氏　　　　名	佃　康司
学位（専攻分野）	博士(統計科学)
学 位 記 番 号	総研大甲第 1755 号
学位授与の日付	平成27年3月 24 日
学位授与の要件	複合科学研究科　統計科学専攻 学位規則第6条第1項該当
学 位 論 文 題 目	Contributions to the theory of weak convergences in Hilbert spaces and its applications
論 文 審 査 委 員	主　査　　准教授　間野　修平 准教授　西山　陽一 教授　栗木　哲 教授　塚原　英敦　成城大学

(別紙様式 2)
(Separate Form 2)

論文内容の要旨

Summary of thesis contents

本論文は、可分ヒルベルト空間に値をとる確率変数列の弱収束と、その統計解析への応用を議論している。無限次元空間における弱収束理論については、理論的な興味だけではなく統計的応用の見地からも、その重要性が認識されている。第 1 章では、可分ヒルベルト空間における弱収束理論の歴史的背景と、それを踏まえた本研究の動機が説明されている。Donsker (1952)は、Kolmogorov-Smirnov 検定の統計量の漸近分布について、特性関数の計算ではなく汎関数中心極限定理に基づく統一的な導出法を確立した。その後の多くの研究においては Skorokhod 空間（càdlàg 関数の空間）D やℓ^∞空間が扱われており、多くの成果が得られているが、L^2 空間における弱収束については、その結果が D やℓ^∞空間におけるものと比較して弱くなるため、あまり考察されていない。しかし、応用上その「弱い」結果で十分なこともあるため、L^2 空間における弱収束を扱う議論にも十分な意義があり、扱いうる確率変数列の範囲が広いという利点もある。第 2 章では、可分ヒルベルト空間に値をとる確率変数列の緊密性を保証する Prokhorov (1956)による判定条件を導くための容易に確認できる新しい十分条件が提示され、証明されている。残りの部分では、その 2 つの応用、すなわち、変化点検定問題への応用（Part I: 第 3〜7 章）とランダム組み合わせ構造をもつモデルにおける汎関数極限定理への応用（Part II: 第 8〜10 章）が論ぜられている。

まず、Part I の核となる第 3 章では、基本となる独立確率変数の密度関数をもつパラメトリックモデルについて、観測時間の途中でパラメータの真値が変化したか否かを検定する変化点検定問題が考察されている。変化点検定には、統計的品質管理、河川の流量の変化、薬剤や広告の効果発現の分析など、多くの応用がある。3.1 節における歴史的背景の説明の後、3.2 節において、変化点が観測時間の端点付近にある場合の検出力を高めるために、D やℓ^∞空間における弱収束理論では取り扱うことのできない Anderson-Darling 型の重みをつけて積分した新しい統計量が提案されている。確率場の弱収束を L^2 空間で示すことにより帰無仮説のもとでの漸近分布が導出され、さらに検定の一致性が証明されている。特別なパラメトリックモデルにおける検出力の解析的な比較および数値実験による検証が第 7 章において論ぜられている。3.8 節において、依存データへ一般化するための方針が説明されている。その方針に基づき、第 4 章では、2 種のマルチンゲール確率場が L^2 空間において弱収束するための十分条件を与える定理がそれぞれ証明されている。その応用として、第 5 章では、連続時間のエルゴード的確率過程の場合についての変化点検定の一般論と拡散過程への応用が展開されている。第 6 章においては、離散時間のエルゴード的確率過程の場合についての変化点検定の一般論と時系列への応用が論ぜられている。

Part II では、応用確率論において重要であると認知されている、自然数 n の分割として表現される 2 種のランダム組み合わせ構造のモデルが考察されている。第 8 章における導入の後、第 9 章では Ewens sampling formula、第 10 章では random mappings について、分割の要素の数に関する汎関数中心極限定理が論ぜられている。確率法則をもつ自然数の分割は、理論的な興味だけでなく、集団遺伝学・ベイズ統計学・生態学・経済物理学をはじめとする幅広い応用があるため、多くの研究がおこなわれてきた。本論文で扱われている 2 つのモデルは特に重要なモデルであり、D における汎関数中心極限定理も早い段階で証明されている。先行研究においては、Poisson 過程による近似に着目し、D における弱収束理論が用いられているが、収束率を標準的な $n^{1/2}$ ではなく、log n としなければならない

ことが知られていた。本研究の特筆すべき点のひとつは、収束率を詳細に 1+(1/2)+…+(1/n) に置き換える工夫により、重み付きの確率場に L^2 空間における弱収束理論を用いることを可能にしたことである。その極限は、先行研究の汎関数中心極限定理により得られるブラウン運動ではなくブラウン運動を観測時刻の平方根で除したものになり、有用性が期待できる。

本論文の成果は、次の 2 つに要約することができる。可分ヒルベルト空間の極限定理を導く一般的な弱収束理論を用いて、(I)確率変数列における変化点検定問題を考える上で重要ないくつかの確率場に関する新たな定理を導き、変化点検定問題に応用したこと、(II)確率分割において基本的な 2 つの確率法則に関して新たな汎関数中心極限定理を与えたこと、である。異なる 2 つの問題に共通したアプローチが適用されているところが本論文の特色であり、このアプローチを用いることで、さらに多くの L^2 空間における極限定理が得られることが期待される。

(別紙様式 3)
(Separate Form 3)

博士論文の審査結果の要旨

Summary of the results of the doctoral thesis screening

佃康司氏の博士論文審査委員会は、2015 年 1 月 27 日 10:00 より約 1 時間 45 分にわたって開催された。出願者による約 45 分間の公開セミナー形式の発表による概要説明、約 15 分間の質疑応答、さらに約 45 分間の審査員のみによる審査と口述による試験を踏まえた上での審議の結果、以下に述べる理由により、審査委員会は、提出された博士出願論文は学位授与の水準に達していると判断し、本審査の合格を推薦する結論に達した。

博士出願論文は 10 章から成る。第 1 章では、可分ヒルベルト空間における弱収束理論の歴史的背景と、それを踏まえた本研究の動機が説明されている。第 2 章では、可分ヒルベルト空間に値をとる確率変数列の緊密性を保証する Prokhorov (1956) による判定条件を導くための、容易にチェックできる新しい十分条件が提示され、証明されている。残りの部分では、その 2 つの応用、すなわち、変化点検定問題への応用（Part I: 第 3～7 章）とランダム組み合わせ構造をもつモデルにおける汎関数極限定理への応用（Part II: 第 8～10 章）が論ぜられている。

まず、Part I の核となる第 3 章では、基本となる独立確率変数の密度関数をもつパラメトリックモデルについて、観測時間の途中でパラメータの真値が変化したか否かを検定する問題が考察されている。3.1 節における歴史的背景の説明の後、3.2 節において、変化点が観測時間の端点付近にある場合の検出力を高めるために、Anderson-Darling 型の重みをつけて積分した新しい統計量が提案されている。帰無仮説のもとでの漸近分布が導出され、さらに検定の一致性が証明されている。特別なパラメトリックモデルにおける検出力の解析的な比較および数値実験による検証が第 7 章において論ぜられている。3.3 節において、依存データの場合へ一般化するための方針が説明されている。

その方針に基づき、第 4 章では、2 種のマルチンゲール確率場が L^2 空間において弱収束するための十分条件を与える定理がそれぞれ証明されている。その応用として、第 5 章では、連続時間のエルゴード的確率過程の場合についての変化点検定の一般論と拡散過程への応用が展開されている。第 6 章においては、離散時間のエルゴード的確率過程の場合についての変化点検定の一般論と時系列への応用が論ぜられている。

Part II では、応用確率論において重要であると認知されている、自然数 n の分割として表現される 2 種のランダム組み合わせ構造のモデルが考察されている。第 8 章における導入の後、第 9 章では Ewens sampling formula、第 10 章では random mappings について、分割の要素の数に関する汎関数中心極限定理が論ぜられている。先行研究においては、Poisson 過程による近似に着目し、Skorokhod 空間における弱収束理論が用いられているが、収束率を標準的な $n^{1/2}$ ではなく、log n としなければならないことが知られていた。本研究の特筆すべき点のひとつは、収束率を詳細に $1+(1/2)+\ldots+(1/n)$ に置き換える工夫により、重み付きの確率場に L^2 空間における弱収束理論を用いることを可能にしたことである。その極限は、先行研究の汎関数中心極限定理により得られるブラウン運動ではなくブラウン運動を観測時刻の平方根で除したものになり、有用性が期待できる。

本博士出願論文の 3.2 節と 7 章は、査読付き学術雑誌に掲載された Tsukuda and Nishiyama (2014, J. Statist. Plann. Inference) に基づいている。他の部分も、投稿中、または投稿準備中の論文にまとめられている。

以上のことから、本博士出願論文は内容の充実した優れた論文であると考えられるため、審査委員会は、本博士出願論文は学位授与の水準に十分に達していると全員一致で判断した。