、次のようなものとなる。

$$(2.1) \quad f(z; \lambda) = 2\varphi(z)\Phi(\lambda z) \quad (-\infty < \lambda < \infty, -\infty < z < \infty)$$

この密度関数(2.1)式は、歪度パラメータ $\lambda$ の大きさにより歪度が変化し、図1に示すよう

に $\lambda$ が大きいほど、歪度が大きくなる。

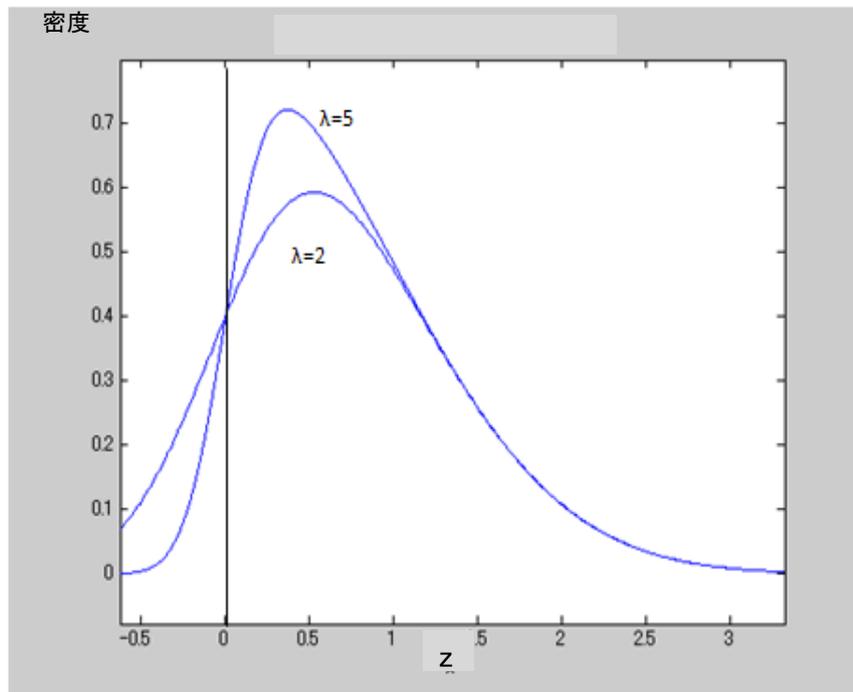


図 1: 非対称正規分布の形状(  $f(z; \lambda) = 2\varphi(z)\Phi(\lambda z)$ ,  $\lambda=2, 5$  の場合)

倒産企業の信用リスク値分布の実証分析のためには、元の分布と閾値分布それぞれの位置パラメータ、および、尺度パラメータを導入した4パラメータでのモデル化が必要となる。その前段階として、Arnold and Beaver (2002) が示す2パラメータの場合の密度関数を示せば、以下の通りである。

$Y, W$ が、互いに独立の変数で、共に標準正規分布に従い、 $\lambda_0 + \lambda_1 Y > W$ というイベントが起こったときの  $Y$  を  $Z$  と定義すれば、 $Z$  の密度関数  $f(z)$  は、次のように導出される。

ここで  $\lambda_0$  は位置パラメータ、 $\lambda_1$  は尺度パラメータである。

$$Y, W \sim N(0, 1)$$

$$(2.2) \quad f(z; \lambda_0, \lambda_1) = \frac{\varphi(z)\Phi(\lambda_0 + \lambda_1 z)}{P(\lambda_0 + \lambda_1 Y > W)} = \frac{\varphi(z)\Phi(\lambda_0 + \lambda_1 z)}{\Phi\left(\frac{\lambda_0}{\sqrt{1 + \lambda_1^2}}\right)}$$

Arnold and Beaver (2002) は、更に、元の  $Y, W$  の分布が位置パラメータ  $\mu$ 、尺度パラメータ  $\sigma$  をもつ正規分布の場合、 $Z$  の密度関数は、(2.3) 式のような4パラメータ  $(\lambda_0, \lambda_1, \mu, \sigma)$  をもつ式となることを示した。

$$Y, W \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$(2.3) \quad f(z; \lambda_0, \lambda_1, \mu, \sigma) = \frac{\varphi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)\Phi\left(\lambda_0 + \lambda_1\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)\right)}{\sigma\Phi\left(\frac{\lambda_0}{\sqrt{1 + \lambda_1^2}}\right)}$$

上記で述べた非対称正規分布の枠組みを、倒産事象に適用するにあたって、確率変数たる企業の信用リスク値  $Y$  を、以下のように設定する。通常、信用リスク値  $Y$  は、(2.4) 式のような企業の財務比率の線形結合の形で表わされる。

$$(2.4) \quad Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_m x_m$$

$\beta_j$ : パラメータ

$x_j$ : 企業の財務比率観測データ

( $j = 0, 1, 2, \dots, m$ , 但し  $x$  の添字は 0 を含まない)

$Y$  の値は、各企業の信用状態のみに依存する確率変数である。また、ここで与信判断基準たる閾値を  $W$  とする。この閾値  $W$  は、与信判断基準であり、金融経済環境に依存するが、与信対象たる企業の信用状態には依存しない確率変数である。時点により、閾値分布は分布のパラメータ(位置・尺度)を変化させていくと考えられる。倒産事象において、倒産直前期の  $Y$  の値は観測されるが、閾値  $W$  の値は観測され得ない。倒産に関して観測されるのは、 $Y > W$  というイベント(倒産)が発生した時の倒産企業の直前期における信用リスク値  $Y (=Z)$  のみである。この前提は、理論の枠組みは異なるものの、デフォルト境界が確率変動するとした、構造モデル Giesecke and Goldberg (2004) が、企業価値は観測されるがデフォルト境界は観測されないとした前提と類似している。

### 2. 3. 倒産企業の信用リスク値分布の密度関数

倒産企業の信用リスク値を  $Z$  とする. この値は,  $Y$  と等しいが, 非倒産企業は対象としておらず, 倒産企業のみを対象とする信用リスク値である. さて, Azzalini (1985) や Arnold and Beaver (2002) を参考に, 非対称正規分布を倒産事象に当てはめて, 密度関数を導出すれば以下の通り.

前述の通り, 企業の信用リスク値を表わす確率変数を  $Y$  とし, 与信判断基準たる閾値を表わす確率変数を  $W$  とした.  $Y$  は, 企業の信用状態のみに依存し,  $W$  の分布は, 金融経済環境にのみ依存する. 付録 A で言及しているが, 分析対象の全企業の信用リスク値は, 正の歪度があるものの, 連続分布の中ではロジスティック分布, student-t 分布, 正規分布の順に適合度が高い. また, 企業の倒産分布が, 財務内容の分布 (元の分布) と信用判断 (閾値の分布) の組合せで発生すると考え, 対称分布からでも閾値が確率変動することで非対称分布が形成されるという仮説を適用するという本稿の目的からは, 正規分布するとも不都合ないと考えたため, ここでは,  $Y$  と  $W$  が互いに独立で, 共に正規分布に従うと仮定する.

$Y$  の位置, 尺度パラメータを  $\mu_1, \sigma_1$ ,  $W$  の位置, 尺度パラメータを  $\mu_2, \sigma_2$  とし,

$Y, W$  の分布関数を  $F(y), G(w)$ ,  $Y, W$  の密度関数を  $f(y), g(w)$  とする.

また,  $Y > W$  というイベントが起こったときの  $Y$  を  $Z$  (倒産企業の信用リスク値)

と定義すると,  $Z$  の密度関数は, 次式で与えられる.

$$(2.5) \quad f(z; \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2) = \frac{\varphi\left(\frac{z - \mu_1}{\sigma_1}\right) \Phi\left(\frac{z - \mu_2}{\sigma_2}\right)}{\sigma_1 \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}}\right)}$$

これは、既述の(2.3)式に、 $\mu = \mu_1$ ,  $\sigma = \sigma_1$ ,  $\lambda_0 = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma_2}$ ,  $\lambda_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  を代入し、

パラメータ変換を行った結果と同値である。

また、(2.5)式から導かれる対数尤度関数  $\log L(\theta)$  は、次式の通り。

ここで、 $\theta = (\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2)$  とする。  $n$  は閾値  $W$  を超えたデータ数（倒産企業数）である。

$$(2.6) \quad \log L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log\left(\varphi\left(\frac{z_i - \mu_1}{\sigma_1}\right)\right) + \sum_{i=1}^n \log\left(\Phi\left(\frac{z_i - \mu_2}{\sigma_2}\right)\right) \\ - n \cdot \log \sigma_1 - n \cdot \log\left(\Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}}\right)\right)$$

#### 2. 4. 倒産分布形成のメカニズム

上記(2.5)式を金融経済的に解釈すれば、以下の通り。

企業の信用リスク値  $Y$  が、閾値  $W$  を超えた場合に倒産すると考え、与信判断基準たる閾値  $W$  を、固定したものとは捉えずに、確率変動するものとする。

(2.5)式に即して言えば、企業の信用リスク値  $Y$  が  $\mu_1, \sigma_1$  をパラメータとする正規分布に従い、閾値  $W$  が、 $\mu_2, \sigma_2$  をパラメータとする正規分布に従うと考える。

企業の財務内容は、分布し、また、時点が変われば、企業の財務内容も変化するが

(これは信用リスク値  $Y$  の変化として計測される), 他方, 与信を行う側の判断基準 (閾値  $W$ ) も変化すると考える. 図 2 が示すように,  $Y$  は, 正規分布に従うと仮定している. 横軸は信用リスク値  $Y$ , 縦軸は確率密度である.

信用リスク値  $Y$  の高い企業 (財務内容の悪い企業) は, 図 2 の分布上右寄りに位置し, 信用リスク値  $Y$  の低い企業 (財務内容の良い企業) は, 左寄りに位置する.

倒産判断の基準となる閾値  $W$  の位置 ( $\mu_2$ ) は, 分布のかなり右寄りにあると考えられる. 好景気時に, 企業の収益力が高まり, 財務内容が向上すれば,  $Y$  の分布位置 ( $\mu_1$ ) は, 左方向にシフトする. 仮に, 景気拡大期に, 与信判断の閾値が, 変化しなければ, 企業の信用リスク値分布が左にシフトする結果, 信用リスク値が, 閾値を超えるケース (倒産企業数) は少なくなる. 景気が悪化するときには, 企業の信用リスク値分布全体が, 右方向にシフトし, 閾値を超える企業が増える結果, 倒産企業が増加する. 他方, 与信判断基準の変化は, 閾値の位置 ( $\mu_2$ ) の移動で説明される. 信用緩和時には, 閾値の位置が右にシフトする結果, 閾値を超える企業が少なくなり, 倒産企業が減少する. 逆に, 与信基準が厳格化する際には, 閾値が左にシフトする結果, 閾値を超える企業が増え, 倒産企業数が増大する. また, 閾値の尺度 ( $\sigma_2$ ) が変化することで, 倒産分布の形状が変化すると考えられる.

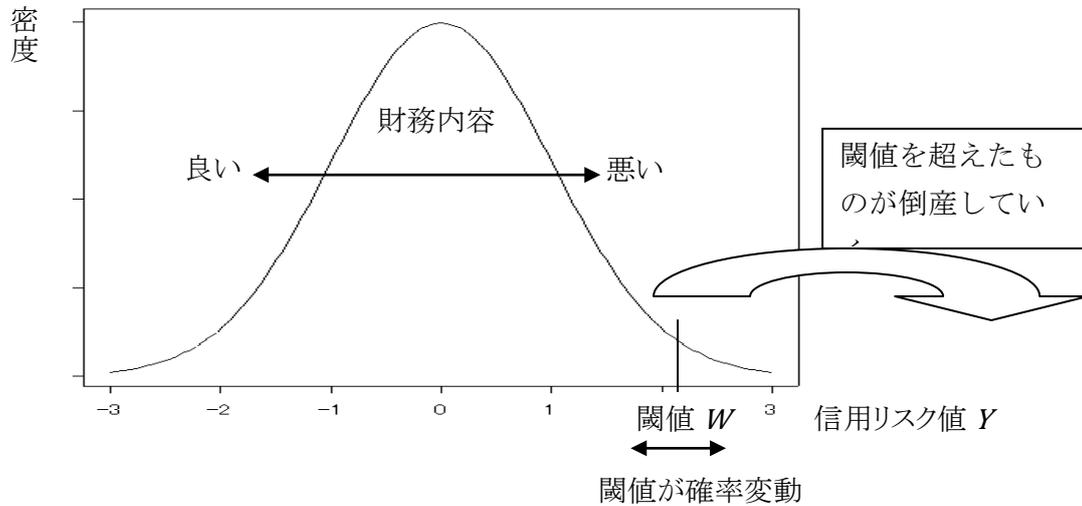


図 2:倒産企業発生メカニズム

## 2. 5. 非対称正規分布の歪度

元の信用リスク値の分布が、標準正規分布に従い、閾値が位置パラメータ  $\mu$ 、尺度パラメータ  $\sigma$  をもつ正規分布であるとすれば、生成される非対称正規分布の歪度  $\gamma$  は、以下の通りとなる(この導出は付録 B 参照)。

$$(2.7) \quad \gamma = \frac{\kappa_3}{\kappa_2^{3/2}} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}\right)^3 \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \left[ (\alpha^2 - 1) + 3\alpha \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} + 2 \left\{ \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \right\}^2 \right]}{\left[ 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}\right)^2 \left\{ \alpha \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} + \left\{ \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \right\}^2 \right\} \right]^{3/2}}$$

(ここで  $\alpha = \frac{-\mu}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}$ )

非対称正規分布モデルを倒産分布に適用する場合、閾値の位置パラメータは、元の分布のそれより大きいところに位置し(値の大きい方がより高い信用リスク)、

閾値の尺度パラメータは、非負であると考えれば良いから、

$$0 \leq \mu$$

$$0 \leq \sigma$$

の範囲で、非対称正規分布(倒産企業分布)の歪度変化を考察すればよい。

(2.7)式で  $\mu$ ,  $\sigma$  夫々について、歪度  $\gamma$  の変化をみれば、単調減少関数となる

(図3, 図4). 倒産事象でいえば、閾値の位置が大きいほど(与信緩和時),

倒産分布の歪度は小さくなり、閾値の尺度が大きいほど、歪度は小さくなる。

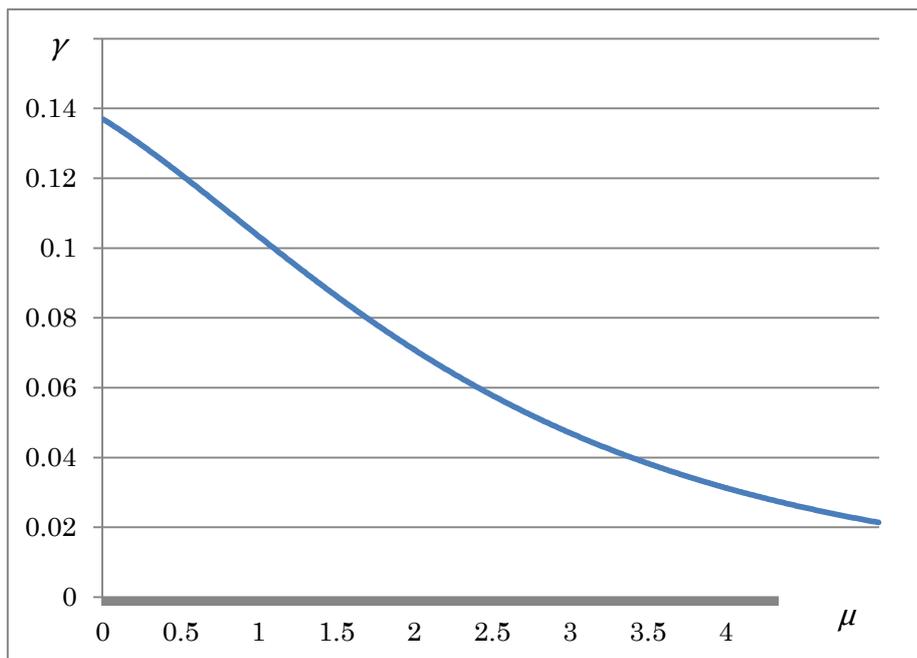


図3: 閾値位置を変化させた場合の非対称正規分布の歪度  
(横軸: 閾値位置  $\mu$ , 縦軸: 歪度  $\gamma$ , 閾値尺度を1とした場合)

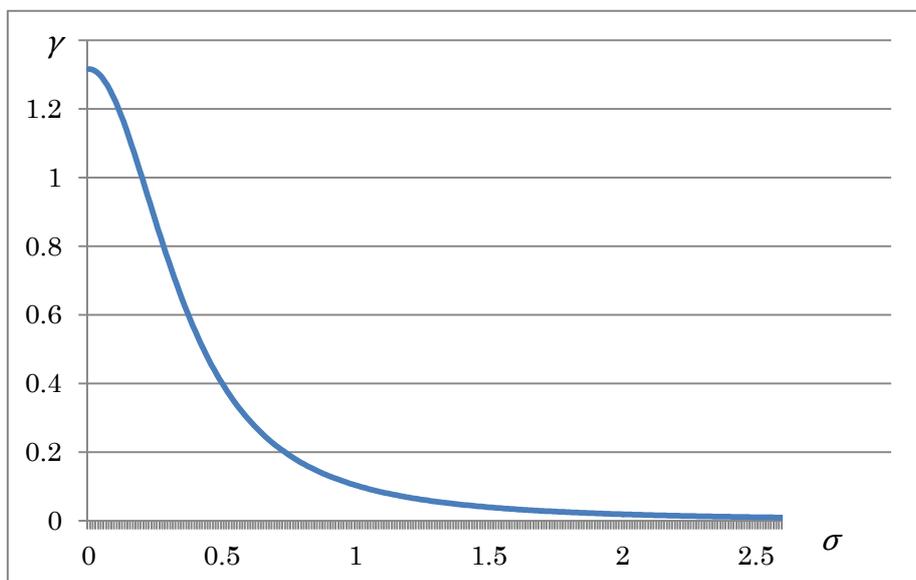


図4: 閾値尺度を変化させた場合の非対称正規分布の歪度  
(横軸: 閾値尺度  $\sigma$ , 縦軸: 歪度  $\gamma$ , 閾値位置を 1 とした場合)

実際の信用リスク値データに則した値の近傍で、閾値の尺度パラメータ $\sigma_2$ や位置パラメータ $\mu_2$ を変化させた場合のシミュレーションを行ってみれば、以下の通り。閾値の尺度パラメータ $\sigma_2$ が小さいほど、倒産企業の信用リスク値分布の歪度は大きくなり(図 5 手前)、逆に、 $\sigma_2$ が大きいほど、歪度は小さくなる(図 5 奥)。

他方、閾値の位置パラメータ $\mu_2$ が大きくなれば、倒産企業の信用リスク値分布の位置は右に移動することになるが、視覚的には、倒産分布の形状はさほど変化しない(図 6)。

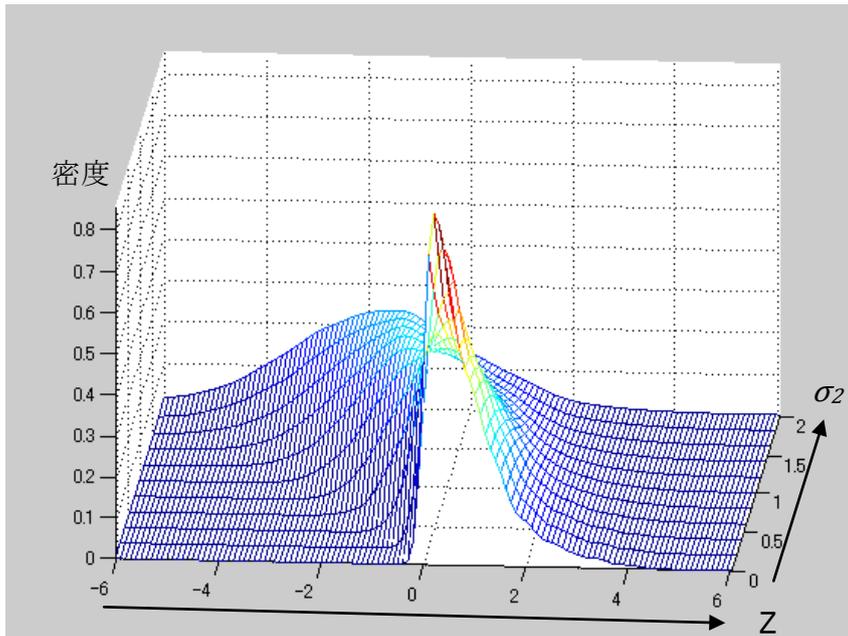


図 5: 閾値スケールパラメータ $\sigma_2$ の変化と倒産企業信用リスク値  $Z$ 密度  
( $\sigma_2$ を0~2と変化させた場合,ここでは $\mu_1 = -6.25, \sigma_1 = 2.5, \mu_2 = 0$ と設定)

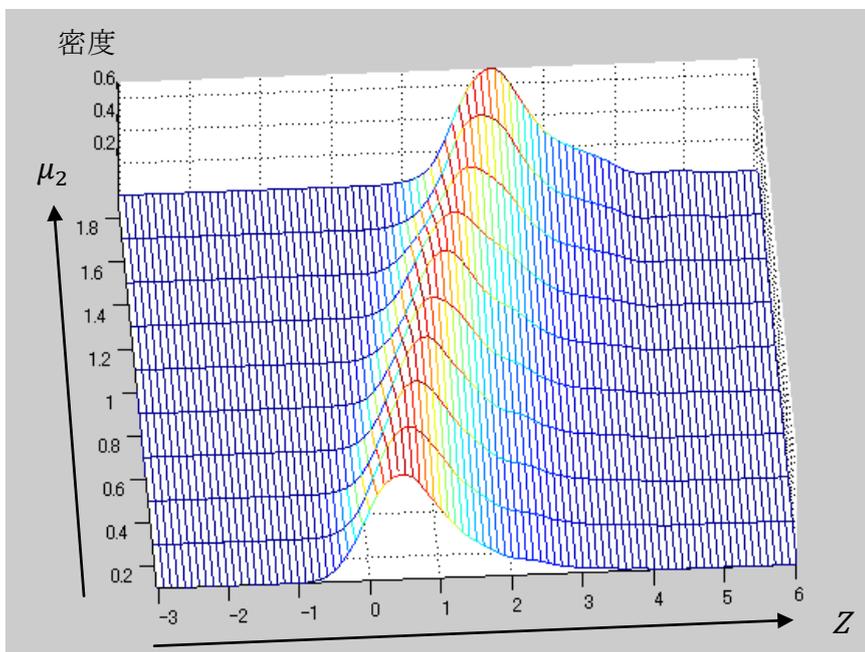


図 6: 閾値位置パラメータ $\mu_2$ の変化と倒産企業信用リスク値  $Z$ 密度  
( $\mu_2$ を0~2と変化させた場合,ここでは $\mu_1 = -6.25, \sigma_1 = 2.5, \sigma_2 = 1.5$ と設定)

## 2. 6. 実証分析

本節では、上記で述べた非対称正規分布を実際の企業データに適用した結果を示す。実証分析のためには、企業の信用リスク値  $Y$  に関するデータが、必要である。しかしながら、現在社会的に認知された信用リスクデータ（所与の値としての信用リスク値）は、存在しない。そこで、本研究では、便宜的に、二項ロジット・モデルを用いて、信用リスクデータを自作することにした。二項ロジット・モデルに用いた財務変数や財務データについては、付録 A に記載した。

### 2. 6. 1. 正常企業の信用リスク値と倒産企業の信用リスク値分布

2001 年から 2006 年までの信用リスク値 ( $Y$  の値) の分布状況を、正常先と倒産先別の箱髭図で示せば、図 7 の通り。 図中、上の箱髭図が倒産企業の分布を示し、下が正常先の分布を示している。左端が、2001 年データ、右端が、2006 年データである。このうち、正常先のみ分布推移(箱髭図)を示せば、図 8 の通り。

正常先全体の信用リスク値 ( $Y$  の値) は、基本的に景気に左右される。好景気の場合、財務内容が改善し、信用リスク値が小さくなるため、分布は下にシフトし、逆に不況時には、信用リスク値が大きくなる結果、分布は上にシフトする。左端の 2001 年、2002 年 (米国 IT バブル崩壊後のミニ不況) 以降は、2003 年から 2006 年まで、ほぼ一貫して

景気拡大が続いたこともあって、信用リスク値が、次第に低下(財務内容が改善)している。

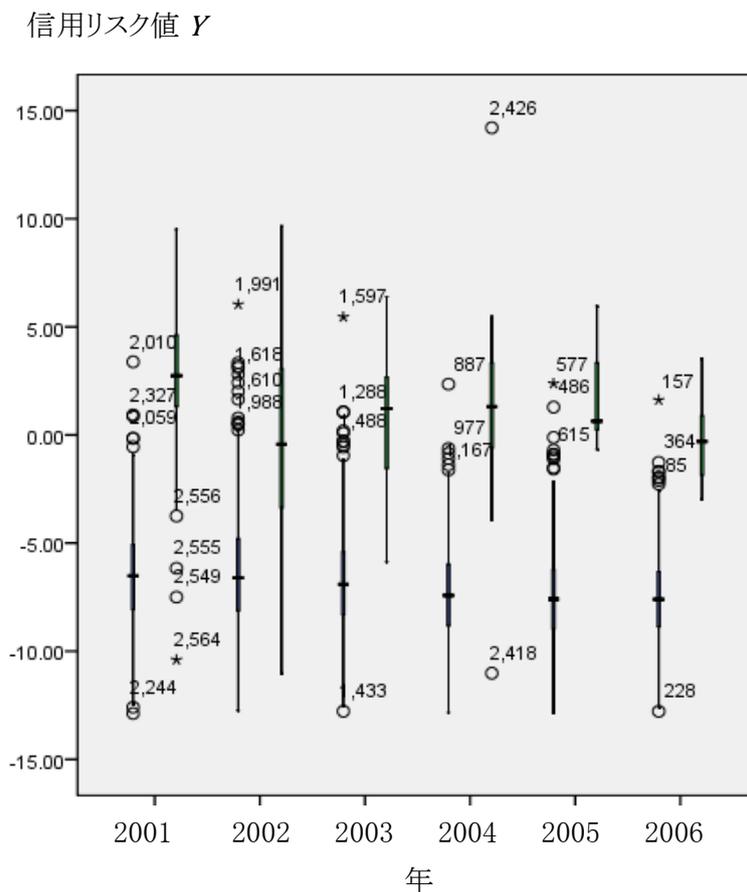


図 7: 正常先+倒産先分布推移  
(下: 正常先、上: 倒産先)

信用リスク値  $Y$

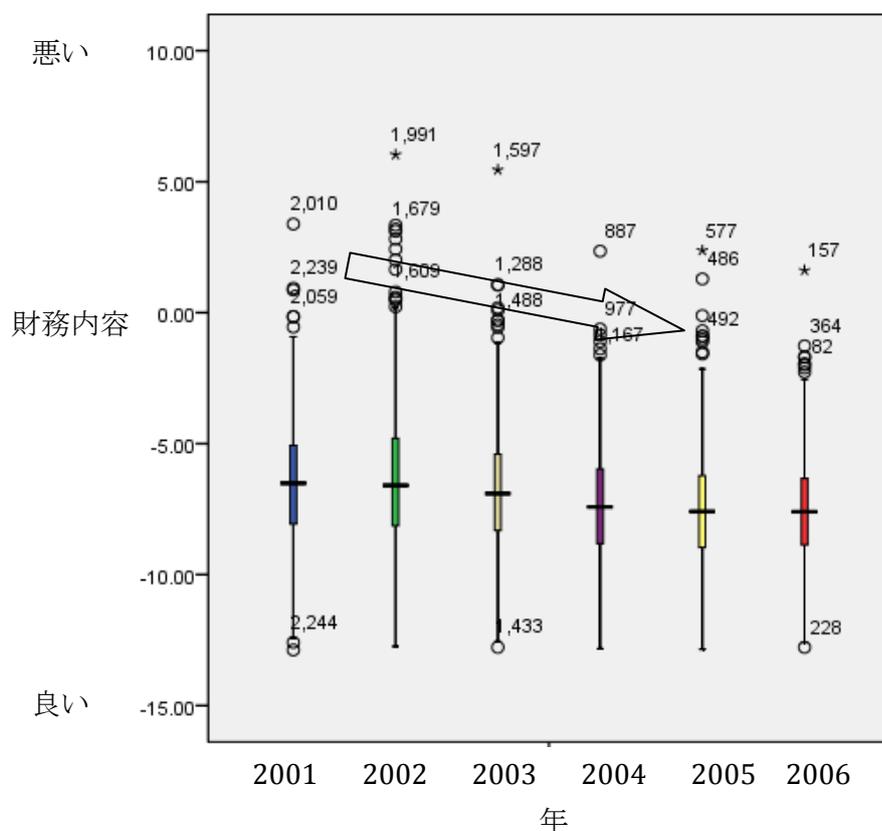


図 8: 正常先 6 年間分布推移  
(左端 2001 年, 右端 2006 年)

これに対して、倒産先の分布推移をみれば、図 9 の通り、倒産先の信用リスク値  $Z$  の分布推移が、与信基準の変化を示唆している。与信判断が甘くなれば、財務内容のかなり悪い企業のみが、振るい落とされる為、倒産企業の分布の位置は、信用リスク値の高い方(グラフでは上方向)にシフトすると考えられ、与信判断基準が厳しくなれば、比較的良い財務内容の企業でも倒産可能性が出てくる為、分布の位置が、信用リスク値の小さい方(グラフでは下方向)にシフトすることになる。特に、ここでは、倒産先分布と正常先分布の動きが異なっている点に、留意を要する。正常先の分布が、景気拡

大期に下にシフトするのに対し、倒産先の分布は、閾値の移動を反映して上にシフトしており、正常先と倒産先の分布では一見逆の動きを示している。また、図8が示す通り、正常先の分布が、景気変動にも拘わらず、変化が比較的緩やかなのに対し、図9の倒産企業分布の時系列的な変化は、正常先の変化に比べれば、大きい。

信用リスク値  $Y (=Z)$

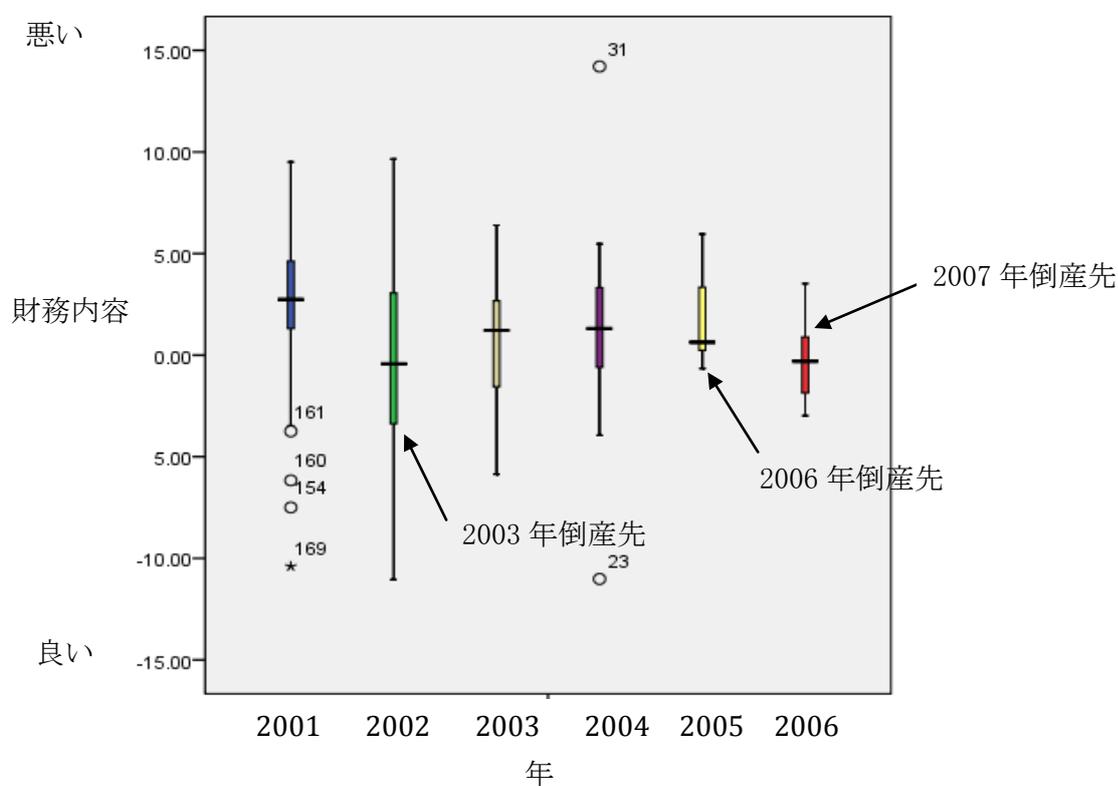


図9:倒産先分布推移  
(左端 2001 年データ, 右端 2006 年データ)

## 2.6.2. 閾値パラメータの推定と閾値の時系列推移

倒産企業の  $Z$  の値から、倒産年の閾値パラメータ  $(\mu_2, \sigma_2)$  を求めようとするならば、

(2.8)式に示すように、対数尤度を最大化する閾値パラメータ  $(\hat{\mu}_2, \hat{\sigma}_2)$  を推定すれば良い。

ここで、 $(\mu_1^*, \sigma_1^*)$  は、全企業の信用リスク値の平均(位置パラメータ)、標準偏差(尺度パラメータ)を示すが、真の分布パラメータが未知であるため、ここでは、全企業データの平均と標準偏差を用いた(付録 A 参照)。この2パラメータ  $(\mu_1^*, \sigma_1^*)$  は、下記(2.8)式では、定数として扱われる。

$$(2.8) \quad (\hat{\mu}_2, \hat{\sigma}_2) = \arg \max_{\mu_2, \sigma_2} \log L(\theta)$$

$$= \operatorname{argmax}_{\mu_2, \sigma_2} \left[ \sum_{i=1}^n \log \left( \varphi \left( \frac{z_i - \mu_1^*}{\sigma_1^*} \right) \right) + \sum_{i=1}^n \log \left( \Phi \left( \frac{z_i - \mu_2}{\sigma_2} \right) \right) - n \log \sigma_1 - n \log \left( \Phi \left( \frac{\mu_1^* - \mu_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^{*2}}} \right) \right) \right]$$

$z_i$ : 倒産直前期の倒産先信用リスク値

$\mu_1^*$ : 倒産直前期の全企業信用リスク値の平均(位置パラメータ)

$\sigma_1^*$ : 倒産直前期の全企業信用リスク値の標準偏差(尺度パラメータ)

$\hat{\mu}_2$ : 倒産年における閾値の位置パラメータ最尤推定値

$\hat{\sigma}_2$ : 倒産年における閾値の尺度パラメータ最尤推定値

倒産企業が、非対称正規分布に従うとして、各年毎の倒産企業の信用リスク値デー

タから、閾値分布の2パラメータ ( $\hat{\mu}_2, \hat{\sigma}_2$ )を推定した。各年の推定値を表1に示す。

表1: 閾値分布のパラメータ推定値

与信判断年 (データ年)	2002 (2001)	2003 (2002)	2004 (2003)	2005 (2004)	2006 (2005)	2007 (2006)
位置パラメータ( $\hat{\mu}_2$ )	5.4098	0.9972	2.9975	4.9862	0.0238	-1.5699
尺度パラメータ( $\hat{\sigma}_2$ )	1.5686	2.1614	1.3437	1.7775	0.3028	0.5071

表1に示す推定パラメータにより、シミュレーションした閾値の分布推移(箱髭図)をみ

れば、図10の通り。

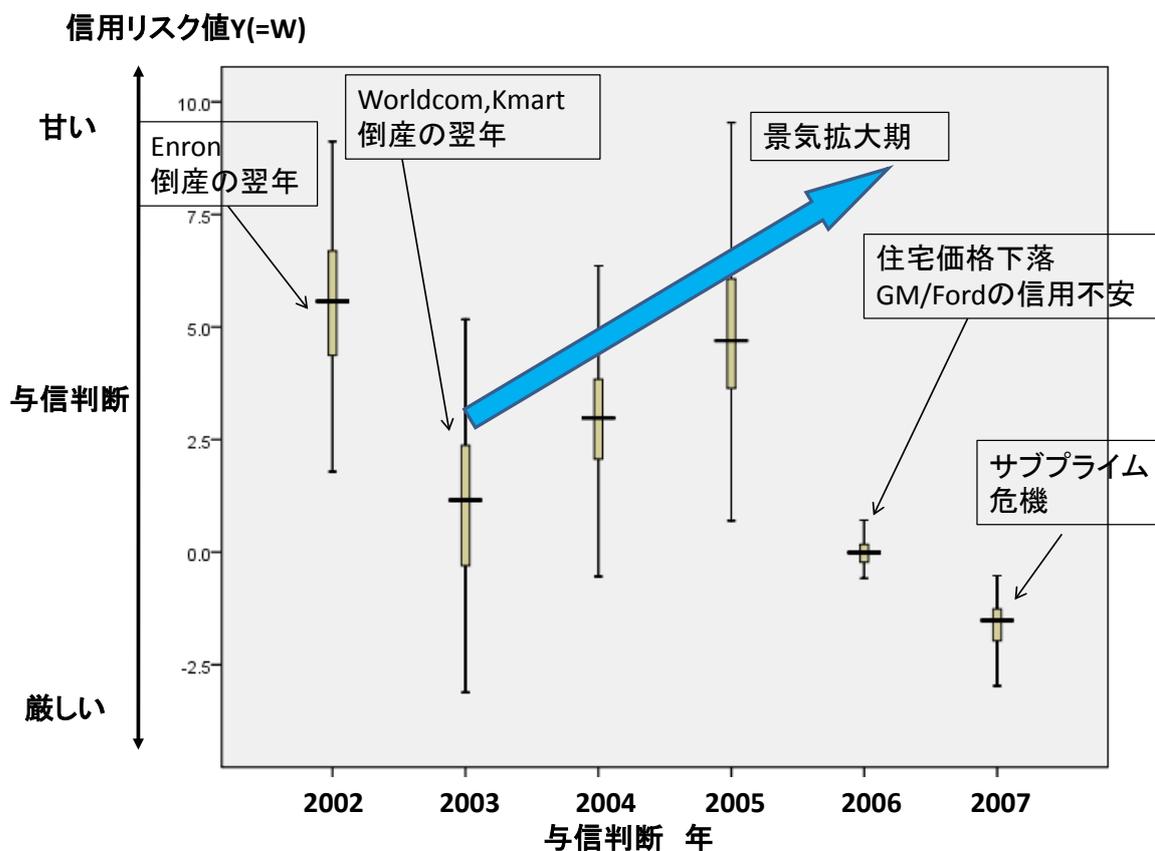


図10: 推定される閾値の分布推移  
(2002年~2007年)

倒産分布の推移で予測した通り、与信判断が厳しくなる時に、閾値は下方向(信用リスクの小さい方)にシフトし、信用緩和期に、閾値は上方向(信用リスクの大きい方)にシフトしている。2002年及び2003年は、Enron(2001年12月倒産)、Kmart(2002年1月倒産)、WorldCom(2002年6月倒産)等の大型倒産を受け与信基準が一段と厳しくなった年で、その後米国景気は拡大時期に入った。

米国景気をGDPベースでみる限り、2007年末まで拡大傾向をたどるが、推定した与信判断の閾値を見る限り、2006年に既に厳格化が始まっている。米国では、2006年から住宅価格がいくつかの地域で下落を開始し、住宅市場の減速が本格化した。

また、2006年初には、GM、Fordの経営不振が、表面化した。更に、2007年に入ると、全国的に住宅価格下落が広がり、遂に2007年8月には、サブプライム問題に起因する金融危機が、発生した。本モデルによる与信判断閾値のトレンドは、2006年に早くも与信判断引締め兆候があることを示し、2007年には一段と厳格化したことを示している、と解釈しうる<sup>2</sup>。

---

<sup>2</sup>閾値の尺度(与信判断の変動幅)は、金融機関毎に異なるクロスセクショナルな判断基準の変動を示すとともに、金融機関の与信判断が1年の間に変化する時系列的な変動をも含んでいる。

### 2. 6. 3. 倒産企業分布形状（歪度）と推定される閾値パラメータ

実際データに基づき、総資産1億ドル以上の倒産先と、5億ドル以上の倒産先分布の歪度推移をみれば、表2の通り。1億ドル以上先の場合、分布の歪みは明確ではないが、5億ドル以上先の分布に関しては、正に歪む傾向がある。

表2：倒産先分布の歪度比較

データ年	2001	2002	2003	2004	2005	2006
歪度(総資産 $\geq$ 1億 $^{\text{ドル}}$ )	0.099	-0.115	-0.187	1.823	0.965	0.417
[企業数]	[67]	[41]	[23]	[19]	[9]	[11]
歪度(総資産 $\geq$ 5億 $^{\text{ドル}}$ )	0.264	0.485	0.717	1.797	-	-
[企業数]	[34]	[20]	[9]	[11]	[2]	[2]

(注)2005年、2006年の総資産5億ドル以上の倒産先は各々2社であるため歪度を表示せず。

次に、歪度の異なる実際の倒産企業分布(図11)と、最尤推定した閾値パラメータにより、近似した倒産密度関数グラフ(図12)をみれば、以下の通り。

総資産1億ドル以上の2003年倒産先分布(図11左)の歪みが小さい(歪度-0.115)のに対し、総資産5億ドル以上の倒産先分布(図11右)は右裾が重い歪んだ分布(歪度0.485)となっている。

推定閾値パラメータ  $(\hat{\mu}_2, \hat{\sigma}_2)$  を用いて近似した密度関数グラフをみると、歪度が小さい総資産1億ドル以上先を近似したグラフ(図12左)では、閾値の変動幅(尺度2.7846)が大きくなっており、歪度が大きい総資産5億ドル以上のグラフ(図12右)では、閾値の変動幅(尺度0.5001)が小さくなっている。

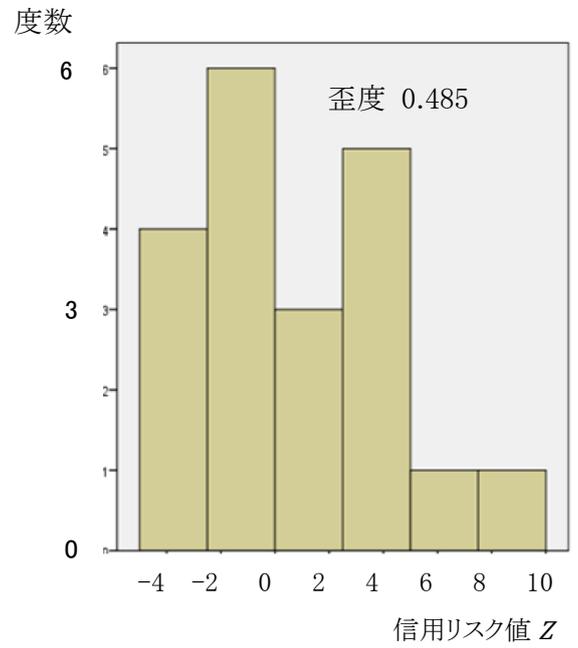
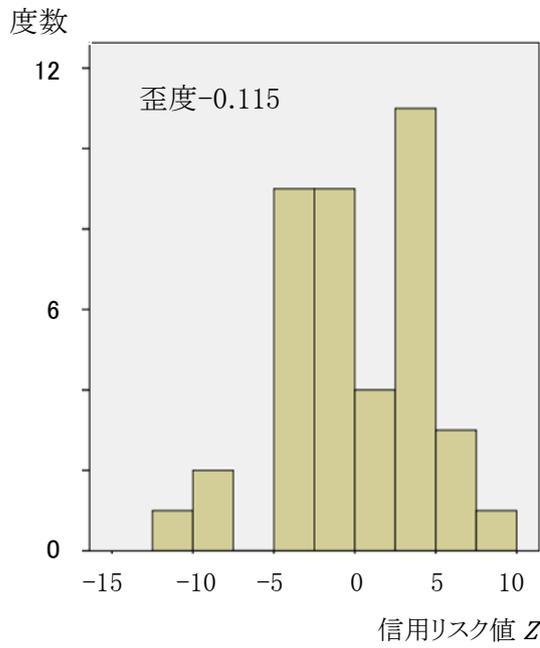


図 11: 2003 年倒産企業 (2002 年度データ) 信用リスク値  $Z$  度数分布  
 (左: 総資産 1 億ドル以上先、右: 総資産 5 億ドル以上先)

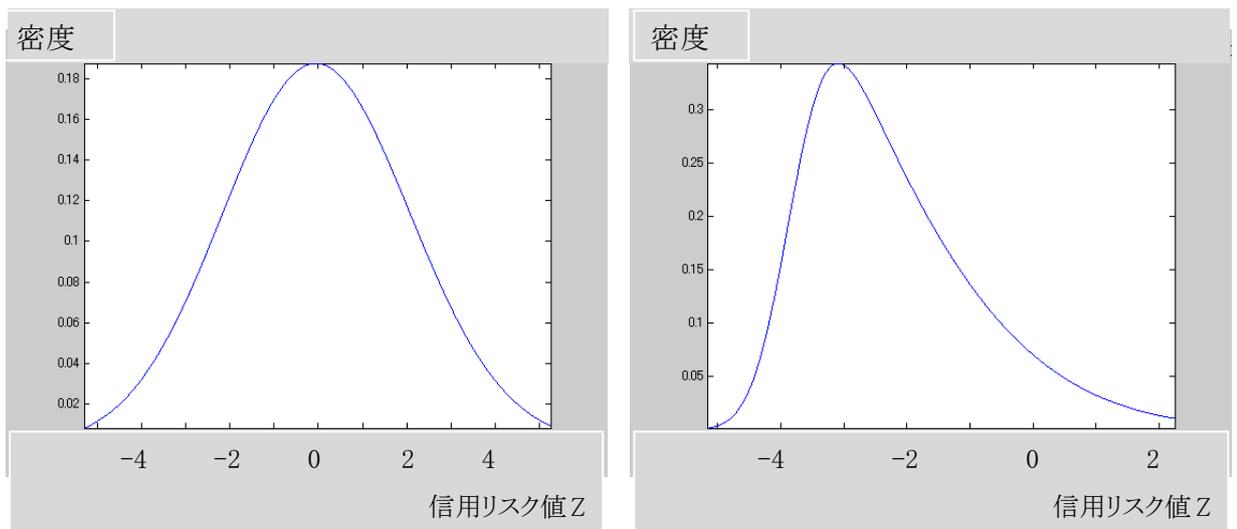


図 12 :2003 年倒産企業 (2002 年データ)信用リスク値  $Z$  推定密度  
 (左:総資産 1 億ドル以上先の近似、右:総資産 5 億ドル以上先の近似)

総資産1億ドル以上先  
 推定した閾値パラメータ  
 閾値位置  $\mu_2$  4.2470  
 同 尺度  $\sigma_2$  2.7846

総資産5億ドル以上先  
 推定した閾値パラメータ  
 閾値位置  $\mu_2$  -3.7496  
 同 尺度  $\sigma_2$  0.5001

## 2.7. まとめ

ここでは、企業倒産を、企業の財務内容が閾値を超えた時に発生する現象と捉え、企業分布が、確率的に変動する閾値(与信判断)により切断されることによって、倒産企業分布は形成されると考えた。その結果、こうしたメカニズムと整合性のある非対称正規分布に、倒産企業の信用リスク値が、従うと仮定した。

この非対称正規分布モデルでは、閾値が確率変動すると考えるため、財務内容が然程悪くなくとも、倒産する場合や、財務内容が悪くても、倒産しない場合を説明することができる。また、実証データを用いて、非対称正規分布の閾値パラメータを推定したところ、金融環境の変化に合わせて、閾値(与信判断)の位置パラメータが、変動していく様子を示すことができた。更に、このモデルは、倒産企業分布の歪度が、閾値のパラメータ、特に尺度パラメータ(与信判断の振れ幅)で説明され得ることを示唆している。

## 第3章 与信判断に影響を及ぼす流動性指標

### (流動性危機確率予測モデル)

#### 3. 1. はじめに

前章で述べた通り、倒産は、企業の信用状態が、悪化することによって起こると考えられるが、金融市場および金融機関の信用供与が、厳しくなることによっても引き起こされる。

経済環境が悪化し、リーマンショックのような不測の事態が発生するときには、金融市場自体の乱高下といった環境悪化、あるいは、銀行の資金調達環境が悪化する結果（資金調達力という意味での資金流動性 *funding liquidity* の悪化）、金融市場ないし銀行の信用供与基準が厳しくなると考えられる。大野・山下・椿（2011）は、米国倒産企業の信用リスク値分布を対象として、企業の信用リスクと与信判断基準の2要因が、倒産企業の信用リスク値分布の形状に影響を与えることを示した。即ち、企業の信用状態と銀行等の与信判断基準が、共に正規分布するとの前提で、倒産企業の分布が、非対称正規分布に従うというモデルを提示し、米国倒産データを用いて、実証データから推定した与信判断基準の分布推移

が経済実態の変動と合致すること、また、このモデルが倒産企業の信用リスク値分布の非対称性を説明できることを示した。

本章では、流動性に関する金融経済指標を説明変数として、倒産を引起こす流動性危機確率（資金調達が難しいという意味での流動性危機）の計測と予測を行うおうとするものである。また、第2章で、大企業の倒産分布の場合の方が、中小企業を含む倒産に比べて与信判断のブレ（閾値の標準偏差）が少なく、均質化していることを示した。このため、本章では、「大企業の倒産」を流動性危機（目的変数）の代理変数として用いることにより、倒産につながる流動性危機状態を測れると考え、流動性危機確率の計測・予測を行った。

### 3. 2. 流動性危機確率予測モデル

#### 3. 2. 1. モデル仮説

##### 3. 2. 1. 1. 流動性危機の伝播メカニズム

企業は、売上不振、過大な設備投資、過大な借入、在庫増・売掛金の不良化といった資金繰りの悪化等により倒産するが、市場の資金流動性が低下するような流動性危機も倒産の要因となる（図1）。実際には、この二つの要因が複合的に絡み合って倒産に至る例が多いと考えられる。財務内容が悪化した信用リスク値の高い企業は、いずれ倒産するとみられるが、金融環境によっては同じ信用リスク値で

あっても、倒産したりしなかったりすることがあり、年によって倒産数が大きく変動する。こうしたことは、金融市場・金融機関側の金融経済環境にも、倒産の引き金となる要因があることを示唆していると考える。

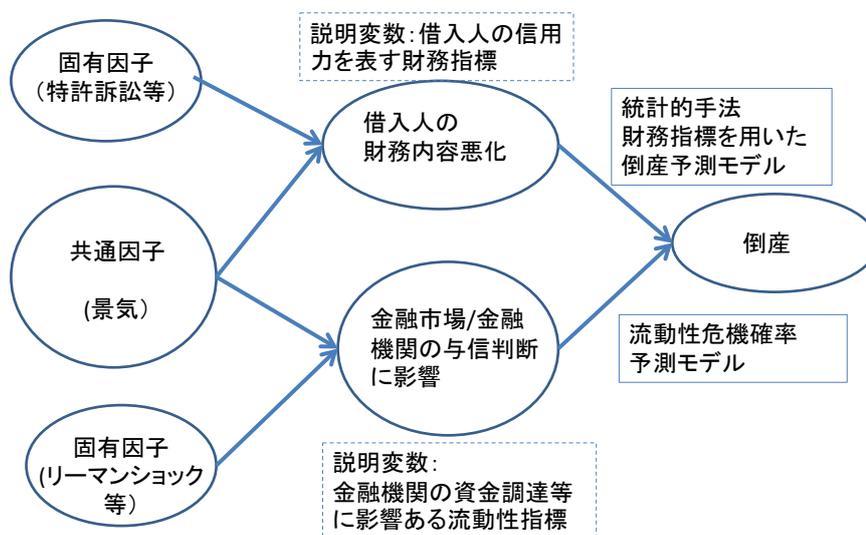
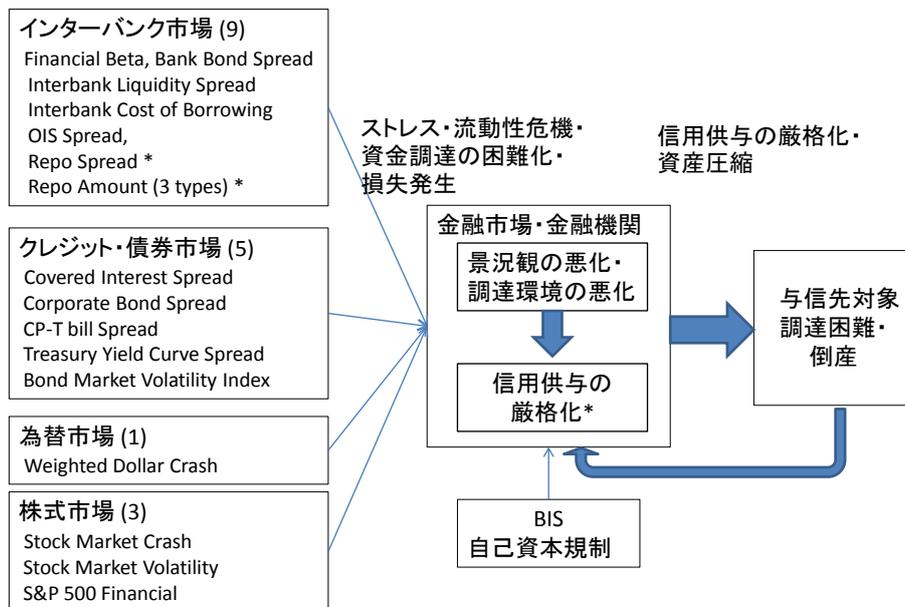


図 13 : 倒産を引き起こす要因についての仮説

流動性危機が発生する際、金融機関や金融市場から構成される金融仲介機構（金融仲介のためのシステム）の機能不全が生じて、企業倒産に影響を及ぼす。金融機関の資金調達自体が悪化する結果、与信が厳格化したり、金融市場が乱高下し、直接市場での資金調達が難しくなって、倒産が起きやすくなる。

もちろん、倒産の発生そのものが、金融仲介機構に悪影響を及ぼす可能性も否定できず、危機的状況下では、こうした悪循環サイクルが増幅すると考えられる。

この伝播メカニズムについて図示すれば、図2の通り。



(\*印注) インターバンク市場，為替市場，株式市場の指標は，基本的に銀行の資金調達難や業績悪化見通しを示す原因系の説明変数である．ところが，レポ取引自体は金融機関間の取引であるため，レポ残高，レポ・スプレッド(\*印)は金融機関の資金調達に影響を与える原因系の指標であるとともに，資金供与の厳格化を示す結果系の指標であるともいえる．また，クレジット・債券市場系の指標の異質性については本文参照のこと．

図 14: 流動性危機の伝播メカニズム

銀行という間接金融を考えた場合，インターバンク市場，クレジット・債券市場，外国為替市場，株式市場でストレスが発生すると，銀行自体の資金調達が難しくなる（流動性危機）結果，資産圧縮を図ることになる．あるいは，信用環境の悪化から，保有資産価値の下落から，損失が発生すれば（保有する債券が格

下げれば要求収益率の上昇から債券時価は下落)、BISによる自己資本規制もあり、銀行はリスク資産縮小を余儀なくされる。また、デリバティブ等日々時価で洗い替えするトレード勘定では、カウンターパーティの信用力が下落すると、当該先宛の与信上限が引き下げられ、リスク資産の圧縮措置が取られる。こうした資産圧縮行動がとられる際、当然のことながら、信用リスク得点の低い先、内部格付けが低い先ほど厳しい対応がなされ、普通ならば与信を延長継続されるような先でも、与信圧縮・回収行動がとられることになる。この結果、従来なら倒産せずに済んだ借入先も、与信基準が変わることで、資金調達難から倒産に追い込まれるケースが発生し、経済全体として倒産数が増加することになる。

また、株式市場、債券市場等企業が直接資金調達するマーケットを考えた場合、景気悪化予測や市場固有の要因(ショック)から市場は乱高下し、金利スプレッドが拡大する等信用供与が抑制され、信用力の弱い企業は、一段と調達が困難となる。

いずれにせよ、ショックが発生すれば、銀行や金融市場といった金融仲介機構全体の貸出上限・貸出し余裕が減少し、借入企業側の資金繰りはタイトになり、投資は抑制される。ショック自体が一時的なものであっても、その影響は一時的にとどまらず、持続する。こうして、借入制約の存在が、一時的なショックの影響を長引かせることになると考えられる(池尾 2013b)。

こうしたフィナンシャルストレスの増加，流動性危機の高まりは，インターバンク市場，クレジット・債券市場，外国為替市場，株式市場，それぞれに兆候が現われるはずで，これら兆候となる指標のいずれか，あるいは，複数の指標を組み合わせることで，金融機関の与信の厳格化を引き起こしたり，市場の信用供与に影響を与える，流動性危機確率の度合いを計測できるのではないかと考えた。

### 3.2.1.2. 流動性危機と与信判断の厳格化の関係

ここでは、「流動性危機」という用語を，第2章で用いた「与信判断の厳格化」よりも広い意味で用いている。すなわち，銀行の与信判断の厳格化（間接金融市場）のみならず，社債やCPが取引される金融仲介市場（直接金融市場）において，借入企業の資金調達が困難になる状況を含めて，ここでは「流動性危機」と称している。

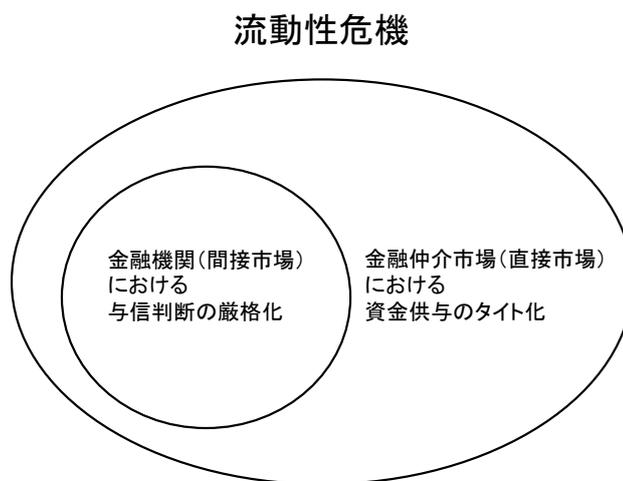


図 15：流動性危機の定義

例えば、インターバンク市場の指標である金融債スプレッドやインターバンク流動性スプレッド（3 カ月 LIBOR と 3 カ月財務省証券イールドとの差）といった銀行の資金調達にかかわる指標は、金融機関の調達側（貸方）に属する説明変数である。

よって、こうした指標が流動性危機の説明変数となりうるとすれば、金融機関の調達困難化が与信判断の厳格化を引き起こし、流動性危機に到るというストーリーが展開しやすい。

他方、クレジット・債券市場（直接金融市場）の指標として挙げている社債スプレッドや CP スプレッドは、資金提供する直接金融仲介機構（直接市場）のバランスシートでみれば、運用側（借方）に属する説明変数であり、銀行の資金調達困難化を直接示すわけではない。

また、別の観点として、金融債スプレッドやインターバンク流動性スプレッドが、一般企業の信用リスクとは直接関係のない、銀行リスクに関する指標であるのに対し、クレジット・債券市場に属する社債スプレッドや CP スプレッドは、借入企業の信用リスク状況によって変動するという面がある。しかしながら、借入企業の信用状況が、日単位では大きく変動しないのに対し、社債スプレッド自体は、日次単位・週次単位で大きく変動する性格がある。更に、社債スプレッドが AAA 格付のものを対象とし、CP スプレッドも AA 格という格付けの高いものを対象としており、これらに内包される借入企業の信用リスク値は然程大きいものとも思われない。こうしたこと

からすると、クレジット・債券市場に含まれる指標は、借入企業側の急速な財務悪化を反映するというよりは、景気見悪化等の思惑を背景に、投資家側の資金振り向けに関する好みの変化（流動性選好 liquidity preference）、投融資姿勢の変化を理由とする資金需給のタイト化をより大きく示していると考えて良い。

こうした考察を背景に、与信の厳格化の原因となりうる指標と直接金融仲介機構における資金供与のタイト化を示す指標を説明変数候補として、借入企業の資金調達の困難化（流動性危機）を予測するモデルを構築することとした。

### 3.2.2. モデル説明変数

本論文では、説明変数候補として、クリーブランド連銀の Oet et al. (2011 b)が用いた金融経済指標をベースに、独自の調整を加えている。Oet et al.(2011 b)のフィナンシャル・ストレス・インデックス(CFSI)を構成する指標は、インターバンク市場、クレジット・債券市場、外国為替市場、株式市場、それぞれを代表する計11の金融指標であるが、ここでは、11指標から長期間のデータ入手が容易でない流動性スプレッド(3ヵ月財務省証券のビッド・アスク・スプレッド)を除外し、他方、セントルイス連銀が採用する株式と債券のボラティリティの2指標、LIBOR-OISスプレッド1指標、株式指数1指標、更に、大野・椿(2012)が予測力ありとしたNY連銀発表のプライマリーディーラーによるレポ貸出残高等レポ関連4指標を加えた18指標の週データを説明変数候補とした。また各指標ごとに原データに加え、±7種類のラグをとった週次パネルデータを説明変数とした(18指標×15種類ラグ×9年間480週)。

目的変数としては、主観的に選択した金融危機イベントを用いるのではなく、総資産10億ドル以上の米国上場企業の倒産という客観的イベントをダミー目的変数として(大型倒産発生週にダミー変数1を立てる)、流動性危機確率予測モデルを構築した。

2項ロジットを使ってモデル構築する以上、ダミー変数となる事象の発生/非発生(倒産発生=1, 非発生=0)を何らかの基準で定義する必要があるが、ここでは、米国マネーセンターバンクや米国大手投資銀行、欧州大手銀行、邦銀3行等が大企業貸出対象の目途としているとみられる総資産10億ドル以上の企業倒産を、目的変数として用いた<sup>3</sup>。18の説明変数候補について詳述すれば、以下の通り。

### 3.2.2.1. インターバンク市場

#### (1) フィナンシャルベータ (Financial Beta)

この指標は、株式市場全体に対する金融セクター株式全体の相対的なボラティリティを表す。

$$\text{Financial Beta}_t = \frac{\text{cov}(r_t|_{t-1}^t, m_t|_{t-1}^t)}{\text{var}(m_t|_{t-1}^t)}$$

ここで、 $r$ は、銀行セクターの株式リターン (S&P 500 Financials Total Return) を表し、 $m$ は、株式市場全体の株式リターン (S&P 500 Total Return) を表す。

$r_t|_{t-1}^t$ および $m_t|_{t-1}^t$ は、夫々、当該日から1年前まで遡る日次観測値のセットを表している。銀行セクター・ベータの日次データから、毎週金曜のデータを取り出し、当該週データとして用いた。

---

<sup>3</sup> 大企業の倒産ダミーを目的変数に用いた理由の一つとして、2項ロジット・モデル特有の制約がある。すなわち、2項ロジット・モデルを用いてモデル構築を行う場合、企業規模にかかわらず、倒産事象全てにフラグを立てると、略全週に1が立つことになり、モデル構築が難しい。そこで、何らかの基準で、大型倒産発生週にダミー変数1を立てる必要があった。

(2) 銀行債スプレッド (Bank bond spread)

銀行債スプレッドは、銀行の中長期リスクを図る尺度である。銀行リスクが高まるとき、このスプレッドは、拡大する。

$$\text{Bank Bond Spread}_t = A_{10Y}_t - T_{10Y}_t$$

ここで、 $A_{10Y}$  は、A 格付相当の 10 年物金融債の利回りを表し、 $T_{10Y}$  は、米財務省証券の 10 年物の利回りを表す。金曜日データを当該週データとして用いた。

(3) インターバンク流動性スプレッド (Interbank liquidity spread), TED スプレッド (TED spread)

TED スプレッドは、インターバンク市場における、銀行のカウンターパーティ・リスクを測るものとされている。LIBOR には、銀行宛リスクプレミアムが含まれることから、3 か月 LIBOR ( $3\text{mo LIBOR}_t$ ) と 3 か月財務省証券イールド ( $3\text{mo TB}_t$ ) の差が、銀行の信用リスク、全般的な流動性リスクの指標として用いられる。銀行全体の信用力が低下したり、インターバンク市場の流動性が乏しくなった場合には（銀行の資金調達が難しくなり）、LIBOR が相対的に上昇し、TED スプレッドが広がるのである。金曜日データを当該週データとして用いた。

$$\text{Interbank Liquidity Spread}_t = 3\text{mo LIBOR}_t - 3\text{mo TB}_t$$

#### (4) インターバンク調達コスト (Interbank cost of borrowing)

3 ヶ月 LIBOR とフェデラル・ファンド・ターゲット金利（翌日物）の差。LIBOR は、基本的に、銀行の調達金利の代表指標であるから、これが、銀行の調達コストの大きさを表す。銀行の信用リスクが高まるときや、銀行間の流動性が枯渇するときに、このスプレッドが広がる。

$$\text{Interbank Cost of Borrowing}_t = 3\text{mo LIBOR}_t - \text{FFR}_t$$

#### (5) LIBOR-OIS スプレッド

OIS(Overnight Index Swap)とは、一定期間の翌日物実効 FF レート(Effective Federal Fund Rate, 変動金利)と交換する、金利スワップである (OIS は固定金利)。このスワップは、銀行間の相対取引として行われる。例えば、3 ヶ月の OIS は、スワップ期間である今後 3 ヶ月の実効 FF レートの幾何平均の期待値 (連銀の政策目標に対する期待値) を表す。OIS 取引は、変動金利と固定金利の交換 (金利スワップ) であり、キャッシュフローが小さく、元本リスクを含まない。この結果、OIS は、政策金利近傍に収束する。これに対して、LIBOR は借入銀行の元本リスクを反映し、銀行の信用リスクプレミアム、流動性リスクプレミアムが上乗せされた金利である。よって、短期インターバンク市場でストレスが強まると、LIBOR に上昇圧力がかかることになる。このため、LIBOR と OIS の差は、銀行の信用リスク、流動性リスク

を表す指標となる。ここでは、共に3ヵ月物のスプレッド差を用いた。金曜日データを当該週のデータとした。

$$LIBOR - OIS Spread_t = 3mo LIBOR_t - 3mo OIS_t$$

#### (6) レポ取引金利スプレッド

レポ取引金利とフェデラル・ファンド・ターゲット金利（FF ターゲット金利）との差のこと。レポ取引(Repurchase Agreement)とは、買い戻し条件付きの債券貸借契約のことをいう。米国でレポ取引といえは、財務省証券等債券を担保とするインターバンク市場での貸金取引のことをいう（債券担保の貸付契約は正式には Reverse Repurchase Agreement であるが、ここでは簡単のためレポ取引あるいはレポ貸出取引とする）。財務省証券、ファニーメイ、フレディマックといった GSE(Government Sponsored Enterprise)が発行する無担保債券、GSE 保証付き住宅ローン証券化債券のほか、一般普通社債も担保となる。期間は、翌日物とターム物（翌日物以外、1年を超えるものもあるが、大半の期間は1カ月前後）に分かれる。レポ取引は、債券担保付であるため、通常、その金利水準は、無担保 FF ターゲット金利より低い（レポ金利から FF ターゲット金利を差し引いたスプレッドは負）。但し、市場に流動性がなくなる場合には、レポ取引金利が上昇するため、このスプレッドの絶対値は小さくなり、極端な場合には、スプレッドが正に転ずる。こ

ここでは、対象全期間に亘って5日間の移動平均値を求め、その金曜日データを当該週のデータとした。

$$Repo\ Spread_t = \left(\frac{1}{5}\right) \sum_{i=0}^4 (Repo\ Rate_{t-i} - Federal\ Fund\ Target\ Rate_{t-i})$$

#### (7) 社債担保レポ（翌日物）取引残高

インターバンク市場の流動性リスクが高まれば、レポ取引残高は、減少する。

ここでは、ニューヨーク連銀が週次で発表しているプライマリーディーラーのファイナンスデータから、社債担保レポ貸出（翌日物）残高（Primary Dealer Financing, Corporate, Securities In, Overnight）を用いた。ニューヨーク連銀が翌週木曜日に発表するデータは、水曜日現在の与信残であるため、これを当該週データとして採用した。

#### (8) 社債担保レポ取引（ターム物）残高

上記同様、プライマリーディーラーの社債担保レポ貸出（ターム物）残高(Corporate, Securities In, Term Agreement)を説明変数候補とした。流動性リスクが高まれば、残高は減少する。

### (9) 財務省証券担保レポ取引(ターム物)残高

プライマリーディーラーの財務省証券担保レポ貸出(ターム物)残高(US Treasury Securities, Securities In, Term Agreements)を説明変数候補とした。流動性リスクが高まれば、残高は減少する。

### 3.2.2.2. 外国為替市場

#### (10)加重平均ドル クラッシュ(Weighted dollar crash)

この指標は、外国為替市場において、資金が米ドルから他通貨に逃避した度合いを図るものである。変動為替制度の下においては、国内通貨の価値が減価することは、資金が当該通貨から逃避したサインであると考えられる。国内通貨(ここでは米ドル)が大幅に下落するときには、金融機関(米銀)収益の不透明さが増すと考えられるため、貸出圧縮、流動性の枯渇につながる可能性があると考えられる。

$$\text{Weighted Dollar Crash}_t = \frac{x_t}{\max [x \in x_{t-j} | j = 0, 1, \dots, 365]}$$

ここで、 $x$ は米国連銀が発表しているインデックスであるFRB Foreign Exchange Value of the Dollarを示す。主要通貨を貿易取引量で加重平均したプールとの比較で、米ドルを指数化している。当該日の米ドルの価値を、過去1年間の最大値で割ったものをクラッシュとして認識した。対象期間の日次データを計算したうえで、金曜日の値を当該週のデータとして用いた。

### 3.2.2.3. クレジット・債券市場

#### (11) カバード・インタレスト・スプレッド(Covered interest spread)

このスプレッドは、国際市場における不透明さの度合いを測るものである。米国債と英国債の間に効率的な裁定が働けば、カバード・インタレスト・スプレッドは、ゼロになるはずである。これがゼロでない状態が続くことは、裁定取引業者が米国債を保有したくない理由があることを示す。即ち、米国債の流動性に何らかの悪影響があることを示唆する。

$$\text{Covered Interest Spread}_t = (1 + r_t^*) - \left(\frac{F_t}{s_t^*}\right)(1 + r_t)$$

ここで、 $r^*$  は  $t$  時点（日次）の正午における 90 日英国債のイールド、 $F$  は同じく  $t$  時点正午時点での 90 日フォワード為替レート（U.K.-U.S., \$/£）、 $s^*$  は  $t$  時点正午のスポット為替レート（U.K.-U.S., \$/£）、 $r$  は  $t$  時点正午の 90 日米財務省証券イールド。

#### (12) 社債スプレッド

一般社債イールドと米国債イールドのスプレッドは、全産業セクターにわたる中長期リスクの大きさを測る尺度である。社債市場において、全般的に信用リスクが高まったり、流動性が枯渇するとき、このスプレッドは拡大する。

$$\text{Corporate Bond Spread}_t = \text{AAA10Y}_t - \text{TB10}_t$$

ここで,  $AAA10Y$  は, Moody's 格付 Aaa の 10 年物社債のイールドを示し,  $TB10$  は, 10 年物財務省証券のイールドを示す. 金曜日データを当該週のデータとした.

(13) コマーシャル・ペーパー・スプレッド(90-day commercial paper – treasury bill spread)

コマーシャル・ペーパーは, 米国のファイナンスカンパニーや一般企業が短期の資金調達に用いる手段である. 短期クレジット市場の信用リスクが高まったり, 流動性が枯渇すれば, このスプレッドは広がる. ここでは, 90 日物のコマーシャル・ペーパーと 3 カ月物米財務省証券イールドの差を用いた. 金曜日データを当該週のデータとした.

$$90 \text{ day Comm. Paper Treas. Spread}_t = 90 \text{ day CP}_t - 3 \text{ mo TB}_t$$

(14) トレジャリー・イールド・カーブ・スプレッド (Treasury yield curve spread)

長期と短期の財務省証券のイールド差は, 不況の一つの指標となりうる. 長期景気動向不透明, 短期流動性供給期待という状況では, イールドカーブがスティーブ(傾斜が急)になると考えられるからである. ここでは, 3 カ月物財務省証券のイールドと 10 年物財務省証券のイールド差の 30 日移動平均を求め, その金曜日データを当該週のデータとした.

$$\text{Treasury Yield Curve}_t = \left(\frac{1}{30}\right) \sum_{i=0}^{29} (10\text{yr}_{t-i} - 3\text{mo}_{t-i})$$

(15) 債券市場ボラティティ(Bond market volatility)

債券のボラティリティは、社債市場一般の信用リスクの高まり、流動性リスクの不安定さを表すと考えられる。ここでは、Merrill Lynch が発表する Bond Market Volatility Index (1-month)を用いた。金曜日データを当該週データとした。

3.2.2.4. 株式市場

(16) 株式市場クラッシュ(Stock market crash)

銀行株式インデックスを過去1年間の最高値で割った値を、クラッシュ指標とした。銀行株が下落することは、銀行セクターの近い将来に対する不安の表われであるとみられるからである。

$$Stock\ Market\ Crash_t = \frac{x_t}{\max [x \in (x_{t-j}) | j = 0,1, \dots, 364]}$$

ここで、 $x$  は S&P 500 Financials Price Index を表す。

(17) 株式市場ボラティリティ (Stock market volatility)

シカゴオプション取引所に上場されている VIX (Chicago Board Options Exchange Market Volatility Index, 恐怖指数とも呼ばれる)を用いた。VIX は、S&P 500 を対象とするオプション取引の値動きを元に、算出公表されている。株式市場のボラティリティの大きさは、一般に信用不安や流動性に関する不透明さを表すとみられるからである。

(18) 銀行株式リターンインデックス (Stock market index)

S&P 500 Financial Total Return Index を指標として用いた。信用不安、

流動性枯渇、銀行業績見通しの低迷といった場合に、下落する。

表 3 : 18 説明変数定義一覧

説明変数	データ	略称 (*ticker)
<b>INTERBANK MARKETS</b>		
1. <i>Financial Beta</i>	Beta (S&P Financial vs. S&P 500) S&P 500 Financial Total Return Index S&P 500 Total Return Index	<i>BETA (calculated)</i> <i>SP500_F (*SP5IFIS)</i> <i>SP500 (*S&amp;PCOMP)</i>
2. <i>Bank Bond Spread</i>	10 Year Bank Bond Index – 10 Year T-Note 10-Year A Bank Bond Index 10-Year Constant maturity Treasury Rate	<i>A_TN_S (calculated)</i> <i>A_10Y (*DJFBI10)</i> <i>T_10Y (*FRTCM10)</i>
3. <i>Interbank Liquidity Spread</i>	TED Spread (3 mo LIBOR – 3 mo T-Bill) 3 mo LIBOR Rate US 90-day Treasury Bill Secondary Market Rate	<i>TED_S (calculated)</i> <i>3moL (*BBUSD3M)</i> <i>3moTB(*FRTB3M)</i>
4. <i>Interbank Cost of Borrowing</i>	3mo LIBOR – Fed Funds Target Rate Spread 3 mo LIBOR Rate Fed Funds Target Rate	<i>L_FFR_S (calculated)</i> <i>3moL(*BBUSD3M)</i> <i>FFR(*USFDTRG)</i>
5. <i>LIBOR-OIS Spread</i>	3mo LIBOR – Overnight Index Swap(OIS) 3mo LIBOR 3mo Overnight Index Swap(OIS)	<i>LOBOT_OIS_S</i> <i>3moL(*BBUSD3M)</i> <i>3mOIS(*OIUSD3M)</i>

6. <i>Repo Spread</i>	Repo Rate — Fed Funds Rate 5 days moving average Repo Rate (Effective Federal Fund Rate) Fed Funds Target Rate	<i>REPO_S_MA(calculated)</i>  <i>REPO(*USORGCA)</i> <i>FFR(*USFDTRG)</i>
7. <i>Repo (Corp Overnight)</i>	Repo Outstanding (Corp, Overnight)	<i>Repo_Corp_Overnight (NY Fed)</i>
8. <i>Repo (Corp Term)</i>	Repo Outstanding (Corp, Term)	<i>Repo_Corp_Term (NY Fed)</i>
9. <i>Repo (Treasury, Term)</i>	Repo Outstanding (Treasury, Term)	<i>Repo_Trea_Term (NY Fed)</i>
<b>FX MARKETS</b>		
10. <i>Weighted Dollar Crashes</i>	Weighted Dollar Crashes vs. Major Currency FX Trade Weighted \$US Exchange Index: major Currencies	<i>WTD_DCR (calculated)</i>  <i>DX_IND (*\$\$CWMN)</i>
<b>CRREDIT MARKETS</b>		
11. <i>Covered Interest Spread</i>	US-UK Covered Rate Differential UK 90-day Treasury Bill Rate 90-day Forward Rate for UK-US Exchange Rate Spot rate for the UK-US Dollar Exchange Rate US Government 90-day Treasury Bill Secondary Market Rate	<i>UKUS_90S(calculated)</i> <i>UK_90 (*UKTBTND)</i> <i>UKUS_90F(*UKUSD3F)</i>  <i>UKUS_S(*UKDOLLAR)</i>  <i>US_90(*FRTB3M)</i>
12. <i>Corporate Bond Spread</i>	Moody's Seasoned Aaa Corporate Bond Yield — 10 Year T Note Moody's Aaa Corporate Bond Yield 10-Year Constant Maturity Treasury Rate	<i>AAA10Y_S(calculated)</i>  <i>AAA10Y(*FRCBAAA)</i> <i>T_10Y(*FRTCM10)</i>

13. <i>Commercial Paper – T-Bill Spread</i>	AA Commercial Paper Yield – 3mo Treasury Bill Secondary market Rate AA 90-day Commercial paper Yield US Government 90-day Treasury Bill Secondary Market Rate	<i>AACPTB_S(calculated)</i>  <i>AACP_90(*FRCPF3M)</i> <i>US_90(*FRTB3M)</i>
14. <i>Treasury Yield Curve Spread</i>	30-day Moving Average of 10 Year Treasuries – 3month T-Bills 10-Year Treasury Note at Constant Maturity (Avg % p.a.) US Government 90-day Treasury Bill Secondary Market Rate	<i>TREAS_S(calculated)</i>  <i>T_10Y(*FRTCM10)</i>  <i>US_90(*FRTB3M)</i>
15. <i>Bond market Volatility Index</i>	Merrill Lynch Bond market Volatility Index (1-month)	<i>MOVEIDX(*MOVEIDX)</i>
<b>EQUITY MARKETS</b>		
16. <i>Stock Market Crashes</i>	Stock market Crashes-S&P 500 Financials S&P 500 Financials Price Index	<i>STMC_SPF(calculated)</i> <i>STPI_SPF(*SP5GBNK)</i>
17. <i>Stock Market Volatility Index (VIX)</i>	Chicago Board options Exchange market Volatility Index (VIX)	<i>CBOEVIX(*CBOEVIX)</i>
18. <i>S&amp;P 500 Financial Index</i>	S&P 500 Financial Total Return Index	<i>SP500_F(*SP5IFIS)</i>

\*[]: Ticker symbol in Thomson Reuters' Datastream

NY Fed: <https://www.newyorkfed.org/markets/gsds/search.cfm>

表 4 : 説明変数記述統計量

	説明変数	度数	最小値	最大値	平均値	標準偏差
1	<i>Financial Beta</i> フィナンシャルベータ	470	0.7705	2.5468	1.1891	0.4256
2	log [ <i>Bank Bond Spread</i> ] 対数 銀行債スプレッド	470	-0.3813	1.9820	0.4009	0.5619
3	log [ <i>Interbank Liquidity Spread</i> ] 対数 インターバンク流動性スプレッド	470	-2.2669	1.5214	-0.9536	0.7605
4	<i>Interbank Cost of Borrowing</i> インターバンク調達コスト	470	-0.3563	3.3188	0.3026	0.3656
5	log [ <i>LIBOR-OIS Spread</i> ] 対数 LIBOR-OISスプレッド	470	-2.9832	1.2051	-1.7715	0.8981
6	<i>Repo Spread</i> レポ金利スプレッド	470	-1.6640	0.2260	-0.0759	0.2176
7	log [ <i>Repo (Corp Overnight)</i> ] 対数 社債担保レポ(翌日物)取引残高	470	3.6240	4.9610	4.4814	0.3143
8	log [ <i>Repo (Corp Term)</i> ] 対数 社債担保レポ(ターム物)取引残高	470	2.7620	4.7351	3.8690	0.5558
9	log [ <i>Repo (Treasury Term)</i> ] 対数 財務省証券担保レポ(ターム物) 取引残高	470	6.2623	7.3293	6.9031	0.2028
10	<i>Weighted Dollar Crash</i> 加重平均ドルクラッシュ	470	0.8356	1.0000	0.9196	0.0425
11	<i>Covered Interest Spread</i> カバード・インタレスト・スプレッド	470	-0.0015	0.0343	0.0129	0.0091
12	log [ <i>Corporate Bond Spread</i> ] 対数 社債スプレッド	470	-0.4620	1.0784	0.3214	0.3795
13	log [ <i>Commercial Paper-T-Bill Spread</i> ] 対数 コマーシャルペーパー・スプレッド	470	-3.9120	1.2754	-1.4008	0.9175
14	<i>Treasury Yield Curve Spread</i> トレジャリー・イールド・カーブ・スプレッド	470	-0.3787	3.6907	2.0998	1.2667
15	log [ <i>Bond Market Volatility Index</i> ] 対数 債券市場ボラティリティ	470	3.9589	5.5782	4.6080	0.3063
16	<i>Stock Market Crash</i> 株式市場クラッシュ	470	0.1867	1.0000	0.8388	0.1930
17	log [ <i>Stock Market Volatility Index</i> ] 対数 株式市場ボラティリティ	470	2.3046	4.3711	2.9771	0.4089
18	<i>S&amp;P 500 Financial Index</i> 銀行株式インデックス	470	78.5700	593.2500	386.9799	130.3023

### 3.2.3. モデルデータ

市場流動性に関する上記指標を説明変数とし、2項ロジットモデルにより大型倒産の発生を予測するモデルを構築する。データは、2002年から2010年までの米国での週次データを用いる（全470週）。説明変数としては、市場流動性に関わる上記説明変数候補18の週次データを用いた。目的変数としては、前述の通り総資産10億ドル以上の企業倒産イベントを1とし、10億ドル以上の倒産がないことを0とするダミー変数を用いた。

2002年初から2006年末までの261週の間には総資産10億ドル以上の大型倒産が発生した週は69週で、2007年初から2010年末までの209週の間には大型倒産が発生した週は67週である。モデル構築に当たり、2002年～2006年データでモデルを作成し、リーマンショックを挟む2007年～2010年データを加えて、モデルを検証する形をとった。

表5：資産10億ドル以上の大型倒産企業発生週データ

Year	2002～2006	2007～2010
Default (Y=1)	69 weeks	67 weeks
Non-Default (Y=0)	192	142
Total	261 weeks	209 weeks

### 3.2.4. 流動性危機確率予測モデル構築

2項ロジットによる回帰モデルは、以下の通り。ここでPは流動性危機の度合いを表す ( $0 \leq P \leq 1$ )。

$$P(Y_t) = \frac{e^{Y_t}}{1 + e^{Y_t}}$$
$$(3.1) \quad Y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=-24}^{+24} \beta_{i,t-j} X_{i,t-j}$$

P: 流動性危機確率 (時点  $j$ )

$Y_t$ : 線形予測子 (時点  $t$ )

$X_{i,t-j}$ :  $i$  番目の説明変数 (時点  $t-j$ )

$j$ : ラグ (週)。ここでは-24, -12, -8, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +8, +12, +24

$\beta_0$ : 定数項

$\beta_{i,t-j}$ :  $i$  番目の説明変数に係る係数 (時点  $t-j$ )

18の説明変数候補それぞれに対して、0から24までのラグをとった説明変数を用意し (ラグ0のほかラグ±1, 2, 3, 4, 8, 12, 24の計15時期, 合計  $18 \times 15 = 270$  種類の説明変数候補), 説明変数の組み合わせを考えた。

### 3.2.4.1. 説明変数の分類

ちなみに、18種類の説明変数毎に最も成績の良かったラグを示せば、表2の通り、ラグが4以上のものを先行指標（4週以上前の指標との相関が高い）、ラグが±3以内のものを一致指標、ラグが負で絶対値が4以上のものを遅行指標（4週以上後の指標との相関が高い）とみなして分類した。

先行指標のうちで、 $\chi^2$ 検定による予測精度の高い説明変数は、社債スプレッド（ラグ8）、株式ボラティリティ指標（ラグ8）、銀行債スプレッド（ラグ8）、債券ボラティリティ（ラグ8）、LIBOR-OIS スプレッド（ラグ24）、株式市場クラッシュ（ラグ8）の6変数である。

S&P500 銀行株式リターンインデックスは、大型倒産とほぼ同時期に変化する一致指標であるとみられる。

また、レポ取引残高（特に社債担保のターム物、翌日物）の説明力は極めて高いが、大型倒産との相関が特に高いものは、ラグ-12ないしラグ-24のものであり、大型倒産との関係で見れば、遅行指標であるという結果となった。遅行指標とはいえ、レポ取引残高と大型倒産との相関係数が高いことは、興味深

い。金融機関間の取引環境が、大型倒産を迫りかけるようにして悪化している様子が窺える。レポ取引は、インターバンク市場で日常的に行われる、短期あるいは超短期取引である（翌日物という取引は1日、ターム物はそれより長いがせいぜい1カ月まで）。レポ取引は、取引相手や担保資産が信用できるという前提で成り立っている。取引相手を十分には調査せずに、即座に投融資判断をしなければならない市場であるといえる。それだけに、倒産が増大するようなときには（特にリーマンショック時などの金融危機時）取引相手や担保の信用が失われ、十分情報を収集したうえでなければ投融資判断ができないという状況下（カウンター・パーティー・リスクがあり）では、市場は凍結する。即ち、危機状況下で「市場心理」が変化し、金融機関が「危機からの逃避」を図るため、債券担保レポといった比較的安全性が高いとみられる取引であっても、取引残高が急減することになるのだと考えられる。

表 6：説明変数一覧(変数ごとに最も説明力の高いラグを表示,  $\chi^2$ 降順)

先行指標										
Variable		Lag	$\chi^2$	-2 log likely	Cox-Shnell R2	Nagelkerke R2	Coef.	Std Error	Wald test	p-value
* AAAIOY_S	Corp. Bond Spread	8	65.047	500.437	0.129	0.185	1.662	0.224	54.937	0.000
* log(CBOEVIX)	log (Stock Market Volatility Index)	8	60.052	505.433	0.120	0.171	2.033	0.286	50.633	0.000
* log(A_TN_S)	log (Bank Bond Spread)	8	53.267	512.217	0.107	0.153	1.337	0.195	47.027	0.000
* log(MOVEIDX)	log (Bond Market Volatility Index)	8	50.992	514.493	0.103	0.147	2.521	0.382	43.554	0.000
* log(LIBOR_OIS_Sprd)	log (LIBOR-OIS Spread)	24	33.956	482.682	0.074	0.108	0.656	0.114	32.859	0.000
* STMC_SPF	Stock Market Crashes	8	30.340	535.144	0.063	0.089	-2.791	0.513	29.584	0.000
log(FFR_S)	log (Interbank Cost of Borrowing)	24	8.329	557.155	0.018	0.025	0.761	0.271	7.873	0.005
UKUS_90S	Covered Interest Spread	24	7.844	557.641	0.017	0.024	32.510	11.726	7.686	0.006
RepoSprMA	Repo Spread Moving Average	24	4.685	560.800	0.010	0.014	-0.936	0.431	4.719	0.030
一致指標										
Variable		Lag	$\chi^2$	-2 log likely	Cox-Shnell R2	Nagelkerke R2	Coef.	Std Error	Wald test	p-value
* SP500_F	S&P 500 Financial Total Return Index	3	48.889	516.595	0.099	0.141	-0.006	0.001	44.619	0.000
遅行指標										
Variable		Lag	$\chi^2$	-2 log likely	Cox-Shnell R2	Nagelkerke R2	Coef.	Std Error	Wald test	p-value
* log(Repo_Corp_Term)	log(Repo_Corp_Term)	-12	70.810	477.466	0.143	0.205	-1.736	0.227	58.676	0.000
* log(Repo_Corp_Overnight)	log(Repo_Corp_Overnight)	-12	60.941	487.335	0.125	0.179	-2.882	0.392	53.963	0.000
* log(Repo_Trea_Term)	log(Repo_Treasury_Term)	-24	51.722	479.294	0.109	0.157	-4.315	0.643	45.018	0.000
* TREAS_S	Treasury Yield	-24	46.694	484.322	0.099	0.143	0.656	0.107	37.219	0.000
* log(AACPTB_S)	log(AA Commercial Paper Yield-3mo Treasury Bill Market Rate)	-24	22.321	508.695	0.049	0.070	-0.603	0.136	19.623	0.000
log(TED_S)	log(Interbank Liquidity Spread, TED Spread)	-24	17.490	513.526	0.038	0.055	-0.624	0.158	15.677	0.000
WTD_DCR	Weighted Dollar Crashes	-24	17.172	513.844	0.038	0.054	-10.895	2.705	16.221	0.000
BETA	Financial Beta	-12	10.200	538.076	0.022	0.032	0.747	0.233	10.311	0.001

### 3.2.4.2 全説明変数・全ラグを用いた総当たりモデル

予測モデルを構築するに際し、まずは、大型企業倒産と18説明変数の全体的な構造を把握するために、先行・一致・遅行の区別なしに、全説明変数・全ラグ(+24から-24まで)の網羅的な組み合わせを試してみた<sup>4</sup>。この結果、AIC, AUC,  $\chi^2$ 乗, 検証データの当てはまりの良さ等で上位に来たモデルは、表3に示した通り(モデル1, 2, 3)。

モデル1は、社債担保レポ取引残高(ラグ8)と株式市場クラッシュ(ラグ1)からなるモデルで、AIC及びAUC基準でみた最適なモデルである。前述の通り、株式市場クラッシュが先行指標である一方、社債担保レポ取引残高は、遅行指標である。しかしながら、遅行指標たる社債担保レポ取引残高であっても、先行したラグ(ラグ8)が、流動性危機確率の強力な説明変数となっている。これは、社債担保レポ取引残高という変数が企業倒産と循環的な関係があり、レポ取引残高の縮小(金融機関間取引の縮小)と大企業倒産とが、お互いに他を引き起こしながら、流動性危機を拡大させているからだと考えられる。

モデル2, 3は、遅行ラグの説明変数を含んでいる点で興味深い。モデル2の場合、銀行株式リターン(ラグ1)と銀行株式ベータ(ラグ-24)が説明変数となっており、「銀行株式リターンの悪化(1週前)」の後に「倒産の増加」が起こり、

---

<sup>4</sup> 厳密な意味での総当たり探索ではないが、18変数全ラグを説明変数候補として、増加法、減少法を駆使し、多重共線性、符号条件を考慮してモデル選択を行った。

「銀行株式ベータ値増加（24 週後）」がこれに続くという関係を示唆している。

また、モデル 3 では、社債担保レポ残高（ラグ 8）とコマーシャル・ペーパー・スプレッド（ラグ-8）が説明変数となっており、「社債担保レポ取引残高減少（8 週前）」の後「倒産の増加」が起これ、これに続いて「コマーシャル・ペーパー・スプレッド拡大（8 週後）」が発生するという関係があることを示している。

表 7: モデル比較 (1) (総当たりモデル)

総当たり 組み合わせ												
モデル	第1変数	第2変数	$\chi^2$	-2 log likelihood	Cox-Snell R2	Nagelkerke R2	2002-2006年 正解率	2007-2010年 正解率	AUC	AIC	定数項	変数間の相関
1 (AIC & AUC)	$\log(\text{Repo\_Corp\_Overnight\_Lag } 8)$ (対数社債担保レポ翌日物取引残高)	$\text{STMC\_SPF\_Lag } 1$ (株式市場クラッシュ)	38.981	247.197	0.143	0.211	77.500	67.300	0.739	253.197	あり	0.094
2 ( $\chi^2$ 二乗 & R2)	$\text{SP500\_F\_Lag } 1$ (銀行株式リターンインデックス)	$\text{BETA\_Lag } N24$ (銀行株式ベータ)	99.998	261.825	0.318	0.424	74.300	45.900	0.684	265.825	なし	-0.646
3 (検証データ)	$\log(\text{Repo\_Corp\_Overnight\_Lag } 8)$ (対数社債担保レポ翌日物取引残高)	$\log(\text{AACPTB\_S\_Lag } N8)$ (コマーシャルペーパー・スプレッド)	96.135	254.598	0.316	0.421	73.900	69.700	0.730	260.598	あり	0.706

(総当たりモデル [モデル 1])

$$P(Y_t) = \frac{e^{Y_t}}{1 + e^{Y_t}}$$

$$(3.2) Y_t = -2.325 * \log(\text{Repo\_Corp\_Overnight}_{t-8}) - 4.949 * \text{STMC\_SPR}_{t-1} + 13.797$$

表 8: 総当たりモデル [モデル 1] (ロジット回帰係数)

Variable	Coefficient	Std.error	Wald	p-value
$\log(\text{Repo\_Corp\_Overnight\_Lag}8)$ (対数 社債担保レポ取引残高)	-2.325	0.499	21.711	0.000
$\text{STMC\_SPF\_Lag}1$ (株式市場クラッシュ)	-4.949	2.949	2.816	0.093
定数	13.797	2.792	24.416	0.000

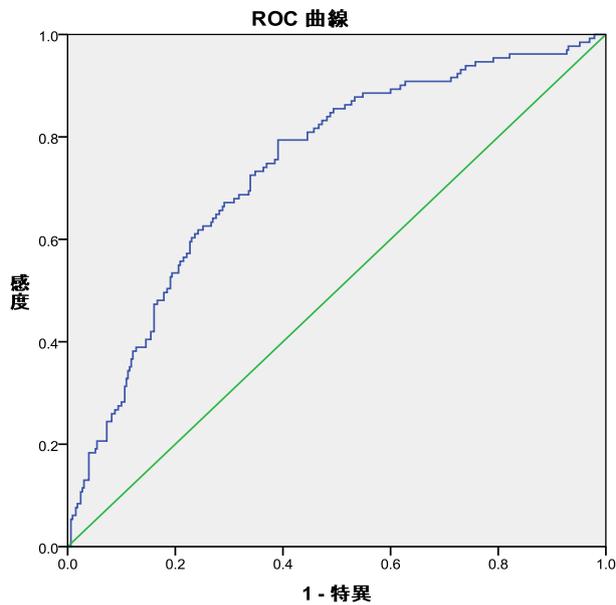


図 16：総当たりモデル[モデル 1]の ROC 曲線 (AUC=0.739)

### 3.2.4.3. 先行ラグ(+4以上)を用いた実用モデル

金融機関や金融監督機関において、流動性危機確率予測モデルを利用するということを前提とすると、ラグ 4 以上の説明変数を使ったモデルが、実務上便利である（1 カ月程度の余裕がないと対処方針を立てられない）。よって、ここでは、全説明変数のラグのうち、+4, +8, +12, +24 を組み合わせて、モデル構築を行った。この結果、構築された成績の良いモデルは、表 5 の通り（モデル 4, 5, 6）。

AIC でみれば、モデル 4 の成績が良いが、モデル年（2002-1006）と検証年（2007-2010）のバランスは今一つで、また、AUC 値も必ずしも高くない。

これに対して、モデル6は、社債スプレッド（ラグ24）と株式市場クラッシュ（ラグ12）を説明変数とするもので、モデル年と検証年での判別バランスが良くAUC値は最も高い。表2に記載したベスト先行指標6変数を組み合わせただで成績の良いモデル7、モデル8（表5の下表）に比べても、モデル6の各種指標は見劣りしないうえ、AUCはこれらより高いモデルとなっている。また、2説明変数間の相関係数（絶対値）も0.567と、比較的低いものとなっている。

こうしたことを考慮し、実用的な流動性危機確率予測モデルとしては、モデル6を採用することとした。

尚、先行ラグ（+4, +8, +12, +24）のみを用いた予測モデルでは、全変数・全ラグの場合とは異なり、社債担保レポ取引残高を説明変数に含むモデルの説明力は、最終モデル（モデル6）を上回るものとはならなかった。

表9：モデル比較（2）

先行ラグ(+4~+24) 組み合わせ												
モデル	金利スプレッド変数	マーケット・ボラティリティ/ 株価変数	$\chi^2$	-2 log like likelihood	Cox-Snell R2	Negelkerke R2	2002- 2006年 正解率	2007- 2010年 正解率	AUC	AIC	定数項	変数間の 相関
4	log(A_TN_S_Lag 24) (銀行債スプレッド)	SP500_F_Lag 8 (銀行株式 リターンインデックス)	99.164	262.659	0.316	0.421	74.700	58.900	0.713	266.659	なし	-0.880
5	log(A_TN_S_Lag 4) (銀行債スプレッド)	STMC_SPF_Lag 12 (株式市場クラッシュ)	97.304	264.519	0.311	0.415	73.900	60.800	0.715	268.519	なし	-0.874
6	AAA10Y_S_Lag 24 (社債スプレッド)	STMC_SPF_Lag 12 (株式市場クラッシュ)	92.825	268.998	0.299	0.399	73.200	67.900	0.723	272.998	なし	-0.567
ベスト先行指標6変数 組み合わせ												
モデル	金利スプレッド変数	マーケット・ボラティリティ/ 株価変数	$\chi^2$	-2 log like likelihood	Cox-Snell R2	Negelkerke R2	2002- 2006年 正解率	2007- 2010年 正解率	AUC	AIC	定数項	変数間の 相関
7	log(A_TN_S_Lag 8) (銀行債スプレッド)	STMC_SPF_Lag 8 (株式市場クラッシュ)	93.711	268.112	0.302	0.402	76.200	61.200	0.714	272.112	なし	-0.888
8	AAA10Y_S_Lag 8 (社債スプレッド)	STMC_SPF_Lag 8 (株式市場クラッシュ)	90.964	270.859	0.294	0.392	74.700	62.200	0.721	274.859	なし	-0.665

実用モデルの最終式は、下記の通りで、社債スプレッド（ラグ 24）が拡大するほど、また、株式市場クラッシュ（ラグ 12）の程度が大きいほど（銀行株の下落が大きいほど）、流動性危機の度合いが高くなることを示している。

(実用モデル 最終式)

$$P(Y_t) = \frac{e^{Y_t}}{1 + e^{Y_t}}$$

$$(3.3) \quad Y_t = 1.429 * AAA10Y\_S_{t-24} - 3.431 * STMC\_SPR_{t-12}$$

表 10： 実用モデル [モデル 6] (ロジット回帰係数)

Variable	Coefficient	Std.error	Wald	p-value
AAA10Y_S_Lag24 (社債スプレッド)	1.429	0.275	27.050	0.000
STMC_SPF_Lag12 (株式市場クラッシュ)	-3.431	0.492	46.528	0.000

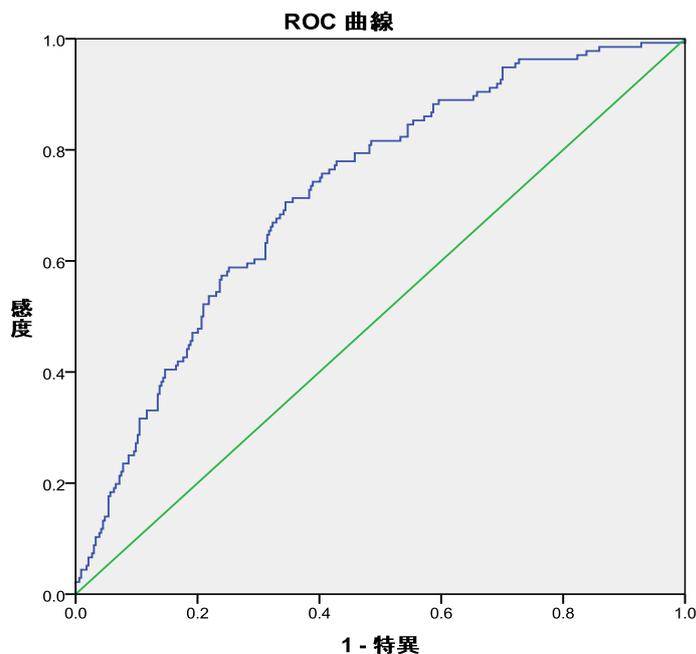


図 17：流動性危機確率モデル（実用モデル）の ROC 曲線（AUC=0.723）

### 3.3. モデルによる流動性危機確率推移

総当たりモデルと実用モデルにより計測した流動性危機確率推移（週次）は、図4、図5の通り。これを見ると、2003年半ば以降流動性危機の度合いが低下し、2004年から2007年までは比較的低位安定していたが、2007年8月のサブプライム危機開始（パリバ・ショック）を機に2007年末以降急上昇し、ベアスターンズ危機時（2008年3月）、リーマンショック時（2008年9月）にスパイクを見せ、2009年に高レベルで推移したあと、2009年末頃から2010年にかけて沈静化したことが読み取れる。

この間の米国経済を見れば、サブプライム危機を機に、2007年末から始まった景気後退が、2009年第2四半期まで続いており、流動性危機確率の推移は、こうした経済の浮沈と平仄が合っている。米国連邦準備銀行理事会（FRB）による量的緩和QE1（Quantitative Easing 1）は、2008年11月から2010年6月まで実施されたが、実施直後は金融危機の余波が残り、米国の信用市場が機能不全に陥った結果、多くの金融機関が流動性確保のために資産の大量処分の必要性に迫られていた。

こうしたことからすると2009年を通して流動性危機確率が高いレベルで推移していることは流動性危機確率の度合いを予測するという観点からすると、違和感はない。

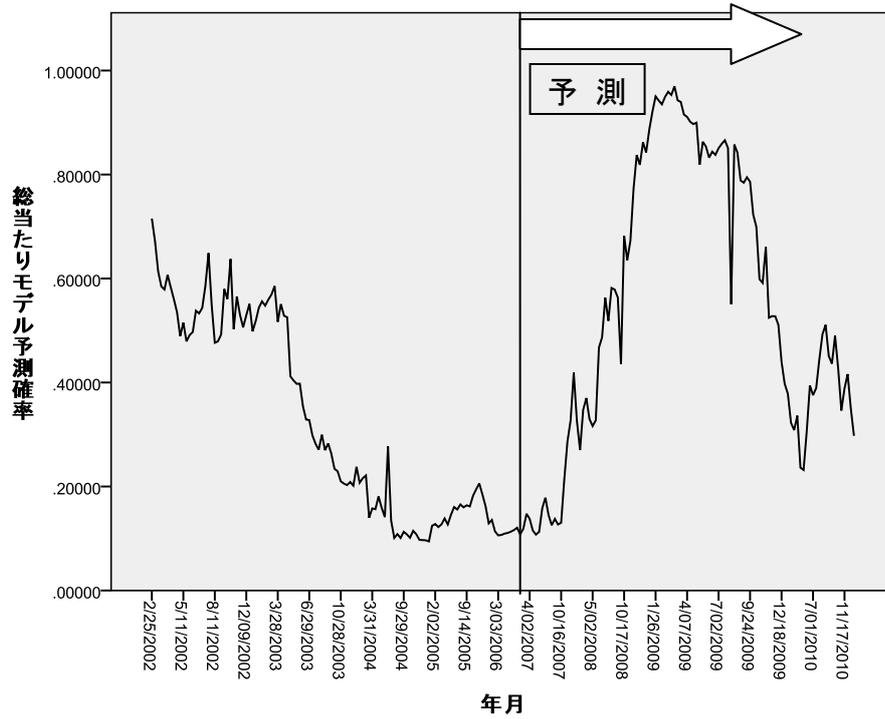


図 18 : 総当たりモデルによる流動性危機予測確率

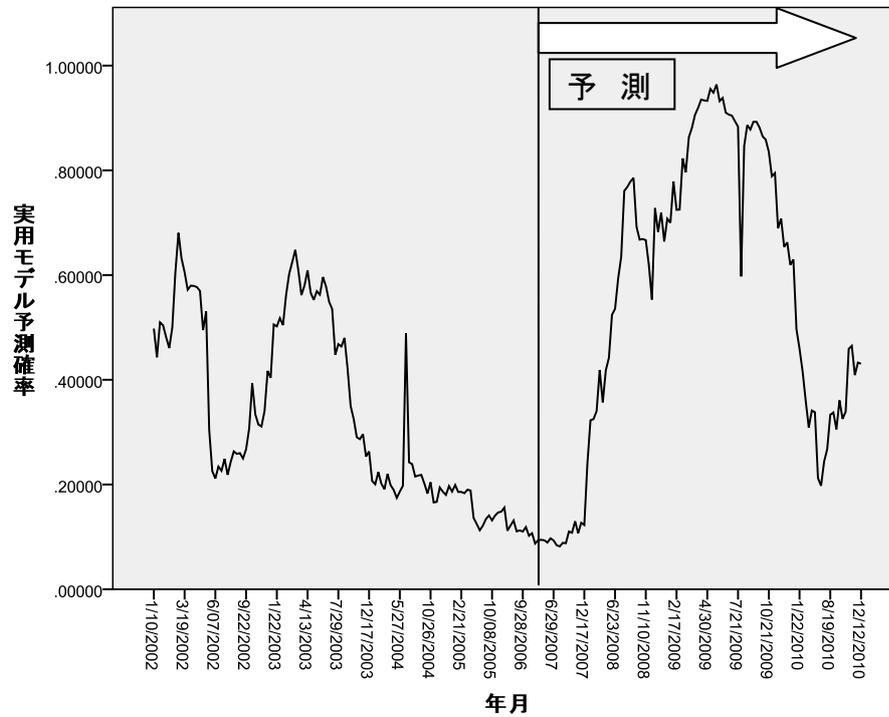


図 19 : 実用モデルによる流動性危機予測確率

### 3.4. 流動性危機確率と倒産企業数との相関関係

更に、総当たりモデルと実用モデルの流動性危機確率の月次推移（線グラフ）と上場企業の月間倒産数推移（ここでは総資産 10 億ドル未満も含む上場全倒産企業数、倒産件数、棒グラフ）を比べてみれば、図 20、図 21 の通り。月間倒産件数の原データは確率的な要素を含んでいるとみられ、流動性危機のトレンドを示すには、移動平均（5 か月中心化）を用いたほうが良いと考えたため、ここでは、月間倒産件数の 5 か月中心化移動平均グラフを示した。

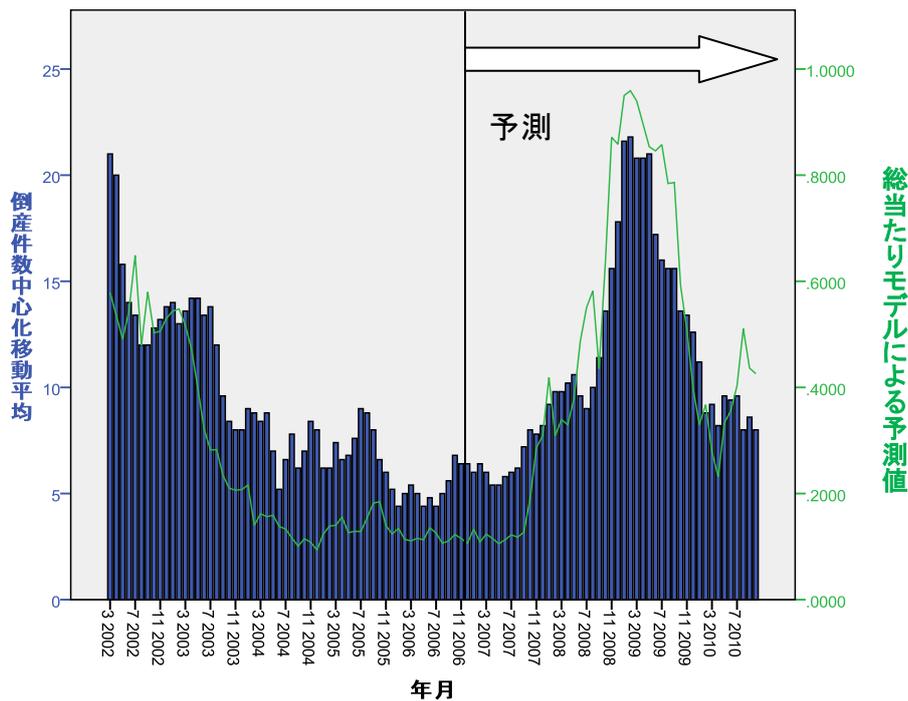


図 20：総当たりモデルによる流動性危機確率（線グラフ）と上場企業倒産数（月間倒産件数、棒グラフ）推移（相関係数=0.898）

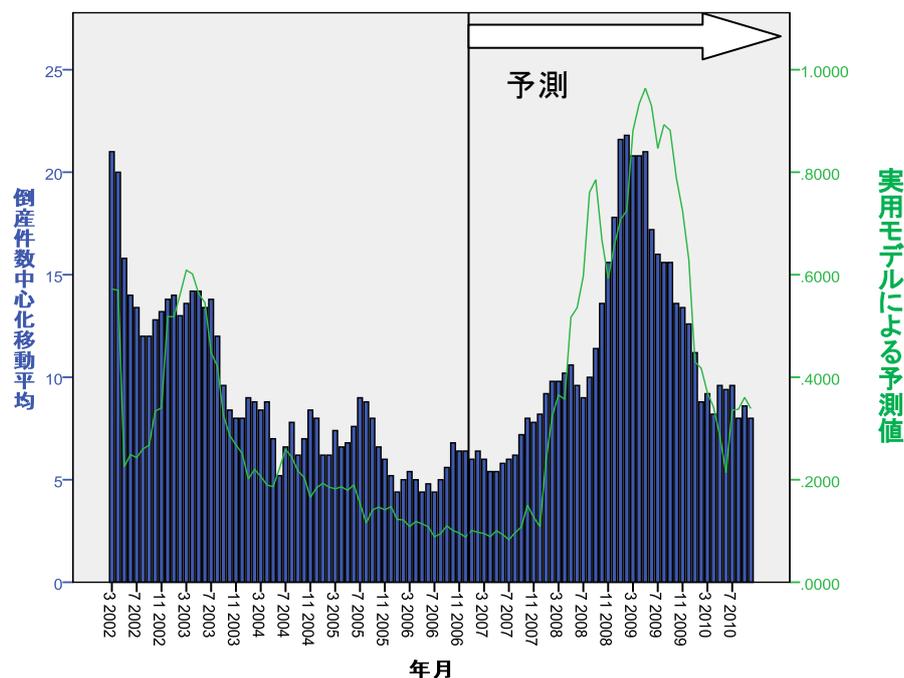


図 21： 実用モデルによる流動性危機確率（線グラフ）と上場企業倒産数（月間倒産件数 5 か月中心化移動平均，棒グラフ）推移（相関係数=0.836）

流動性危機確率が、サブプライム危機（2007年8月）をスタートラインとして、ベアスターンズ危機（2008年3月）、リーマンショック（2008年9月）と急上昇し、2009年に高いレベルとなっていることは前述の通り。流動性危機確率の大きな浮沈は、倒産企業数とほぼ合致しているものの、2008年については流動性危機確率の上昇ペースが速いのに対し、倒産企業数の上昇テンポは若干遅い。本件予測モデルが、2002年～2006年データでモデル化していることからすると、サブプライム危機以降何らかのパラダイム変化があり、説明変数の感度が上がったのか（早めにかつ大きく上昇するようになったのか）、リーマンショック前後に取られた米国政府・連銀による緩和的財政/金融政策の結果、

2006 年以前に比べれば倒産数の上昇が遅れることになったことが推定されるが、ここではその判断まではできない。

この実用モデルによる流動性危機確率と上場企業倒産数（5 か月中心化移動平均）の相関係数も 0.836 と十分高い。

因みに、実用モデルによる流動性危機確率を用いて月間倒産数（5 か月中心化移動平均）の線形回帰を行ったところ次のような回帰式となった。

（上場企業月間倒産数 予測回帰式）

$$(3.4) \quad \text{月間倒産件数 (5 カ月中心化移動平均)} = 14.989 * (\text{流動性危機確率}) + 4.903$$

表 11：実用モデル流動性危機確率による上場企業月間倒産数（5 か月中心化移動平均）予測式（線形モデルの回帰係数）（Adj. R2=0.698）

Variable	Coefficient	Std. error	t-test	p-value
流動性危機確率	14.989	0.976	15.366	0.000
定数	4.903	0.411	11.920	0.000

大型企業倒産を目的変数として構築された流動性危機確率予測モデルは、金融仲介機構の与信判断に与える流動性危機の大きさを示していると考えられるが、併せて、上場企業における全倒産企業数の予測指標としても有用である。

### 3.5. クリーブランド連銀フィナンシャル・ストレス・インデックスと(CFSI)の比較

上記実用モデルの流動性危機確率予測力と比較するために、クリーブランド連銀が発表するフィナンシャル・ストレス・インデックス (CFSI)<sup>5</sup>を用いた流動性危機確率モデルを示してみる。クリーブランド連銀の指標は、インターバンク市場、クレジット・債券市場、外国為替市場、株式市場を代表する合計11の各指標を基準化し、累積分布関数値に置き換えたうえで、11指標を加重平均して作成したストレス指標である。ここでは、CFSIの週次データを、0, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 24の8種類のラグ付きに変換したものを説明変数とし、10億ドル以上の倒産発生週を目的変数として、ダミー変数=1を立てるロジット回帰を行った。2002年～2006年データでモデルを作り、2007年～2010年データを加えてモデルを検証し、モデル比較を行った。この結果、CFSI指標ではラグ12のものが最も説明力が高いが、それでもAUC値は0.680に止まり、また、上場企業倒産数(5か月中心化移動平均)との相関も0.686と、本稿モデルに比べれば、低いものとなっている。CFSIは、金融政策遂行のために金融経済全体のストレスを示そうとする指標であって、倒産事象を予測するためのものではないにせよ、本稿で得た実用モデルの流動性危機確率予測力の良さを浮き立たせる結果となっている。

---

<sup>5</sup>クリーブランド連銀は、本論文で用いている資金流動性危機の意味で、Financial Stress という用語を用いており、指標としてのCFSIをホームページ上で公開している。

[http://www.clevelandfed.org/research/data/financial\\_stress\\_index/about.cfm](http://www.clevelandfed.org/research/data/financial_stress_index/about.cfm)

表 12 : CFSI を説明変数とした流動性危機確率モデルのラグ別予測力ランキング  
( $\chi^2$  降順)–

Rank	Variable	Lag	$\chi^2$	Cox-Shnell R2	Nagelkerke R2	Coefficient	Std Error	Wald test	p-value	AUC
1	CFSI	12	22.704	0.083	0.122	1.254	0.278	20.341	0.000	0.682
2	CFSI	24	22.015	0.081	0.116	1.237	0.279	19.721	0.000	0.675
3	CFSI	8	19.499	0.072	0.105	1.147	0.272	17.783	0.000	0.674
4	CFSI	4	17.033	0.063	0.092	1.050	0.265	15.752	0.000	0.669
5	CFSI	3	16.512	0.061	0.090	1.030	0.263	15.321	0.000	0.668
6	CFSI	2	16.211	0.060	0.088	1.017	0.262	15.074	0.000	0.665
7	CFSI	1	15.252	0.057	0.083	0.982	0.260	14.262	0.000	0.662
8	CFSI	0	14.153	0.053	0.077	0.941	0.258	13.315	0.000	0.656

(CFSI (Lag12)を説明変数とする流動性危機確率モデル式)

$$P(Y_t) = \frac{e^{Y_t}}{1 + e^{Y_t}}$$

$$(3.5) \quad Y_t = 0.932 + 1.254 CFSI_{t-12}$$

表 13 : CFSI (LAG 12)を説明変数とする流動性危機確率モデル(2 項ロジットモデル)の回帰係数)

Variable	Coefficient	Std. Error	Wald-test	p-value
CFSI (Lag12)	1.254	0.278	20.341	0.000
定数	0.932	0.147	40.265	0.000

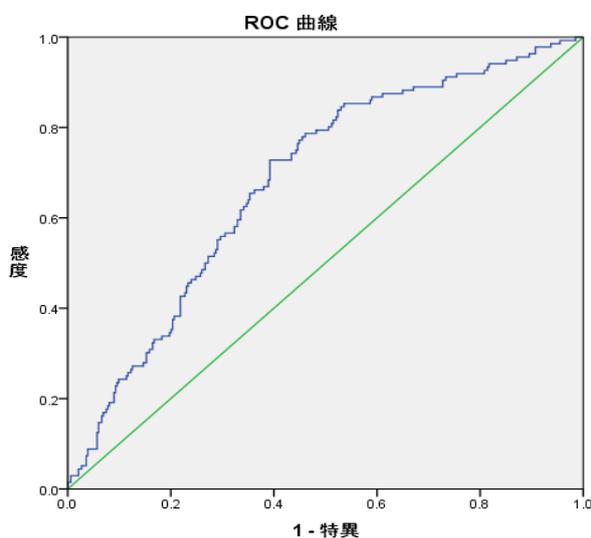


図 22 : CFSI (Lag 12)を説明変数とした流動性危機確率モデルの ROC 曲線 (AUC=0.682)

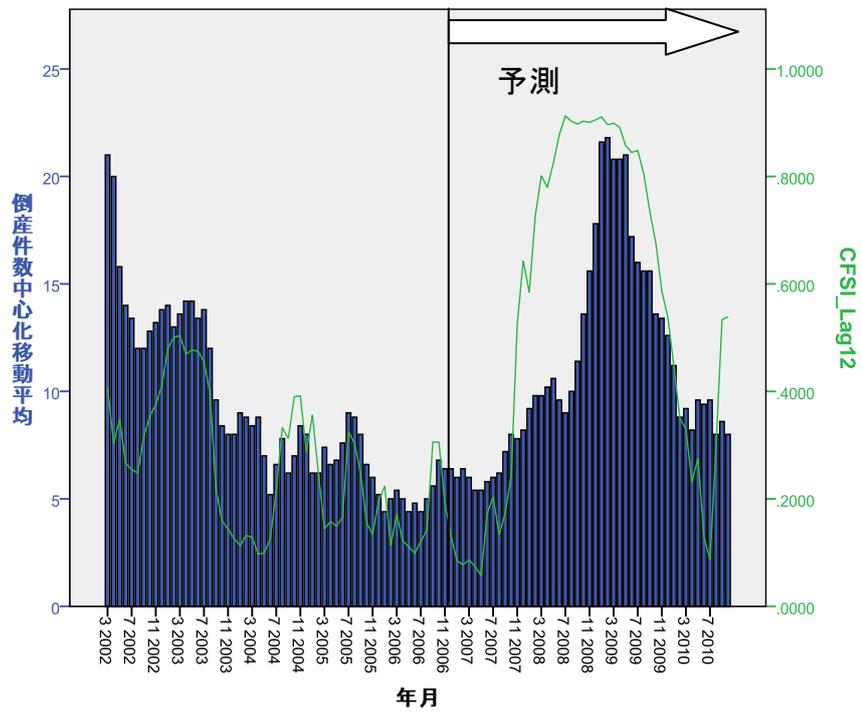


図 23 : *CFSI* (Lag12) による流動性危機確率 (線グラフ) と月間上場企業倒産数 (5 か月中心化移動平均, 棒グラフ) 推移 (相関係数=0.686)

### 3.6. まとめ

本論文では、倒産事象をダミー目的変数として、流動性危機確率を予測する2項ロジット・モデルを構築した。モデル構築にあたって、2002年-2006年データをモデル構築に用い、2007年-2010年データを併せて検証用として用いた。説明変数候補は、金利スプレッド、マーケットボラティリティ指標等、いずれも公開データで、かつ、週次で入手できる指標を用いた（遅くとも1週間遅れ）。

まず、説明変数と大型企業倒産の全体構造を把握するため、18説明変数について、+24から-24までのラグを取り、総当たりで最適組み合わせを探索したところ、社債担保レポ取引残高（ラグ8）と株式市場クラッシュ（ラグ1）を説明変数とするモデルが構築された。

実務上、予測モデルの結果を対処方針に反映させるという観点からは、1カ月程度の余裕があることが望ましい為、最終的な実用モデルは、1カ月以上前のデータ（ラグ4以上）を用いて構築した。その結果、社債スプレッド（ラグ24）と株式市場クラッシュ（ラグ12）を説明変数とする実用モデルが最適（AUC=0.723）となり、リーマンショック前後を含めた経済状況を上手く説明できていることが分かった。

更に、このモデルによる流動性危機確率は、上場企業全倒産数(5か月中心化移動平均)との相関が高く(相関係数=0.836)、月間上場企業倒産数トレンドを予測するツールとしても用い得ることが判明した。

このモデルを倒産発生数予測モデルとして見た場合、米クリーブランド連銀のフィナンシャル・ストレス・インデックス(CFSI, 11指標の加重平均からなるインデックス)よりも予測精度が高い結果となった。

ここで示した流動性危機確率予測モデルは、大企業倒産をサンプルデータとしたモデルではあるが、中堅企業を含めた上場企業全倒産数(総資産10億ドル未満先も含む)との相関も高く、上場中堅/上場中小企業まで含めて適用できるモデルだと考える。

本論文では、倒産が企業の信用リスク値の悪化(財務内容の悪化)と流動性の枯渇(資金調達の困難さ)という2つの要因が組み合わせにより引き起こされると考えた。もちろん、倒産企業データから、流動性危機の有無にかかわらず倒産する流れにあった企業を除外し、流動性危機のみを理由とする倒産を分析できれば興味深いと思われる。しかしながら、実際には、企業は複合的な要因から倒産しているとみられ、財務内容悪化を理由とする倒産と流動性危機による倒産を明確に区別する

ことが困難であるため、そういう方法は取らなかった。この点は、引き続き今後の課題といたしたい。

本論文では、米国連邦準備銀行理事会の第1段金融緩和政策 QE1（2008年11月～2010年6月）と QE2（2010年11月～2011年6月）の開始までカバーしているものの、QE2後半、QE3（2012年9月～）まではカバーしきれていない。

一般に、モデルの限界として、モデル作成対象年度を変更すると、説明変数が変わる可能性がある。すなわち、QE1, QE2などの金融政策の変更により説明変数の振る舞いが変わったり、リーマン・ショックといった大きなイベントを契機に、金融機関の判断に影響する指標が変わることもあり得る。こうしたことが起こりうるならば、倒産にセンシティブな変数の組み合わせが変わる可能性は残る。

更に、本論文では米国企業・米国市場を対象としたが、各種流動性指標を説明変数とし、2項ロジットを用いて流動性危機確率を予測するという手法は、日本市場にも十分適用できるため、日本市場を対象とした考察は今後の課題と考えている。

## 第4章 おわりに

本論文では、企業倒産の発生の背景に、企業の信用度の低下と銀行等の与信判断の厳格化という2つのファクターがあるとの仮説に基づいて、分析を行った。

第2章では、倒産を、企業の財務内容が閾値を超えたときに発生する現象と捉え、企業分布が、確率的に変動する閾値によって切断されることによって、倒産企業分布が形成されると考えた。そこで、こうしたメカニズムと整合性のある、非対称正規分布に、倒産企業の信用リスク値が従うと仮定した。このモデルによれば、閾値が確率変動すると仮定するため、財務内容が然程悪くなくとも倒産する場合や、財務内容が悪くても倒産しない現象を説明することができる。

また、米国の実証データを用いて、閾値のパラメータを推定したところ、閾値の位置パラメータが、金融環境の変動を反映して移動すること、倒産企業分布の歪度が、閾値の尺度パラメータ（与信判断の振れ幅）で説明しうることを示した。

第3章では、変動する与信判断に影響を及ぼす説明変数の解明に焦点を当てて、分析した。単変量ロジット・モデルを使ってラグ付き説明変数を先行指標、一致指標、遅行指標の3種類に分けたうえで、先行ラグ（+4以上）となる説明変数を用いて実用モデル（2項ロジットモデル）を構築したところ、社債スプレッド（ラ

グ 24) と株式市場クラッシュ (ラグ 12) を説明変数とするモデルが最適 (AUC=0.723) となり、リーマン・ショック前後を含めた経済状況を上手く説明できていることが分かった。

与信判断そのものが厳格化する可能性を前提とすれば、企業の信用リスク値の測定のみならず、厳格化した際に、どの信用値の企業クラスが倒産するかといったシミュレーションを行うことができ、与信判断・融資企画の一層の緻密化が図れるメリットがある。

また流動性危機の度合いを予測するモデルを構築することで、銀行を取り巻く資金調達環境の悪化（流動性の危機）を早めに予測することができ、足元の金融環境に合わせた融資方針を決定することができるようになるとみられる。

特に、金融監督機関にとっては、金融仲介機構における資金調達環境の悪化をいち早く知ることは、金融システムを守るという責務に徴し、重要である。

こうした意味で、本論文で考察した手法は、金融機関の信用リスク管理、及び、金融監督機関のモニタリング精緻化の一助に資すると考える。

## 付録 A. 信用リスク値計測

実証分析を行うに当たり、信用リスク値  $Y$ （倒産企業の信用リスク値  $Z$ ）のデータを用意する必要がある。ここでは、便宜的に金融機関で一般的に用いられている二項ロジット・モデルによる倒産判別モデルを構築し、そのモデルで計測した線形予測子（ロジット変換前）を企業の信用リスク値とした。

なお、ロジット・モデルにおける倒産判別の考え方と本研究における倒産判別の考え方は、必ずしも整合的ではない。ロジット・モデルを含む統計モデルは、財務比率からなる信用リスク値が観測される原因だとして、倒産（結果）予測が可能、との考え方を前提としている。しかしながら、本研究では、閾値が倒産分布に与える影響を解明しようとしているため、信用リスク値は、所与の値として、外生的に与えられているとの前提をとる。そこで、一般的に最も利用されている二項ロジット・モデルを用い、信用リスク値の代用とすることにした。

### (1) 財務データサンプル

財務データとして、ここでは米国上場企業データを用いた（S&P 社 Compustat データ）。正常先として S&P500 社中から金融保険・不動産を除く 397 社の 2001 年データを用い、倒産企業として 2002 年に倒産した米国上場企業 67 社の 2001 年データを用いた（財務データが入手できる上場企業で、かつ、総資産 1 億ドル以上の全 67 社）。ここで「倒産企業」は米国連邦破産法 Chapter 7（清算手続）

および Chapter 11 (会社更生手続)を申請した企業とした。また、この倒産判別モデルを使って計測した信用リスク値を用いて、2001年から2006年までの正常先、倒産先データを分析した(表 12)。

モデル構築に当たり、正常先と倒産先の規模の乖離が大きいと不都合である。

正常先たる S&P 500(除く金融保険・不動産)のモデル作成年の総資産は、最小値 100.4 百万ドル、最大値 495,023 百万ドルであったため、比較対象たりうる規模という観点から、総資産 1 億ドル以上の倒産先をサンプルとした(表 13)。

表 14: データサンプル(単位 社)

	2001 年 データ	2002 年 データ	2003 年 データ	2004 年 データ	2005 年 データ	2006 年 データ
正常先(S&P500 より)	397	394	389	399	402	409
倒産先(総資産 $\geq$ 1 億 $^{\text{ドル}}$ )	67	41	23	19	9	11

表 15: 分析対象企業のプロフィール(単位 百万 $^{\text{ドル}}$ )

	2001 年(モデル作成用)		2002 年	
	正常先	倒産先	正常先	倒産先
企業数	397 社	67 社	394 社	41 社
総資産平均	15,489	3,571	16,160	1,295
総資産最大値	495,023	25,197	575,244	19,415
総資産最小値	100	120	92	114
自己資本平均	5,014	742	4,818	-56
売上平均	11,953	2,143	11,588	801
純益平均	302	-484	60	-360

## (2) 財務指標とモデル作成手順

モデル作成のための財務指標候補として、データベース S&P Compustat で使用されている 48 種類の指標を用いた。各指標に対数変換を施したが、対数変換する際、負の財務指標値の取り扱いに関しては、森平・岡崎(2009)を参考に、(A.1) 式に示す負の対数変換 (n<sub>gl</sub>: negative logarithmic transformation)を利用した。

森平・岡崎(2009)では、「変数の内で、<sup>マイナス</sup> - の値をとる物については負の対数変換を試みることによって、説明力の顕著な増加をみる事ができた。・・・n<sub>gl</sub> 変換は、報告利益水準がゼロを境にして、デフォルト確率に与える影響を測定しようとする」としており、本件信用リスク値モデルでも、同様の理由から、n<sub>gl</sub> 変換を用いることとした。

$$(A.1) \quad n_{gl}(x) = \begin{cases} -\log(1-x) & \text{if } x \leq 0 \\ +\log(1+x) & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

倒産予測モデル作成の手順としては、まず、S&P Compustat の 48 財務指標に関し、各指標毎の単回帰分析により倒産判別力を判定し(説明変数は各財務指標の負の対数変換値、目的変数は倒産 1、非倒産 0 のダミー変数)、財務的な意味も含めて説明力が高い 18 指標を選び出した(表 5)。ちなみに、この 18 指標を財務的な特性で分類すれば、収益性指標 8 種類、キャッシュフロー指標 5 種類、レバレッジ指標 1 種類、インタレストカバレッジ指標 2 種類、効率性

指標 1 種類, 成長性指標 1 種類となっている。

次に, この 18 指標の組み合わせをステップワイズ減少法(尤度比を用いた変数選択)で絞り込むことで, 最終のロジット・モデルを構築した(説明変数の有意水準が 10%以上であれば排除, 5%未満であれば採択)。

表 16: 二項ロジットモデル構築に用いた 18 財務指標

財務指標	定義	決定係数	t 値
<i>ROA</i>	$\text{Net Income} / \text{Total Assets} * 100$	0.459	-19.575
<i>CashFlow Margin</i>	$(\text{Net Income} + \text{Depreciation} + \text{Amortization}) / \text{Sales} * 100$	0.453	-19.367
<i>ROAA</i>	$\text{Net Income} / \text{Average Total Assets} * 100$	0.452	-19.307
<i>ROAI</i>	$\text{Net income} / \text{Average Invested Capital} * 100$ (Note) Invested Capital = LTD + Pref. stock + Minority Interest + Total Common Equity	0.418	-18.023
<i>Net Profit Margin</i>	$\text{Net Income} / \text{Sales} * 100$	0.414	-17.893
<i>TD / Market Value of Equity</i>	$(\text{LT Debt} + \text{ST Debt}) / \text{Market Capitalization} * 100$	0.398	+17.234
<i>Pretax Profit margin</i>	$\text{Pretax Income} / \text{Sales} * 100$	0.392	-17.094
<i>ROI</i>	$\text{Net income} / \text{Invested Capital} * 100$	0.342	-15.342
<i>Operating margin After Depreciation</i>	$(\text{Operation Income before Depreciation} - \text{Depreciation \& Amortization}) / \text{Sales} * 100$	0.333	-15.039
<i>Operating margin before Depreciation</i>	$\text{Operation Income before Depreciation} / \text{Sales} * 100$	0.295	-13.767
<i>LTD/Comm</i>	$\text{LT Debt} / \text{Common Equity} * 100$ (Note) Common Equity = Common Stock + Retained earnings + Capital Surplus	0.25	-12.308

	— Treasury stock adjustment		
<i>LTD/Stock</i>	LT Debt/Stockholders' Equity*100 (Note) Stockholders' Equity =Common stock+Redeemable preferred stock+Nonredeemable preferred stock +Capital surplus+Retained earnings — Treasury stock	0.213	-11.086
<i>P/S</i>	Stock Price /(Sales/Common shares outstanding)	0.211	-10.94
<i>TA growth</i>	Total Assets(current) /Total Assets(prior year)*100— 100	0.177	-9.887
<i>Interest Coverage After Tax</i>	(Net Income+Interest Expense) Interest Expense	0.173	-9.774
<i>Interest Coverage Before Tax</i>	(Pretax Income+Interest Expense) /Interest Expense	0.166	-9.533
<i>FCF/Sales</i>	(Net Cash Flow — Cash Dividends — Capital Expenditure)/Sales*100 (Note) Cash Flow =Net Income+Depreciation+Amortization	0.151	-9.002
<i>Funds Flow Adequacy Ratio</i>	Cash Flow /(Capital Expenditure +Inventory Increase+Cash Dividends)	0.129	-8.211

### (3) 二項ロジット・モデル

上記手続きにより構築したモデルは、下記の通り。

$$(A.2) \quad \text{倒産確率: } P(Y) = \frac{\exp(Y)}{1 + \exp(Y)}$$

$$(A.3) \quad \text{信用リスク値 } Y = -0.484x_1 + 0.629x_2 + 1.355x_3 - 8.497$$

$x_1$ :  $ngl(\text{Oper. Margin Before Depreciation, \%})$   
 $x_2$ :  $ngl(\text{Net Profit Margin, \%})$   
 $x_3$ :  $ngl(\text{Total Debts/Market value of Equity Margin, \%})$

ここで  $ngl(\cdot)$  は負の対数変換を示す.

$$ngl(x) = \begin{cases} -\log(1-x) & \text{if } x \leq 0 \\ +\log(1+x) & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

表 17: 二項ロジット・モデルの説明変数一覧(ロジット変換前の回帰係数)

説明変数	係数	標準誤差	Wald 値	p 値
$ngl(\text{Oper. Margin Before Depreciation})$	-0.484	0.197	6.054	0.014*
$ngl(\text{Net Profit Margin})$	-0.629	0.195	10.428	0.001**
$ngl(\text{Total Debts/Market Value of Equity Margin})$	1.355	0.254	28.349	0.000***
Constant	-8.497	1.264	45.217	0.000***

(注)\* 5%有意、\*\*1%有意、\*\*\*0.1%有意

(A.3)式の線形予測子たる  $Y$  の値は、財務内容の悪さを示す信用リスク値で、減価償却前税引前利益率(キャッシュフローに近い概念)、純益率(損益計算書上の最終利益率)、総借入/株式時価総額比率(時価ベースでみたレバレッジ)という3説明変数を負の対数変換したものの線形結合となっている(表 15)。

#### (4) 二項ロジット・モデルの妥当性

ここでは、2001年だけのデータを用いてロジット・モデルを推計し、2006年までの信用リスク値を算出している。これは、実務上、倒産予測モデルを作る場合に、対象先(正常先、倒産先)の最初の年のデータのみを用いてモデルを作り、翌年以降のデータで検証するという手順をとることに、基づいている。データ年が変われば金融環境が変わり、判別基準も変わると考える為、モデル作成用データは、単年度のものとしているのである。

2001年データを用いて、倒産予測モデルを構築し、このモデルを用いて、正常先・倒産先の判別力をAUC値(ROCカーブ分析)で測定したところ、表13のような結果となった。2001年データを用いたモデルによる信用リスク値ではあるが、翌年以降の検証年データで見ても、極めて高い判別力のあるモデルとなっている(一般的には0.7~0.8のAUC値があれば判別力ありとみられる)。

表 18 : 二項ロジット・モデルによる年別倒産判別力

	2001年 データ (モデル)	2002年 データ	2003年 データ	2004年 データ	2005年 データ	2006年 データ
AUC 値	0.987	0.867	0.962	0.947	0.996	0.993
正常先数	397	394	389	399	402	409
倒産先数	67	41	23	19	9	11

## (5) 信用リスク値分布の正規性分析

二項ロジット・モデルで計測した全企業の各年度信用リスク値分布のモーメントと、分布適合度(コルモゴロフ=スミルノフ検定統計量)を示せば、表 14 の通り。

ここで、全企業標本作製に関しては、以下のような操作を行った。そもそも、標本データのうち、倒産先データは、総資産 1 億ドル以上の倒産上場企業全先(除く金融・不動産、除くデータ欠損先)であるのに対し、正常先は、上場企業の一部たる S&P500 社からの標本である。これを、単純に合算して全企業先とすると、倒産先構成比率が極めて高くなってしまう。そこで、米国 S&P 社倒産率データが示す 1981 年から 2008 年までの倒産比率 1.1%(過去 28 年間の中間値)を倒産企業の構成比と考え、各年の倒産企業から、ランダムに 1.1%に相当する倒産先(ここでは 4 社)をサンプリングし、正常先標本と合わせて、疑似全企業標本とした。このサンプリングを各年ごとに 11 回繰り返し、分布の平均値が 11 ケースのなかで中央値を示すケースを当該年を代表する全企業標本とみなし、モーメント計測、分布適合度検定を行った。

表 19: 全企業信用リスク値の分布適合度

年	2001	2002	2003	2004	2005	2006
標本数	401	398	393	403	406	413
平均値	-6.511	-6.412	-6.837	-7.402	-7.540	-7.568
中央値	-6.496	-6.563	-6.840	-7.374	-7.560	-7.582
標準偏差	2.743	2.992	2.679	2.547	2.578	2.353
分散	7.525	8.954	7.180	6.486	6.644	5.535
歪度 (同標準誤差)	0.548 (0.122)	0.598 (0.122)	0.376 (0.123)	0.287 (0.122)	0.618 (0.121)	0.288 (0.120)
歪度検定統計量	4.492	4.902	3.057	2.352	5.107	2.400
尖度 (同標準誤差)	2.044 (0.243)	1.312 (0.244)	1.106 (0.246)	0.772 (0.243)	2.183 (0.242)	0.834 (0.240)
ロジスティック分布 K-S 検定統計量 (同 p-value)	0.0211 (0.915)	0.0330 (0.237)	0.0271 (0.588)	0.0400 (0.044)	0.0347 (0.162)	0.0376 (0.077)
正規分布 K-S 検定統計量 (同 p-value)	0.0464 (0.037)	0.0626 (0.000)	0.0507 (0.017)	0.0481 (0.026)	0.0651 (0.000)	0.0487 (0.019)
分布適合度トップ 5 (K-S 検定統計量)						
1 位	ロジスティック (0.0211)	ロジスティック (0.0330)	ロジスティック (0.0271)	Student t (0.0387)	ロジスティック (0.0347)	ロジスティック (0.0376)
2 位	Student t (0.0237)	Student t (0.0440)	Student t (0.0387)	ロジスティック (0.0404)	Student t (0.0410)	Student t (0.0414)
3 位	正規 (0.0464)	対数正規 (0.0585)	正規 (0.0507)	正規 (0.0481)	正規 (0.0651)	正規 (0.0487)
4 位	ベータ (0.0469)	ガンマ (0.0591)	ベータ (0.0510)	ベータ (0.0484)	ベータ (0.0655)	ベータ (0.0491)
5 位	ガンマ (0.0491)	正規 (0.0626)	ガンマ (0.0534)	ガンマ (0.0579)	対数正規 (0.0658)	ガンマ (0.0611)

(注) 正規分布コルモゴロフ=スミルノフ検定における帰無仮説は「 $H_0$ :正規分布に従う」。  
ロジスティック分布コルモゴロフ=スミルノフ検定における帰無仮説は「 $H_0$ :ロジスティック分布に従う」。

(注) 分布適合度で当てはめを行った連続分布はロジスティック, Student t, 正規, 対数正規, ガンマ, ベータ, 最大値極値, ワイブル, ベータ PERT, 最小値極値, 三角, 一様の 12 種類。

こうして作成された全企業分布をみれば、正規性を前提とした歪度検定では、正の歪みがあるものの、全 12 種類の連続分布への適合度(コルモゴロフ=スミルノフ検定統計量)では、ガンマ、対数正規、最大値極値、ワイブルといった非対称分布ではなく、ロジスティック、Student t, という裾の重い対称分布への適合度が高く、正規分布はそれに次ぐという位置づけである(表 8)。適合度順ということからすれば、本稿においてもロジスティック分布を前提に議論を進めるべきかもしれないが、本稿では、元の分布がより標準的な正規分布に従うとの仮定で議論を進めた。即ち、倒産企業は、一般的には正常企業に比べて外れ値に位置することが多く、倒産企業を含めれば、歪度が大きくなることは不自然ではない。また、分布の右裾(財務内容が極端に悪い領域)に位置しているがゆえに、こうした企業が倒産することは、否定しないが、元の企業分布が対称分布であっても、閾値変動のメカニズムにより倒産すること、様々な非対称分布が形成されることを本稿では主張していることから、本稿では、元の分布が正規分布に従うとの仮定で議論を進めた。非対称分布という考え方においては、YとWが互いに独立で対称な確率密度関数であれば、歪んだ分布を生成することができる。YとWが正規分布以外の対称分布であったとしても、2つの対称分布から歪んだ分布が生成される。このため、一般的には前提となる分布は、必ずしも正規分布である必要はないが、裾の重いロジスティック分布あるいは student t 分布当てはめの可能性は今後の課題といたしたい。

## 付録 B. 非対称正規分布の歪度

### (1) 密度関数

非対称正規分布の密度関数は, (3.2)式より下記の通り (4 パラメータの場合).

$$f(z; \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2) = \frac{\varphi\left(\frac{z - \mu_1}{\sigma_1}\right) \Phi\left(\frac{z - \mu_2}{\sigma_2}\right)}{\sigma_1 \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}}\right)}$$

ここで, 元の分布を標準正規分布とし ( $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1$ ), 閾値分布のパラメー

タを  $\mu, \sigma$  で表わすとすれば, 非対称正規分布の密度関数は, 次の通りとなる.

$$(B.1) \quad f(z; \mu, \sigma) = \frac{\varphi(z) \Phi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{-\mu}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}\right)}$$

### (2) 積率母関数とキュムラント母関数

積率母関数は  $E[e^{tz}]$  で求められるから,

$$(B.2) \quad E[e^{tz}] = \frac{1}{\Phi\left(\frac{-\mu}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{tz} \varphi(z) \Phi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right) dz = \frac{e^{\frac{t^2}{2}} \Phi(\theta)}{\Phi(\alpha)}$$

$$\left( \text{ここで } \theta = \frac{t - \mu}{\sqrt{\sigma^2 + 1}}, \alpha = \frac{-\mu}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} \right)$$

更に, 積率母関数の対数として定義されるキュムラント母関数  $M(t)$  は,

(B.3)式の通り.

$$(B.3) \quad M(t) = \frac{t^2}{2} + \log\{\Phi(\theta)\} - \log\{\Phi(\alpha)\}$$

### (3) 一次, 二次, 三次キュムラントの導出

平均値周りのモーメントは, キュムラント母関数を順次微分し,  $t=0$  を代入することで求められる. (B.3) 式を  $t$  で一階微分すると,

$$(B.4) \quad M'(t) = t + \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)\varphi(\theta)}{\Phi(\theta)}$$

一次キュムラント  $\kappa_1$  (期待値) は, (B.4) 式に  $t=0$  を代入して,

$$(補.2-5) \quad \kappa_1 = M'(t)|_{t=0} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)}$$

(B.4) 式をさらに  $t$  で微分すると

$$(B.6) \quad M''(t) = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)^2 \left[ (\theta) \frac{\varphi(\theta)}{\Phi(\theta)} + \left\{ \frac{\varphi(\theta)}{\Phi(\theta)} \right\}^2 \right]$$

二次キュムラント  $\kappa_2$  (分散) は, (B.6) 式に  $t=0$  を代入して,

$$(B.7) \quad \kappa_2 = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)^2 \left[ (\alpha) \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} + \left\{ \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \right\}^2 \right]$$

(B.6) 式をさらに  $t$  で微分すると

$$(B.8) \quad M'''(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)^3 \frac{\varphi(\theta)}{\Phi(\theta)} \left[ (\theta^2 - 1) + 3\theta \frac{\varphi(\theta)}{\Phi(\theta)} + 2 \left\{ \frac{\varphi(\theta)}{\Phi(\theta)} \right\}^2 \right]$$

三次キュムラント  $\kappa_3$  は, (B.8) 式に  $t=0$  を代入して,

$$(B.9) \quad \kappa_3 = \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)^3 \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \left[ (\alpha^2 - 1) + 3\alpha \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} + 2 \left\{ \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \right\}^2 \right]$$

#### (4) 歪度

非対称正規分布の歪度  $\gamma$  は、下記の通りとなる.

$$(B.10) \quad \gamma = \frac{\kappa_3}{\kappa_2^{3/2}} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)^3 \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \left[ (\alpha^2 - 1) + 3\alpha \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} + 2 \left\{ \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \right\}^2 \right]}{\left[ 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma^2+1}}\right)^2 \left[ \alpha \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} + \left\{ \frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)} \right\}^2 \right] \right]^{3/2}}$$

$$\left( \text{ここで } \alpha = \frac{-\mu}{\sqrt{\sigma^2+1}} \right)$$

## 謝辞

本論文の執筆にあたり、指導教員である椿広計先生からは、社会人大学院の博士前期課程入学以来、今日に至るまで、10年間にわたって懇切丁寧な指導を賜りました。また、椿先生との出会いがなければ、当大学院に進学することも、統計学を学ぶこともなかったのではないかと思います。

さらに、椿先生からは、学問に対する姿勢、応用統計を運用する際の心構えといったことも学ばせて頂きました。心より感謝するとともに、改めてお礼申し上げたいと思います。

副指導教員の山下智志先生からは、信用リスクに関して実務と研究の両方を知る先達として、数多くの有益な助言を頂きました。また、ともすれば研究が滞りがちな私を、様々な研究会にお誘い頂くことで、支え励まし、背中を押していただいたと感謝しております。

本論文の審査過程において、数々の助言とご指導を賜りました藤澤洋徳先生、津田博史先生にも深く感謝申し上げます。また、川崎能典先生からは、金融分野に関する深い知見を生かした温かい助言を頂戴いたしました。そのほか、様々な場面で多くの方に支えられ、ここまで来たものと実感しております。誠に有難うございました。

最後に、修士入学以来、仕事と学生という二足のわらじを履くことを許し、10年にわたって応援してくれた家族に改めて感謝したいと思います。

## 参考文献

- [1] Altman, E.I. (1968). Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy, *Journal of Finance*, **23**, 589-609.
- [2] Arnold, B.C., and Beaver, R.J. (2002). Skewed Multivariate Model Related to Hidden Truncation and/or Selective Reporting, *Test*, **11** (1), 7-54.
- [3] Arnold, B.C., Beaver, R.I., Greeneveld, R.A., and Meeker, W.Q. (1993). The Nontruncated Marginal of a Truncated Bivariate Normal Distribution, *Psychometrika*, **58** (3), 471-488.
- [4] Azzalini, A (1985). A Class of Distributions Which Includes the Normal Ones, *Scandinavian Journal of Statistics*, **12** (12), 171-178.
- [5] Azzalini, A (1986). Further Results on a Class of Distribution Which Includes the Normal Ones, *Statistica*, **46**, 199-208.
- [6] Azzalini, A (2005). The Skew-Normal Distribution and Related Multivariate Families, *Scandinavian Journal of Statistics*, **32** (2), 159-188.
- [7] Azzalini, A., and Capitanio, A. (1999). Statistical Application of the Multivariate Skew-Normal Distribution, *Journal of the Royal Statistical Society*, **B61**, 579-602.

- [8] Azzalini, A., and Capitanio, A. (2003). Distributions Generated by Perturbation of Symmetry with Emphasis on a Multivariate Skew-t Distribution, *Journal of the Royal Statistical Society*, **B65**, 367-389.
- [9] Azzalini, A., and Dalla Valle, A. (1996). The Multivariate Skew-Normal Distribution, *Biometrika*, **83**, 715-726.
- [10] Beaver, W.(1966). Financial Ratios as Predictors of Failure, *Journal of Accounting Research*, **4** (Supp), 71-111.
- [11] Benedetti, S. M. (2004). Hedge Fund Portfolio Selection with Higher Moments, *Diploma Thesis to the Eth Zurich and University of Zurich*, 1-44.
- [12] Bernanke, B. and Gertler, M., 1995. Inside the black box: The credit channel of monetary policy transmission. *Journal of Economic Perspectives* 9(4) 27-48.
- [13] Betts, J.,and Belhoul, D. (1987). The Effectiveness of Incorporating Stability Measures in Company Failure Models, *Journal of Business Finance and Accounting*, **14** (3), 323-334.
- [14] Black, F., and Cox, J. (1976). Valuing Corporate Securities: Liabilities: Some Effects of Bond Indenture Provisions, *Journal of Finance*, **31**, 351-367.

- [15] Bordo, M. D., Dueker, M., and Wheelock, D., 2000. Aggregate price shocks and financial instability: An historical analysis. *Federal Reserve Bank of St. Louis, Working Paper*, 2000-005B.
- [16] Borio, C., 2003. Toward a macroprudential framework for financial supervision and regulation?, *Bank for International Settlements Working Papers*, No.128, Basel.
- [17] Borio, C. and Drehmann, M., 2009. Assessing the risk of banking crises-revised, *Bank for International Settlements Quarterly Review* (March) 29-46.
- [18] Borio, C., and Lowe, P., 2002, Asset, Asset process, financial and monetary stability: Exploring the nexus. *Bank for International Settlements Working Papers*, No. 114, Basel.
- [18] Deakin, E. B.(1972). A Discriminant Analysis of Predictors of Business Failure, *Journal of Accounting Research*, 10 (1), 167-179.
- [19] Duffie, D., and Singleton, K. (1999). Modeling Term Structure of Defaultable Bonds, *Review of Financial Studies*, 12, 687-720.
- [20] English, W., Tsatsaronis, K., and Zoli, E., 2005. Assessing the predictive power of measures of financial conditions for macroeconomic variables. In:

Investigating the relationship between the financial and real economy, *Bank for International Settlements BIS Papers*, No. 22, 228-252, Basel.

[21] Giesecke, K. (2005). Default and Information, *Journal of Economic Dynamic and Control*, **30**, 2281-2303.

[22] Giesecke, K., and Goldberg, L.R. (2004). Forecasting Default in the Face of Uncertainty, *The Journal of Derivatives*, **12**, 11-25.

[23] Gupta, R. C., and Gupta, R. D. (2004) Generalized Skew Normal Model, *Test*, **13** (2), 501-524.

[24] Hanschel, E., and Monnin, P., 2005. Measuring and forecasting stress in the banking sector: Evidence from Switzerland., *Bank for International Settlements BIS Papers*, **22**, 431-449, Basel.

[25] Hopwood, W., Mckeown, J. and Mutchler, J. (1994). A Reexamination of Auditor versus Model Accuracy within the Context of the Going-Concern Opinion Decision, *Contemporary Accounting Research*, **10** (2), 409-431.

[26] Illing, M. and Liu, Y., 2003. An index of financial stress for Canada, *Bank of Canada Working Paper*, No. 2003-14, Ottawa, June.

[27] Illing, M., and Liu, Y., 2006. Measuring financial stress in a developed country: An application to Canada, *Journal of Financial Stability*, **2** (4) 243-265.

- [28] Jarrow, R., and Turnbull, S. (1992). Credit Risk: Drawing the Analogy. *Risk*, 5 (9), 64-71.
- [29] Jarrow, R., and Turnbull, S. (1995). Pricing Options on Financial Securities Subject to Credit Risk, *Journal of Finance*, 50, 53-86.
- [30] Kawata, Y., 2012, Seeking for leading liquidity risk indicators, University of Tsukuba Master Degree Thesis, 1-44
- [31] Lennox, C. (1999). Identifying Failing Companies: A Reevaluation of the Logit, Probit and DA Approaches, *Journal of Economics and Business*, 51 (4), 347-364.
- [32] Longstaff, F., and Schwarz, E. (1995). A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt, *Journal of Finance*, 50, 789-819.
- [33] Merton, R. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk of Interest Rates, *Journal of Finance*, 29, 449-470.
- [34] Oet, M., Eiben, R. Bianco, T., Gramlich, D., Ong, S., and Wang, J., 2011(a). SAFE: An early warning system of systemic banking risk, *Federal Reserve Bank of Cleveland Working Paper*, 11-29.
- [35] Oet, M., Eiben, R. Bianco, T., Gramlich, D., and Ong, S., 2011(b). The financial stress index: Identification of systemic risk conditions, *Federal Reserve Bank of Cleveland Working Paper*, 11-30, November.

- [36] Ohlson, J. (1980). Financial Ratio and Probabilistic Prediction of Bankruptcy, *Journal of Accounting Research*, **18 (Spring)**, 109-131.
- [37] Ono, T. and Tsubaki, H., 2009, The bridge between default prediction model and survival analysis model, Proceedings of 21<sup>st</sup> Asian-Pacific Conference on International Accounting Issues (Las Vegas) (CDROM).
- [38] Ono, T., Tsubaki, H. and Yamashita, S., 2010, Stochastic truncation model of default distribution, Proceedings of 22<sup>nd</sup> Asian-Pacific Conference on International Accounting Issues (Gold Coast) (CDROM).
- [39] Ono, T., Tsubaki, H. and Yamashita, S., 2011, Default distribution model truncated by stochastic credit standard: Application of skew-normal distribution, Proceedings of 23<sup>rd</sup> Asian-Pacific International Accounting Issues (Beijing) (CDROM).
- [40] Pozsar, Z., 2011, Can shadow banking be addressed without the balance sheet of the sovereign?, <http://www.voxeu.org/index.php?q=node/7878>, 16 November.
- [41] Stock, J.H., Watson, M.W., 2002, Macroeconomic forecasting using diffusion indexes, *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(2), 147-162.
- [42] Swiston, A., 2008. A U.S. financial conditions index, International Monetary Fund, Working Paper, WP/08/161, June.

- [43] Walls, W. D. (2005). Modelling Heavy Tails and Skewness in Film Returns, *Applied Financial Economics*, **15**, 1181-1188.
- [44] 池尾和人, 2013, 第4章 金融危機と銀行規制, なぜ金融危機は起こるのか〜金融経済研究のフロンティア〜, 東洋経済新報社, 93-117.
- [45] 池尾和人, 2013b, 第2講 その3 金融危機以降の変化, 連続講義・デフレと経済政策, 日経BP社, 130-151.
- [46] 森平爽一郎, 岡崎貫治, 2009, マクロ経済効果を考慮したデフォルト確率の期間構造推定, 2009年度日本ファイナンス学会第17回大会予稿集, 103-112.
- [47] 西村吉正, 2011, 金融システム改革50年の軌跡, 金融財政事情研究会
- [48] 大野忠士, 山下智志, 椿広計, 2011, 与信判断が確率変動する時の倒産企業の信用リスク値分布のモデル化-Skew-normal分布の応用-, 統計数理, 59(1), 3-23.
- [49] 大野忠士, 椿広計, 2012, フィナンシャルストレスモデル(流動性危機予測モデル), JAFEE 2012 冬季大会予稿集, 132-140.
- [50] 大野忠士, 椿広計, 山下智志, 2010, 確率変動する閾値による倒産企業分布のモデル化, 2010年度日本ファイナンス学会第18回大会予稿集, 548-561.
- [51] 敦賀智裕, 山下智志, 2007, デフォルト境界が不確実な場合の損失率:優先劣後構造を持つ債権への応用, 金融研究, 26(別冊2), 79-102.