

高温超伝導コイルの電磁特性に対する
線材内遮蔽電流の影響に関する研究

辺見 努
博士（工学）

総合研究大学院大学
物理科学研究科
核融合科学専攻

平成 17 年度
(2005)

目次

第1章 序論	1
1. 1 核融合研究	3
1. 1. 1 核融合研究の背景	3
1. 1. 2 核融合研究の状況と超伝導コイルの必要性	4
1. 1. 3 高温超伝導研究の重要性	5
1. 2 内部導体型プラズマ閉じ込め装置	8
1. 2. 1 内部導体型プラズマ閉じ込め装置への高温超伝導線材の応用	8
1. 2. 2 Mini-RT 装置用磁気浮上コイルの永久電流減衰特性	9
1. 3 高温超伝導線材の特性	13
1. 3. 1 高温超伝導線材の臨界電流特性と n 値	13
1. 3. 2 高温超伝導線材の構造	14
1. 3. 3 高温超伝導線材の遮蔽電流と交流損失	14
1. 4 本論文の目的と内容	21
第2章 高温超伝導コイル試験装置	23
2. 1 緒論	25
2. 2 高温超伝導コイル試験装置の構成とその設計	26
2. 2. 1 外部磁場印加用超伝導コイル	27
2. 2. 2 高温超伝導コイル用サンプルステージ	30
2. 2. 3 高温超伝導電流リード	31
2. 2. 4 装置の熱設計	31
2. 2. 5 装置の完成写真	31
2. 3 高温超伝導コイル試験装置の特性	42
2. 3. 1 冷却・励磁試験	42
2. 3. 2 サンプルステージの振動・雑音特性	42
2. 4 高温超伝導電流リードの設計	52
2. 4. 1 高温超伝導電流リード銅部の設計	53
2. 4. 2 高温超伝導電流リード高温超伝導部の設計	55
2. 4. 3 輻射シールドの設計	57
2. 4. 4 伝導冷却型 LTS コイル用高温超伝導電流リードの設計と試験	57
2. 5 結論	71

第3章 高温超伝導コイル内の遮蔽電流とその輸送電流との相互作用	73
3. 1 緒論	75
3. 2 高温超伝導コイル	76
3. 3 遮蔽電流の減衰特性	79
3. 3. 1 磁場依存性	79
3. 3. 2 温度依存性	79
3. 3. 3 温度変化による影響	80
3. 3. 4 励磁パターンによる影響	80
3. 4 簡易モデルによる遮蔽電流の評価	86
3. 4. 1 簡易モデルによる遮蔽電流の初期電流に関する検討	87
3. 4. 2 簡易モデルによる遮蔽電流の減衰特性に関する検討	88
3. 5 遮蔽電流と輸送電流の相互作用	99
3. 5. 1 輸送電流を通电したときの遮蔽電流の減衰特性	99
3. 5. 2 遮蔽電流と輸送電流の両方を加えたときの電場特性	99
3. 6 結論	101
第4章 有限要素法による高温超伝導コイルの数値解析	103
4. 1 緒論	105
4. 2 高温超伝導コイルの数値解析手法	107
4. 2. 1 高温超伝導体の非線形性	108
4. 2. 2 有限要素法による高温超伝導コイルの数値解析手法	108
4. 3 有限要素法による遮蔽電流の減衰特性に関する検討	112
4. 4 有限要素法による遮蔽電流と輸送電流の相互作用に関する検討	117
4. 5 結論	126
第5章 永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性	127
5. 1 緒論	129
5. 2 高温超伝導コイルの電流減衰特性の測定	130
5. 2. 1 実験試料と実験装置	130
5. 2. 2 高温超伝導コイルの電流減衰特性の測定	135
5. 3 有限要素法による高温超伝導コイルの電流減衰特性の数値解析	138
5. 3. 1 有限要素法による数値解析手法	138
5. 3. 2 有限要素法による電流減衰特性に関する検討	139
5. 3. 3 電流減衰特性の改善に関する検討	150
5. 4 結論	154

第6章 総括	155
付録	159
付録A 有限要素法による高温超伝導コイルの定式化	161
A. 1 準定常電磁場における支配方程式	161
A. 2 Galerkin 法による重み付き残差積分	165
A. 3 一次三角要素による離散化	168
A. 4 高温超伝導体の非線形性の取扱	172
A. 5 永久電流モードで動作する高温超伝導コイルのための定式化	175
付録B 高温超伝導コイルの電場に関する検討	178
B. 1 電気スカラポテンシャルの導出	178
B. 2 断面積ゼロのリングに鎖交する磁束による誘導起電力	179
B. 3 コイルの1ターンの誘導起電力とその条件	181
B. 4 コイルの1ターンの電圧とその条件	182
付録C 数値解析の手順	185
C. 1 各時間ステップの解析手順	185
C. 2 全時間の解析手順	189
付録D 連立一次方程式の解法	194
D. 1 連立一次方程式のデータ構造	194
D. 2 SSOR 前処理付き共役勾配法	195
D. 3 ソルバーの正当性検証と検証用問題の生成	197
付録E 数値解析コードの検証	198
付録F 熱侵入の計算手法および各種物性値	206
F. 1 有限要素法による温度分布と熱侵入の計算手法	206
F. 2 高温超伝導電流リードや支持構造材に用いる各種材料の物性値	212
F. 3 輻射による熱侵入の計算方法	219
謝辞	221
参考文献	223

第1章 序論

1. 1 核融合研究

1. 1. 1 核融合研究の背景

長期的なエネルギーの需要は、社会構造、人々のライフスタイル、政策、科学技術等により決定される。現在の主なエネルギー源である石油、天然ガス、石炭などの化石燃料は、その消費に伴って発生する二酸化炭素等の温室効果ガスによる地球温暖化や環境保全が重要な課題とされている。さらに、化石燃料の埋蔵量は有限である。将来のエネルギー源は、大気中への温室効果ガスの排出量が少なく、環境保全に配慮されたものである必要があり、持続可能な経済発展とエネルギーの安定供給、地球環境の保全を同時に満たすため、資源的制約が少なく、経済性、環境保全性、供給容量も十分なエネルギー源が必要不可欠である。したがって、代替エネルギーの開発を広範囲に進め、それらの中から最適なエネルギー供給構成を最適化することが求められている。

揚水発電を含めた水力発電や地熱発電については、二酸化炭素発生量が少なく負荷追従性にも優れるが、開発箇所が限られており、新たに多く建設することは期待できない。太陽光発電、風力発電については、資源、環境的制約が少なく、分散電源としても有望な代替エネルギーであるが、天候等に左右され安定供給が困難であるとともに広大な面積を必要とする。バイオマスも資源量、環境適合性に優れ、代替エネルギーとして期待されているが、単独でのエネルギー源とするのは困難である。核分裂反応を利用した原子力発電は、ウラン 235 を燃料とする現状の軽水炉だけでは資源的制約が大きく、高速増殖炉を含めた核燃料サイクルが実現することが安定供給の前提である。さらに、社会的受容性や立地条件に加え、高レベル放射性廃棄物の超長期的な処分の問題を解決する必要がある。[1. 1][1. 2]

これらの各種エネルギー源に対して、核融合によるエネルギー供給は代替エネルギーとして有力な候補の一つである。もっとも実用化が考えられている重水素-三重水素核融合については、その燃料である重水素およびリチウムが海水から無尽蔵に採取可能である。また、核融合の原理的性質として、反応が暴走しないこと、少量の燃料から膨大なエネルギーを取り出せることから大規模エネルギー源として安定供給が期待できること、中性子照射による低レベル放射性廃棄物は発生するが高レベル放射性廃棄物は発生しないこと、反応の過程で二酸化炭素の発生がなく地球温暖化の原因とならないなど優れた特徴を有している。このため、核融合によるエネルギー供給を出来るだけ早期に実現することは極めて重要な課題として捉えられる。[1. 3][1. 4]

1. 1. 2 核融合研究の状況と超伝導コイルの必要性

現在の核融合研究は、磁場閉じ込め方式と慣性閉じ込め方式に大きく分類される。磁場閉じ込め方式は閉じ込め磁場の形状から環状プラズマのトーラス型と直線プラズマ型に分類され、トーラス方式は磁場配位からトカマク型、ヘリカル型、内部導体型、逆転磁場ピンチ型等に分類される。また、慣性閉じ込め方式にはレーザー方式と重イオンビーム方式がある。[1. 3][1. 4]

磁場閉じ込め方式としては、現在、トカマク方式とヘリカル方式がもっとも研究が進んでいる。このうち、トカマク方式では、すでに、プラズマを加熱する入力エネルギーと核融合反応により出力されるエネルギーが等しくなる条件である臨界プラズマ条件を達成する領域まで到達している。一方、Fig. 1. 1. 1(a)に示した大型ヘリカル装置 (LHD) [1. 5]に代表されるヘリカル方式もこれを追従すべく研究開発が進展しており、環状プラズマの共通理解・共通発展が大きく期待される場所である。現在、トカマク方式として、Fig. 1. 1. 1(b)に示した国際熱核融合実験炉(ITER) [1. 6][1. 7]の建設が合意され、建設が進められる段階となっている。これは、日本、EU、アメリカ、ロシア、中国、韓国による国際協力が進められる巨大プロジェクトであり、自己点火条件と長時間燃焼の実現を目指して研究開発が行われる。この計画では、JT-60 (日本) [1. 8]や JET(EU)等で得られたプラズマ閉じ込め特性の理解をもとに、装置規模が決定されている。

磁場閉じ込め方式の核融合炉の技術的課題としては、重水素と三重水素による核融合反応によって発生する 14 MeV の中性子が照射される第一壁やダイバータなどの低放射化構造材料、中性子とリチウムの反応からトリチウムを生成するブランケット、強磁場を定常的に生成する大型超伝導コイル[1. 9]-[1. 15]など多くの重要な課題がある。

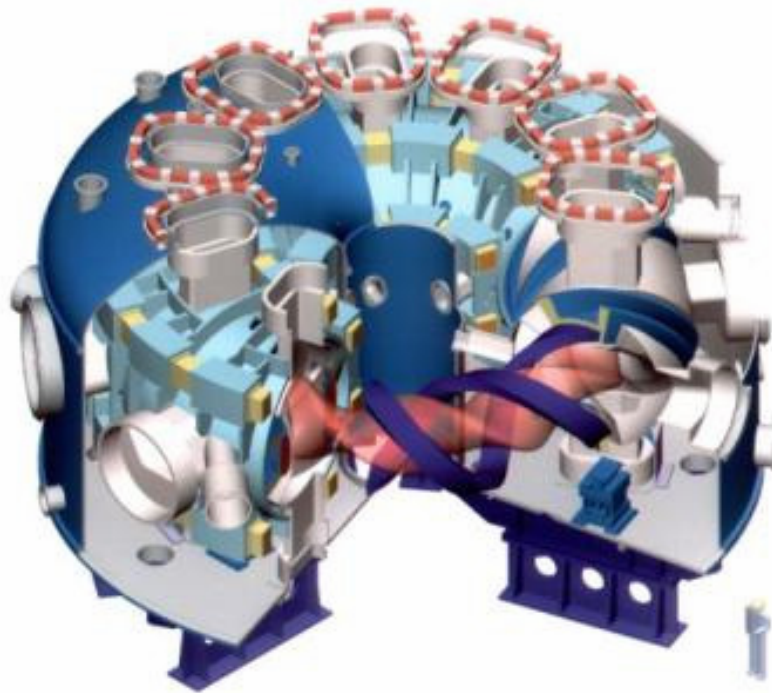
これらの技術的課題の中で、磁場閉じ込め方式の核融合炉では、強磁場を定常的に生成する必要があるため、超伝導コイルは経済性の観点から必須である。これは、常伝導コイルを用いて磁場生成を行った場合、プラズマ閉じ込めのために必要な磁場を生成するためのジュール損失が核融合反応によって生成されるエネルギーを超えるためである。これに対して、超伝導コイルを低温に維持するために必要な冷凍機の電力は発電量に対して十分に小さい。さらに、超伝導コイルの場合、コイルの電流密度を上げて小型化することが可能である。このため、プラズマと超伝導コイル間の距離を離すことで巻線誤差などに伴う磁気面の乱れ[1. 16]を抑制し、プラズマの閉じ込め性能を改善できるだけでなく、超伝導コイルに対して十分な放射線遮蔽シールドを設置できると期待される。このような超伝導コイルの特徴を用いた大型ヘリカル装置[1. 17]及び TRIAM-1M[1. 18]では、すでに 30 分から数時間の定常的なプラズマ放電を実現している。

現在もそれぞれの装置において、プラズマの閉じ込め性能を向上させる研究が続けられており、

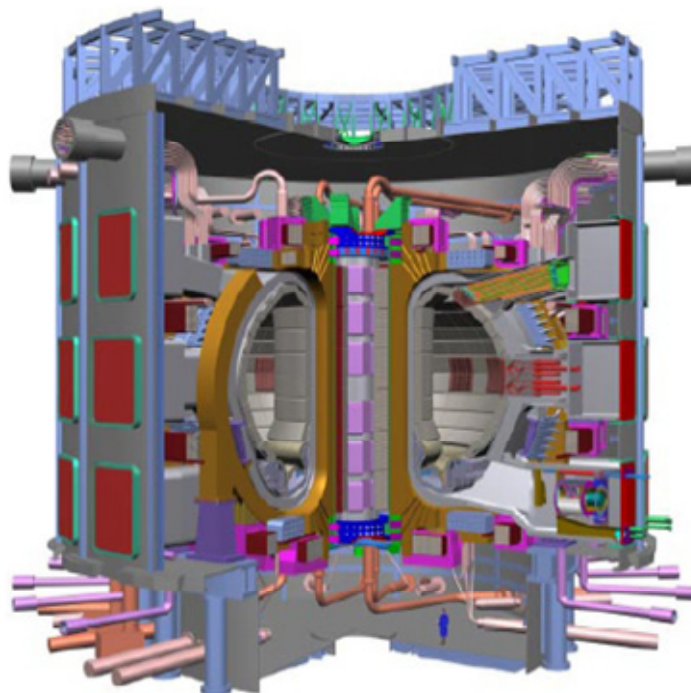
これをもとに、トカマク型やヘリカル型の核融合炉の概念設計が行われているが、比較的コンパクトな設計例でも磁気エネルギーが 100 GJ を超えるような巨大なコイルシステムが必要とされ、電磁力支持構造材を含めると冷却重量は数万トンになる。今後、超伝導コイルをさらに強磁場化することが可能となれば、装置を小型化することができ経済性にも優れた設計が可能となる。よって、核融合炉の実現に向けて、超伝導コイルの高性能化は、非常に重要な研究課題として位置づけられるものである [1. 19]。超伝導コイルの高性能化に関する技術的課題としては、臨界電流密度、臨界磁場、臨界温度の向上、超伝導導体および超伝導コイルの低交流損失化、高安定化および冷却構造の最適化、巨大な電磁力に耐えるための機械的強度の向上、安定化材も含めた超伝導導体の中性子に対する低放射化などがある。さらに、超伝導導体や構造材料の使用量の低減、コストの低減、冷凍機の効率の向上および運転や保守に必要なコストの低減など経済性も重要な課題である。

1. 1. 3 高温超伝導研究の重要性

発見から約 20 年が経過した高温超伝導体は、すでに km 級の線材化が行われるに至り、超伝導コイルへの応用も始まっている。Table 1. 1. 1 と Fig. 1. 1. 2 に示すように、高温超伝導体は金属系超伝導体と比較して臨界温度 T_C 、上部臨界磁場 B_{C2} 、臨界電流密度 J_C がはるかに高いという優れた特性を持っている [1. 20]。臨界温度が高いことは、高温超伝導線材を核融合炉用の超伝導コイルに適用した場合、運転温度を高く設定できるため、冷却に必要な電力負荷を大幅に低減し、発電効率を向上できるものと期待される。さらに、運転温度を 20 K 程度にすることにより、Fig. 1. 1. 3 に示すようにコイルの構成材料の固体比熱が 4 K (液体ヘリウム温度) と比較して約 100 倍に大きくなるため、電磁力による素線の動きや放射線による核発熱などに対して温度マージンを大きくとることができ、金属系超伝導体と比較して冷却安定性が格段に向上する。一方、上部臨界磁場が金属系低温超伝導体に比べてはるかに高いことから、20 T 以上の高磁場発生も可能であり、コンパクトな炉設計へつながる可能性がある。また、トカマク方式のプラズマ断面を非円形 [1. 21] としたときに現れる垂直位置不安定性 [1. 22] を抑制する方策として高温超伝導体を用いた方法が提案されている [1. 23] [1. 24]。高温超伝導体を用いた核融合装置の概念検討は、A-SSTR2 [1. 25] や VECTOR [1. 26] (日本)、ARIES-AT (米国) [1. 27] [1. 28] として行われている。しかしながら、大型超伝導コイルへ高温超伝導体を適用するには、大電流容量の導体開発を行うとともに、臨界電流密度の向上、交流損失の低減、機械的強度の向上、冷却方式を含めた巻線構造の最適化など、さらなる研究開発が必要不可欠である。また、複雑な非線形特性をもつ電磁現象など特性の解明が重要な課題として考えられる。



(a) Large Helical Device (LHD) [1.5]



(b) International Thermonuclear Experimental Reactor (ITER) [1.6]

Fig. 1.1.1 Nuclear fusion devices.

Table 1.1.1 Upper critical magnetic field and critical temperature of superconductors. [1.29][1.30]

	B_{C2}	T_C
NbTi	12 T	9.5 K
Nb ₃ Sn	29 T	18.3 K
Nb ₃ Al	30 T	18.9 K
MgB ₂	60 T	39 K
Bi2212	400 T	80 K
Bi2223	533 T	110 K
YBCO	674 T	93 K

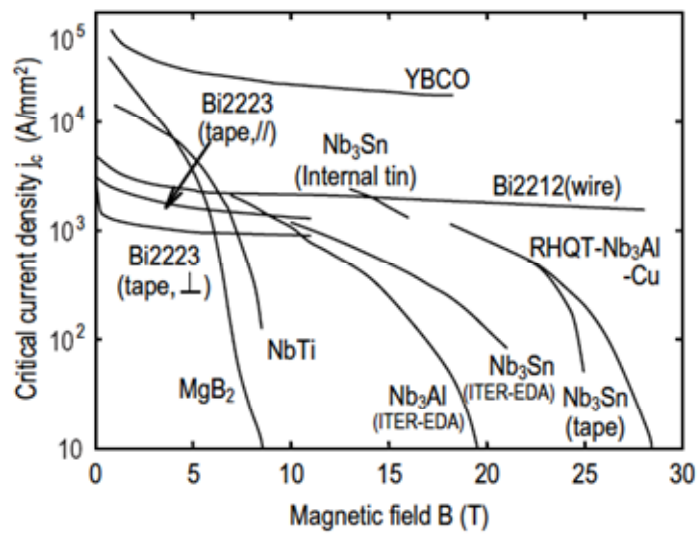


Fig. 1.1.2 Critical current properties of superconductors. [1.19]

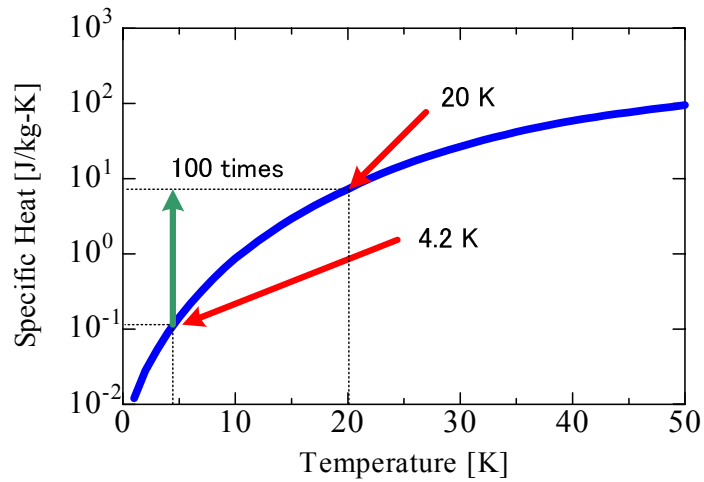


Fig. 1.1.3 Temperature dependence of specific heat (Copper).

1. 2 内部導体型プラズマ閉じ込め装置

1. 2. 1 内部導体型プラズマ閉じ込め装置への高温超伝導線材の応用

高温超伝導線材のプラズマ核融合実験装置への応用例としては、東京大学高温プラズマ研究センターに建設された内部導体型プラズマ閉じ込め装置「Mini-RT」がある[1. 31][1. 32]。

1970年代に建設された内部導体型プラズマ閉じ込め装置は、MHD安定性とプラズマ閉じ込めについて当時革新的な研究の進展に貢献した[1. 33]が、以後は、トカマク方式やヘリカル方式（外部導体型方式）が主流となった。一方、1980年代後半に木星磁場で超高ベータプラズマが閉じ込められていることが、ボイジャーなどの観測から見出されると、ダイポール磁場による超高ベータプラズマ閉じ込めの可能性が提案され、これにもとづいて、D-³He核融合反応やD-D核融合反応を利用した核融合炉の設計も行われている[1. 34]-[1. 36]。また、内部導体型プラズマ閉じ込め装置を用いた新しい緩和理論に基づく超高ベータプラズマ閉じ込めの可能性が見出された[1. 37]。Mini-RT装置は、こうしたコンセプトを実証することを目的とする一連の研究の先駆けとして建設されたものであり、高温超伝導コイルを真空容器中で磁気浮上させて用いる。一方、類似の装置としてマサチューセッツ工科大学（米国）に建設されたLDX装置がある[1. 38]-[1. 41]。こちらは、浮上コイルにNb₃Sn金属系超伝導線材を用いて、引き上げコイルに高温超伝導線材を用いている。

Mini-RT装置では、磁気浮上させたリング状のコイルを用いてダイポール磁場を発生し、プラズマ中に生成した径電場により高速流を伴う緩和課程を利用して高ベータプラズマを閉じ込める[1. 37]。磁気浮上コイルは、真空中で長時間浮上する必要があり、高温プラズマを生成するためにはプラズマと直交するような電流リードや冷却配管等を取り付けることができない。そのため、浮上コイルは永久電流モードで動作し、コイルの固体比熱だけで長時間低温に保つ必要がある。そこで、磁気浮上コイルの巻線に銀シースBi₂Sr₂Ca₂Cu₃O_x（Bi-2223）高温超伝導テープ線材を採用し、高温超伝導線材の高い臨界温度特性を利用して運転温度を20 Kから40 Kの範囲に設定し、数時間におよぶ磁気浮上を可能としている。Fig. 1. 2. 1にMini-RT装置におけるプラズマ閉じ込めの様子を、Fig. 1. 2. 2にMini-RT装置の構成を示す。Fig. 1. 2. 3に浮上コイルの構造、Table 1. 2. 1に高温超伝導コイルの諸元を示す。浮上コイルは、主磁場を生成する高温超伝導コイルと永久電流スイッチ、電流リードと冷却配管の着脱部、ステンレス製の輻射シールドから構成される。

1. 2. 2 Mini-RT 装置用磁気浮上コイルの永久電流減衰特性

Mini-RT 装置が完成した際に、磁気浮上コイルの特性試験を実施したところ、電流減衰時定数が予測よりも大幅に短いことが観測された[1.42][1.43]。このとき、測定された高温超伝導コイルの電流減衰特性を Fig. 1.2.4 に示す。高温超伝導線材の場合は、磁束フローに基づく本質的な抵抗が存在するが、磁束フロー抵抗の磁場依存性を考慮して輸送電流のみが流れているとして推定した値(180時間)と比較して、実際に測定された減衰時定数(20時間)は一桁近く短いものであった。この電流減衰特性から高温超伝導コイルの実効抵抗を求めると、Fig. 1.2.5 のように評価された[1.44]。

一方、より大きなインダクタンスをもつコイルであるリニアモーターカー用に開発された永久電流モードで動作する高温超伝導コイルにおける電流減衰特性は 0.44 %/day[1.45]-[1.48]であり、Mini-RT 装置の次期装置である RT-1 用に開発された高温超伝導コイル[1.49][1.50]の電流減衰特性も 1 %/day と高い性能が確認されている。

電流減衰時定数の設計値と実際の観測結果の違いの原因としては、高温超伝導線材の製造や巻線に伴う機械的な劣化が考えられる。しかし、現状の線材ではフィラメントにツイストが施されていない構造であるためコイル自身が発生する変動磁場により大きな遮蔽電流が高温超伝導線材に流れることが推測され、これと輸送電流との相互作用により電流減衰特性に影響する可能性も考えられた。

遮蔽電流の影響に関する研究としては、1970年代に、ツイストが施されていないテープ状の金属系超伝導線材を用いた研究が行われている。また、欧州原子核共同研究機関(CERN)の泡箱 BEBC 用超伝導マグネットにおいて、遮蔽電流が流れたことによる想定外の巨大な電磁力で導体が捻じれ、絶縁が破れるという故障が記録されている[1.51]。NbTi 超伝導線材を用いた永久電流モード用超伝導マグネットにおいても、微小ではあるが電磁現象によると考えられる遮蔽電流と輸送電流の相互作用が検討され[1.52]、その対策のためにコイルの励磁履歴を工夫する方法が提案されている[1.53]。また、誤差磁場により影響される加速器用超伝導マグネットにおいても遮蔽電流の影響が無視できず、それに対する研究が現在も行われている[1.54]。高温超伝導線材においても、交流横磁界下での YBCO 超伝導線材のクエンチ特性に対する遮蔽電流の影響が検討されている[1.55]。

そこで、本研究では線材内を流れる遮蔽電流と高温超伝導線材の非線形特性に起因する電磁現象により、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性の説明を試みている。

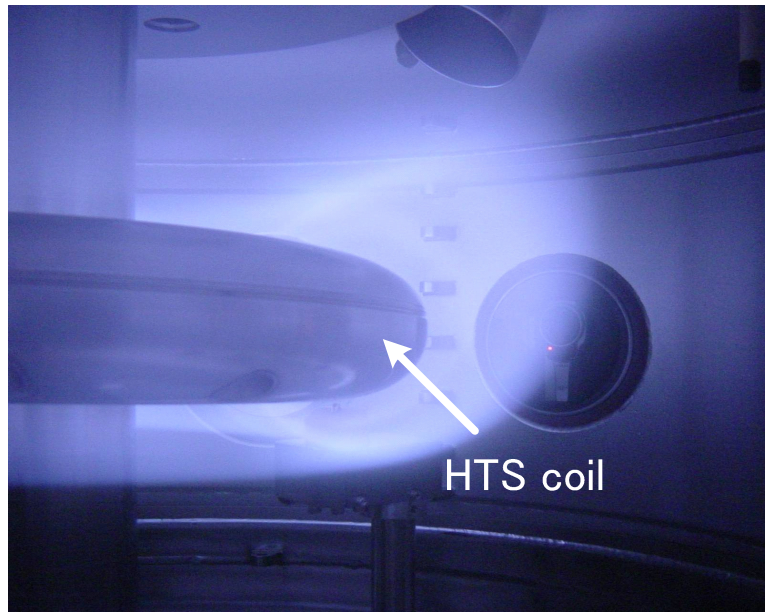


Fig. 1.2.1 Internal coil device “Mini-RT” with a high temperature superconductor.

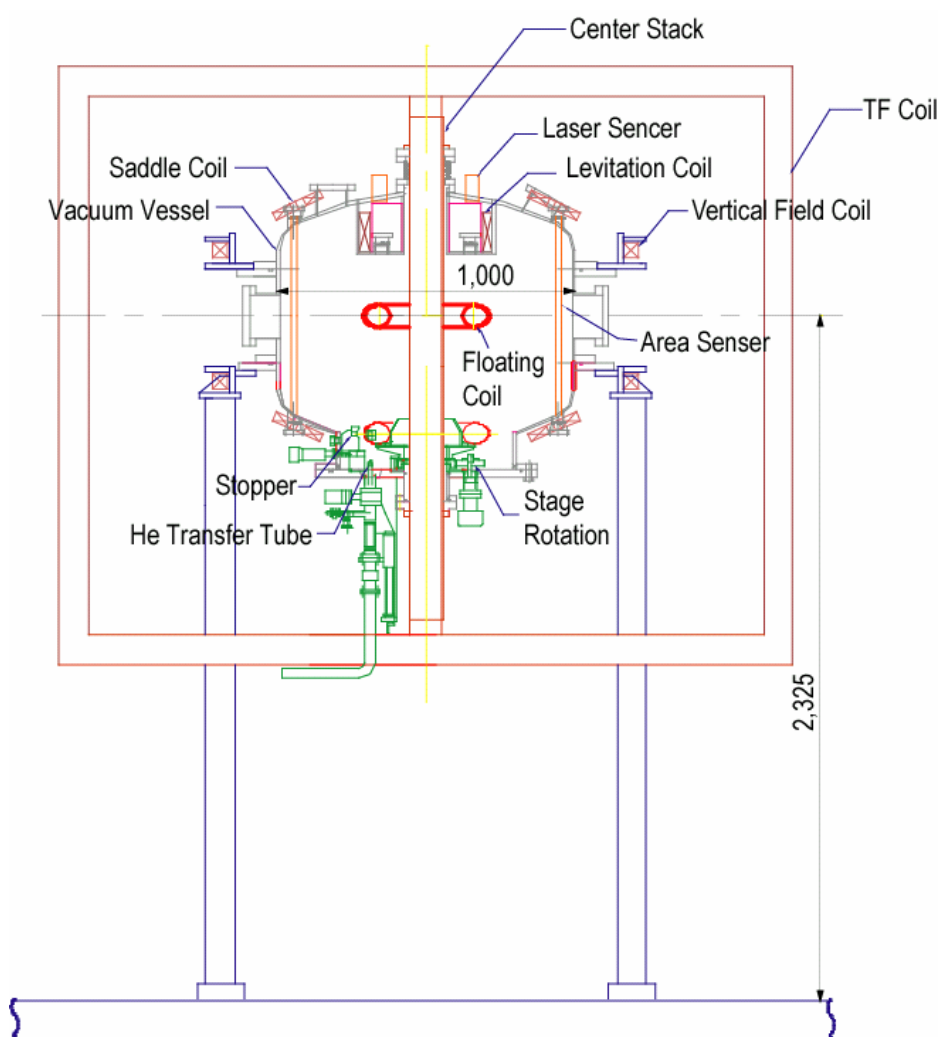


Fig. 1.2.2 Structure of “Mini-RT”.

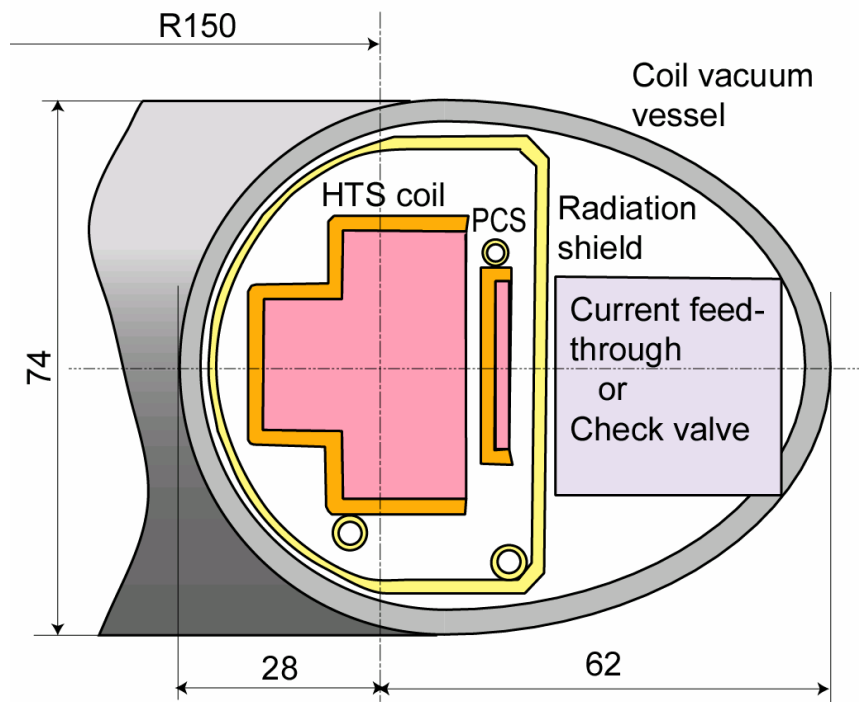


Fig. 1.2.3 Internal setup of the floating coil for “Mini-RT”.

Table 1.2.1 Specifications of the floating coil for “Mini-RT”.

Major Radius	150 mm
Minor Radius	28 mm
Total Current	50 kA
Superconductor	Bi2223/Ag
Operation Current	117 A
Number of Turns	420
Operation Temperature	20 K – 40 K
Critical Current	108 A at 77 K, s.f.
Stored Energy	600 J
Inductance	0.09 H
Maximum Field	B_r : 0.51 T, B_z : 0.76 T
Total Weight	20 kg
Expected Time Constant for Current Decay	180 hr (20 K)

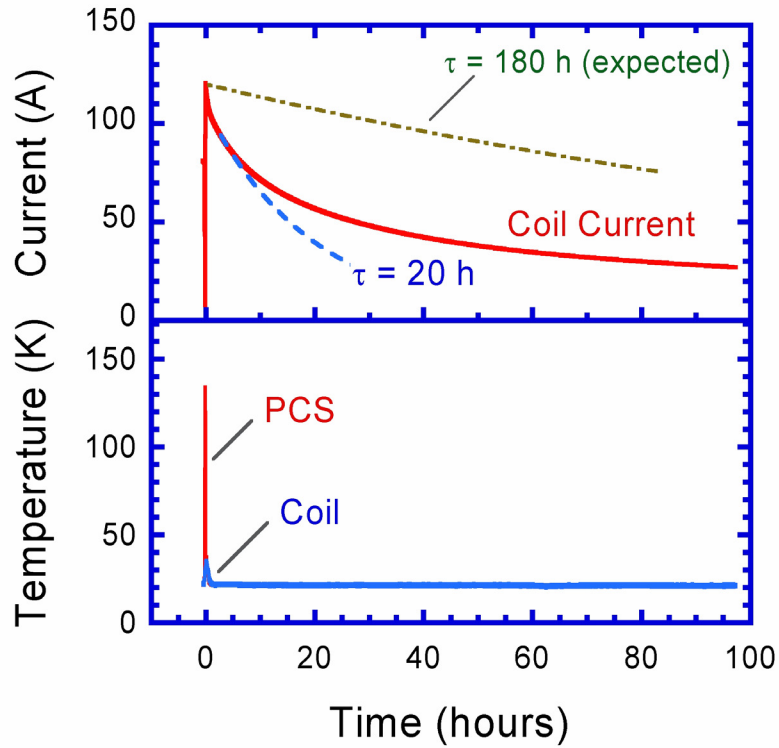


Fig. 1.2.4 Temporal decaying process of the transport current of the HTS floating coil in persistent current mode at the coil temperature of 21K.

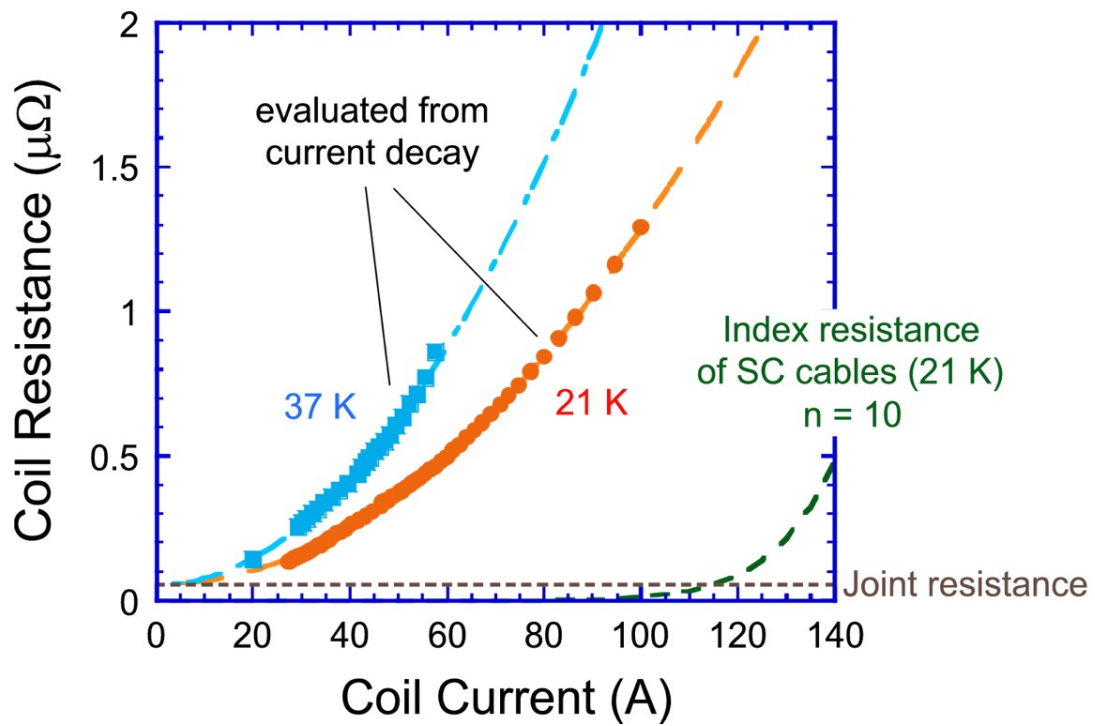


Fig. 1.2.5 Dependence of the experimentally evaluated effective resistance of the HTS floating coil on the coil current.

1.3 高温超伝導線材の特性

1.3.1 高温超伝導線材の臨界電流特性と n 値

超伝導体は Meissner (完全反磁性) 効果と呼ばれる磁氣的性質を持っている。これは、Fig. 1.3.1(a)に示すように、臨界温度 T_c 以上の常伝導状態で内部に磁束が侵入していても、臨界温度 T_c 以下になり、超伝導状態になると、その磁束を外部へ排除する磁氣的性質のことである。超伝導体は、第1種超伝導体と第2種超伝導体に分類できる。第1種超伝導体は、Fig. 1.3.1(b)に示すように、磁場強度ゼロから増やしていくと、はじめ Meissner 効果のため磁束は排除されるが、臨界磁場 H_c で突然、磁束が侵入する。これに対して、第2種超伝導体では、下部臨界磁場 H_{c1} 以下では、Meissner 効果のため磁束は排除されるが、下部臨界磁場を超えると徐々に磁束が侵入しはじめ、上部臨界磁場で磁束が完全に侵入し、超伝導状態が壊れるという特性を示す。 $H_{c1} \leq H \leq H_{c2}$ の領域では、磁束は量子化され整然と配列して第2種超伝導体内に侵入している。磁場中に置かれた第2種超伝導体に電流を通電すると、臨界電流密度 J_c で電場が現れる。第2種超伝導体内では、量子化磁束が電流との相互作用によりローレンツ力を受ける。これに対して、超伝導体内に存在するピン止め中心と呼ばれる不純物や結晶粒界などが量子化磁束の動きを止めようとする。そのピンニングの強さ (ピン力) から第2種超伝導体に流せる最大の電流密度 J_c が決定される。ローレンツ力がピン力を超えた場合は、磁束の動き (磁束フロー状態) により電場が発生する (Fig. 1.3.2)。[1.56]

NbTiやNb₃Snなど金属系超伝導線材やBi-2223 高温超伝導線材など実用化されている全ての超伝導線材は第2種超伝導体である。Fig. 1.3.3のように超伝導体の電場-電流密度特性 (E-J特性) は、 n 値モデルと呼ばれる式で近似される。臨界電場 E_c は一般に $1 \mu\text{V}/\text{cm}$ で定義され、 n はベキ乗関数でE-J特性を近似したときに得られる指数で、両対数グラフにおける傾きを意味し、臨界電流密度とともに磁場および温度に依存する。金属系超伝導体の n 値は、 $n = 30 \sim 100$ 程度と大きい。しかし、高温超伝導体では n 値が 20 以下と比較的小さく、そのため、低い電流密度領域でも磁束フローに伴う損失が発生する。

金属系超伝導体ではピン力の揃ったピン止め中心が超伝導体内に分布しているため、 n 値が大きく、このため超伝導体のマクロな電磁現象を記述する上では、臨界電流密度以下ではゼロ抵抗状態、臨界電流密度以上では抵抗状態とする臨界状態モデルで現象が近似できる。すなわち、超伝導状態を臨界電流密度という一つのパラメータに集約することができ、材料評価や直流から交流までの機器設計が可能である。一方、高温超伝導体では、複雑な結晶構造、二次元的異方性、熱雑音の増大によって、系の乱れが著しくなる。その結果、臨界電流特性も統計的性質が顕著になり、ピン力の

統計的分布により、ゼロ抵抗状態と抵抗状態の明確な境界が無くなる[1.57]-[1.62]。Fig. 1.3.4に低温レーザー顕微鏡によって測定された高温超伝導線材の電場分布の一例を示す。このように、高温超伝導線材中ではピン力および臨界電流密度が分布している。それに伴って、マクロなパラメータとしての高温超伝導線材の n 値は金属系超伝導線材と比較して小さくなる。このような臨界電流密度のばらつきが結晶粒界の弱結合の抑制や配向性の向上などにより改善され、超伝導体内で強いピン止め中心が均一に導入されれば、 n 値の向上や臨界電流密度のさらなる特性の向上の可能性を示している。また、Fig. 1.3.5に示すように高温超伝導線材の E - J 特性はその結晶構造の2次元性から強い異方性を持っている[1.56][1.63]-[1.65]。

1.3.2 高温超伝導線材の構造

Fig. 1.3.6に金属系超伝導線材と高温超伝導線材の断面構造の一例を示す。現在の金属系超伝導線材は、磁気的不安定性を防止し、ヒステリシス損失を低減するため、数 μm のフィラメント状の超伝導体を常伝導の母材の中に埋め込んだ多芯線の素線構造であり (Fig. 1.3.6(a))、フィラメントは数 mm ~数十 mm のピッチでツイストされている。フィラメント間を渡る遮蔽電流は、上記のツイストピッチと常伝導母材の抵抗で決まる時定数 (ms 程度またはそれ以下)で減衰する。

一方、高温超伝導体はその結晶構造から超伝導特性に異方性を持っており、二次元の超伝導性を示す。この異方性に起因して、現在の高温超伝導体の製法では、Fig. 1.3.6(b)のような二次元平面に平行な幅広の薄いテープ状の線材構造となっている。Bi-2223高温超伝導テープ線材の場合は、テープ状の銀合金母材中に、複数本のフィラメントが配置された構造となっている。しかしながら、現在のところは、金属系超伝導線材のようにフィラメントにツイストは施されておらず、さらにフィラメント同士が実質的に接触している。このため、高温超伝導線材には大きな遮蔽電流が流れ、非常にゆっくりと減衰するものと考えられる。

1.3.3 高温超伝導線材内の遮蔽電流と交流損失

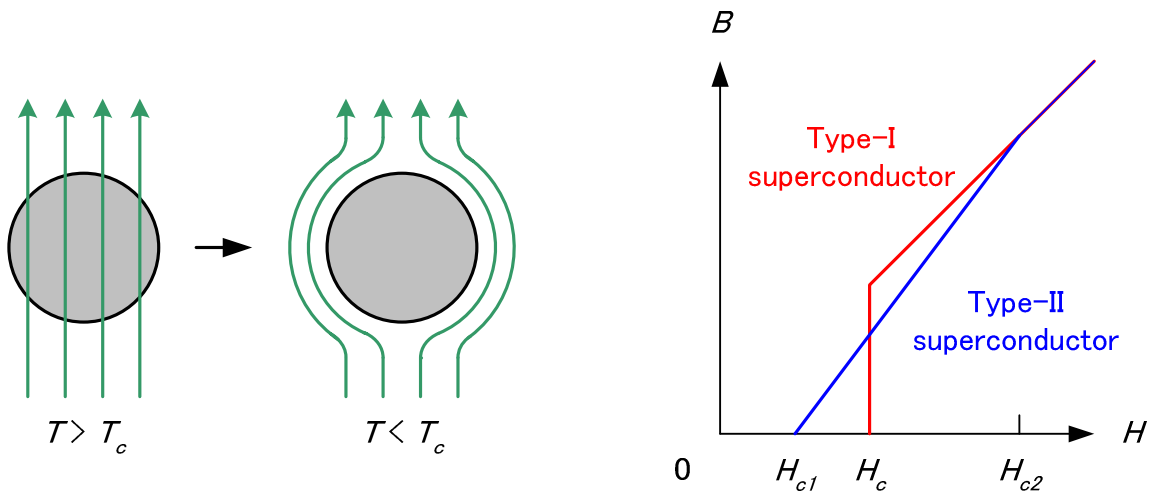
高温超伝導線材はテープ形状をしているため、Fig. 1.3.7(a)のようにテープ幅広面に垂直な外部磁場が加わった場合、大きな遮蔽電流が流れる。Fig. 1.3.8のような外部磁場を上昇させる過程を考えると、臨界状態モデルで記述できるような大きな n 値をもつ金属系超伝導線材の場合は、外部磁場が大きくなるに従って、外部磁場を遮蔽するような遮蔽電流は臨界電流密度 J_c で外側から流れ、外部磁場が中心まで到達する中心到達磁場 B_p は通電パターンによらず一定である[1.66]。一

方、高温超伝導線材の場合は n 値が小さいため外部磁場が変化することによる誘導起電力と高温超伝導体の E-J 特性のバランスによって遮蔽電流の大きさが決定される。そのため、外部磁場の変化率が大きいほど大きな電流密度で外側から遮蔽電流が流れ、中心到達磁場 B_p も大きくなる。

次に、Fig. 1.3.9 のような外部磁場を減少させる過程を考えると、金属系超伝導線材の場合、外部磁場が小さくなるにしたがって、上昇過程とは逆方向の臨界電流密度 J_c と等しい遮蔽電流が外側から流れる。同様に、高温超伝導体の場合も、外部磁場が小さくなるにしたがって、誘導起電力と高温超伝導体の E-J 特性のバランスによって決まる電流密度で逆方向の遮蔽電流が外側から流れる。外部磁場の変化を交流 1 周期について考えると、超伝導体の磁化過程に伴って Fig. 1.3.10 のようなヒステリシス特性を持つ。この磁化曲線が囲む面積が超伝導体内部で発生する磁化損失である [1.66]。超伝導体の交流 1 周期にわたる損失は交流損失と呼ばれ、磁化損失、渦電流損失、結合損失からなる。また、外部磁場を変化させたときの損失は外部磁場損失、通電電流を流したことにより発生する自己磁場による損失は自己磁場損失と呼ばれる。そして、外部磁場と自己磁場の両方が変化した場合の損失は全損失と呼ばれる。臨界状態モデルに基づく各種交流損失は解析的に求めることが可能である [1.66]-[1.70]。一方、高温超伝導線材の場合は複雑な非線形特性から解析的に損失を求めることが難しく一般に数値解析が行われる。

Fig. 1.3.11 は、 $n = 50$ とした金属系超伝導線材と $n = 10$ とした高温超伝導線材の交流損失の数値解析による比較である。金属系超伝導線材は交流損失の周波数依存性がほとんどなく、中心到達磁場 B_p を超えると急激に損失が増大する [1.71]。一方、高温超伝導線材の交流損失は、周波数が低いほど損失が大きく損失の変曲点も周波数が低いほど低磁場側にある [1.72]-[1.77]。このような周波数依存性は実験的にも観測されている [1.78]-[1.80]。

超伝導コイルの損失特性はコイルの形状と線材の電磁特性によって決定される。コイル内に一様な電流が流れていると仮定して求められた磁場分布と線材の損失特性から計算した超伝導コイルの損失は、実際に観測される損失と比較して大きな誤差を生じることが金属系超伝導線材の研究から指摘されている [1.81]-[1.83]。この原因として、他の線材に誘起される遮蔽電流が作る磁場の影響が考えられ、このような巻線間相互作用を反磁界係数として計算に取り入れることで正確な計算を可能としている。高温超伝導線材においても、スタックされた線材の損失 [1.84]-[1.86] や高温超伝導コイルの損失 [1.87]-[1.89] が検討されている。特に、高温超伝導コイルの損失特性については、インダクタンスの大きな周波数特性 [1.90] が現れたり、損失の増大 [1.91] が観測されたりと、現在も高温超伝導コイルの電磁現象と損失機構の詳細はまだ良くわかっておらず、コイル構造の最適化 [1.92] など活発に研究が行われている。



(a) Meissner Effect

(b) Type-I and Type-II Superconductors

Fig. 1.3.1 Magnetic behavior of superconductor.

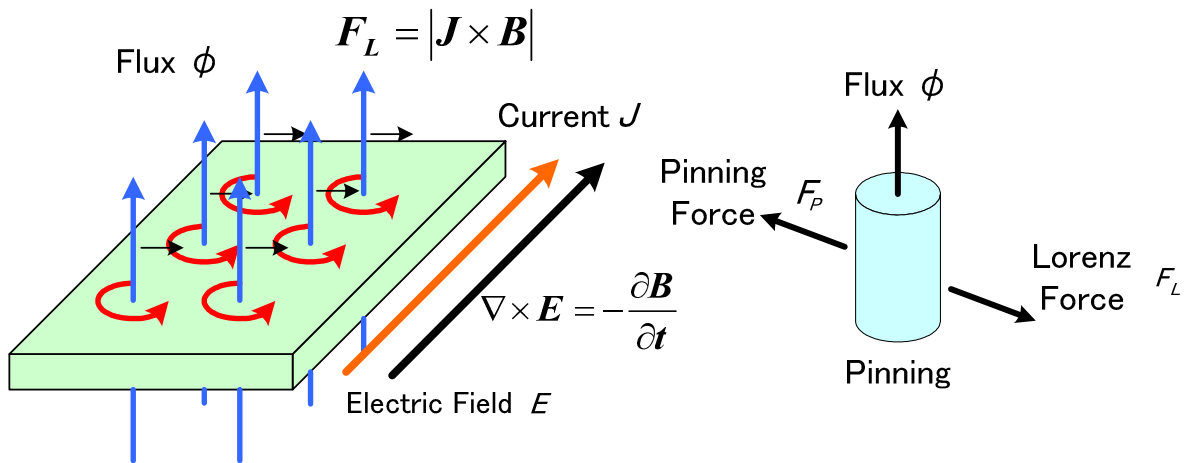


Fig. 1.3.2 Pinning and flux flow.

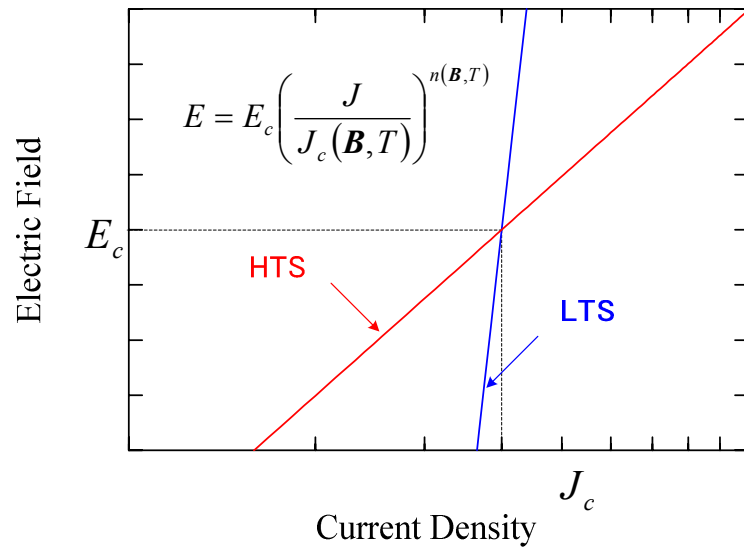


Fig. 1.3.3 Electric field – Current density characteristics.

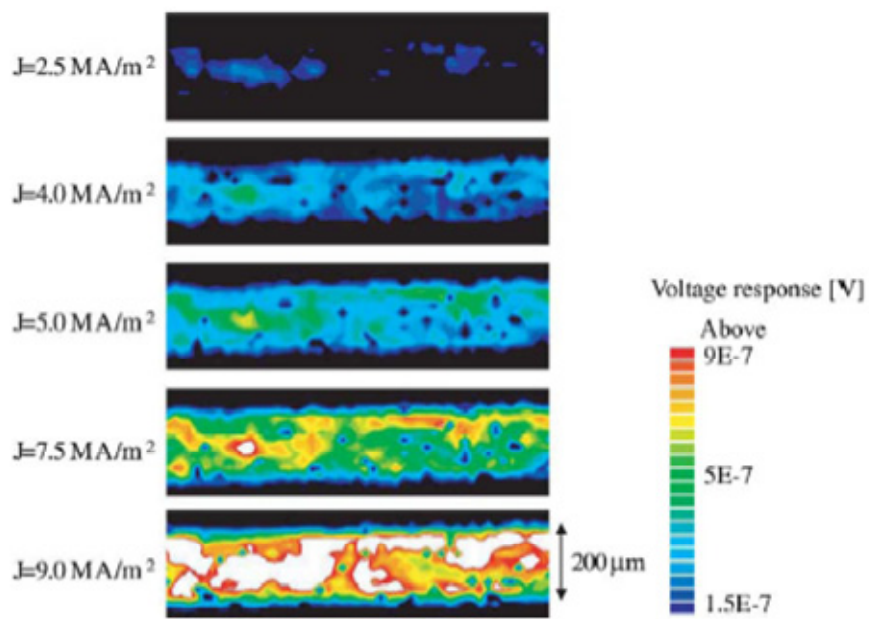


Fig. 1.3.4 Observation of electric field distribution in HTS tape [1.57].

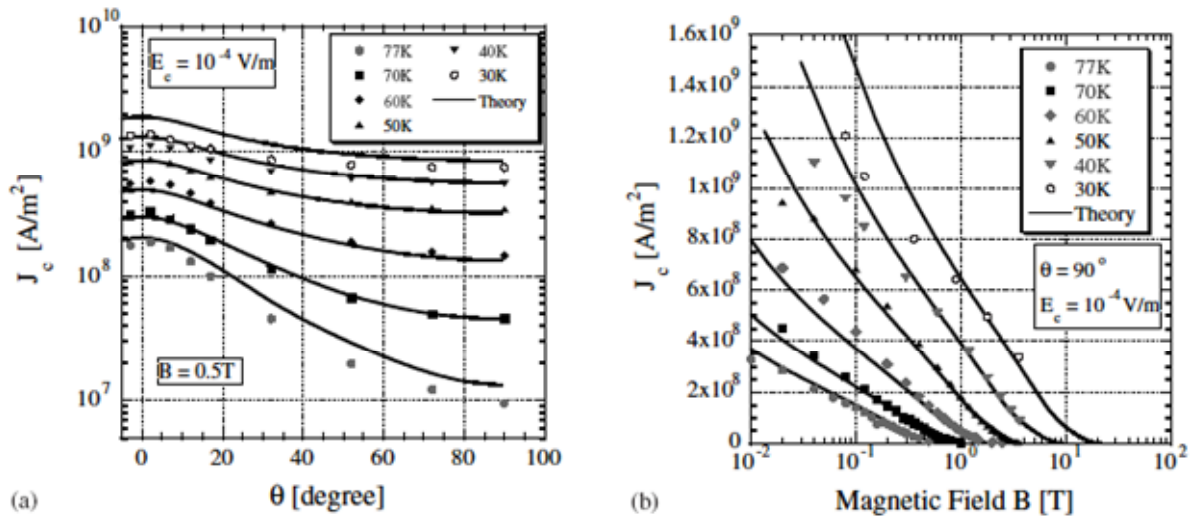
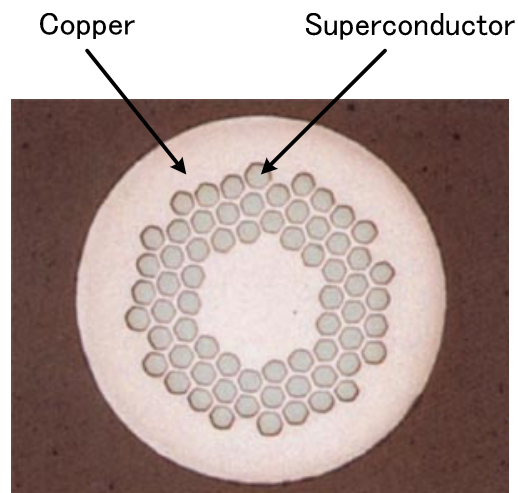
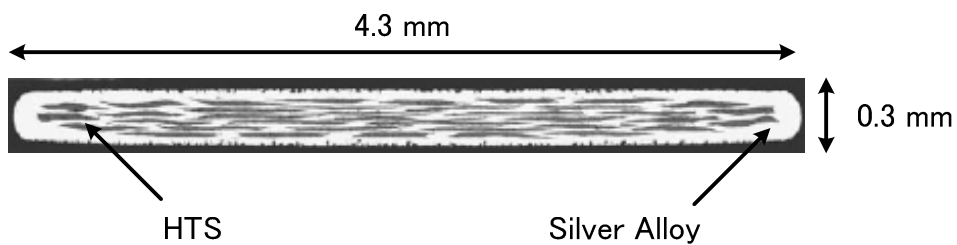


Fig. 1.3.5 Dependence of critical current density on magnetic field and temperature in HTS tapes [1.57].

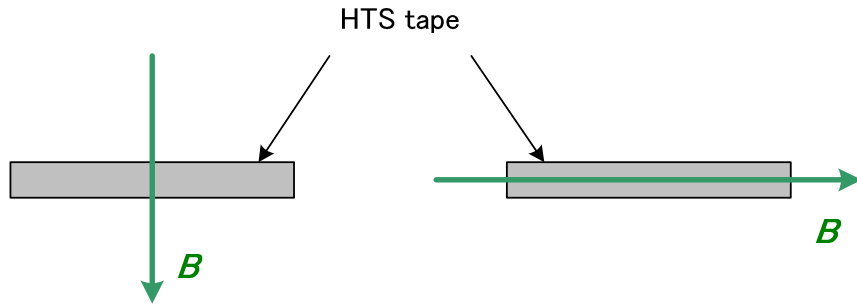


(a) NbTi superconducting wire



(b) Bi2223 HTS tape

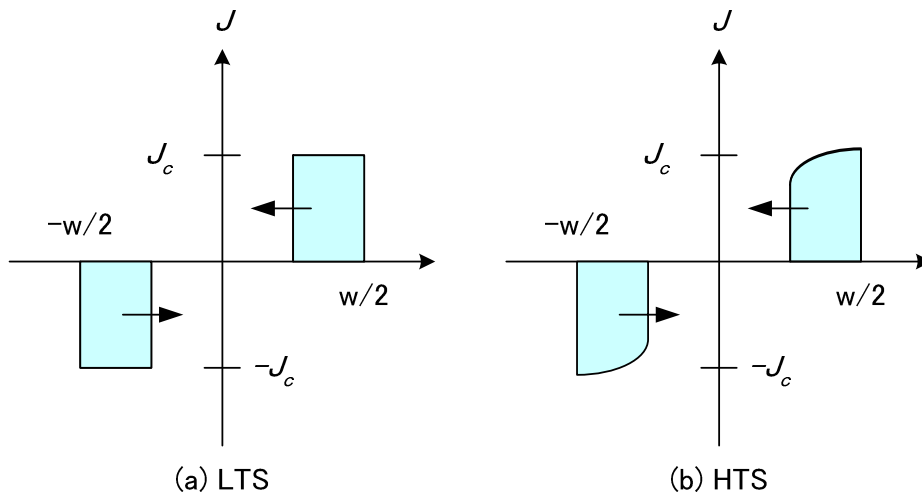
Fig. 1.3.6 Cross-sectional configuration of superconductors.



(a) Perpendicular Field

(b) Parallel Field

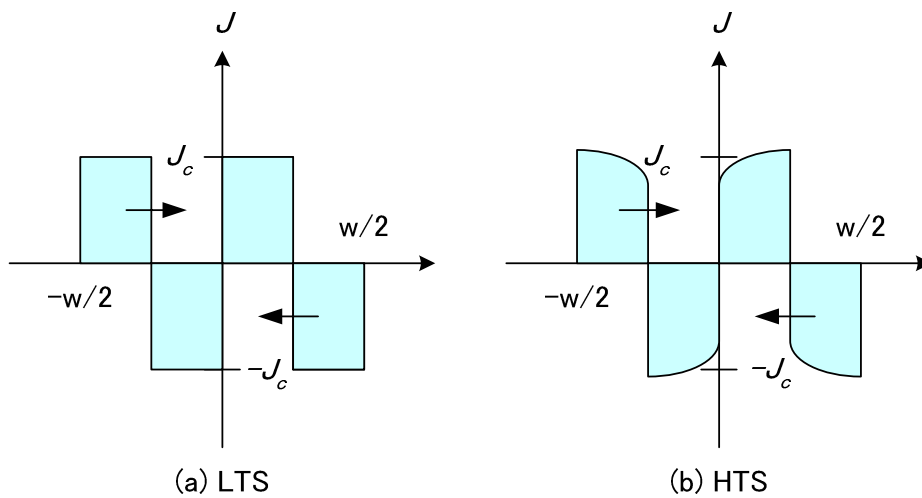
Fig. 1.3.7 Magnetic orientation on HTS tapes.



(a) LTS

(b) HTS

Fig. 1.3.8 Shielding current (ramp-up process of magnetic field).



(a) LTS

(b) HTS

Fig. 1.3.9 Shielding current (ramp-down process of magnetic field).

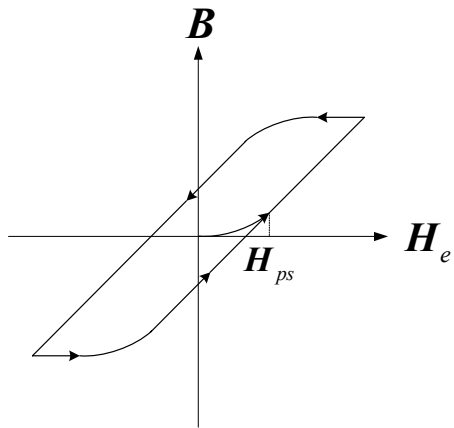


Fig. 1.3.10 Hysteresis property of magnetization in superconductors.

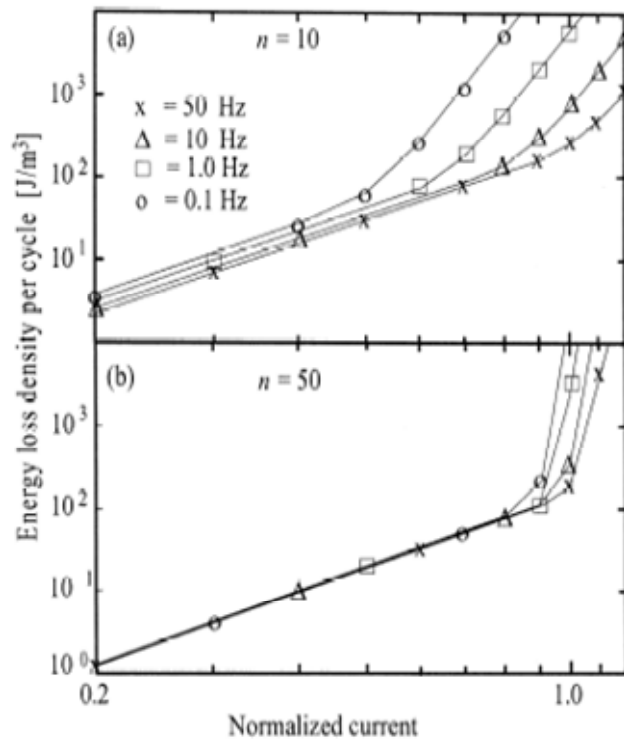


Fig. 1.3.11 External field loss of superconductors [1.72].

1.4 本研究の目的と内容

これまで、高温超伝導線材内の遮蔽電流と輸送電流の相互作用に関する電磁現象のメカニズムを解明した研究はない。高温超伝導体の非線形特性に関連する電磁現象の解明は、高温超伝導コイルの永久電流減衰特性の改善につながるだけでなく、プラズマ閉じ込め装置のための高精度な誤差磁場の抑制や高温超伝導線材の交流損失の低減、安定性の向上に対しても重要な意味があるものと考えられる。そこで、本研究の目的は、高温超伝導線材内の輸送電流と遮蔽電流の相互作用に関するメカニズムの解明をコイル形状の長尺試料を用いた実験と有限要素法による数値解析の両面から行い、高温超伝導コイルの永久電流減衰特性へ与える影響と、核融合装置へ応用する際に必要となる高温超伝導線材の電磁現象の理解と特性改善のための知見を得ることにある。

本論文は、全6章より構成される。

第2章は、長尺のコイル状試料を試験できる高温超伝導コイル試験装置について述べる。コイル状試料に対して、様々な方向の均一な磁場を加える方法と試験装置の構成について説明し、外部磁場印加用超伝導コイルの磁場設計、熱設計、応力設計について説明し、実際に製作した装置の試験結果を述べる。また、試料を取り付けるステージの構成について説明し、その振動特性、雑音特性について改善を行った結果も含めて説明する。さらに、外部磁場印加用超伝導コイルおよびコイル状試料に対して電流を導入するために用いる高温超伝導電流リードの設計手法について述べ、実際に伝導冷却型低温超伝導パルスコイルに適用した結果とその妥当性の検証結果を述べる。

第3章は、高温超伝導コイルの遮蔽電流の減衰特性の測定方法、および、測定結果について説明し、高温超伝導線材内の遮蔽電流の減衰特性が対数関数に近似できることを示す。線材幅広面に垂直な磁場を加えた場合の遮蔽電流の分布が均一な往復電流であるとする簡易モデルを用いて、遮蔽電流が高温超伝導体の特性と遮蔽電流の流路に依存していることを明らかにする。また、遮蔽電流が流れている状態で高温超伝導コイルへ輸送電流を流した場合、遮蔽電流の減衰が促進されること、および、電流分布が変化することを示す。

第4章は、実験結果から得られた知見を用いて構築した数値解析モデルと有限要素法による高温超伝導コイルの数値解析法について説明する。遮蔽電流の減衰特性に関して実験結果と数値解析結果を比較し、輸送電流と遮蔽電流の相互作用について数値解析により求められた詳細な電流分布を用いて現象を明らかにする。

第5章は、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性について実験と有限要素法による数値解析によって検討する。遮蔽電流によって電流減衰特性が影響を受けることを明らかにし、接続抵抗、高温超伝導線材の電圧電流特性と併せて遮蔽電流の影響が電流減衰特性を検討する上で重要であることを示す。そして、励磁履歴を変化させることで電流減衰特性が改善されることを示す。

最後に、第6章において、本研究で得られた結果を総括する。なお、有限要素法による数値解析手法については、付録として詳述している。

第2章 高温超伝導コイル試験装置

2.1 緒論

高温超伝導コイルの電磁特性は、使用した高温超伝導線材の電磁特性とコイルの形状によって決定される。コイル内の磁場分布は巻線間相互作用によって変化し、遮蔽電流の振舞いも変化する。そのため、コイル形状に巻線された高温超伝導線材の電磁特性を調べることは非常に重要であると考えられる[2.1]。Mini-RT 装置で問題となっている損失レベルは、電場に換算すると約 10 nV/cm 以下となり、非常に微小である。よって、線材を長尺化することで、発生する電圧を大きくすることが必要である。また、高温超伝導コイルを構成するそれぞれの巻線に加わる磁場の方向は様々な方向であるため、それを模擬することも重要である。しかし、以上のような条件で試験できる装置はこれまで開発されていない。そこで、これらの実験を実施することが可能な実験装置を新規に開発した。

本試験装置は、外部磁場印加用超伝導コイル、サンプルステージおよび高温超伝導電流リード等から構成され、冷凍機による直接冷却を用いた伝導冷却型装置とした。本章では、外部磁場印加用超伝導コイルの磁場設計、熱設計、応力設計について述べ、製作した超伝導コイルの試験結果を述べる。また、高温超伝導コイルを取り付けるステージの構成について述べ、振動特性、雑音特性について改善を行った結果も含めて述べる。さらに、外部磁場印加用超伝導コイル及び高温超伝導コイルに対して電流を導入するための高温超伝導電流リードの設計について述べ、実際に 100 kJ 級伝導冷却型低温超伝導パルスコイルに適用した結果を述べる。

2. 2 高温超伝導コイル試験装置の構成とその設計

磁場と温度の条件を変化させてコイル状に巻かれた高温超伝導線材の特性を試験することが本装置の目的である。また、高温超伝導線材は磁場に対して異方性があり、実際のコイル内における磁場分布の影響を考慮するという意味で、サンプルコイルに対して様々な方向の磁場を印加したときの特性も高温超伝導コイルの特性を把握する上で重要である。しかし、サンプルコイルに対して線材幅広面に水平方向の均一磁場中で試験することはソレノイドコイルなどを用いることで可能であるが、サンプルコイルに加わる磁場の方向を変化させることはできない。そこで、本装置では外部磁場印加用コイルを2つ用意し、スプリットコイルとして配置して使用する。2つの外部磁場印加用コイルの励磁電流及び励磁方向を等しくすれば、ヘルムホルツ磁場と呼ばれる磁場分布となり、Fig. 2.2.1(a)のようにサンプルコイルの線材幅広面に対して水平な磁場を加えることができる。また、励磁方向を逆にすれば、カスプ磁場と呼ばれる磁場分布となり、Fig. 2.2.1(b)のようなサンプルコイルの線材幅広面に対して垂直な磁場を加えることができる。さらに、励磁電流の比率を変えることでサンプルコイルの線材幅広面に対して水平から垂直まで任意の磁場を得ることが可能となる。

外部磁場印加用コイルは、長時間大きな磁場を発生する必要があるため NbTi 超伝導線を用いた 4K で動作する超伝導コイルとした。超伝導コイルの冷却方式は、液体ヘリウムによる浸漬冷却方式やギフォード・マクマホン冷凍機（以下、GM 冷凍機）による伝導冷却方式などがある。本装置では、液体ヘリウムを使用せず、取扱が簡便な GM 冷凍機 2 台の伝導冷却により外部磁場印加用コイルとサンプルコイルを冷却する方式を選択した。

本装置の構成図を Fig. 2.2.2 に示す。本装置は、1つの真空容器内に外部磁場印加用超伝導コイルとサンプルコイルを収納し、それぞれ別々の GM 冷凍機、電流リードを持っている。以下に本装置の構成要素を示す。

- ・ 真空容器
- ・ 輻射シールド
- ・ 外部磁場印加用超伝導コイル（2 個）
- ・ 外部磁場印加用超伝導コイル用 4K-GM 冷凍機
- ・ 外部磁場印加用超伝導コイル用高温超伝導電流リード 2 対
- ・ サンプルコイル用ステージ
- ・ サンプルコイル用 10K-GM 冷凍機
- ・ サンプルコイル用高温超伝導電流リード 1 対

2. 2. 1 外部磁場印加用超伝導コイル

外部磁場印加用超伝導コイルに使用する NbTi 超伝導線及び製作した外部磁場印加用超伝導コイルの諸元を Table 2. 2. 1 に示す。Table 2. 2. 1 に示した NbTi 超伝導線を使用したときの安全設計としてクエンチ時の温度上昇について計算を行った。計算は比較的厳しい断熱条件における温度上昇を仮定して計算を行う。超伝導コイルがクエンチしたことを検出すると、直流遮断器を用いて電源を切り離し、保護抵抗へ回路を切り替える。その保護抵抗と超伝導コイルの自己インダクタンスによって電流が減衰する。クエンチ時に発生する電圧は 1 kV 以下、励磁電流を 100 A とするために、保護抵抗の値は 10 Ω と決定した。これらの電流の減衰波形と NbTi 超伝導線の特性を考慮して断熱条件下で NbTi 超伝導線の温度上昇を計算し、最大自己インダクタンスを計算する。よって、電流の減衰波形は

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2. 2. 1)$$

とし、NbTi 超伝導線の温度上昇を計算するために以下のような熱平衡方程式を用いる。

$$\gamma c \frac{\partial T}{\partial t} = \rho J^2 \quad (2. 2. 2)$$

ここで γ は密度、 c は比熱、 T は温度、 t は時間、 ρ は抵抗率、 J は電流密度である。(2. 2. 2) 式の時間微分項を後退差分近似で解くと、

$$T_t = T_{t-\Delta t} + \frac{\rho J^2 \Delta t}{\gamma c} \quad (2. 2. 3)$$

となる。ここで、 Δt は時間間隔、 T_t はその時間の温度、 $T_{t-\Delta t}$ は Δt 前の温度となる。NbTi 超伝導線がクエンチした後の電流はすべて銅を流れているとして計算する。銅の残留抵抗比 (RRR) は 100 とした。超伝導コイルのインダクタンスをパラメータとして温度上昇を計算した結果を Fig. 2. 2. 3 に示す。また、NbTi 線の到達温度と超伝導コイルのインダクタンスの関係を Fig. 2. 2. 4 に示す。

これらの結果より、最大電圧を 1.0 kV で最大到達温度を 300 K 以下とした場合、超伝導コイルのインダクタンスは 10.6 H 以下とすれば問題ないことがわかる。

2 つの超伝導コイル間に配置する高温超伝導コイルの大きさについて検討する。高温超伝導線材を劣化させないで巻線を行うことができる最小曲げ半径は線材により異なる。その値は 35 mm から 50 mm 程度である。それよりも大きな曲げ半径で高温超伝導線材を巻線する必要があるので外部磁場印加用超伝導コイルは 100 mm から 150 mm 程度の大きな空間に磁場を発生させる必要がある。よって、それらを考慮して超伝導コイルの形状について検討する。Fig. 2. 2. 5 のようなヘルムホルツコイルを考える。Fig. 2. 2. 5 の距離 a はコイル中心からコイル導体断面の中心までの距離、距離 b はコイル中心間の距離である。ヘルムホルツコイルの中心に作られる磁場 B は、

$$B = \frac{\mu_0 N I a^2}{\{a^2 + (a/2)^2\}^{3/2}} \quad (2.2.4)$$

となる。よって、超伝導コイル1個に必要な巻数 N は、

$$N = \frac{B \left\{ \frac{5}{4} a^2 \right\}^{3/2}}{\mu_0 I a^2} = \frac{\sqrt{125} B a}{8 \mu_0 I} \quad (2.2.5)$$

また、巻数 N とコイル半径 a との関係は線材長を L とすると、

$$2\pi a N = L \quad (2.2.6)$$

となる。定格電流 100 A、そのときの磁場を 5 T としたときのコイル半径 a と巻数 N の関係を Fig. 2.2.6 に示す。

Fig. 2.2.6 の結果では考慮していなかったコイル導体断面とコイル内半径について検討する。Fig. 2.2.5 のようにコイル内半径を c としたとき h 及びコイル間距離を d としたときの幅 w は以下のようになる。

$$h = 2(a - c) \quad (2.2.7)$$

$$w = a - d \quad (2.2.8)$$

超伝導線の半径を r_s とすると、巻数 N は以下のようになる。

$$N = \frac{hw}{4r_s^2} = \frac{2(a-c)(a-d)}{4r_s^2} \quad (2.2.9)$$

(2.2.6) 式を巻数 N に代入すると、

$$\frac{L}{2\pi a} = \frac{2(a-c)(a-d)}{4r_s^2} \quad (2.2.10)$$

となる。(2.2.10) 式を d について解くと以下のようになる。

$$d = \frac{1}{c-a} \left\{ \frac{L r_s^2}{\pi a} - a^2 + ac \right\} \quad (2.2.11)$$

上式より求めたコイル内半径 c とコイル間距離 d の関係の関係を Fig. 2.2.7 に示す。

コイル半径 a を 120 mm、コイル中心間距離 b を 120 mm、コイル内半径 c を 78 mm、コイル間距離 d を 78 mm として超伝導コイルを設計すると、1個当たりの自己インダクタンスは約 10.5 H、巻数は 6673、線材長は 5031 m となる。これらの条件で決定した外部磁場印加用超伝導コイルの諸元を Table 2.2.2 に示す。

外部磁場印加用超伝導コイルは、様々な磁場分布を発生する。そのため、2つの超伝導コイル間に働く電磁力は上下両方向に加わる。有限要素法による電磁場解析によって2つのコイル間に加わる電磁力を求めた結果、 2.86×10^5 Nとなった。また、超伝導コイルを吊り下げるGFRPなどの構造材に応力を加えることは強度が弱いためできない。よって、超伝導コイルに十分な電磁力支持構造材を配置することで電磁力を保持させる必要がある。また、カスプ磁場における磁場分布のように2つの超伝導コイルの中心では磁束密度はゼロであり、コイル断面に近い方がより大きな磁場を加えることができる。よって、高温超伝導コイルは2つの超伝導コイル巻棒内径よりも小さなボアを利用することができず、超伝導コイル間に横からスライドする方式を採用する。この場合、横からの開口部を用意するため、超伝導コイルの電磁力支持構造材に電磁力は不平衡に加わることになる。よって、電磁力によって発生する電磁力支持構造材の形状を考慮して3次元有限要素法ソフトウェアとして一般的なANSYSを用いて数値解析を行い、最大応力が0.2%降伏応力の60%以下になるように設計を行った。電磁力支持構造材として、超伝導コイルの冷却を冷凍機による伝導冷却方式を採用しているため、SUS304やGFRPと比べて熱伝導率が高いアルミ合金であるA2024（超ジュラルミン）を採用した。A2024の4Kにおける0.2%降伏応力は約 5.0×10^8 Paである。Table 2.2.3に応力解析のための材料物性値を示す。Fig. 2.2.8にヘルムホルツ磁場分布時の超伝導コイル間に加わる吸引力を想定して構造解析を行った結果を示す。また、Fig. 2.2.9はカスプ磁場分布時の反発力を想定して構造解析を行った結果である。それぞれ電磁力支持に貢献していると考えられる部材のみを解析対象として対称性を考慮して全体の半分について解析を行った。

高温超伝導コイルを挿入する開口部の影響でその付近の応力が大きくなることが想定されたため、開口部付近の電磁力支持構造材を増やすことで対応した。その結果、解析結果のように0.2%降伏応力の60%以下とする設計条件を達成することができた。Fig. 2.2.8及びFig. 2.2.9の解析結果のうち、最大応力と最大変位をTable 2.2.4示す。また、数値解析の結果より決定した電磁力支持構造材の構造をFig. 2.2.10のように決定した。

外部磁場印加用超伝導コイルは磁場角度を変化させるため、励磁電流をそれぞれ別々に制御する必要がある。そのため、独立した2つの超伝導コイル用直流電源が必要である。また、電源系統が2つ必要であることに伴って、超伝導コイルへの熱侵入を低減するための高温超伝導電流リードや超伝導コイル用の保護抵抗も2つ必要となる。Fig. 2.2.11に外部磁場印加用超伝導コイルの励磁回路を示す。超伝導コイルの保護は、それぞれの超伝導コイルの midpoint 及び両端から電圧タップを取り出し、バランス電圧を計測する。バランス電圧が設定電圧を超えたときは超伝導コイル電源の直流遮断器（DCCB）を開き、保護抵抗で電流を減衰させる。

実際に設計した超伝導コイルの巻線を行った。冷却による熱収縮を低減するためシリカを50%含有するエポキシ樹脂を塗りながら巻線作業を行った。約300ターンおきに0.25mm厚のFRPシートを挟みながら行った。実際に巻線された外部磁場印加用超伝導コイルの諸元をTable 2.2.5に示す。また、定格通電時のヘルムホルツ磁場分布、カスプ磁場分布をFig. 2.2.12、Fig. 2.2.13に

示す。

外部磁場印加用超伝導コイルを励磁する電流の比とその印加される磁場の角度と一方のコイルを定格電流 100 A で励磁したときのサンプルコイルに印加できる磁束密度をサンプルコイルの径によって計算した結果を Fig. 2. 2. 14 に示す。励磁電流比が 1.0 の場合はヘルムホルツ磁場となり、-1.0 の場合はカスプ磁場と一致する。電流比を変化させることで磁場の角度を変えることができる。

2. 2. 2 高温超伝導コイル用サンプルステージ

高温超伝導コイルを配置するサンプルステージについて説明する。サンプルステージが具備すべき条件として以下のものがある。

- (1) 高温超伝導コイルへ最大 500 A の電流を導入できること。
- (2) 高温超伝導コイルの温度を 10 K から 100 K の間で制御できること。
- (3) 印加する外部磁場と高温超伝導コイルを流れる電流による電磁力に耐えること。
- (4) 外部磁場印加用超伝導コイルの電流遮断時の渦電流と電磁力に耐えること。
- (5) サンプルが高温でも外部磁場印加用超伝導コイルへの輻射熱が大きくなること。

製作したサンプルステージの鳥瞰図および写真を Fig. 2. 2. 15 および Fig. 2. 2. 16 に示す。高温超伝導コイルへ電流を導入する電流導入部は銅バーに溝加工し、その溝の中に高温超伝導線材 5 本をハンダ付けすることで発熱を低減した。高温超伝導コイルの温度制御はコイルと冷凍機間に抵抗ヒータを銅板で取り付けて、高温超伝導コイルに取り付けた Cernox 温度計の値を用いて PID 制御を行い、その結果によりヒータに流す電流を制御することで温度制御を行った。高温超伝導コイルに加わる電磁力を保持するためは、サンプルシールドと外部磁場印加用コイルをそれぞれ GFRP 製のロッドでネジ止めし、ステージ自体にも曲げを防ぐため外周部にエッジを溶接した。外部磁場印加用超伝導コイルの遮断時の電磁力に耐えるため、ステージ及びサンプル用シールドを SUS304 製とし、銅部に関しても渦電流の流路にカットを入れることで対応した。高温超伝導コイルと外部磁場印加用超伝導コイル間の輻射熱に対しては、間に SUS304 製のサンプルシールドを設置することで輻射熱を低減した。サンプルシールドは外部磁場印加用超伝導コイルを冷却している 4 K 冷凍機の 1st ステージにより冷却されており、シールド周辺はすべて 60 K 以下となっているため、熱伝導率が比較的小さい SUS304 を用いても問題なく冷却される。

2. 2. 3 高温超伝導電流リード

外部磁場印加用超伝導コイル用に 2 対、高温超伝導コイル用 1 対の電流リードを製作した。それぞれの定格電流および定格電流通電時の熱侵入の計算値は、外部磁場印加用超伝導コイル用が 100 A、0.09 W/本、高温超伝導コイル用が 500 A、0.24 W/本である。熱侵入に計算には、1 次元の非線形熱平衡方程式を有限要素法により求めた。製作した高温超伝導電流リードを Fig. 2. 2. 17 に示す。

2. 2. 4 装置の熱設計

装置の熱設計は、冷凍機の冷却能力と熱侵入のバランスによって決まる。室温部を 300 K、冷凍機の 1st ステージの温度を 50 K、4 K 冷凍機の 2nd ステージを 4 K、10 K 冷凍機の 2nd ステージの熱侵入を 10 K として、それぞれの構造材の物性値、輻射熱等を考慮して求められた熱侵入の値を Table 2. 2. 6 に示す。

2. 2. 5 装置の完成写真

以上のように設計、製作を行った装置内部の写真を図 2. 2. 18、装置全体の写真を Fig. 2. 2. 19 に示す。

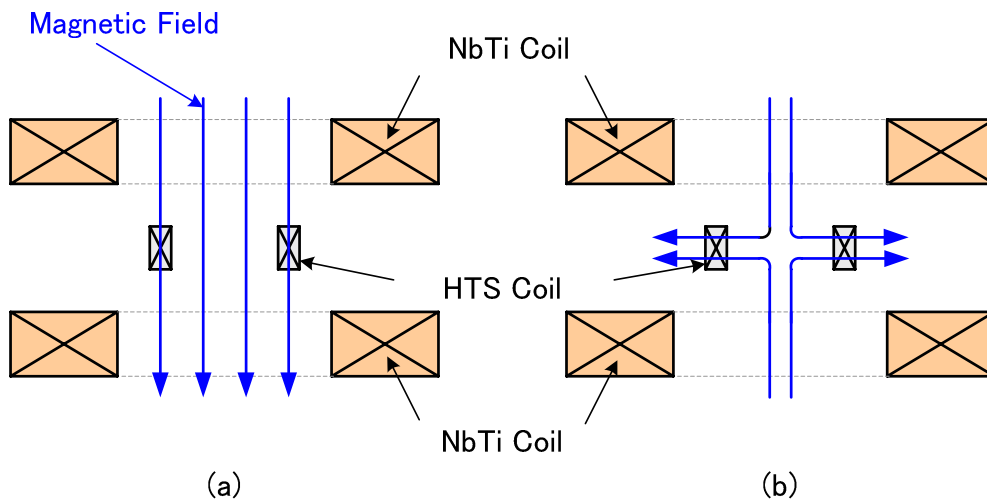


Fig. 2.2.1 Magnetic field configuration using split-coils.

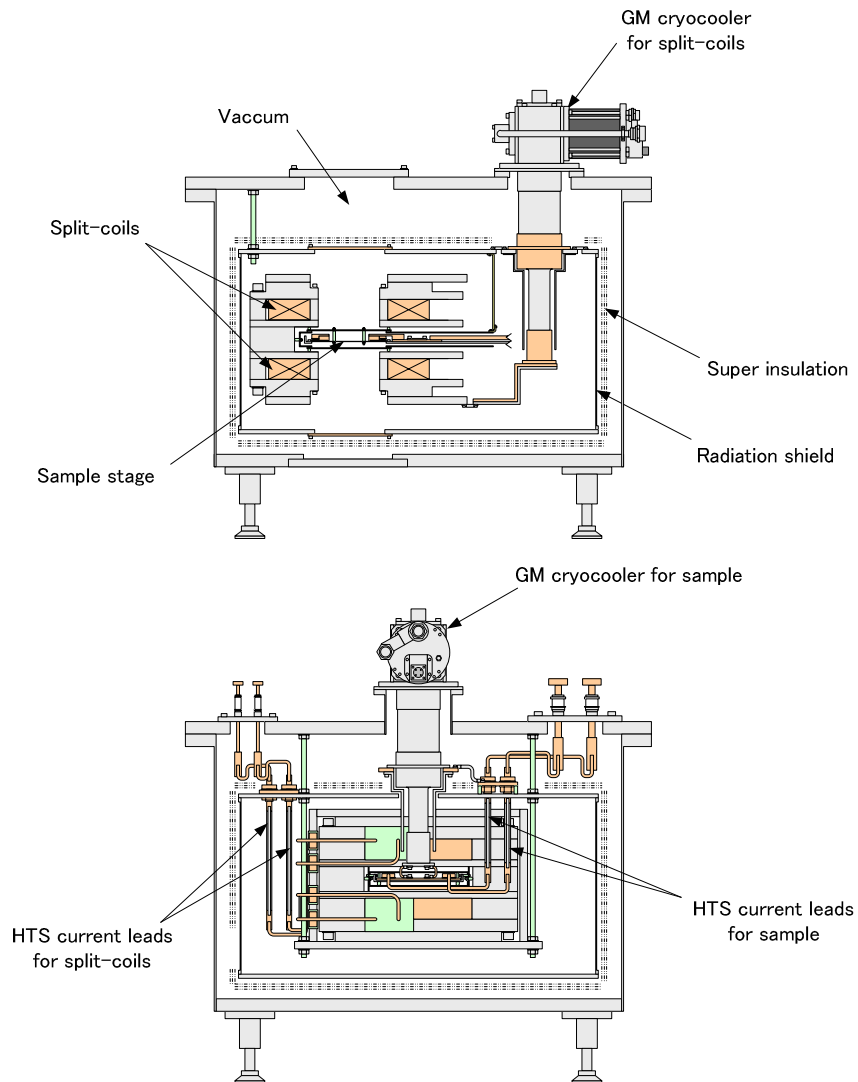


Fig. 2.2.2 Schematic drawings of the experimental apparatus.

Table 2.2.1 Specifications of the NbTi superconducting wire.

Diameter	$\phi 0.648 \text{ mm } (\pm 0.005 \text{ mm})$
Diameter with insulation	$\phi 0.728 \text{ mm } (\pm 0.005 \text{ mm})$
Diameter of filament	About $10 \text{ }\mu\text{m}$
Twist pitch	$13 \pm 2 \text{ mm S-direction}$
Copper ratio	1.8
Insulation	Formvar
Critical current	325 A (4.2K, 5T) 200 A (4.2K, 7T)

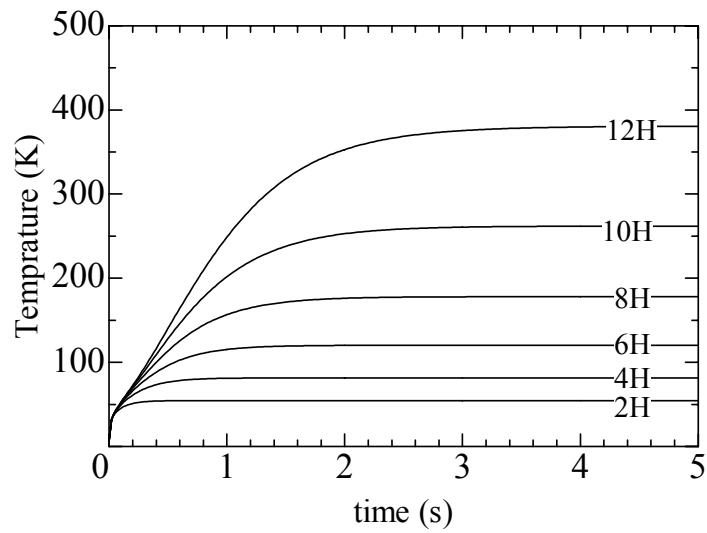


Fig. 2.2.3 Temperature rise of NbTi superconducting wire after quench with a hot-spot.

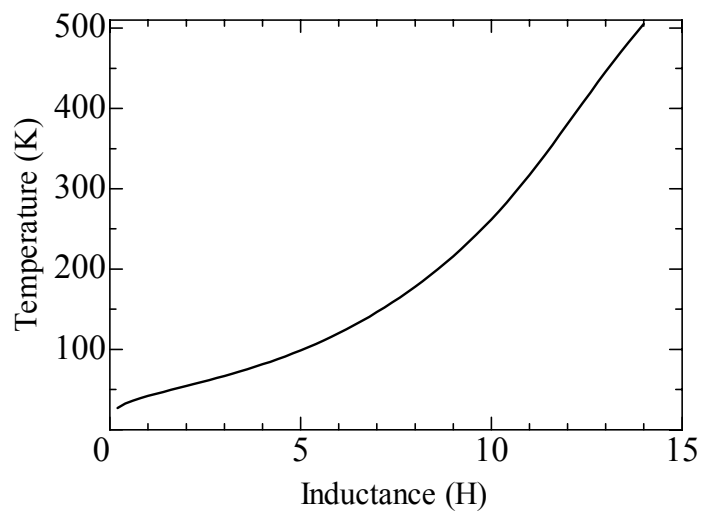


Fig. 2.2.4 Relationship between the inductance and the temperature rise.

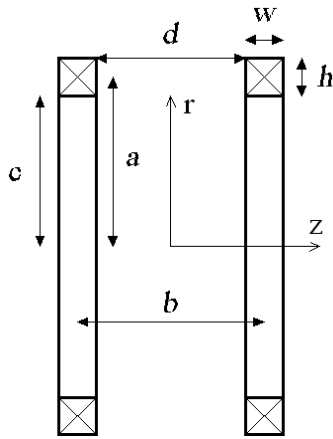


Fig. 2.2.5 Configuration of Helmholtz coil.

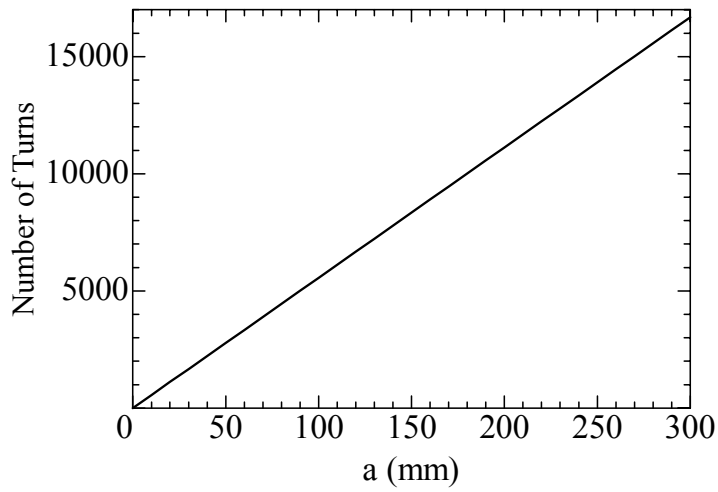


Fig. 2.2.6 Relationship between coil radius a and number of turns.

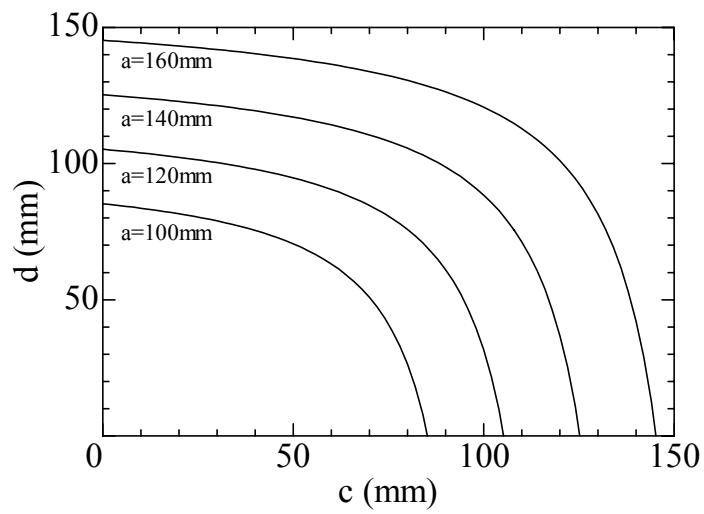


Fig. 2.2.7 Relationship between inner radius c and distance of coils d .

Table 2.2.2 Specification of the external field coil.

Inner diameter	ϕ 156 mm
Outer diameter	ϕ 324 mm
Number of turns	6673
Inductance	10.6 H/coil
Maximum field (Helmholtz)	6.8 T
Central field (Helmholtz)	5.0 T
Nominal current	100 A

Table 2.2.3 Material properties for the stress analysis.

A2024-T4	
Young's Modulus	81×10^9 Pa
Poisson Ratio	0.34
Winding	
Young's Modulus	20×10^9 Pa
Poisson Ratio	0.34

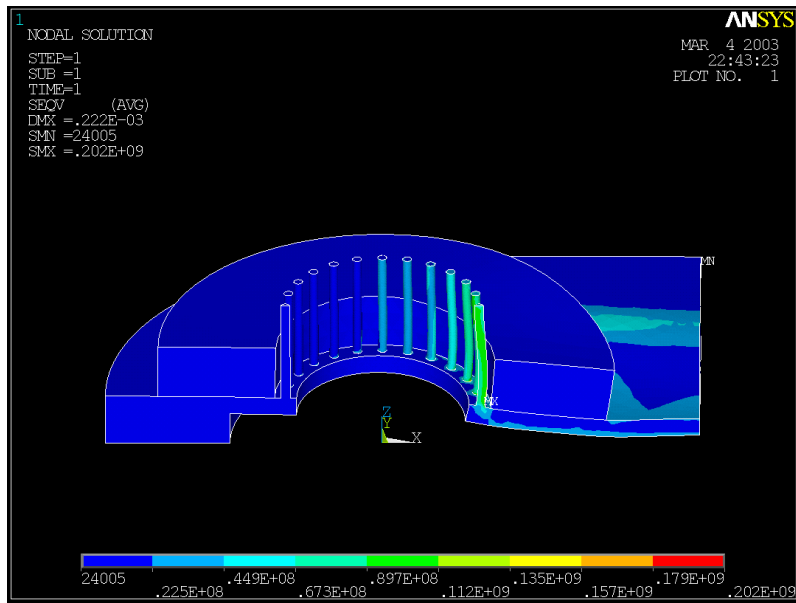


Fig. 2.2.8 Stress distribution of Helmholtz-field coil.

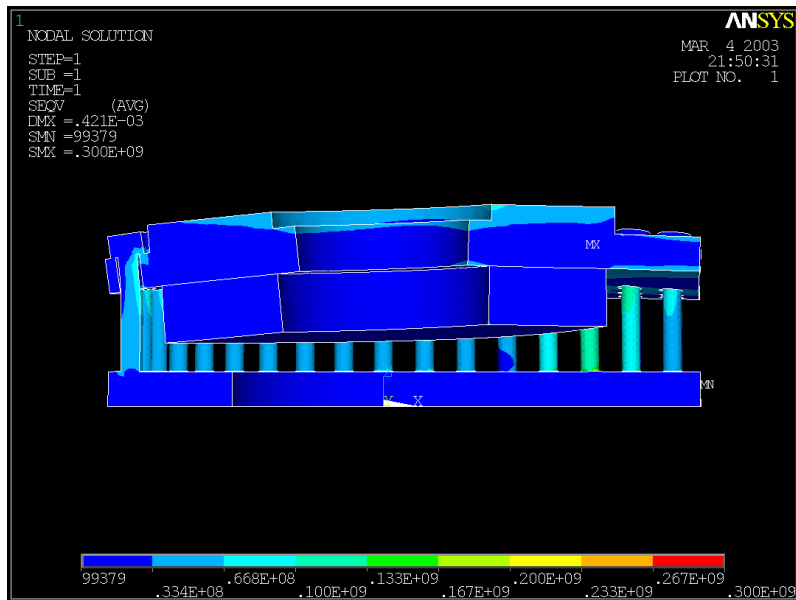


Fig. 2.2.9 Stress distribution of Cusp-field coil.

Table 2.2.4 Numerical results of the stress analysis.

Helmholtz-field	
Maximum stress	2.0×10^8 Pa
Maximum displacement	0.22 mm
Cusp-field	
Maximum stress	3.0×10^8 Pa
Maximum displacement	0.42 mm

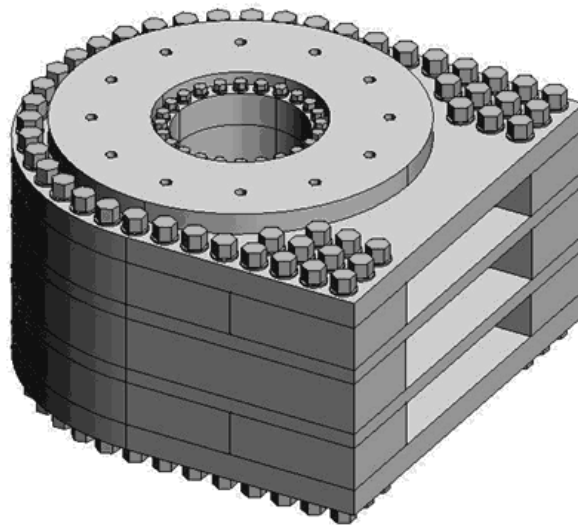


Fig. 2.2.10 Configuration of the electromagnetic force support.

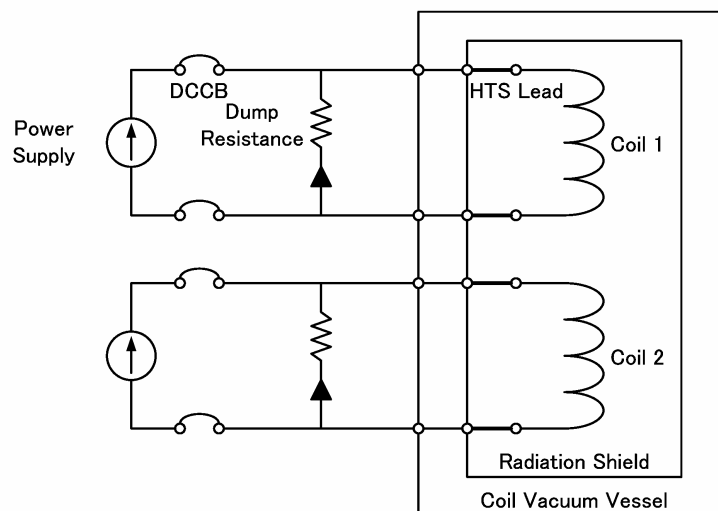


Fig. 2.2.11 Excitation circuit for the external field coil.

Table 2.2.5 Specification of the external field coil.

Inner diameter	$\phi 158$ mm
Outer diameter	$\phi 332$ mm
Number of turns	6345
Inductance	9.8 H/coil
Maximum field (Helmholtz)	6.5 T
Central field (Helmholtz)	4.5 T
Nominal current	100 A

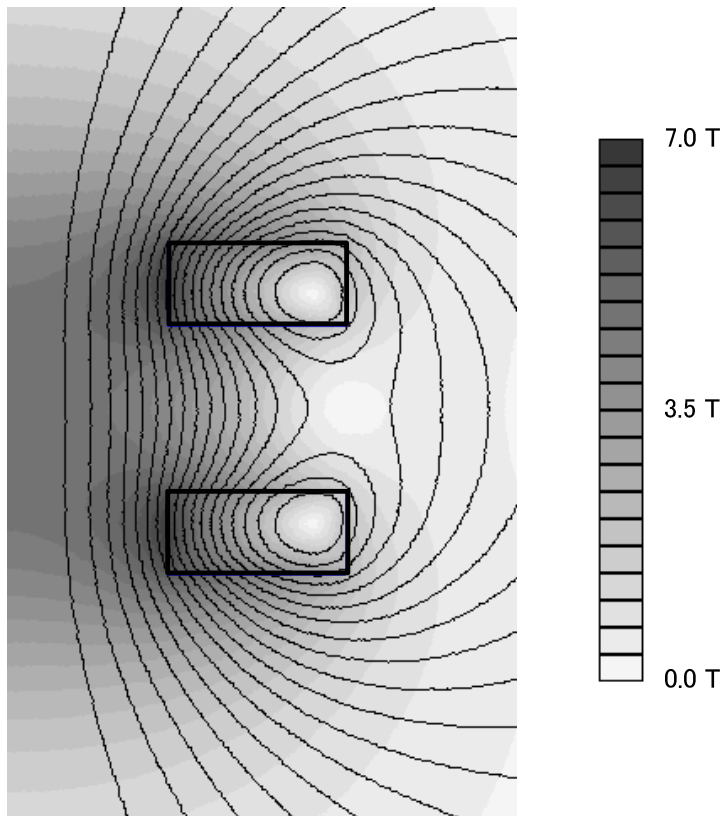


Fig. 2.2.12 Helmholtz-field distribution.

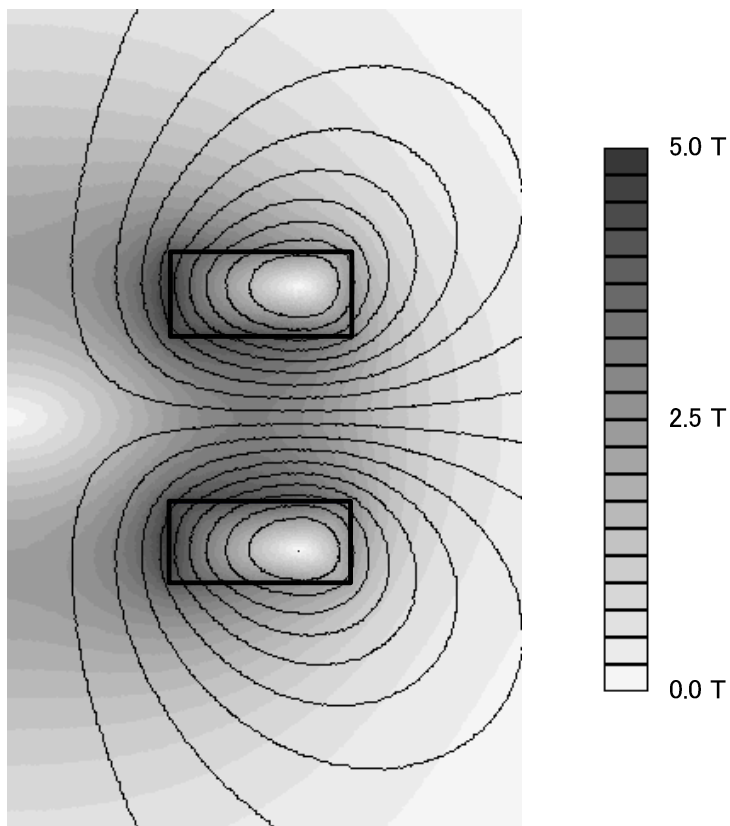


Fig. 2.2.13 Cusp-field distribution.

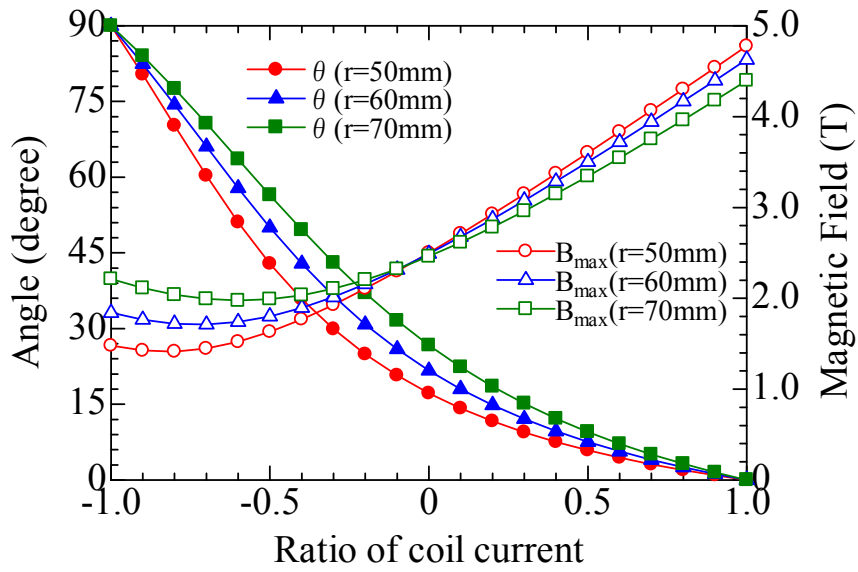


Fig. 2.2.14 Magnetic field and orientation as a function of the ratio of currents in two coils.

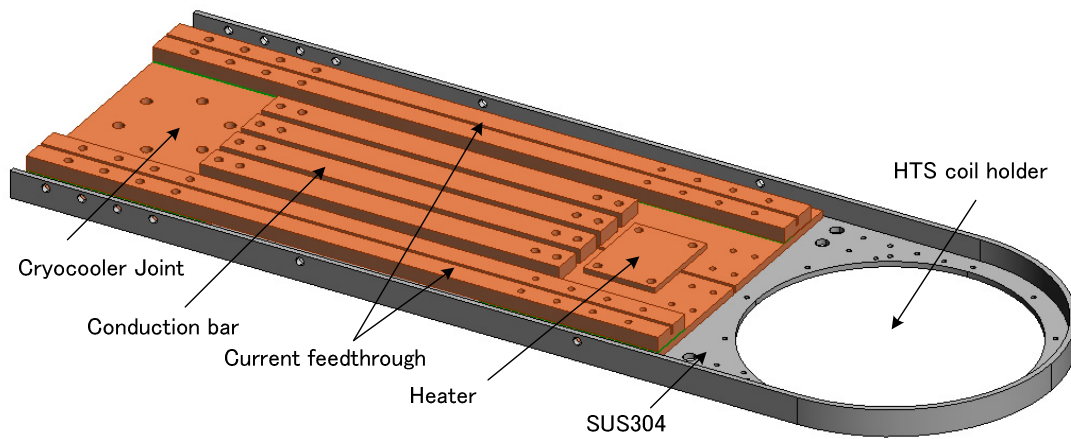


Fig. 2.2.15 Schematic of the sample stage.

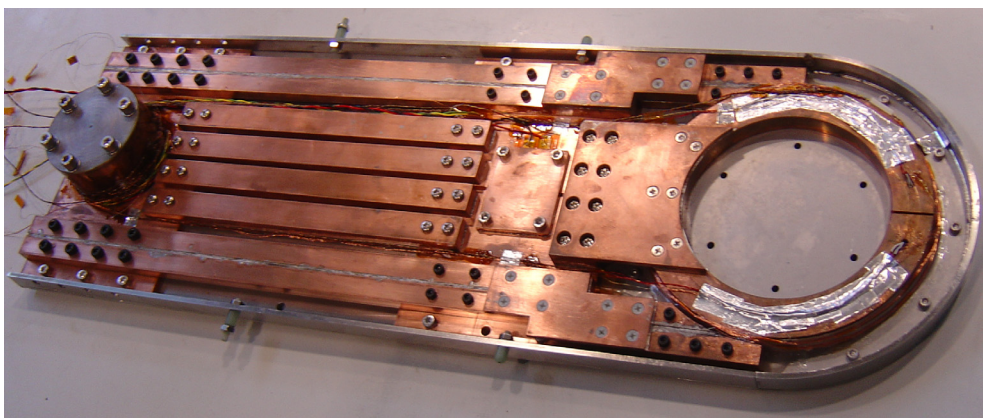


Fig. 2.2.16 Photograph of the sample stage with an HTS sample coil.

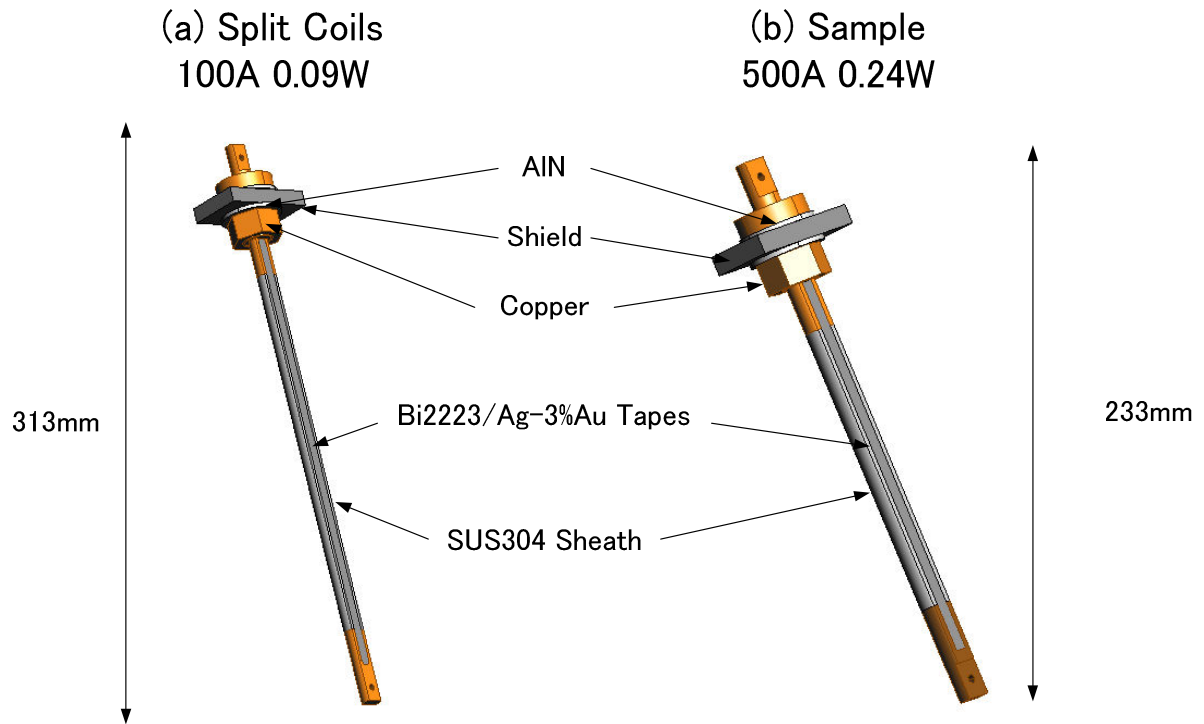


Fig. 2.2.17 HTS current leads.

Table 2.2.6 Expected parameters of heat leak.

	Name	Heat Leak
Split Coils 300 K – 50 K	Copper Leads (2 Pairs)	18.8 W
	Radiant Heat	2.0 W
	Others	1.0 W
50 K – 4 K	HTS Leads (2 Pairs)	0.36 W
	Radiant Heat	0.02 W
	Others	0.03 W
Sample 300 K – 50 K	Copper Leads (1 Pairs)	43.0 W
	50 K – 10 K HTS Leads (1 Pairs)	0.48 W

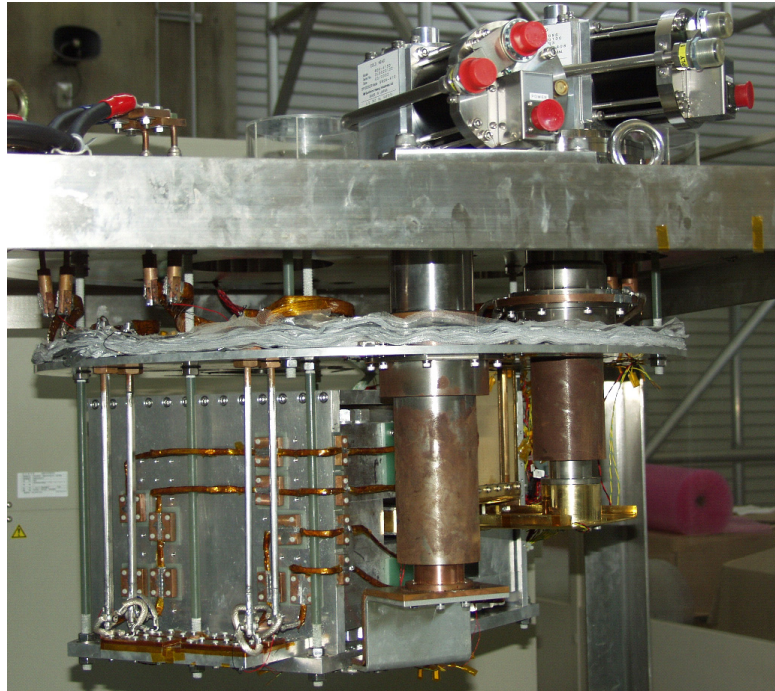


Fig 2.2.18 Photograph of the inside of the cryostat.

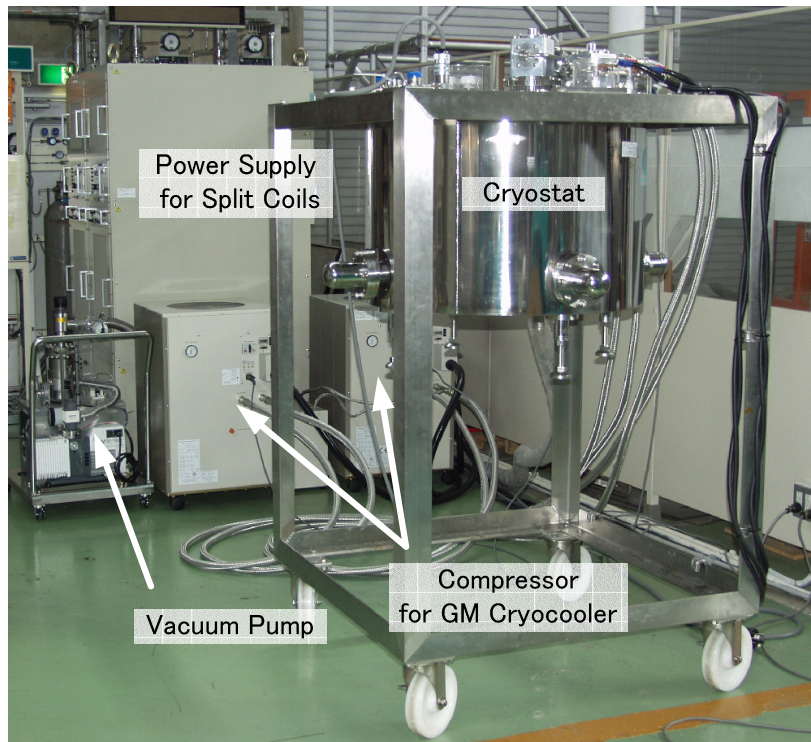


Fig. 2.2.19 Photograph of the experimental set-up.

2.3 高温超伝導コイル試験装置の特性

2.3.1 冷却・励磁試験

Fig. 2.3.1 に外部磁場印加用超伝導コイルの冷却曲線を示す。2 台の冷凍機のスイッチを ON してから約 3.5 日で冷却が完了する。到達温度は外部磁場用超伝導コイルが 4.4 K、輻射シールドが 50 K である。

外部磁場印加用超伝導コイルの初回励磁試験を温度 6 K で行った。コイル 1 単独励磁試験における初回クエンチ時の GM 冷凍機の 2nd ステージ温度、コイル温度及びコイル 1 の電圧を Fig. 2.3.2 に示す。このときの温度上昇は約 4 K であった。コイル 1 及びコイル 2 の単独励磁試験におけるクエンチ電流は両方ともに 42 A であった。2 回目の励磁試験の結果もそれぞれ 51 A と全く同じであった。また、ヘルムホルツ磁場及びカスプ磁場におけるコイル 1 及びコイル 2 の同時励磁試験の結果は 38 A 及び 42 A であった。これらのクエンチの原因としては、NbTi 超伝導線の動きやエポキシ樹脂の割れが考えられる。

次に、超伝導コイルの温度を室温まで昇温し、熱侵入低減のため計測線の改良を行った後、再度冷却した。そのときの到達温度は 4.4 K であった。励磁試験の結果、超伝導コイルのクエンチ電流はトレーニング効果により約 70 A まで上昇した。そのときのクエンチ電流と最大磁場の関係を Fig. 2.3.3 に示す。

2.3.2 サンプルステージの振動・雑音特性

GM 冷凍機の機械的振動によって高温超伝導コイルと磁場印加用超伝導コイルの相対的な位置が変化する。このような振動は誘導電圧が発生し、計測系に対するノイズの発生源となる。そこで、外部印加用超伝導コイル及びサンプルステージの振動をレーザー変位計により測定した。測定結果を Fig. 2.3.4 及び Fig. 2.3.5 に示す。測定結果より、外部磁場印加用超伝導コイルの振動と比べて、サンプルステージの振動が大きいことがわかる。

そこで、振動を伝えている銅製の伝熱線の低減及び外部磁場印加用超伝導コイルとサンプルステージ間に GFRP 製のシムを挿入し固定を行った。また、10 K 冷凍機からの振動の伝わりを切り離して振動の測定を行った。対策後に測定した結果を Fig. 2.3.6 及び Fig. 2.3.7 に示す。対策後の振動測定の結果では、コイルの振動とサンプルステージの振動はほぼ一致していることがわかる。これは、10 K 冷凍機からの振動よりも外部磁場印加用超伝導コイルからの振動が伝わっていることがわかる。対策前の振動と比較してみると、対策後のサンプルステージの振動は 50 % 程度に減少しており効果があることがわかる。

振動の周波数特性を調べるために、冷凍機が 2 台動作している状態で 15 秒間の振動波形を離散フーリエ変換し、周波数スペクトルを計算した。その結果を Fig. 2.3.8 に示す。この結果より、

1.2 Hz の成分が最も大きく、その高調波成分が大きな振動となっていることがわかる。この 1.2 Hz は冷凍機のディスプレーサの周波数と一致している。

この振動対策によるノイズ低減効果について検討する。高温超伝導コイルに取り付けた電圧タップの対策前の測定ノイズを Fig. 2.3.9 に示す。電源投入時、外部磁場印加用超伝導コイルに 5 A (0.12 T) 通電した状態で 4 K 冷凍機及び 10 K 冷凍機を動作/停止を行ったときのノイズ測定をそれぞれ行った。また、同様の条件で振動対策後に測定されたノイズを Fig. 2.3.10 に示す。改良を行った結果、ノイズは最大で約 1/15 になった。それぞれの条件下で比較した結果を Table 2.3.1 に示す。以上より、振動対策を行うことでノイズレベルの低減を行った。さらにノイズレベルを下げるためには冷凍機を 2 台とも停止することで $\pm 0.1 \mu\text{V}$ の低いノイズレベルを実現できる。

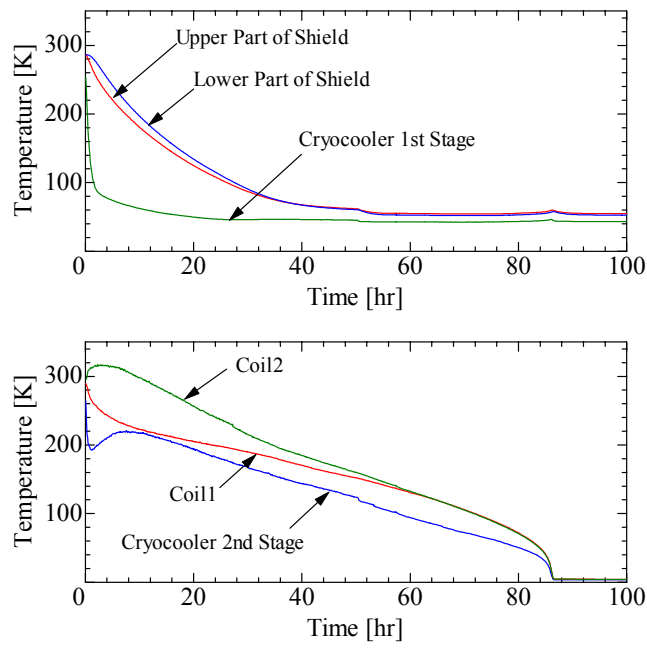


Fig. 2.3.1 Cool-down curve of the external field coil.

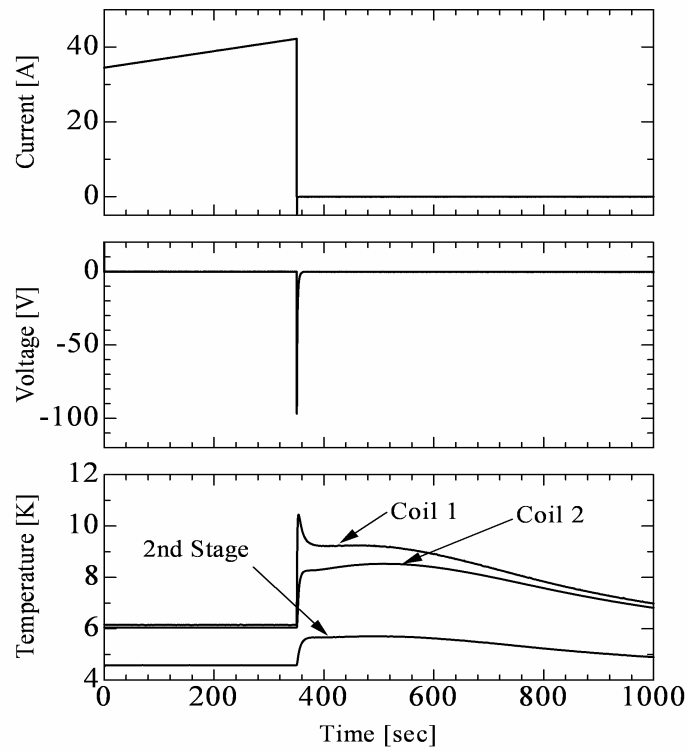


Fig. 2.3.2 Voltage and temperature rise at a coil quench.

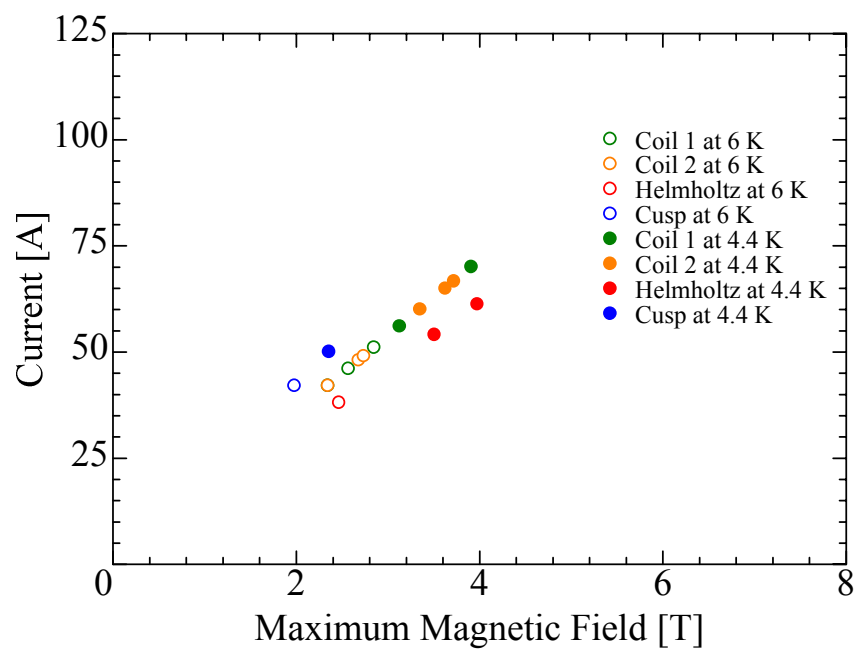


Fig. 2.3.3 Quench current of the external field coil.

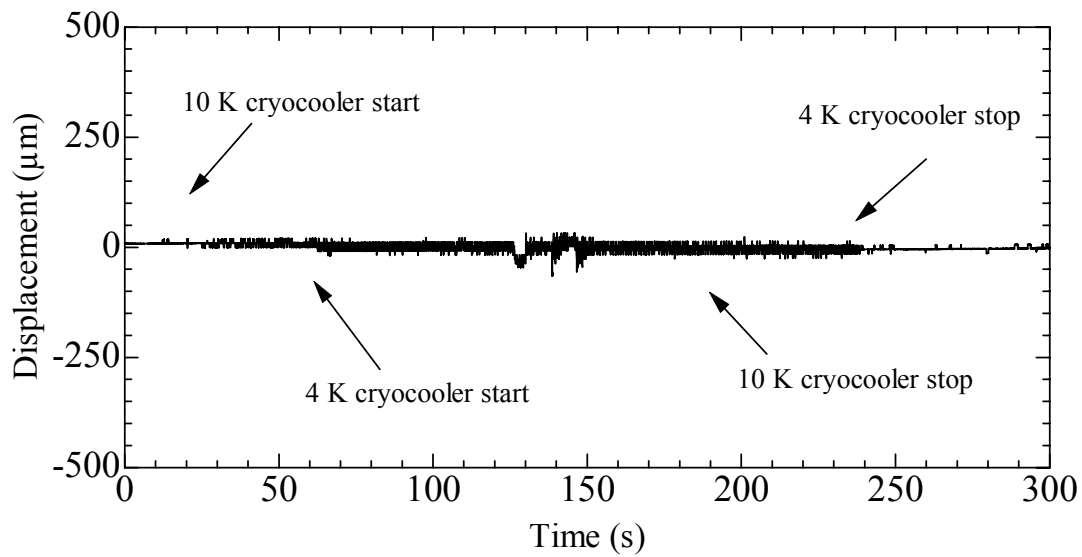


Fig. 2.3.4 Displacement of the external field coil.

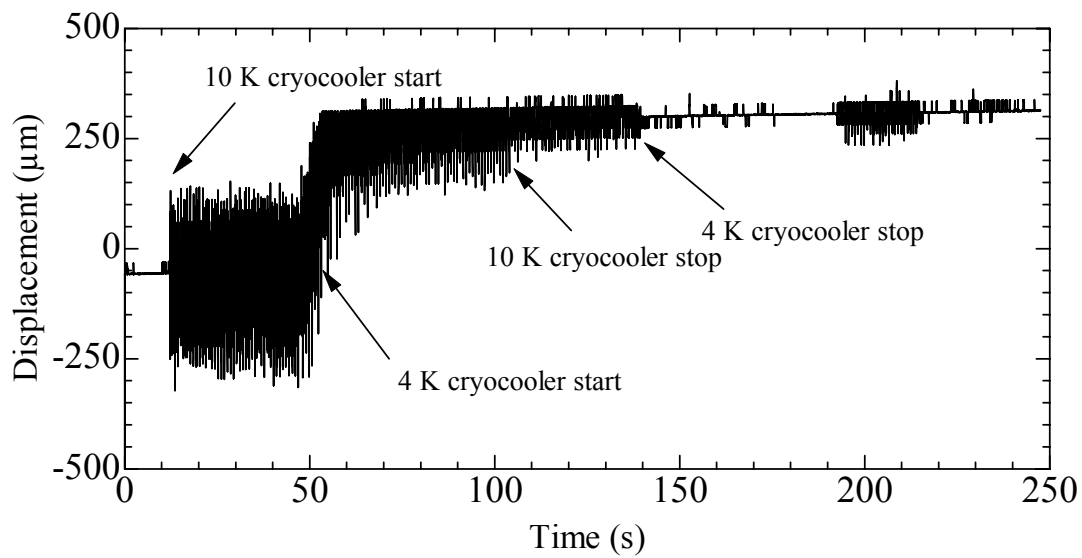


Fig. 2.3.5 Displacement of the sample stage.

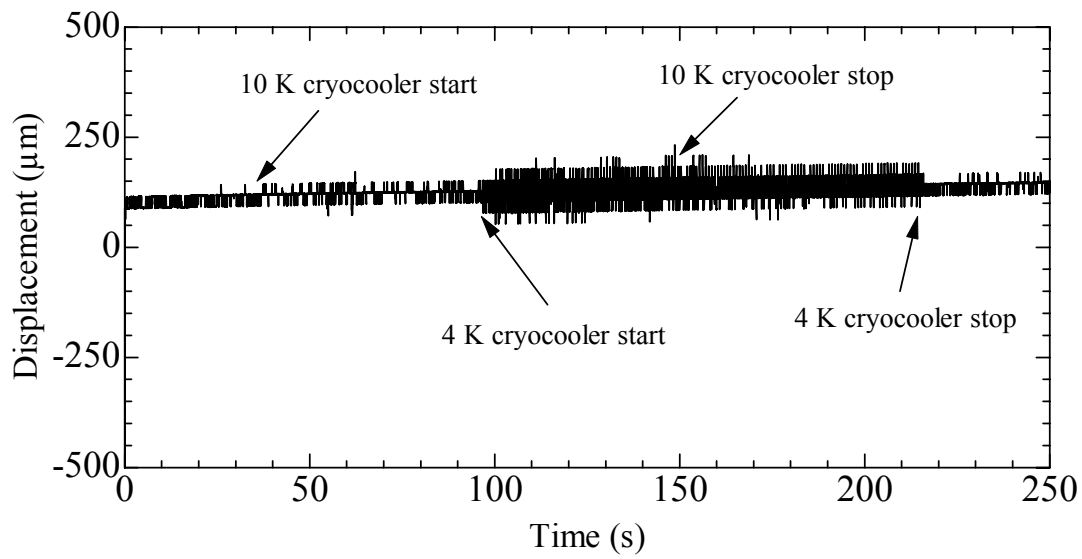


Fig. 2.3.6 Displacement of the sample stage after improvements.

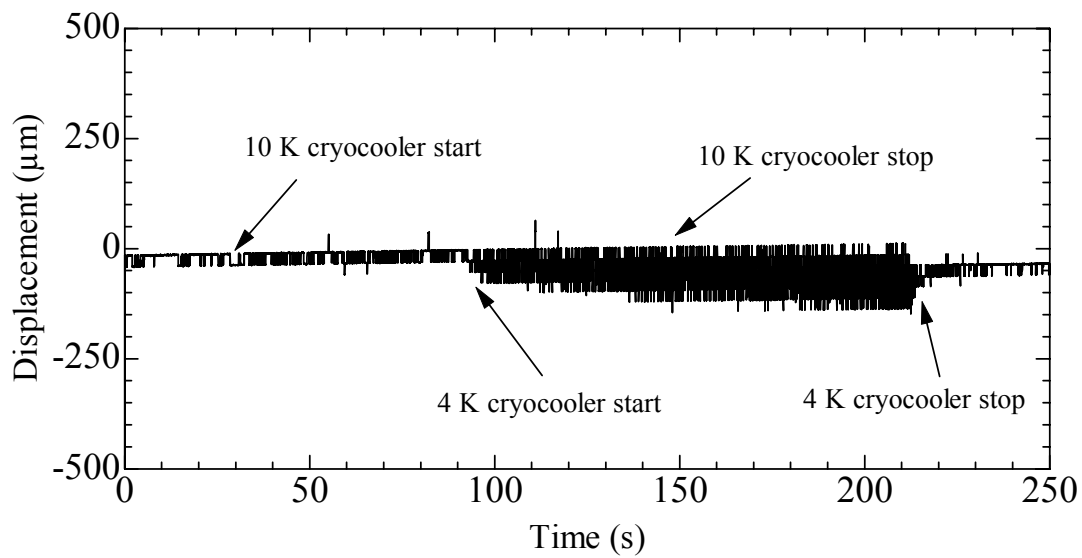


Fig. 2.3.7 Displacement of the sample stage without 10 K cryocooler.

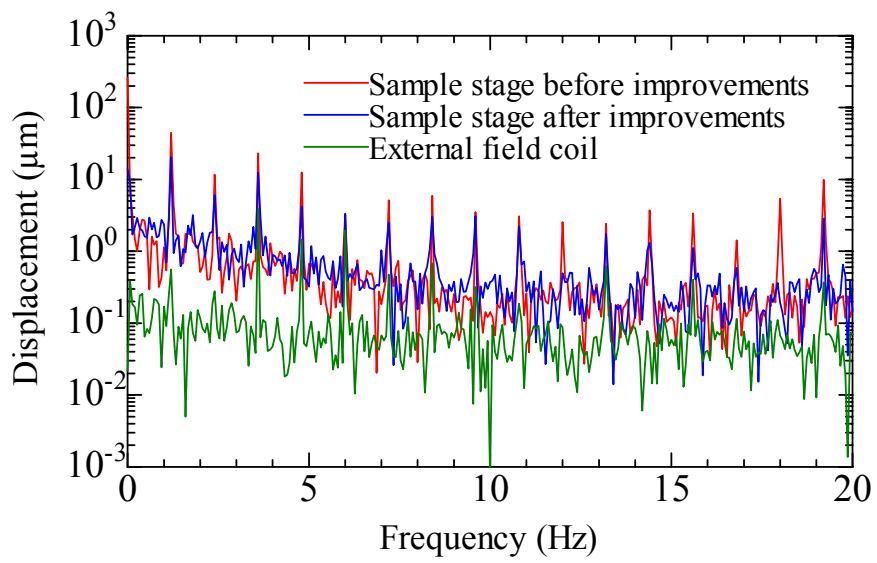
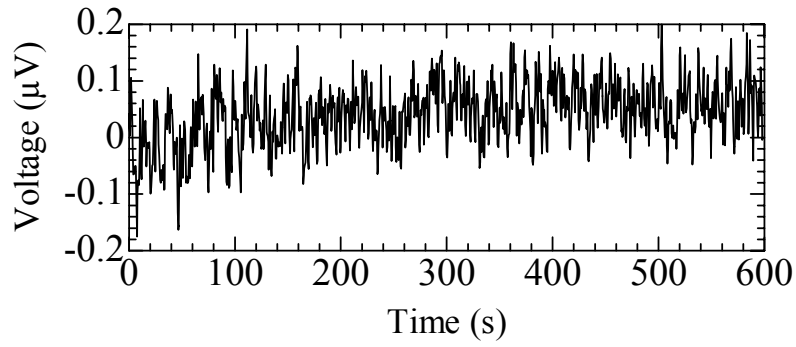
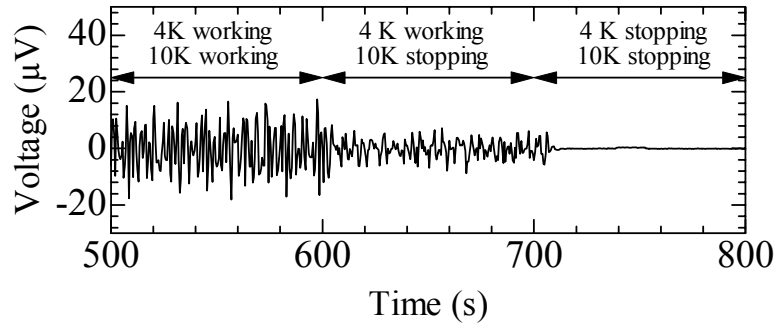


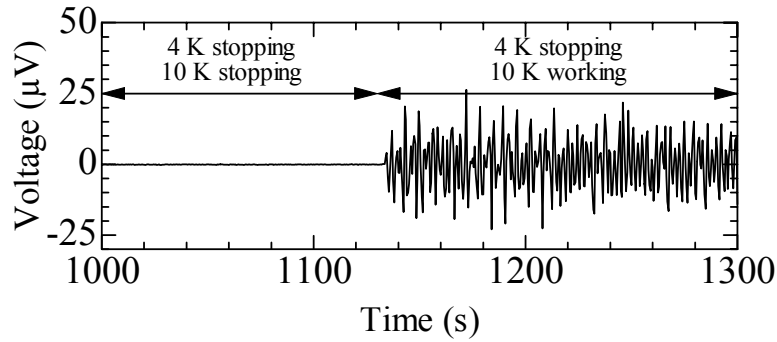
Fig. 2.3.8 Frequency spectrum of the vibration.



(a) Working case of 4 K and 10 K cryocoolers.

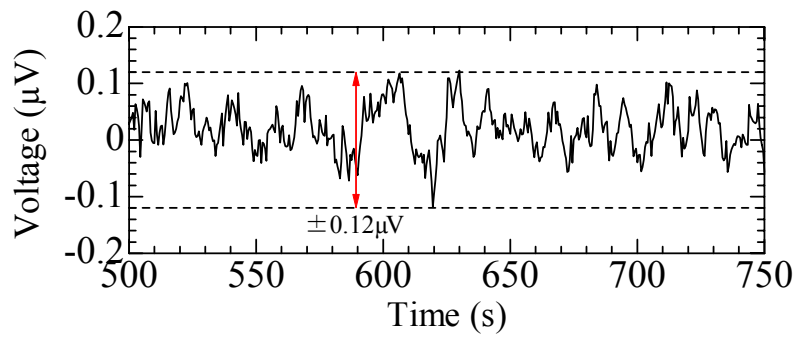


(b) Stopping case of 4 K and 10 K cryocoolers (1)

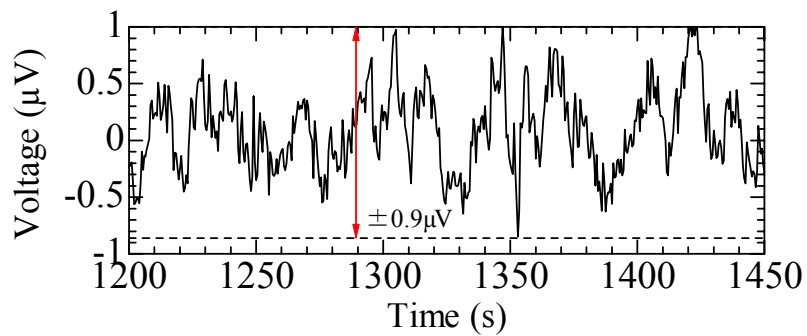


(c) Stopping case of 4 K and 10 K cryocoolers (2)

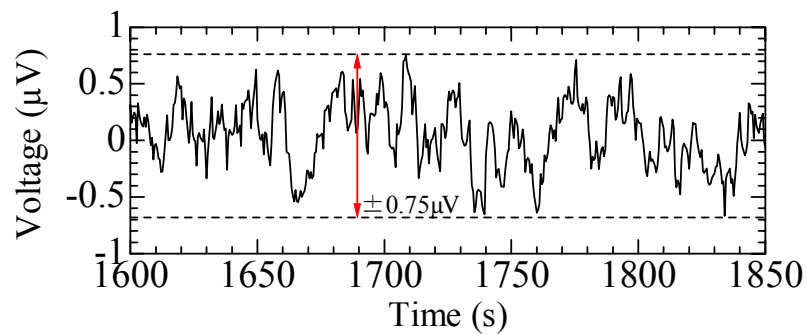
Fig. 2.3.9 Measurement of voltage noise before improvements



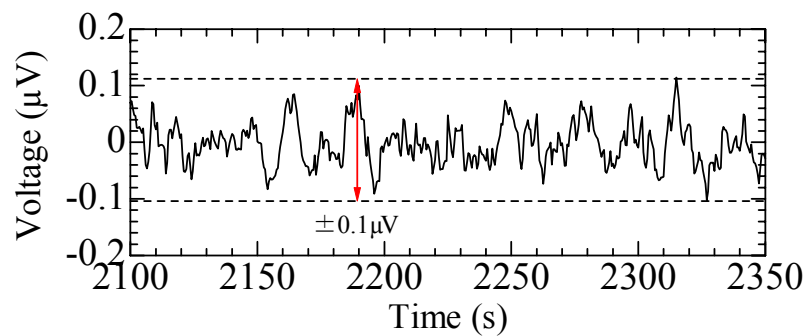
(a) Working case of 4 K and 10 K cryocoolers.



(b) Working case of 4 K and 10 K cryocoolers with current.



(c) Working case of 4 K cryocooler.



(d) Stop case of 4 K and 10 K cryocoolers

Fig. 2.3.10 Measurement of voltage noise after improvements

Table 2.3.1 Measurements of voltage noise before and after improvements.

	4 K cryocooler	10 K cryocooler	before	After
1	ON	ON	$\pm 15 \mu\text{V}$	$\pm 0.9 \mu\text{V}$
2	ON	OFF	$\pm 7.5 \mu\text{V}$	$\pm 0.75 \mu\text{V}$
3	OFF	OFF	$\pm 0.1 \mu\text{V}$	$\pm 0.1 \mu\text{V}$

2. 4 高温超伝導電流リードの設計

超伝導コイルは極低温に冷却され、コイルを励磁するための電流は電流リードを用いて室温部から導入される。従来、電流リードには銅製のものが用いられ、銅の熱伝導による熱侵入、電流通電によるジュール発熱、液体ヘリウムの蒸発ガスによる冷却効果を考慮して最適化が行われ、その結果、通電電流で規格化したガス冷却方式の銅製電流リードの熱侵入の下限は 1 W/kA になることが知られている [2. 2]。

1980 年代後半に開発された磁性蓄冷材による 4 K まで冷却可能な GM 冷凍機の開発 [2. 3] [2. 4] により、取扱や保守を容易とするために液体ヘリウム等の冷媒を用いない小型冷凍機による伝導冷却により超伝導コイルを冷却する方法が検討された。4 K 付近での GM 冷凍機の冷却能力は最大でも 1.5 W 程度と低く、ガス冷却方式を採用したとしても、ガスを循環再冷却することを考慮すると、銅製の電流リードでは小型冷凍機の冷却能力を超えてしまい伝導冷却方式による超伝導コイルの冷却は困難である。

一方、高温超伝導体は高い臨界温度と低い熱伝導率という特徴を持っているため、電流リードに応用できれば熱侵入の低減が期待できる。そこで、高温超伝導電流リードが伝導冷却方式で冷却される超伝導コイルの電流リードに適用され、比較的小型の物性研究用などの伝導冷却型超伝導コイルが実用化された [2. 5] [2. 6]。現在では、大型超伝導コイルへ応用するために、核融合装置 [2. 6]-[2. 12]、加速器 [2. 13]-[2. 15]、エネルギー貯蔵 [2. 16]-[2. 19] 等の超伝導コイル用の電流リードとして研究開発されている。これらの電流リードに用いられる高温超伝導体の種類は、YBCO バルク体、Bi2212 バルク体、金銀合金シース Bi2223 高温超伝導線材などがあり、伝導冷却、液体窒素冷却、ガス冷却などの冷却方式も含めると様々な種類の高温超伝導電流リードが検討されている [2. 20]-[2. 23]。

本研究のために開発した高温超伝導コイル試験装置も GM 冷凍機による伝導冷却により、高温超伝導コイルおよび外部磁場印加用超伝導コイルが冷却される。そのため、高温超伝導電流リードが必要である。そこで、特性のばらつきが無く、取扱が容易な金銀合金シース Bi2223 高温超伝導線材を用いた電流リードを使用する。本節では金銀合金シース Bi2223 高温超伝導線材を用いた伝導冷却型超伝導コイル用の高温超伝導電流リードの最適化及び設計手法について述べる。そして、実際の応用例として伝導冷却型 LTS パルスコイル [2. 24]-[2. 26] へ電流を導入する高温超伝導電流リードの設計、製作、試験結果について述べ [2. 27]、高温超伝導電流リードの本設計手法の妥当性を検証する。

GM 冷凍機などの 4 K まで到達できる小型冷凍機は 1st ステージと 2nd ステージの 2 段構成となっている。冷凍機の冷却能力と熱侵入により、1st ステージは 40 K から 80 K 程度に冷却され、2nd ステージは 4 K に冷却される。そのため、Fig. 2. 4. 1 のように室温部から 1st ステージまでは銅が用いられ、1st ステージから 2nd ステージへは高温超伝導体が用いられる。

高温超伝導電流リードが満足すべき条件としては、以下のようなものがある。

- ・熱侵入が小さいこと。
- ・熱収縮や電磁力による応力に耐えられる構造であること。
- ・真空容器や他の構造材料と絶縁されていること。
- ・定格以上の過電流が流れても短時間であれば安全に通電できること。

Fig. 2.4.2 に伝導冷却型超伝導コイルの構成を示す。伝導冷却型超伝導コイルは、冷凍機、高温超伝導電流リード、超伝導コイル、輻射シールド、支持構造材等から構成される。高温超伝導電流リード以外に起因する熱侵入としては、支持構造材の熱伝導に伴う熱侵入と輻射熱がある。支持構造材からの熱侵入は、材料を熱伝導率が比較的低い GFRP やチタン合金やステンレス合金等が用いられる。輻射熱に対しては、1st ステージ温度の箇所に輻射シールドを設置する。輻射シールドはマイラやPET等の絶縁材にアルミニウムを蒸着したスーパーインシュレーションを多層重ねて覆うことにより輻射熱を低減する。

以上のように、伝導冷却型超伝導コイルでは高温超伝導電流リード、支持構造材、輻射熱などからの熱侵入によって、1st ステージ温度および2nd ステージ温度が決定する。よって、高温超伝導電流リードの熱侵入は、1st ステージ温度、2nd ステージ温度に影響されるため、高温超伝導電流リードを設計するためには、他の構造材を十分に考慮して設計を行う必要がある。

2.4.1 高温超伝導電流リード銅部の設計

高温超伝導電流リード銅部の設計について述べる。銅部の熱侵入は、室温部からの伝熱と電流通電に伴うジュール発熱である。銅部の熱侵入を求めるために、以下のような一次元の熱平衡方程式を用いる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\rho I^2}{s} = 0 \quad (2.4.1)$$

ここで、 λ は熱伝導率、 ρ は抵抗率、 I は通電電流、 s は断面積、 T は温度、 x は電流リードに沿った位置である。電流リードの長さを l として、規格化した位置 $u = x/l$ を変数とすると、

$$\frac{\partial}{\partial u} \lambda \frac{\partial T}{\partial u} + \frac{\rho I^2 l^2}{s^2} = 0 \quad (2.4.2)$$

となる。ここで、幾何学パラメータ $A = l/s$ を導入すると、

$$\frac{\partial}{\partial u} \lambda \frac{\partial T}{\partial u} + \rho I^2 A^2 = 0 \quad (2.4.3)$$

となる。これより、銅部の熱侵入は長さ l と断面積 s の比が最適化されることがわかる。そして、上式の材料に起因する熱伝導率と抵抗率の非線形性を考慮して、有限要素法により離散化し、銅部の温度分布を求め、熱侵入を求める。有限要素法による解析方法及び材料の物性値は付録Fに示す。

高温超伝導電流リードは室温部 (300K) から冷凍機 1st ステージ温度 (65K) までを電流を導入

する。一般に、良導体である銅が用いられるが、低温での物性は残留抵抗比（RRR）によって変化する。しかし、銅の熱伝導率と抵抗率の関係がヴィーデマン・フランツの法則により完全に記述できるとするならば銅電流リードの最適形状における熱侵入量は残留抵抗比 RRR によらず一定で、形状は平均熱伝導率に依存することが知られている。そこで、一般に市販性のある銅の種類で熱設計にどれだけの差が生じるか詳細な物性値を用いて評価する。市販性のある銅の種類を Table 2.4.1 に示す。

計算方法としては断面積固定で電流リードの長さをパラメータとして 10 mm ずつ変化させ、1 次元非線形有限要素法を用いて熱解析を行い、それぞれの RRR における最適な長さや熱侵入量を求めた。計算条件としては、電流 1 kA、外部磁場はゼロ、断面積 128 mm² の円筒形状の銅電流リードとし、境界条件は高温端温度 300 K、低温端温度 65 K とした。Fig. 2.4.3 及び Fig. 2.4.4 に、最適な熱侵入量の RRR 依存性と長さを示す。

Fig. 2.4.3 より、RRR の違いによる熱侵入量はほぼ一定であるが、若干の依存性があり RRR が大きくなるにしたがって熱侵入量は少なくなり、43 W で一定値に漸近する。Fig. 2.4.4 からは最適な長さは RRR が大きくなるにしたがって長さが長くなり 0.48 m で一定値に漸近し、RRR が小さいほど最適な長さの変化率が大きいことがわかる。これは材料の RRR のばらつきにより最適な長さが変わり、熱侵入量が増えることを意味している。

次に、Table 2.4.1 に示したような各種銅材料における RRR のばらつきによる熱侵入への影響について検討を行う。それぞれの銅材料について Table 2.4.2 に示した設計値を基準としたときの RRR のばらつきによる熱侵入量への影響を計算した。Fig. 2.4.5 に計算結果を示す。

Fig. 2.4.5 の計算結果より、燐脱酸銅とタフピッチ銅は材料のばらつきによる影響を大きく受け、それらと比較して無酸素銅は影響を全く受けないことがわかる。これは、今回の銅電流リードが 65 K 以上でしか使われないことに起因しており、その温度以上では RRR が 50 を超えるとほとんど熱伝導率や抵抗率に変化がないためである。

次に、定格電流を超えるような過電流特性を検討するために、過電流のジュール発熱による温度上昇をもっとも安全な設計となる断熱条件下での温度上昇を評価する。断熱状態における熱平衡方程式は、

$$\gamma c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \rho(T) J^2 \quad (2.4.4)$$

となる。ここで、 T は温度、 γ は密度、 $c(T)$ は比熱、 t は時間、 $\rho(T)$ は抵抗率、 J は電流密度である。(2.4.4) 式の時間微分項を後退差分近似すると、

$$T_t = T_{t-\Delta t} + \frac{\rho(T_{t-\Delta t}) J^2}{\gamma c(T_{t-\Delta t})} \Delta t \quad (2.4.5)$$

となる。ここで、 Δt は時間間隔、 T_t はその時間における温度、 $T_{t-\Delta t}$ は Δt 前の温度である。

ハンダや樹脂に対する安全性を考えて、断熱条件下で高温端温度 300 K から 400 K に到達するまでの時間を計算した。

以上の結果より、2 倍程度の過電流を通電しても 1 分以上耐えることができることがわかった。今回の計算に用いた断熱モデルでは冷凍機による冷却や室温での空気との熱伝達による冷却、水による冷却を考慮していないためより長時間の通電が可能である。

伝導冷却パルスコイル用高温超伝導電流リードの室温から真空容器内へ導入する銅端子は約 0.1 T の磁場中で定格 1 kA の電流を通電する。よって、電磁力による銅部への影響を検討する必要がある。特に、電磁力によるたわみによって導体が真空容器等へ接触し、絶縁が破れることがないこと確認する必要がある。

電磁力による銅電流リードに加わる磁場を一定であると仮定すると単位長さ当たりの電磁力 w は、

$$w = |I \times B| \quad (2.4.6)$$

となる。計算モデルは Fig. 2.4.7 のような片端支持の銅電流リードに均一な電磁力が加わったと仮定した。以上より、たわみ δ は以下の式によって表される。

$$\delta = \frac{wL^4}{8EI} \left(1 - \frac{4x}{3L} + \frac{x^4}{3L^4} \right) \quad (2.4.7)$$

ここで、 L は導体長、 E はヤング率、 I は断面二次モーメント、 x は電流リード下部からの距離である。銅電流リードの形状である円断面の断面二次モーメント I は

$$I = \frac{\pi}{64} d^4 \quad (2.4.8)$$

となる。ここで、 d は導体の直径である。Table 2.4.4 の銅電流リードのパラメータを用いて求めた銅電流リードのたわみ δ の計算結果を Fig. 2.4.8 に示す。

以上の計算結果より、たわみ δ は最大で 1.9 mm となることがわかった。また、電気絶縁及び熱絶縁が必要なもっとも近い位置でも 6.6 mm 程度余裕があることが確認できた。実際の高温超伝導電流リードの銅部にはたわみが全く起こらないように GFRP で支持し、銅部のほとんどの部分を撚り線とすることで対応した。

2.4.2 高温超伝導電流リード高温超伝導部の設計

高温超伝導体に流れている通電電流がすべて SUS304 及び 3%金入り銀合金の安定化材に流れた場合を想定して、高温超伝導線材と並列に SUS304 製の安定化材を配置することにより高温超伝導電流リードを保護する。一定時間後の安定化材の温度上昇が 300 K 以下となるように安定化材の断面積を決定する。

HTS 電流リードの発熱を求めるために、SUS304 安定化材及び高温超伝導線材のシース材である 3%金入り銀合金からなる Fig. 2.4.9 のような等価回路を考える。

このとき、それぞれの 1 m 当たりの SUS304 安定化材の抵抗 $R_{SUS304}(T)$ 及び 3%金入り銀合金の抵抗 $R_{Ag3\%Au}(T)$ は

$$R(T)_{SUS304} = \rho_{SUS304}(T) \frac{1}{S_{SUS304}} \quad (2.4.9)$$

$$R(T)_{Ag3\%Au} = \rho_{Ag3\%Au}(T) \frac{1}{S_{Ag3\%Au}} \quad (2.4.10)$$

となる。ここで、 $\rho_{SUS304}(T)$ 及び $\rho_{Ag3\%Au}(T)$ は SUS304 安定化材及び 3%金入り銀合金の抵抗率、 S_{SUS304} および $S_{Ag3\%Au}$ は SUS304 安定化材及び 3%金入り銀合金の断面積である。

次に、(2.4.9)式及び(2.4.10)式よりこれらの合成抵抗 $R(T)$ を求めると、

$$R(T) = \frac{R(T)_{SUS304} \cdot R(T)_{Ag3\%Au}}{R(T)_{SUS304} + R(T)_{Ag3\%Au}} \quad (2.4.11)$$

となる。

熱は瞬間的に全体的に広がると仮定してゼロ次元解析で温度上昇を求める。そのために、SUS304 安定化材及び高温超伝導線材のシース材である 3%金入り銀合金の熱容量 $Q(T)$ を考える。熱容量 $Q(T)$ は、SUS304 安定化材の熱容量 $Q_{SUS304}(T)$ 及び 3%金入り銀合金の比熱 $Q_{Ag3\%Au}(T)$ の和として考えられるので、

$$Q(T) = Q_{SUS304}(T) + Q_{Ag3\%Au}(T) \quad (2.4.12)$$

となる。この(2.4.12)式のそれぞれの 1 m 当たりの熱容量 $Q_{SUS304}(T)$ 及び $Q_{Ag3\%Au}(T)$ は比熱 $c_{SUS304}(T)$ 及び $c_{Ag3\%Au}(T)$ を用いてあらわすと、

$$Q_{SUS304}(T) = c_{SUS304}(T) \cdot \gamma_{SUS304} \cdot S_{SUS304} \quad (2.4.13)$$

$$Q_{Ag3\%Au}(T) = c_{Ag3\%Au}(T) \cdot \gamma_{Ag3\%Au} \cdot S_{Ag3\%Au} \quad (2.4.14)$$

となる。ここで、 γ_{SUS304} 及び $\gamma_{Ag3\%Au}$ は SUS304 安定化材及び 3%金入り銀合金の密度である。

高温超伝導電流リードの温度上昇を求めるために、以下のような断熱条件下での熱平衡方程式を用いる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{R(T)I^2}{Q(T)} \quad (2.4.15)$$

ここで、 t は時間、 I は通電電流である。(2.4.15)式の時間微分項を後退差分近似すると、

$$T_t = T_{t-\Delta t} + \frac{R(T_{t-\Delta t})I^2}{Q(T_{t-\Delta t})} \Delta t \quad (2.4.16)$$

となる。ここで、 Δt は時間間隔、 T_t はその時間における温度、 $T_{t-\Delta t}$ は Δt 前の温度である。

Table 2.4.5 に高温超伝導線材の諸元を示す。実際に計算に使用した計算パラメータを Table 2.4.6 に示す。

また、3%金入り銀合金の比熱及び密度は RRR=30 の銀の値を用いた。

SUS304 安定化材の断面積をパラメータとして高温超伝導電流リードが 300 K に到達するまでの時間を(2.4.16)式で計算した。その計算結果を Fig. 2.4.10 に示す。

Fig. 2.4.10 の計算結果より、高温超伝導電流リードが 300 K に到達するまでの時間を 30 秒以上とするためには SUS304 安定化材の断面積を 110 mm² 以上とする必要があることがわかる。

2. 4. 3 輻射シールドの設計

高温超伝導電流リードを検討する上で、電流リード以外に起因する熱侵入を評価することは重要である。そこで、金属系超伝導パルスコイルへの室温から輻射熱を低減するために Fig. 2. 4. 11 に示すような構造の輻射シールドを真空容器と超伝導コイルの間に配置する。この輻射シールドは、超伝導コイルのパルス放電中に発生する渦電流による影響を低減するために胴部及び下面を厚さ 2 mm の SUS304 で製作する。しかし、SUS304 は比較的熱伝導率が悪く、それだけでは輻射シールド内で許容できない温度差が発生する。そこで、銅撚り線を輻射シールドに配置することによって十分な伝熱を確保する。輻射シールドを十分に冷却するために必要な銅撚り線について検討を行う。

付録 F. 3 の計算結果より、室温部から輻射シールドへの輻射熱は 8.0 W となる。Fig. 2. 4. 11 のような輻射シールドを仮定して、銅撚り線の本数を模擬するために SUS304 部の等価熱伝導率を変化させて ANSYS を用いて 3 次元定常熱解析を行い、輻射シールドの温度分布を求めた。冷凍機 1st 接続部の温度を 60 K として、銅撚り線を用いない場合の輻射シールドの温度分布を Fig. 2. 4. 12 に示す。

Fig. 2. 4. 12 の計算結果より、銅撚り線を用いないときの温度は最大で 175 K となっており超伝導コイルへの輻射熱を考えると許容できるレベルにないことがわかる。次に、銅撚り線を配置したことを想定して SUS304 部の等価熱伝導率を 100 W/m-K から 500 W/m-K としたときの最大温度差を Fig. 2. 4. 13 に示す。

この計算結果より、温度差を 5 K 以内に抑えるためには等価熱伝導率を 300 とするような銅撚り線を配置する必要がある。また、等価熱伝導率に対応する銅撚り線の本数 n は、

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_{Cu}} \frac{S_{SUS304}}{S_{Cu}} \quad (2. 4. 17)$$

となる。ここで、 λ は解析に使用した等価熱伝導率、 λ_{Cu} は銅撚り線の熱伝導率、 S_{SUS304} は SUS304 胴部の断面積、 S は銅撚り線 1 本当たりの断面積である。

以上より、SUS304 胴部の等価熱伝導率と銅撚り線の本数の計算結果を Fig. 2. 4. 14 に示す。この結果より、等価熱伝導率 300 W/m-K に対応する銅撚り線の本数は約 500 本であることがわかる。

2. 4. 4 伝導冷却型 LTS コイル用高温超伝導電流リードの設計と試験

これまでの検討結果をまとめて、伝導冷却型金属系超伝導パルスコイルへ用いる高温超伝導電流リードを設計した。Table 2. 4. 9 に高温超伝導電流リードの諸元を、Fig. 2. 4. 15 に高温超伝導電流リードの構造を示す。

伝導冷却型金属系超伝導パルスコイルへの熱侵入量を評価し、超伝導コイルの到達温度を推定する。Table 2. 4. 10 に冷凍機 1st ステージへの熱侵入量を、Table 2. 4. 11 に冷凍機 2nd ステージへの熱侵入量を示す。使用した冷凍機は住友重機械工業株式会社製の RDK-415D である。その冷却能

力線図を Fig. 2.4.16 に示す。伝導冷却型金属系超伝導パルスコイルでは、上記の冷凍機を 2 台使用している。よって、冷凍機 2nd ステージの温度は無通電時で約 3.5 K、1 kA 通電時でも 3.8 K 程度となることが設計値から予想される。

Fig. 2.4.17 に高温超伝導電流リードを取り付けた伝導冷却型 LTS パルスコイルの完成写真を示す。2 台の GM 冷凍機を用いて伝導冷却型 LTS パルスコイルを冷却した。Fig. 2.4.18 にそのときの冷却曲線を示す。冷却時間は約 5 日間で、輻射シールドの到達温度は 49 K、LTS パルスコイルの到達温度は 3.6 K であった。これより、設計値どおり冷却されたことを確認された。

LTS 型パルスコイルの励磁試験として、Fig. 2.4.20 のように 1.42 kA、1 時間連続通電試験と 1.42 kA から時定数 1.37 秒で遮断試験を行った。その結果、高温超伝導電流リードにおける電圧発生、クエンチ等は観測されず、定格以上の通電も問題なく行えることを実証した。

また、この励磁試験の結果から接続抵抗を評価した結果を Fig. 2.4.21 に示す。この結果から、銅部と HTS 部の接続抵抗は $0.75 \mu\Omega$ 、 $0.45 \mu\Omega$ となり、NbTi/Cu 超伝導成型撚線と HTS 電流リードの接続抵抗 $7 \text{ n}\Omega$ 、 $6 \text{ n}\Omega$ となっていることがわかった。この接続抵抗の値は特に問題の無い適正な抵抗値である。

1 kA 通電時と無通電時の高温超伝導電流リードの長手方向温度分布の計算結果と実験結果を Fig. 2.4.22 に示す。この結果より、HTS 部の温度は計算値と実測値が一致している。銅部の温度分布については計算値よりも温度が高くなっているが許容できる範囲内である。

以上のように、高温超伝導電流リードの設計手法を確立し、実際に伝導冷却型パルスコイルへ適用した。その結果、コイルの定格電流以上の電流を連続通電および遮断することができ、熱侵入や接続抵抗なども許容範囲であった。

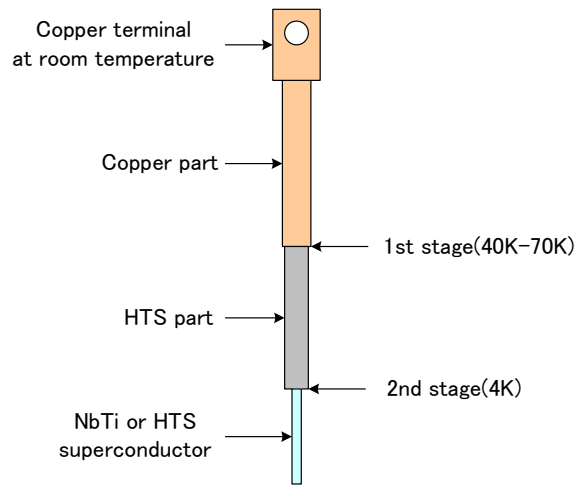


Fig. 2.4.1 Configuration of HTS current lead.

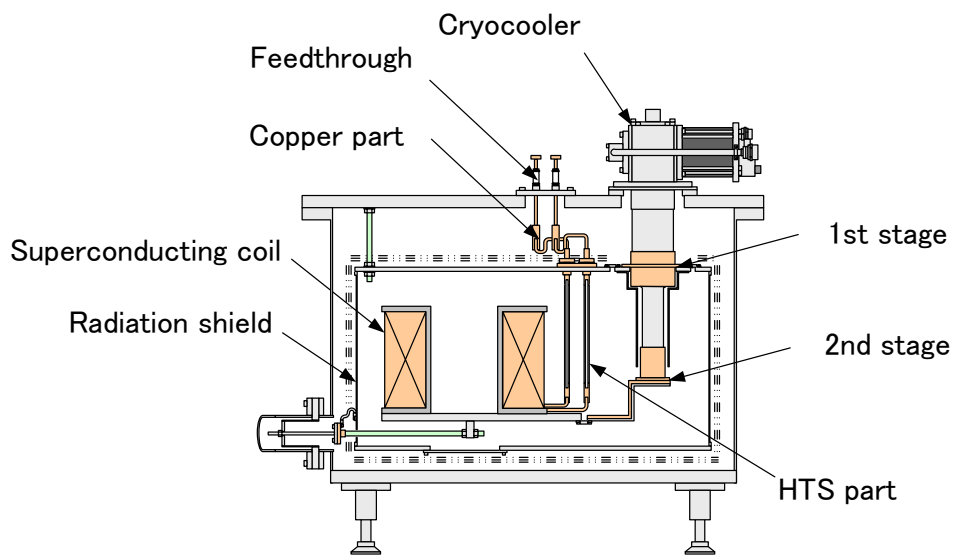


Fig. 2.4.2 Configuration of conduction cooled superconducting coil.

Table 2.4.1 RRR of coppers.

Material	Residual Resistivity Ratio (RRR)
Oxygen-free copper (C1020)	50 ~ 300
Tough-pitch copper (C1100)	10 ~ 100
Phosphorous-deoxidized copper (C1220)	3 ~ 5

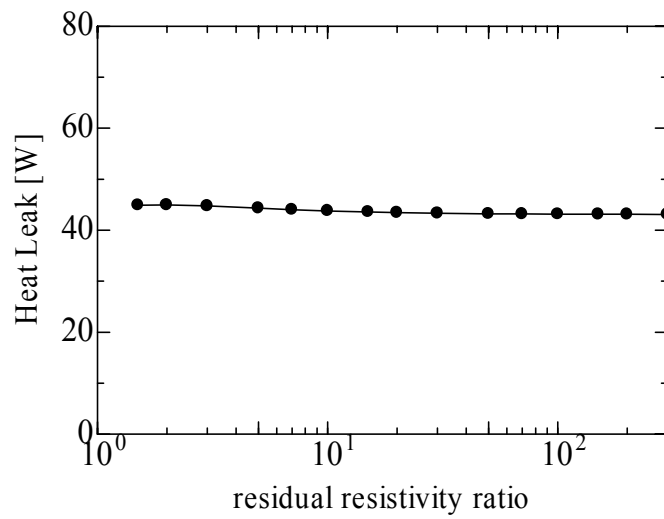


Fig. 2.4.3 RRR dependence of Heat leak.

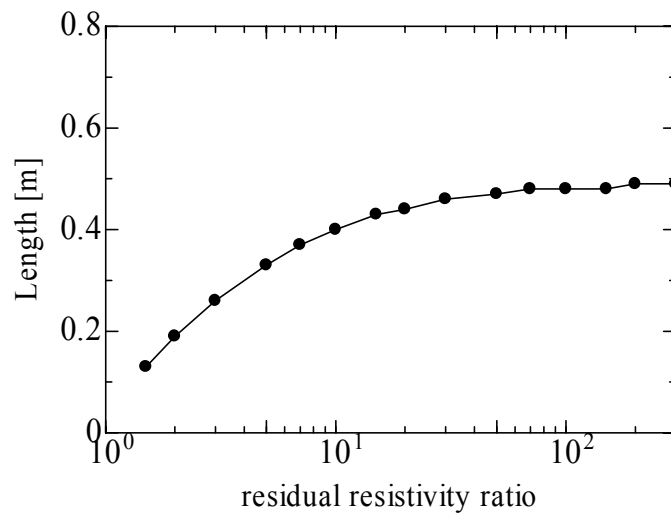


Fig. 2.4.4 RRR dependence of optimized length.

Table 2.4.2 Design parameters.

Material	RRR	Length	Heat Leak
Oxygen-free copper (C1020)	4	0.31 m	44.5 W
Tough-pitch copper (C1100)	50	0.47 m	43.2 W
Phosphorous-deoxidized copper (C1220)	100	0.48 m	43.1 W

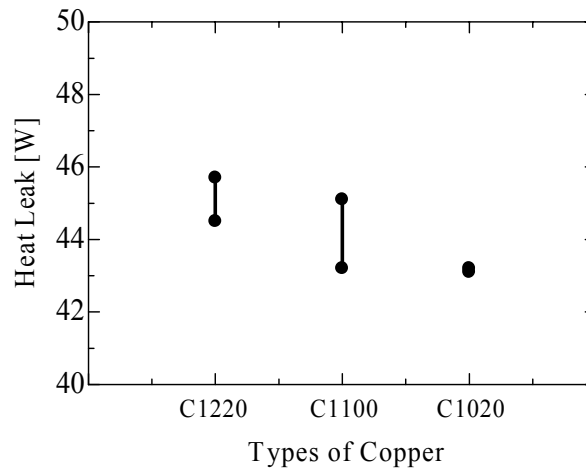


Fig. 2.4.5 Effect of RRR error of coppers 各銅材料の RRR のばらつきによる影響

Table 2.4.3 Specifications of copper part of HTS current lead.

Material	Tough-pitch copper
Nominal current	1000 A
Cross-sectional area	128 mm ²
Length	480 mm

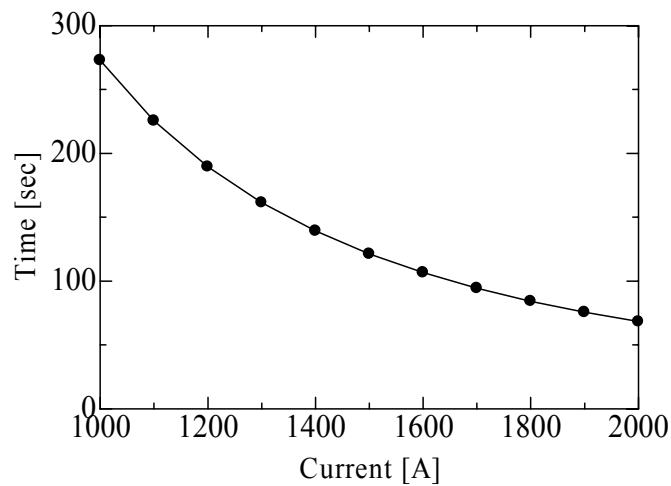


Fig. 2.4.6 Time which arrived at temperature of 400 K.

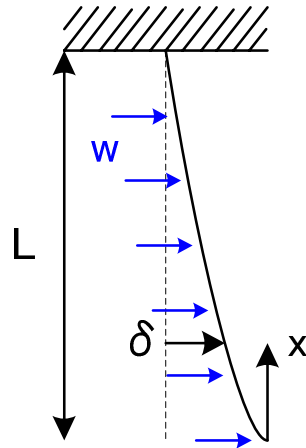


Fig. 2.4.7 One end support and uniform load.

Table 2.4.4 Parameters.

Magnetic field	0.1 T
Nominal current	1000 A
Length	0.4 m
Diameter	0.0128 m
Young's modulus	128×10^9 N/m

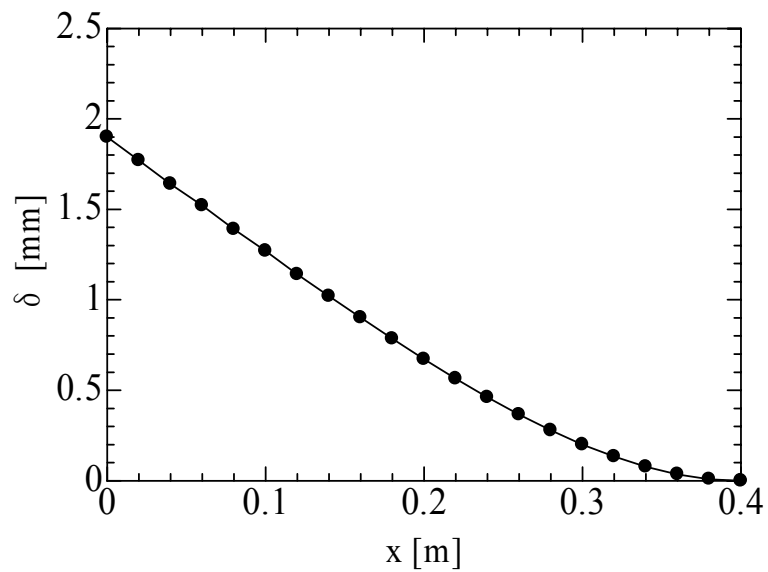


Fig. 2.4.8 Displacement of end of copper lead by electromagnetic force.

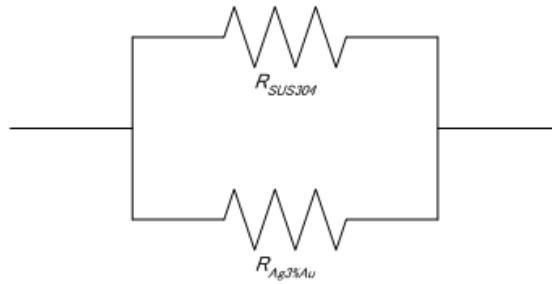


Fig. 2.4.9 Equivalent circuit.

Table 2.4.5 Specifications of HTS tape.

Width	4.0 mm
Thickness	0.24 mm
Ag ratio	2.0
Critical current (77 K, 1 μ V/cm)	62 A

Table 2.4.6 Parameters.

Current I	1000 A
Δt	1×10^{-4} s
Initial temperature T_{init} (high end)	65 K
Number of tapes	6
Density of SUS304 d_{SUS304}	7.9×10^3 kg/m ³
Density of Ag with 3%Au $d_{Ag3\%Au}$	10.47×10^3 kg/m ³
Cross-sectional area of Ag with 3%Au $S_{Ag3\%Au}$	3.84×10^{-6} m ²

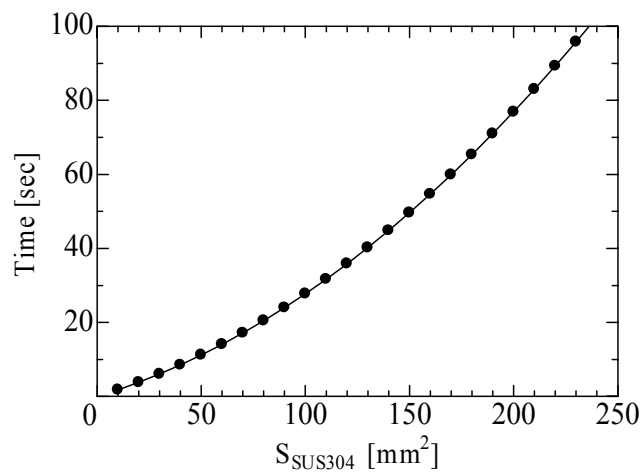


Fig. 2.4.10 Relationship between cross-sectional area of SUS304 and time arrived 300 K.

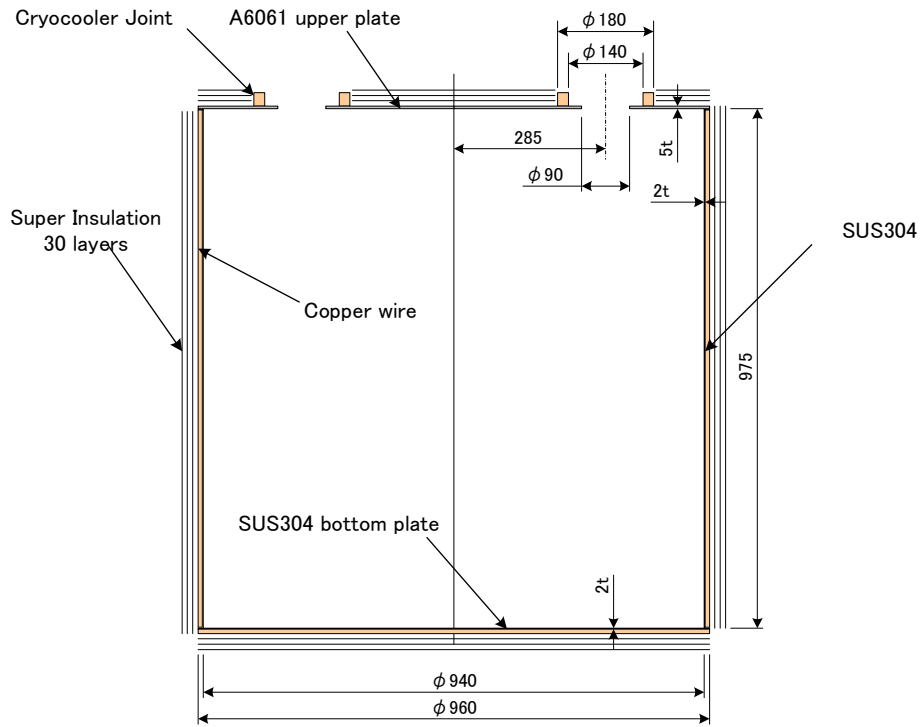


Fig. 2.4.11 Configuration of the radiation shield.

Table 2.4.7 Parameters.

Heat leak by radiation	2.0 W/m ²
Thermal conductivity of A6061	111 W/m-K
Thermal conductivity of SUS304	6.8 W/m-K

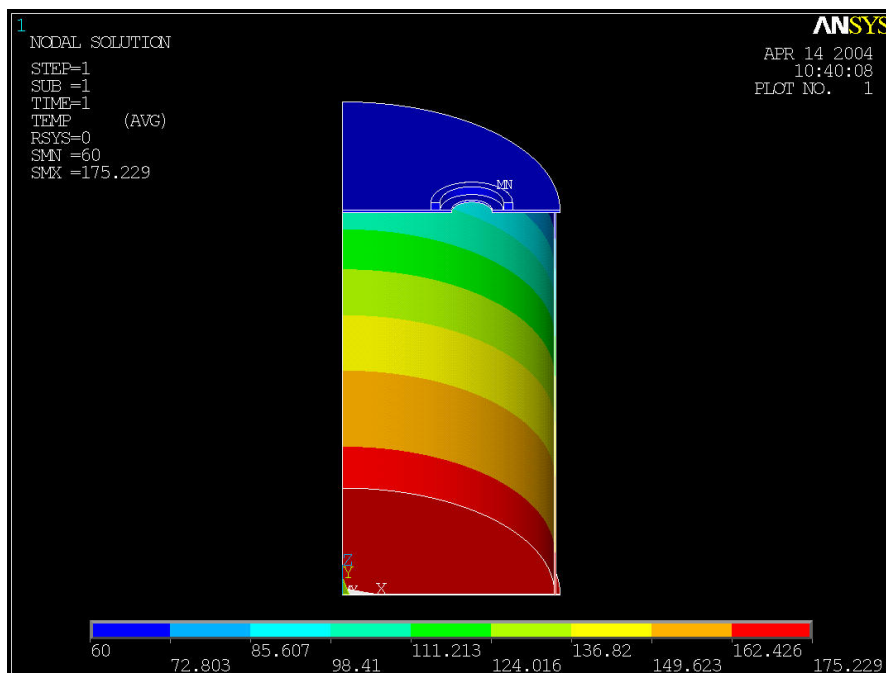


Fig. 2.4.12 Temperature distribution without copper wires.

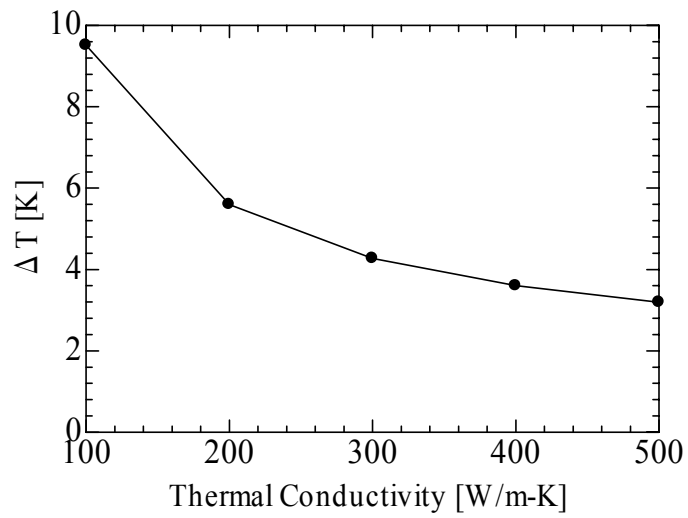


Fig. 2.4.13 Relationship between maximum temperature difference and equivalent thermal conductivity.

Table 2.4.8 Parameters of copper wire and SUS304.

S_{SUS304}	$5.9 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
S_{Cu}	$6 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
λ_{Cu}	600 W/m-K

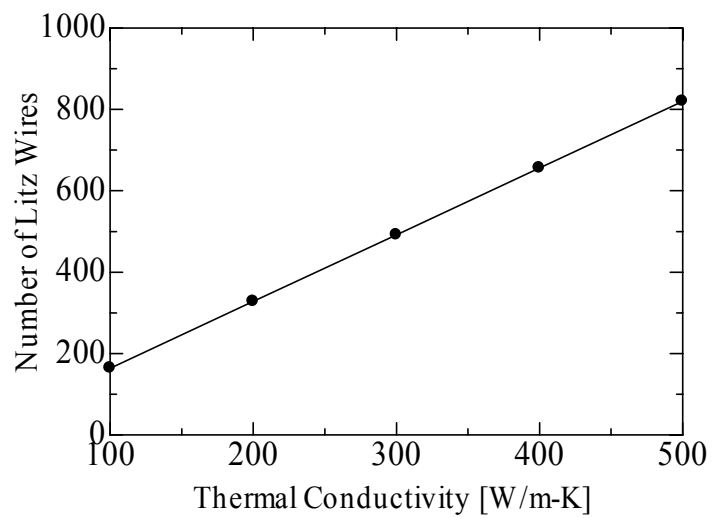


Fig. 2.4.14 Number of copper wires on thermal conductivity.

Table 2.4.9 Specifications of HTS current lead.

Current	1.0 kA
External Field	0.2 T at 1.0 kA
HTS Part	
Effective Length	214 mm
Conductor	Bi2223/Ag-3%Au tapes
I_c of tape	62 A at 77 K, self field
Stabilizer	SUS304 (60 mm ²)
Heat Leak	0.41 W/lead at 0.0 kA 0.54 W/lead at 1.0 kA
Copper Part	
Effective Length	1.0 m
Cross-section Area	400 mm ²
Heat Leak	45.6 W/lead at 0.0 kA 50.6 W/lead at 1.0 kA

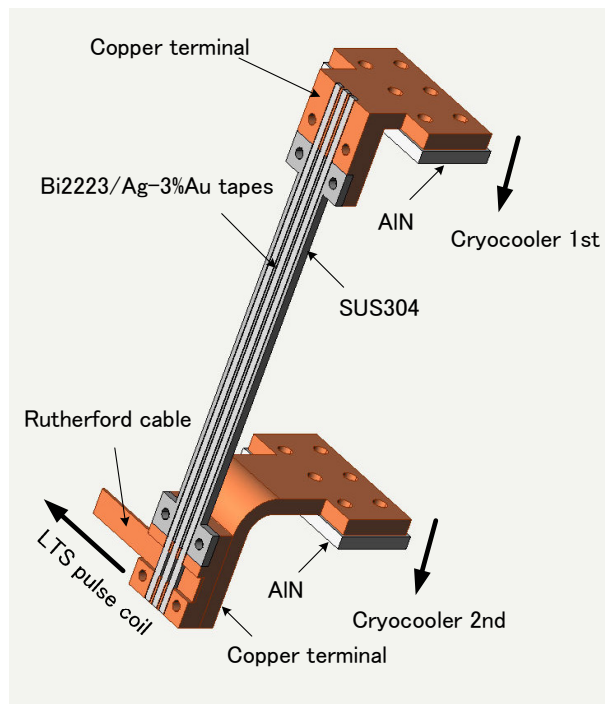


Fig. 2.4.15 Configuration of HTS current lead.

Table 2.4.10 Heat leak to 1st stage of cryocooler.

Copper current lead	2	45.6 W/lead at 0.0 kA 50.6 W/lead at 1.0 kA	91.2 W/lead at 0.0 kA 101.2 W/lead at 1.0 kA
Radiation	1	8 W	8 W
Coil support	6	0.16 W	1.3 W
Shield support	8	0.07 W	0.6 W
Liquid nitrogen pipe	1	0.32 W	0.32 W
Data acquisition wires			0.1 W
total			102 W/lead at 0.0 kA 112 W/lead at 1.0 kA

Table 2.4.11 Heat leak to 2nd stage of cryocooler.

HTS current lead	2	0.41 W/lead at 0.0 kA 0.54 W/lead at 1.0 kA	0.82 W/lead at 0.0 kA 1.08 W/lead at 1.0 kA
Radiation	1	0.15 W	0.15 W
Coil support	6	5 mW	30 mW
Liquid nitrogen pipe 1	1	8 mW	8 mW
Liquid nitrogen pipe 2	1	85 mW	85 mW
Data acquisition wires			10 mW
Total			1.1 W/lead at 0.0 kA 1.37 W/lead at 1.0 kA

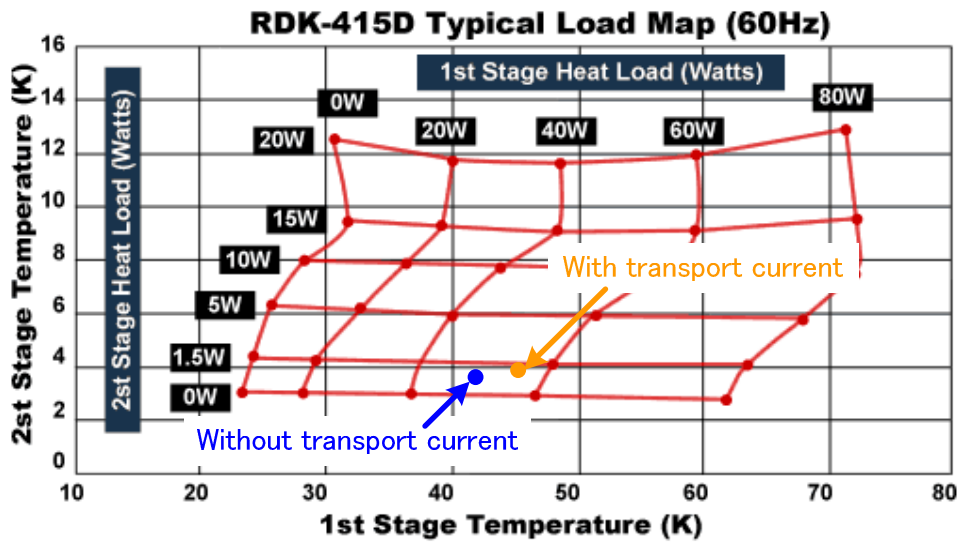


Fig. 2.4.16 Cooling performance curve of the cryocooler.

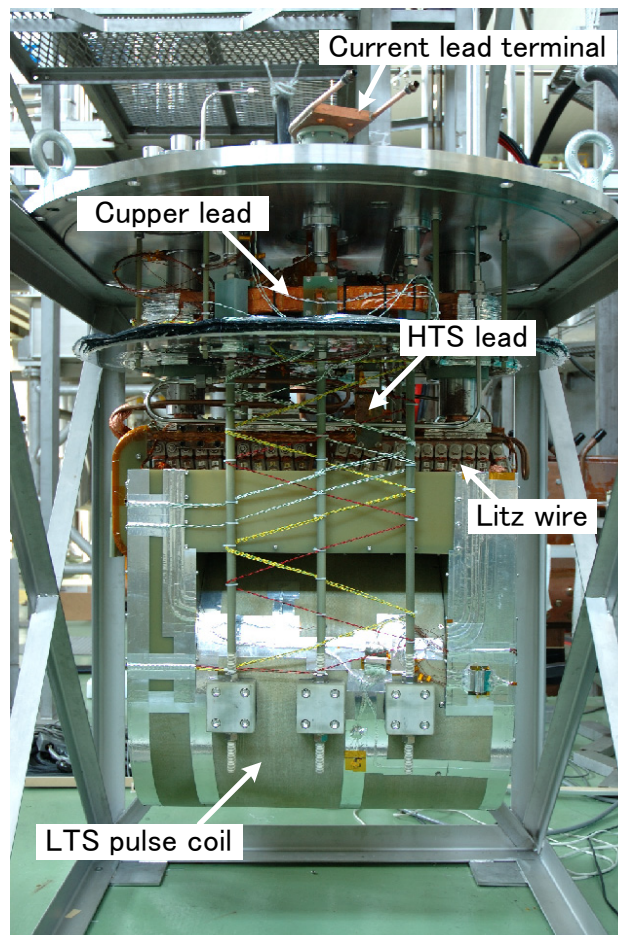


Fig. 2.4.17 Photograph of conduction-cooled LTS pulse coil.

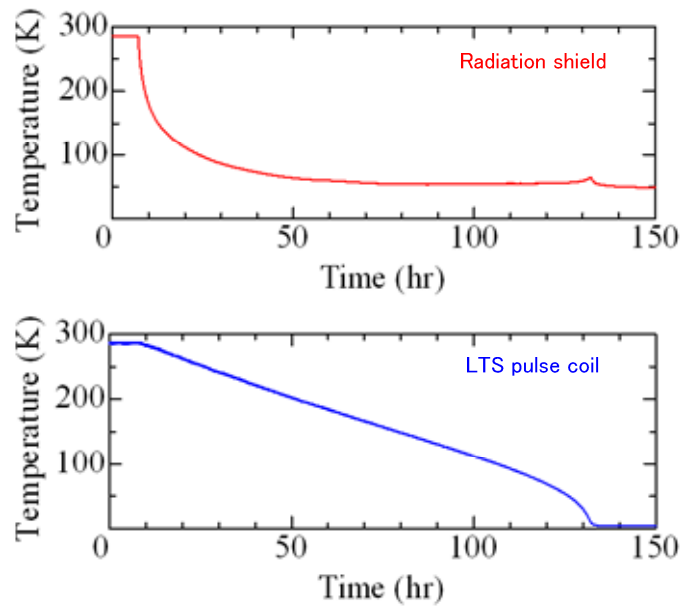
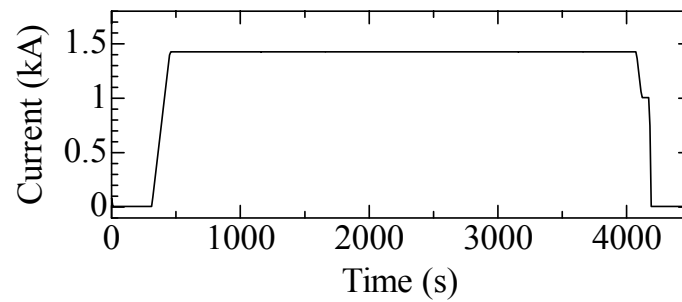
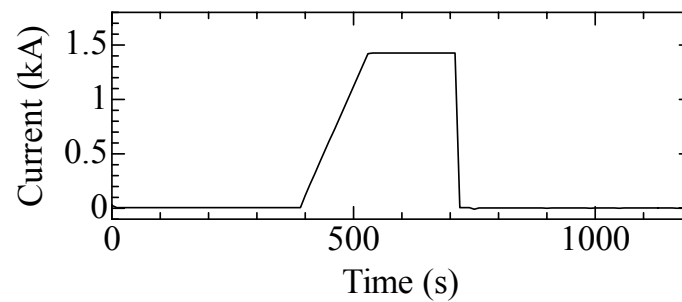


Fig. 2.4.19 Cooling curve.



(a) Excitation test 1.42 kA, 1 hr



(b) Dump test 1.42kA (time constant 1.37 s)

Fig. 2.4.20 Excitation and dump test.

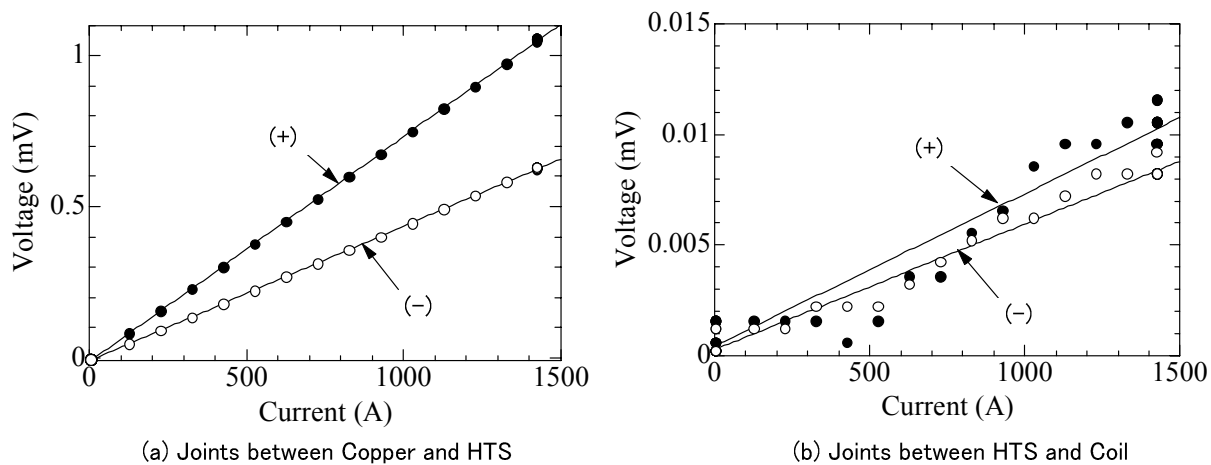


Fig. 2.4.21 Measurements of joint resistances.

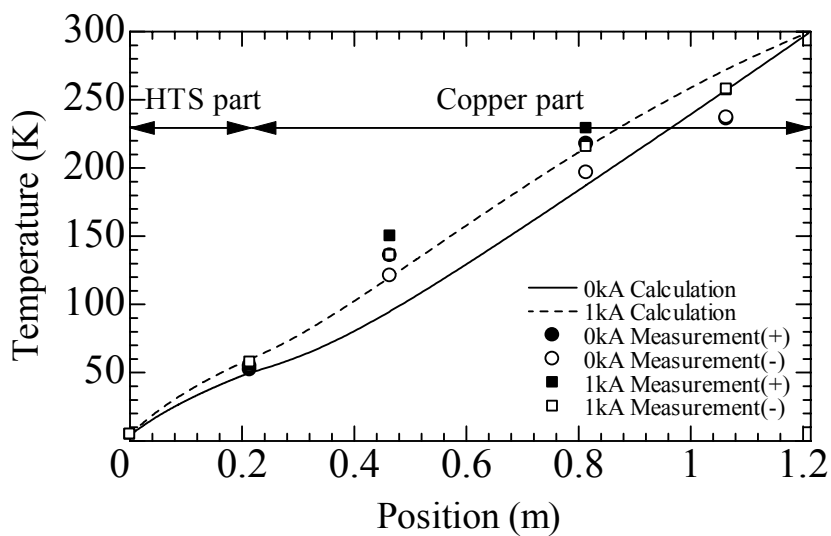


Fig. 2.4.21 Temperature distribution of the HTS current leads.

2.5 結論

実験を行うために、長尺のコイル状試料に対して一様な外部磁場を加えることができるとともに、温度、輸送電流、外部磁場の強度、磁場の方向を独立に変化させることができる高温超伝導コイル試験装置を開発した。外部磁場を印加するために2つのNbTi超伝導コイルを製作し、スプリットコイルの形として組み込み、それらの間にサンプル用高温超伝導コイルを配置する構造とした。外部磁場印加用超伝導コイルは、励磁方向と励磁電流をそれぞれ制御することで、外部磁場の強度と方向を任意に変化させることができるようにした。そのため、このコイルには電磁力が様々な方向に加わることとなるため、3次元の有限要素法を用いた応力解析による詳細設計を行い、十分な機械的強度を保証した。実際に製作されたコイルでは、GM冷凍機を用いた伝導冷却によって4.4 Kまでの冷却を行うことができ、励磁試験の結果、4 Tの磁場を発生できることを確認した。また、外部磁場印加用超伝導コイルとサンプル用高温超伝導コイルは2台の冷凍機によって別々に冷却されるため、冷凍機の動作に起因して試験用超伝導コイルの電圧計測に対してノイズが加わるが、これを軽減するための工夫を行い、100 nV以下の微小電圧を精度良く計測するシステムを構築した。また、試験装置には、熱侵入量を軽減するために高温超伝導電流リードを用いたが、この方式の電流リードについて最適化手法を確立することにも成功した。また、その結果を伝導冷却型金属系超伝導パルスコイルへも適用することによって、高温超伝導電流リードの熱的特性と健全性を詳細に調べ、設計法の妥当性を明らかにした。

第3章 高温超伝導コイル内の遮蔽電流とその輸送電流との相互作用

3. 1 緒論

金属系超伝導線材における線材内遮蔽電流と輸送電流の相互作用については、それぞれの相互磁気結合回路を用いた検討が行われ[3. 1][3. 2]、永久電流モードで動作する超伝導コイルの磁場安定性に対する検討や改善に関する研究が行われている[3. 1][3. 3][3. 4]。それを検討する際に重要となるのが線材内遮蔽電流の減衰特性である。金属系超伝導線材では、フィラメント間の常伝導抵抗による結合電流の減衰[3. 5]が議論されている。高温超伝導線材の場合、フィラメントにツイストが施されていないこともあり、磁束クリープ[3. 6][3. 7]によって遮蔽電流が減衰する[3. 8]。そのため、永久電流モードで想定するような低電場領域では、金属系超伝導コイルと同様に線材内遮蔽電流と輸送電流の相互作用が重要となる。電圧電流特性や交流損失の測定では、この相互作用の影響に起因した電圧タップの取付け方法による測定誤差が議論され[3. 9]、スパイラルループを用いるなど対策も議論されている[3. 10]-[3. 12]。また、金属系超伝導コイル[3. 13][3. 14]と同様にコイル形状としたことによる影響について高温超伝導コイルでも検討が行われている[3. 15]。

本章では、高温超伝導コイルの線材内遮蔽電流の減衰特性について実験的に調べた結果について述べ、その特性が磁場、温度、履歴等によって変化することを示す。電流分布を仮定した簡易モデルを用いてその特性が高温超伝導体の特性によって決定されることや時間の対数関数的に減衰することを示す。そして、線材内遮蔽電流と輸送電流の相互作用について行った実験結果について述べる。

3.2 高温超伝導コイル

高温超伝導コイル内に流れる線材内遮蔽電流の減衰特性およびその輸送電流との相互作用を検討するために製作した高温超伝導コイルについて述べる。遮蔽電流は線材幅広面に垂直な磁場を加えた場合に最も多く流れる。そこで、高温超伝導線材に同様な磁場を加えることが可能なシングルパンケーキ型のコイル形状を選択した。また、輸送電流を通電するために高温超伝導線材の両側端部に銅製の端子をハンダにより取り付けた。使用した高温超伝導線材の諸元を Table 3.2.1、高温超伝導コイルの諸元を Table 3.2.2 に示す。

輸送電流 I を通電した状態で高温超伝導コイルへ垂直方向の磁場 B を加えると、以下のような電磁力によって浮上力 F が発生する。

$$F = IBl \quad (3.2.1)$$

ここで、 l は高温超伝導コイルに用いた線材長である。輸送電流と印加する磁場をパラメータとして電磁力を計算した結果を Fig. 3.2.1 に示す。このように小型の高温超伝導コイルでも非常に強い電磁力が加わることがわかる。電磁力対策として、高温超伝導線材を固定するために巻線を行いながらエポキシ樹脂を塗り、上下方向に銅のフランジを取付け、エポキシ樹脂で隙間を埋めるなどの作業を行った。また、銅の巻枠との絶縁にポリイミドテープを巻き、銅フランジとの絶縁に 0.5 mm 厚の FRP シートをフランジと巻線の間に挟んだ。

実際に製作した高温超伝導コイルを Fig. 3.2.2 に示す。高温超伝導コイル直近の表面に高温超伝導線材に流れた遮蔽電流による磁化を測定するホール素子を取り付け、巻枠内側の高温超伝導コイルから少し離れた位置に遮蔽電流の影響されないホール素子も取り付けた。

Table 3.2.1 Specifications of the HTS tape.

Superconductor	$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$
Thickness	0.305 mm (+/-0.02 mm)
Width	4.1 mm (+/-0.02 mm)
Critical Current	130 A
n-value	19.5

* at 77 K, Self magnetic field, 1 $\mu\text{V}/\text{cm}$

Table 3.2.2 Specifications of the HTS coil.

Configuration	Single-Pancake
Inner Radius	122 mm
Outer Radius	150 mm
Number of Turns	34.5
Tape Length	14.7 m
Inductance	295 μH
Insulation	Polyimide
Thickness of Insulation	50 μm

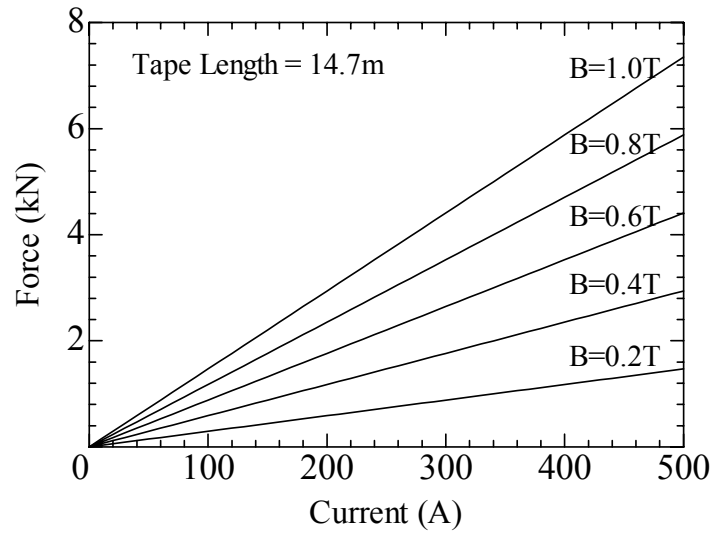


Fig. 3.2.1 Calculation of electromagnetic force on the HTS coil.

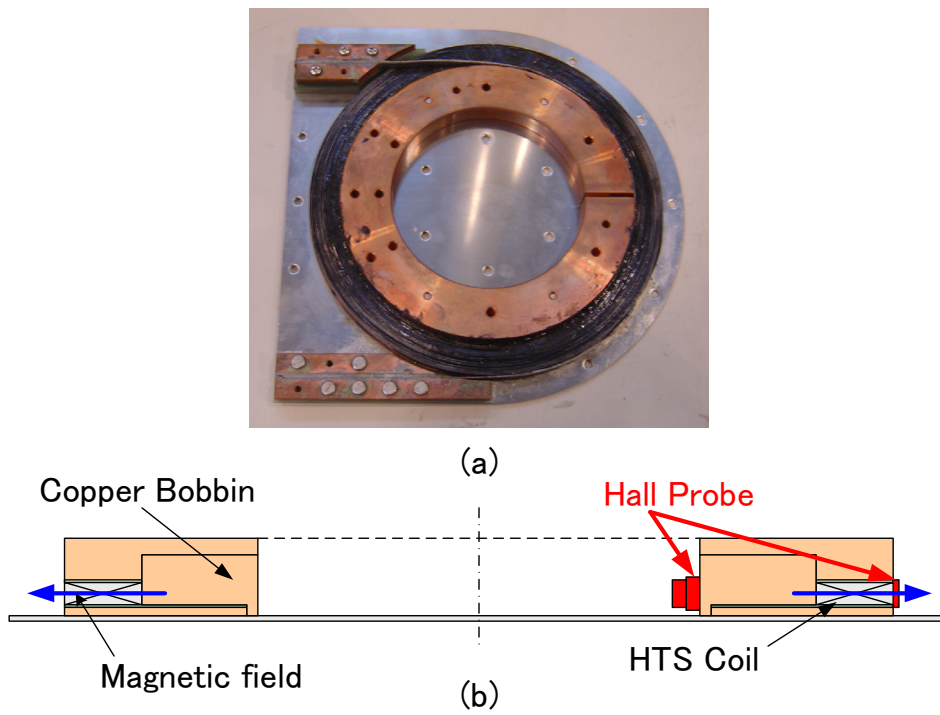


Fig. 3.2.2 Photograph and schematic of the HTS coil.

3.3 遮蔽電流の減衰特性

高温超伝導線材に遮蔽電流を加えるために、外部磁場印加用超伝導コイルを用いて線材幅広面に垂直な外部磁場を加え、磁場の時間変化を高温超伝導コイル表面と巻枠内側に取り付けたホール素子により測定する。高温超伝導コイルの温度を 35 K に設定し、磁束密度 0.59 T の磁場を 1.2 mT/s の一定な励磁速度でゼロ磁場から上昇させ、外部磁場がフラットトップに達した後の磁場変化を 2 万秒間観測した。その結果を Fig. 3.3.1 に示す。高温超伝導コイル表面に取り付けているホール素子で測定した磁場と外部磁場の差は遮蔽電流の大きさを表している。遮蔽電流高温超伝導コイルの外側表面に取り付けたホール素子の信号は以下のような対数関数で磁場が増加していることがわかる。

$$B(t) = a + b \ln t \quad (3.3.1)$$

ここで、 a および b は定数、 t は時間である。また、巻枠内側に取り付けたホール素子の信号はほとんど変化していない。これは外部磁場印加用超伝導コイルの磁化の影響はないことを示している。

3.3.1 外部磁場依存性

高温超伝導コイルの遮蔽電流の外部磁場依存性を調べるために、外部磁場を変化させて測定した結果を 40 K における測定結果を Fig. 3.3.2 に示す。

測定結果より、中心到達磁場よりも磁場が低い領域では遮蔽電流がまだ全体を流れていないためホール素子で観測される磁場が弱くなっており、それ以上の磁場では臨界電流密度の磁場依存性により初期遮蔽電流が小さくなっていることがわかる。また、対数関数の定数 b は外部磁場が増加するに従い、臨界電流密度の減少と反比例するように増加した。そのときの初期遮蔽電流及び定数 b を fig. 3.3.3 及び Fig. 3.2.4 に示す。

3.3.2 温度依存性

高温超伝導コイル内の遮蔽電流の減衰特性の温度依存性を調べるために、高温超伝導コイルの温度を 10 K, 20 K, 30 K, 40 K および 110 K で遮蔽電流の減衰特性を測定し、そのときの測定結果を Fig. 3.3.5 に示す。このとき、全てのケースで外部磁場は 0.59 T とした。

測定結果より、高温超伝導コイルの遮蔽電流は温度が低くなるほど臨海電流密度の増加と同様に大きくなっていることが確認できた。対数関数として近似したときの定数 b は温度に依存していないことがわかる。

3.3.3 温度変化による影響

遮蔽電流の減衰特性に対する温度変化による影響を調べるために、高温超伝導コイル表面に取り付けたホール素子による以下のような2つの条件で磁場変化を測定した。

- (a) コイル温度 40 K で磁場変化率 1.2 mT/s でゼロ磁場から 0.59 T まで磁場を変化させ、外部磁場を一定値とし、コイル温度を 40 K に保持した。
- (b) コイル温度 40 K で磁場変化率 1.2 mT/s でゼロ磁場から 0.59 T まで磁場を変化させ、外部磁場を一定値とした 200 秒後にコイル温度を 40 K から 10 K へ変化させた。

以上の条件で測定した結果を Fig. 3.3.6 に示す。

コイル温度を 40 K から下げた場合、ホール素子で測定した磁場変化は止まっていることがわかる。これは、コイル温度の低下による高温超伝導コイルの臨界電流の増加によって遮蔽電流の損失が低減したためと考えられる。

3.3.4 励磁パターンによる影響

遮蔽電流の減衰特性に対する外部磁場の励磁パターンの影響を調べるために、以下のような2つの異なる条件で外部磁場を励磁したときの高温超伝導コイル表面における磁場変化をホール素子で測定した。

- (a) コイル温度 40 K で磁場変化率 1.2 mT/s でゼロ磁場から 0.59 T まで磁場を変化させ、外部磁場を一定値とした。
- (b) コイル温度 40 K で磁場変化率 1.2 mT/s でゼロ磁場から 0.61 T まで磁場を変化させ、200 秒間保持した後、外部磁場を 0.59 T に変化させた。

以上の条件で測定した結果を Fig. 3.3.7 に示す。外部磁場を 0.61 T に上げてから 0.59 T に保持した場合は、条件(a)の場合と比較して磁場は変化しなかった。また、外部磁場との差も条件(b)の方が小さかった。これは、高い磁場を経験したことにより、遮蔽電流が減衰したこと、及び外部磁場の反転を行ったため高温超伝導線材に逆向きの遮蔽電流が流れたため主な遮蔽電流が作る磁場をキャンセルしているなどの理由が考えられる。

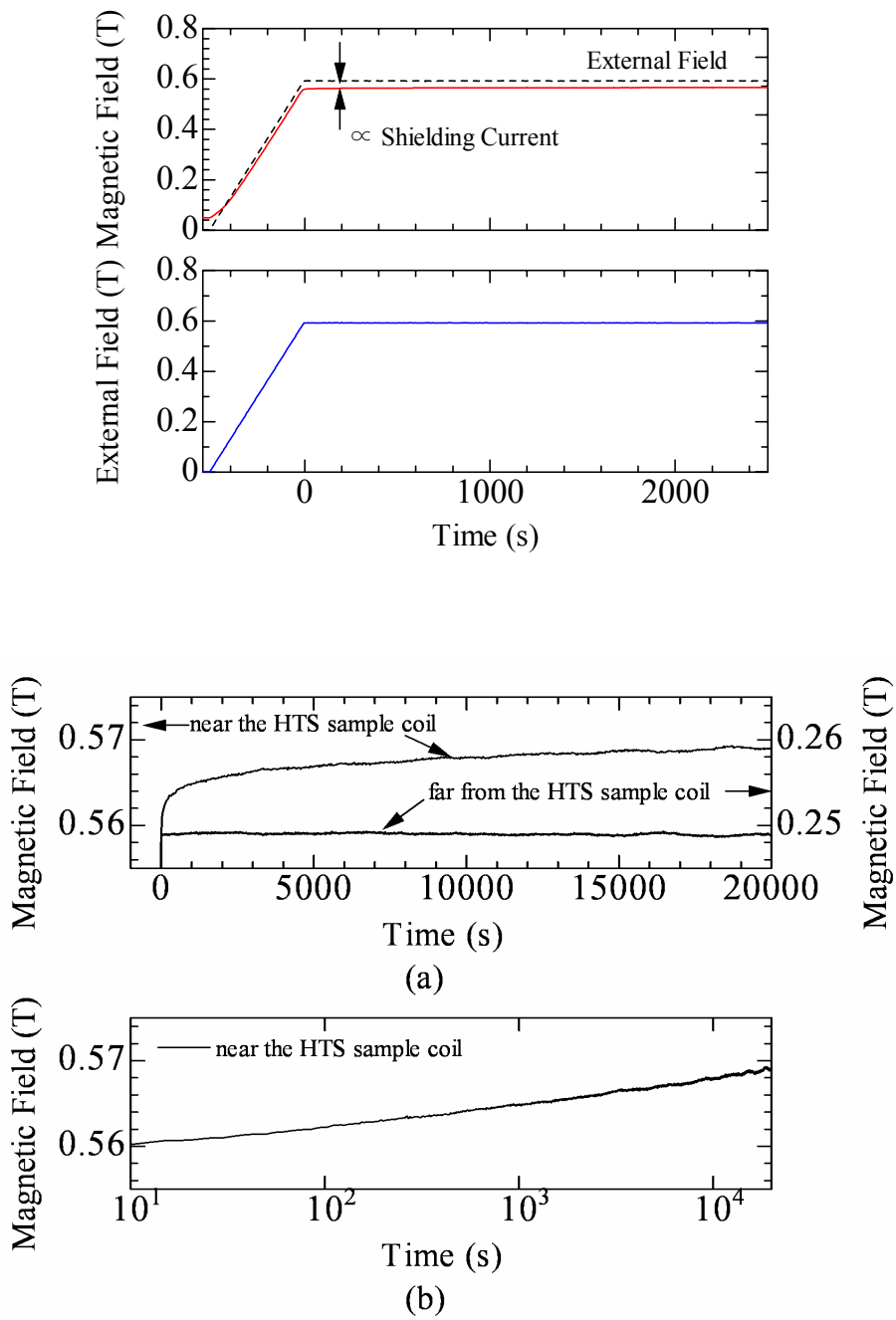


Fig. 3.3.1 Temporal variation of magnetic field which measured using hall probes.

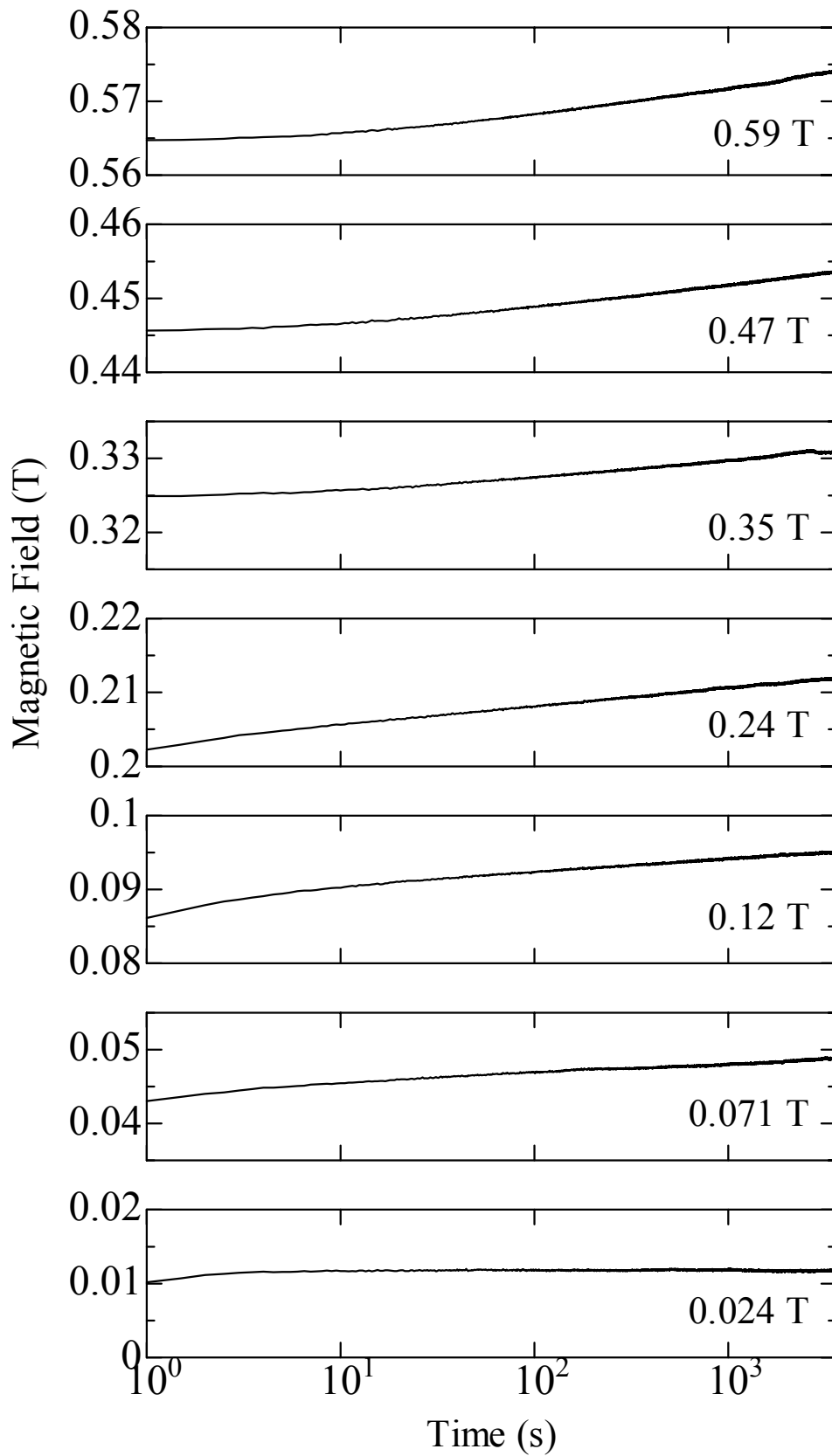


Fig. 3.3.2 Dependence on magnetic field of temporal variation of magnetic field at the HTS coil surface.

Coil temperature: 40 K, Ramp rate of external field: 1.2 mT/s.

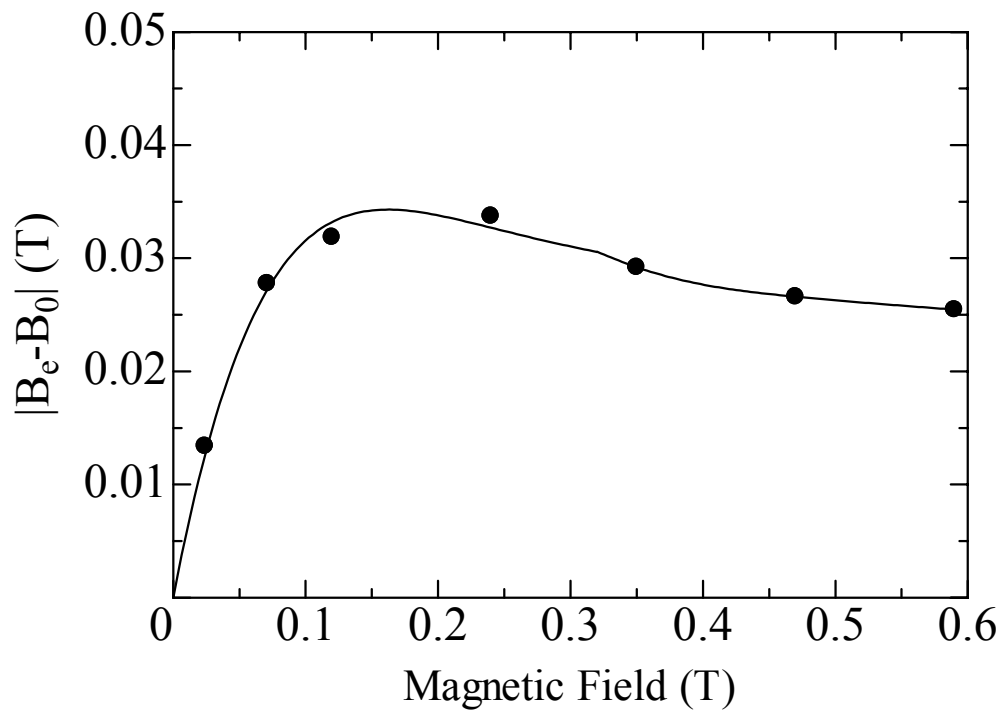


Fig. 3.3.3 Dependence on external field of initial shielding current.

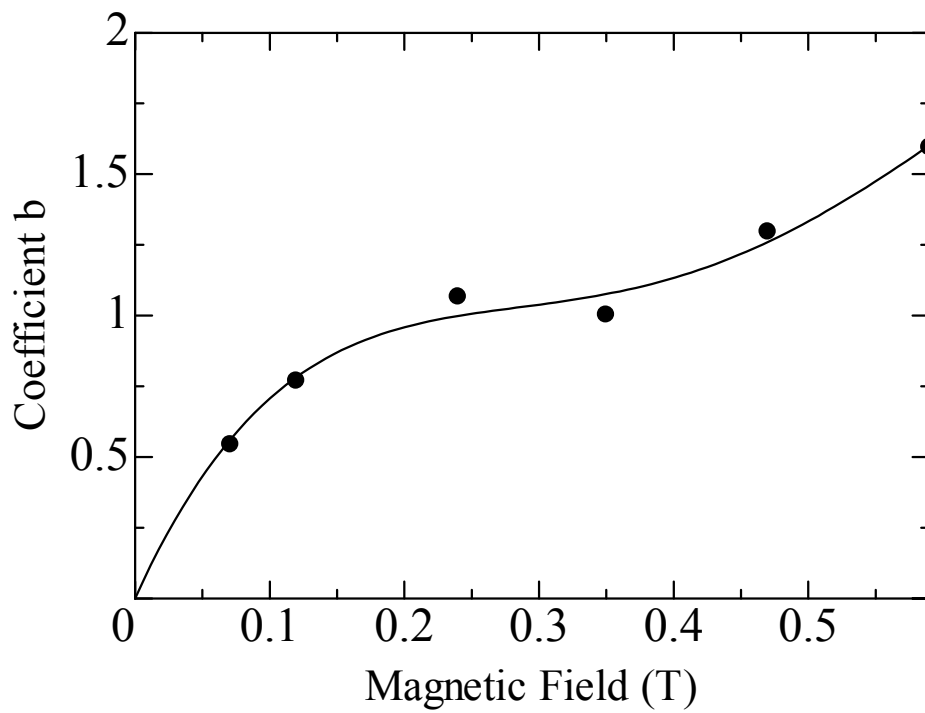


Fig. 3.3.4 Dependence on external field of constant b.

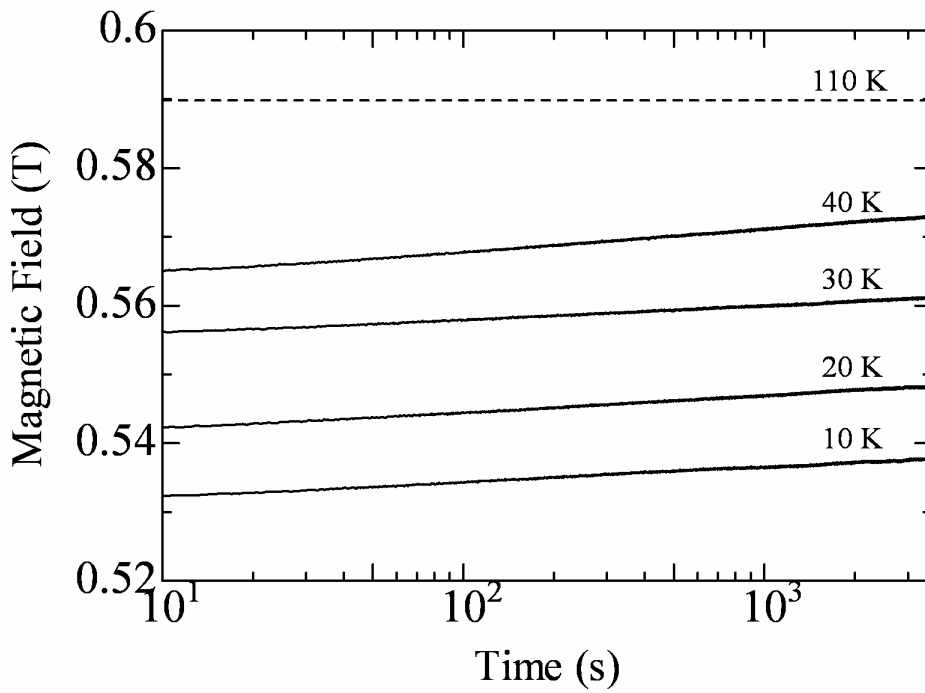


Fig. 3.3.5 Dependence on coil temperature of temporal variation of magnetic field at the HTS coil surface.

External field: 0.59 T, Ramp rate of external field: 1.2 mT/s.

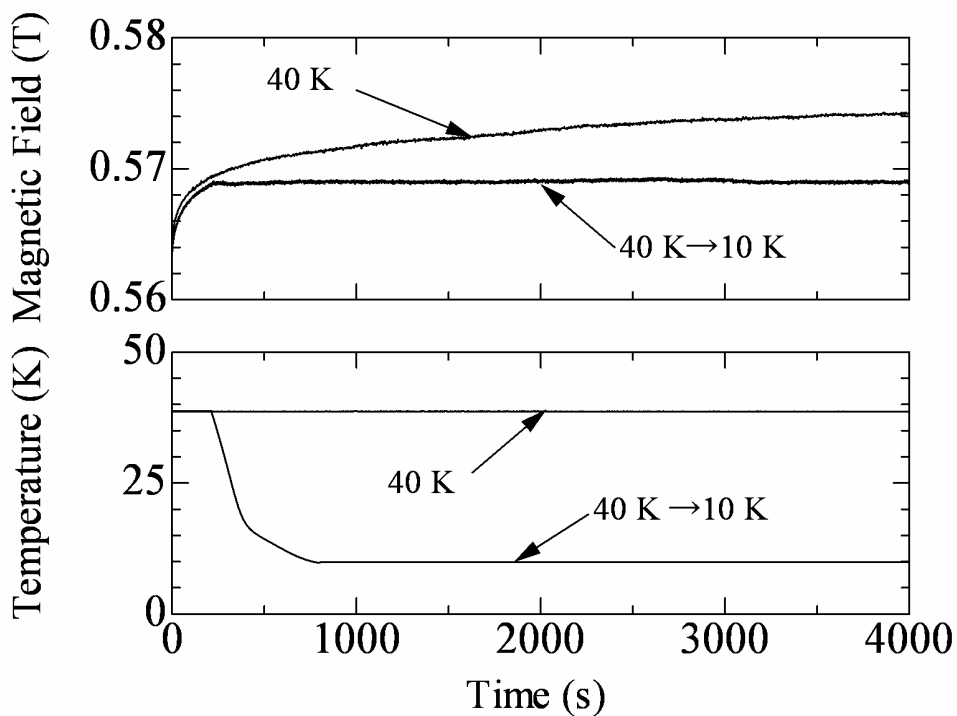


Fig. 3.3.6 Effect of temperature variation on temporal variation of magnetic field at the HTS coil surface.

External field: 0.59 T, Ramp rate of external field: 1.2 mT/s.

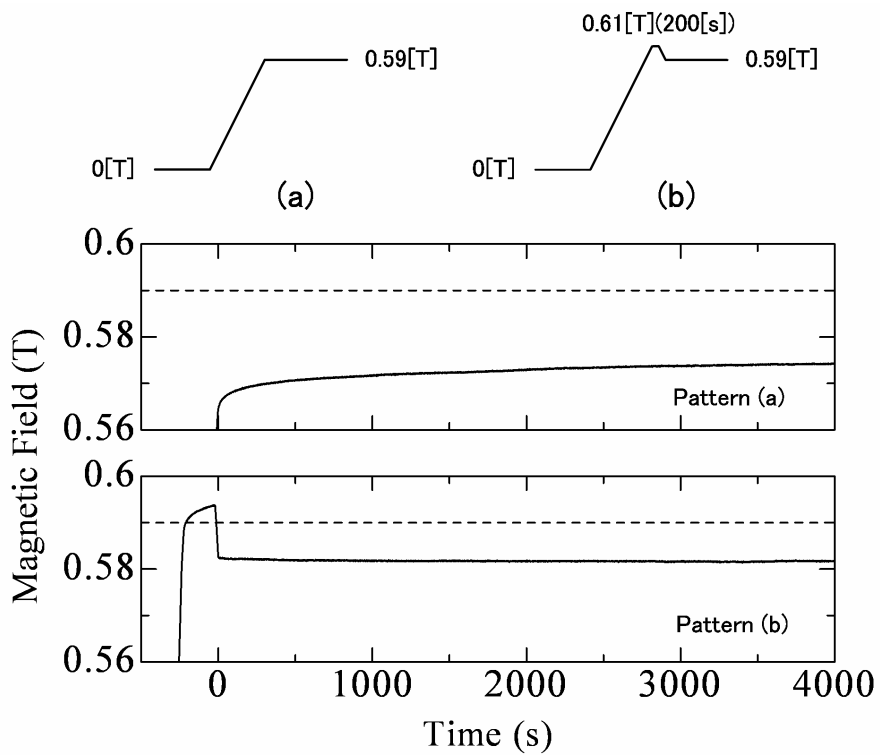


Fig. 3.3.7 Effect of excitation histories on temporal variation of magnetic field at the HTS coil surface.

Coil temperature: 40 K, Ramp rate of external field: 1.2 mT/s.

3. 4 簡易モデルによる遮蔽電流の減衰特性の評価

遮蔽電流の大きさや減衰特性について調べるために Fig. 3. 4. 1 のように均一な往復電流が高温超伝導線材内を流れていると仮定した簡易モデルを用いて検討を行う。

高温超伝導コイルに外部磁場を印加するとその磁場変化に伴って高温超伝導線材に遮蔽電流を流す誘導起電力が生じる。外部磁場が一定になった後、高温超伝導線材内の抵抗と遮蔽電流のインダクタンスによって遮蔽電流は減衰する。高温超伝導コイルを流れる線材内遮蔽電流の簡易等価回路を Fig. 3. 4. 2 に示す。ここで、 L_e は外部磁場印加用超伝導コイルの自己インダクタンス、 L_{HTS} は高温超伝導線材内を流れる遮蔽電流の自己インダクタンス、 M は外部磁場印加用超伝導コイルと遮蔽電流の相互インダクタンス、 R_{HTS} は高温超伝導体の抵抗、 R_n は遮蔽電流が往復する際にフィラメント間をわたるときの抵抗や銅端子の常伝導抵抗である。

外部磁場印加用超伝導コイル及び遮蔽電流の自己インダクタンスは単独に励磁した場合を想定して有限要素法による電磁場解析の結果を用いて計算した磁気エネルギーから以下のように計算される。

$$L_e = \frac{2W_e}{i_e^2} \quad (3. 4. 1)$$

$$L_{HTS} = \frac{2W_{HTS}}{i_{HTS}^2} \quad (3. 4. 2)$$

ここで、 i_e は外部磁場印加用超伝導コイルの電流、 W_e は外部磁場印加用超伝導コイル単独で電流 i_e を流したときの磁気エネルギー、 i_{HTS} は遮蔽電流、 W_{HTS} は遮蔽電流 i_e 単独で流したときの磁気エネルギーである。また、外部磁場印加用超伝導コイルと遮蔽電流の相互インダクタンスについても有限要素法による電磁場解析から求めた磁気エネルギーを使用する。2 つのコイルを励磁したときの磁気エネルギー W_M は以下のような関係がある。

$$W_M = \frac{1}{2}L_e i_e^2 + \frac{1}{2}L_{HTS} i_{HTS}^2 + M i_e i_{HTS} \quad (3. 4. 3)$$

よって、上式から相互インダクタンスを求めると

$$M = \frac{W_M - \frac{1}{2}L_e i_e^2 - \frac{1}{2}L_{HTS} i_{HTS}^2}{i_e i_{HTS}} \quad (3. 4. 4)$$

となる。

高温超伝導体の電場 E_{HTS} と電流 i_{HTS} の関係は一般に以下のような n 値モデルによって近似される。

$$E = E_c \left(\frac{i_{HTS}}{i_c} \right)^n \quad (3. 4. 5)$$

ここで、 i_c は臨界電流、 n は n 値と呼ばれる定数、 E_c は臨界電場で一般に 1.0×10^{-4} V/m である。こ

の関係式から高温超伝導体の抵抗を求めると

$$R_{HTS} = E_c \frac{i_{HTS}^{n-1}}{i_c^n} l \quad (3.4.6)$$

となる。ここで、 l は遮蔽電流の流路の長さ、すなわち、高温超伝導コイルに用いた線材長の2倍である。

次に、Fig. 3.4.2の等価回路の回路方程式は、

$$M \frac{di_e(t)}{dt} = L_{HTS} \frac{di_{HTS}(t)}{dt} + R_{HTS} i_{HTS}(t) + R_n i_{HTS}(t) \quad (3.4.7)$$

となる。上式の左辺の時間微分項は外部磁場印加用超伝導コイルの電源で設定する既知の定数として取り扱い、右辺第一項の時間微分項は後退差分近似とすると

$$f(i_{HTS}(t+\Delta t)) = M \frac{di_e(t+\Delta t)}{dt} - L_{HTS} \frac{i_{HTS}(t+\Delta t) - i_{HTS}(t)}{\Delta t} - R_{HTS} i_{HTS}(t+\Delta t) - R_n i_{HTS}(t+\Delta t) \quad (3.4.8)$$

となる。ここで、 Δt は時間間隔である。上式を遮蔽電流 $i_{HTS}(t+\Delta t)$ で微分すると

$$f(i_{HTS}(t+\Delta t))' = -\frac{L_{HTS}}{\Delta t} - R_{HTS} - \frac{\partial R_{HTS}}{\partial i_{HTS}(t+\Delta t)} i_{HTS}(t+\Delta t) - R_n \quad (3.4.9)$$

となる。上式の右辺第三項の微分項は

$$\frac{\partial R_{HTS}}{\partial i_{HTS}(t+\Delta t)} = (n-1) E_c \frac{i_{HTS}(t+\Delta t)^{n-2}}{i_c(B, \theta, T)^n} l \quad (3.4.10)$$

となる。よって、ニュートン法を用いて以下のような反復計算で非線形微分方程式の解を求める。

$$i_{HTS}(t+\Delta t) \leftarrow i_{HTS}(t+\Delta t) - \frac{f(i_{HTS}(t+\Delta t))}{f(i_{HTS}(t+\Delta t))'} \quad (3.4.11)$$

これを順次、時間ステップごとに計算することで各時間の遮蔽電流を求める。

計算に用いたパラメータをTable 3.4.1に示す。Table 3.4.1のパラメータを用いて有限要素法による電磁場解析を行った結果と(3.4.1)式から(3.4.4)式を用いて計算したそれぞれのインダクタンスを表3.4.2に示す。

3.4.1 簡易モデルによる遮蔽電流の初期電流に関する検討

外部磁場印加用超伝導コイルの励磁電流を電流上昇率一定で立ち上げた直後の線材内遮蔽電流の初期電流について検討する。実験とほぼ同様になるように決定したTable 3.4.3に示したパラメータを用いて電流上昇率0.1 A/sで25 Aまで外部磁場印加用超伝導コイルの励磁中の遮蔽電流について計算を行った。その結果をFig. 3.4.3に示す。ここで、臨界電流は線材の臨界電流であるため計算に用いる値はこれを半分としたものであり、臨界電流及びn値の磁場依存性は考慮しな

った。

Fig. 3.4.3 の計算結果より、励磁開始後、遮蔽電流は一定に大きくなっており、54.5 A で遮蔽電流が一定となった後は一定となることがわかる。このときのn値モデルから求められる高温超伝導体の電圧は $2.7 \times 10^{-5} \text{V}$ で外部磁場による誘導起電力 $3.0 \times 10^{-5} \text{V}$ とほぼ一致している。外部磁場印加用超伝導コイルからの誘導起電力と高温超伝導体の電圧がつり合ったとき遮蔽電流は一定値となり変化しないことがわかる。

次に、外部磁場印加用超伝導コイルの電流上昇率を 0.01 A/s から 10 A/s まで変化させ、25 A まで励磁したときの電流上昇率と励磁後の遮蔽電流の初期電流の関係を計算した結果を Fig. 3.4.4 に示す。この計算結果より、外部磁場による電流上昇率の変化率は4桁も変化させているのに対して、初期電流の変化は 20 A 程度と小さいことがわかる。また、電流上昇率を誘導起電力に書き換えて、高温超伝導体の電圧電流特性と比較した結果を Fig. 3.4.5 のように示す。この比較より、誘導起電力と遮蔽電流の初期電流の関係は高温超伝導体の電圧電流特性とほぼ一致していることがわかる。すなわち、誘導起電力の $1/n$ 乗に比例して遮蔽電流の初期電流が変化することがわかる。

3.4.2 簡易モデルによる遮蔽電流の減衰特性に関する検討

外部磁場印加用超伝導コイルの励磁電流を一定とした後の高温超伝導線材内の遮蔽電流の減衰特性について検討する。外部磁場はほぼ一定となるため、高温超伝導体の磁場依存性及び外部磁場変化による誘導起電力は考慮しない。よって、(3.4.6)式及び(3.4.9)式より

$$L_{HTS} \frac{di_{HTS}(t)}{dt} + \frac{E_c l}{i_c^n} i_{HTS}(t)^n + R_n i_{HTS}(t) = 0 \quad (3.4.12)$$

となる。ここで、3つの場合に分けて解析解を求める。

(a)常伝導金属の抵抗 R_N とインダクタンス L から成る回路

(3.4.12)式の高温超伝導体の項がゼロとなるので、それを書き換えると

$$L \frac{di(t)}{dt} + R_N i(t) = 0 \quad (3.4.13)$$

となる。これをラプラス変換すると

$$L\{sI(s) - i(0)\} + R_N I(s) = 0 \quad (3.4.14)$$

よって、

$$(Ls + R_N)I(s) = Li(0)$$

$$I(s) = \frac{Li(0)}{(Ls + R_N)} = \frac{i(0)}{\left(s + \frac{R_N}{L}\right)} \quad (3.4.15)$$

となり、これをラプラス逆変換すると

$$i(t) = i(0)e^{-\frac{R_N t}{L}} \quad (3.4.16)$$

となる。

(b)高温超伝導体の抵抗 R_{HTS} 、常伝導金属の抵抗 R_N 及びインダクタンス L から成る回路

(3.4.12)式に $i^{-n}(t)$ をかけると、

$$L \frac{di(t)}{dt} i^{-n}(t) + R_N i^{1-n}(t) + \frac{E_C l}{I_C^n} = 0 \quad (3.4.17)$$

となる。ここで、

$$u(t) = i^{1-n}(t) \quad (3.4.18)$$

$$\frac{du(t)}{dt} = (1-n) i^{-n}(t) \frac{di(t)}{dt} \quad (3.4.19)$$

を用いて変数変換すると、以下のような微分方程式となる。

$$\frac{L}{1-n} \frac{du(t)}{dt} + R_N u(t) + \frac{E_C l}{I_C^n} = 0 \quad (3.4.20)$$

これをラプラス変換すると

$$\frac{L}{1-n} \{sU(s) - u(0)\} + R_N U(s) + \frac{E_C l}{I_C^n} \frac{1}{s} = 0 \quad (3.4.21)$$

よって、

$$U(s) = \frac{1}{s + \frac{(1-n)R_N}{L}} u(0) - \frac{E_C l}{I_C^n R_N} \frac{1}{s} + \frac{E_C l}{I_C^n R_N} \frac{1}{s + \frac{(1-n)R_N}{L}} \quad (3.4.22)$$

となる。これをラプラス逆変換すると

$$u(t) = u(0)e^{-\frac{(1-n)R_N t}{L}} - \frac{E_C l}{I_C^n R_N} + \frac{E_C l}{I_C^n R_N} e^{-\frac{(1-n)R_N t}{L}}$$

$$u(t) = -\frac{E_C l}{I_C^n R_N} + \left\{ u(0) + \frac{E_C l}{I_C^n R_N} \right\} e^{-\frac{(1-n)R_N t}{L}} \quad (3.4.23)$$

ここで、(3.4.18)式より初期値 $u(0)$ は、

$$u(0) = i^{1-n}(0) \quad (3.4.24)$$

となる。また、変数変換を元に戻すと

$$i(t) = \left(-\frac{E_C l}{I_C^n R_N} + \left\{ i^{1-n}(0) + \frac{E_C l}{I_C^n R_N} \right\} e^{-\frac{(1-n)R_N t}{L}} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (3.4.25)$$

となる。

(c) 高温超伝導体の抵抗 R_{HTS} 及びインダクタンス L から成る回路

(3.4.12)式の R_N をゼロとすると、

$$\frac{L}{1-n} \frac{du(t)}{dt} + \frac{E_C l}{I_C^n} = 0 \quad (3.4.26)$$

となる。これをラプラス変換すると

$$\frac{L}{1-n} \{sU(s) - u(0)\} + \frac{E_C l}{I_C^n} \frac{1}{s} = 0 \quad (3.4.27)$$

となる。よって、

$$U(s) = u(0) \frac{1}{s} - \frac{(1-n)E_C l}{LI_C^n} \frac{1}{s^2} \quad (3.4.28)$$

となる。これをラプラス逆変換すると、

$$u(t) = u(0) - \frac{(1-n)E_C l}{LI_C^n} t \quad (3.4.29)$$

となる。(3.4.24)式と同様に変数変換を元に戻すと

$$i(t) = \left\{ i^{1-n}(0) - \frac{(1-n)E_C l}{LI_C^n} t \right\}^{\frac{1}{1-n}} \quad (3.4.30)$$

となる。

以上より、3種類の回路の減衰特性をまとめると以下のようなになる。

(a) 常伝導金属の抵抗 R_N とインダクタンス L から成る回路

$$i(t) = i(0) e^{-\frac{R_N t}{L}} \quad (3.4.31)$$

(b) 高温超伝導体の抵抗 R_{HTS} 、常伝導金属の抵抗 R_N 及びインダクタンス L から成る回路

$$i(t) = \left(-\frac{E_C l}{I_C^n R_N} + \left\{ i^{1-n}(0) + \frac{E_C l}{I_C^n R_N} \right\} e^{-\frac{(1-n)R_N t}{L}} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (3.4.32)$$

(c) 高温超伝導体の抵抗 R_{HTS} 及びインダクタンス L から成る回路

$$i(t) = \left\{ i^{1-n}(0) - \frac{(1-n)E_C l}{LI_C^n} t \right\}^{\frac{1}{1-n}} \quad (3.4.33)$$

(1) 3種類の式の比較

(3.4.31)式、(3.4.32)式及び(3.4.33)式のそれぞれの特徴を調べるために実験とほぼ同様になるよう決定した表3.4.3のパラメータを用いて遮蔽電流の減衰について計算を行った。ここで、臨界電流は線材の臨界電流であるため計算に用いる値はこれを半分としたものを使用した。

初期電流を 60 A として計算結果を Fig. 3.4.6 に示す。この計算結果より、常伝導抵抗 R_N と高温超伝導抵抗 R_{HTS} から成る回路の減衰特性は、高温超伝導抵抗 R_{HTS} から成る回路の減衰特性とはじめは一致しているが電流値が減衰していくと指数関数的に減衰するようになる。そして、電流がゼロになる時間は常伝導抵抗 R_N から成る回路と一致する。これは、電流が大きい領域では、高温超伝導抵抗 R_{HTS} は電流の n 乗に比例するために常伝導抵抗 R_N よりも抵抗値が大きくなっており、この場合は電流の減衰特性は高温超伝導抵抗 R_{HTS} によって決定する。しかし、電流が小さくなると徐々に高温超伝導抵抗 R_{HTS} の影響が小さくなり、常伝導抵抗 R_N の影響が大きくなるため、このような変化をすると考えられる。以上より、高温超伝導体の特性に支配されている領域では対数関数的に遮蔽電流は減衰し、常伝導抵抗の特性に支配される領域では遮蔽電流は指数関数的に減衰することがわかる。

(2) 初期電流の違いによる電流の減衰特性の比較

Table 3.4.4 のパラメータのうち、初期電流 i_0 のみ変化させ、高温超伝導抵抗 R_{HTS} のみから成る回路の電流の減衰特性を計算したときの結果を Fig. 3.4.7 に示す。この計算結果より、初期電流 i_0 が異なっても初期電流 i_0 を無限大とした曲線に漸近することがわかる。そして、それに漸近するまでは電流は減衰せず一定に保持されることがわかる。

(3) 常伝導抵抗の違いによる電流の減衰特性の比較

Table 3.4.5 のパラメータのうち、常伝導抵抗 R_N の値のみを変化させ、常伝導抵抗 R_N と高温超伝導抵抗 R_{HTS} から成る回路の電流の減衰特性を計算したときの結果を Fig. 3.4.8 に示す。この計算結果から、常伝導抵抗が大きいほど指数関数的な減衰へ変化する時間が早くなり、電流がゼロになる時間は常伝導抵抗に比例して短くなることからわかる。これより、遮蔽電流の減衰特性より、フィラメント間をわたるときのシース材及び銅端子等から成る常伝導抵抗の値が推定できる。実験でもっと長く測定した結果では、20000 秒まで対数関数として近似できた。よって、実験に用いた高温超伝導線材の常伝導抵抗 R_N の値は $10^{-9} \Omega$ 以下と推定でき、遮蔽電流の減衰は高温超伝導体の特性に支配されていることがわかる。

(4) n 値の違いによる電流の減衰特性の比較

Table 3.4.5 のパラメータのうち、n 値のみ変化させたときの高温超伝導抵抗 R_{HTS} から成る回路の電流の減衰特性を Fig. 3.4.9 に示す。

この計算結果より、n 値が小さいほど指数関数に近くなり、n 値が大きいほど初期電流を保持する時間が長くなることがわかる。また、n 値が大きいほど減衰しているときの波形は対数関数に近くなる。そして、n 値が無限大となった場合、遮蔽電流は減衰しないことがわかる。

(5) 実験結果との比較

Table 3.4.5 のパラメータを用いて(3.4.33)式の常伝導抵抗を考慮しない簡易モデルで計算した遮蔽電流の減衰特性と実験結果を Fig. 3.4.10 に示す。この結果より、実験結果と計算結果はほぼ一致していることがわかる。高温超伝導コイルの線材幅広面に対して垂直な方向に外部磁場を加えた場合の遮蔽電流の減衰特性は Fig. 3.4.1 のような均一な電流密度の往復電流で説明でき、常伝導抵抗の影響は無視できるほど小さいことが言える。

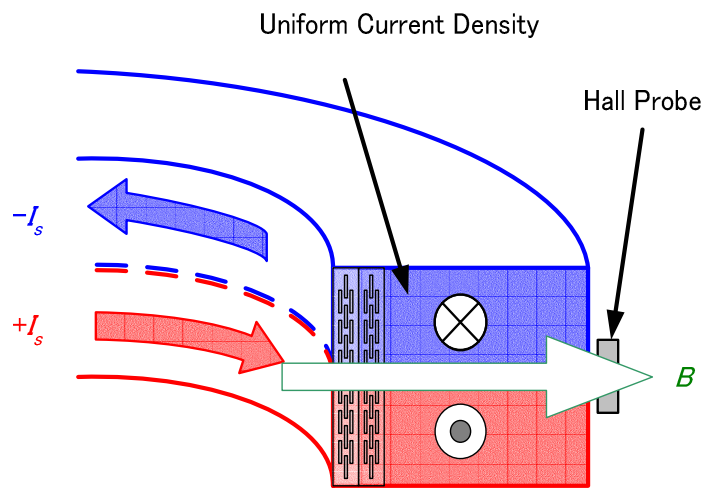


Fig. 3.4.1 Simple model of uniform round-current distribution.

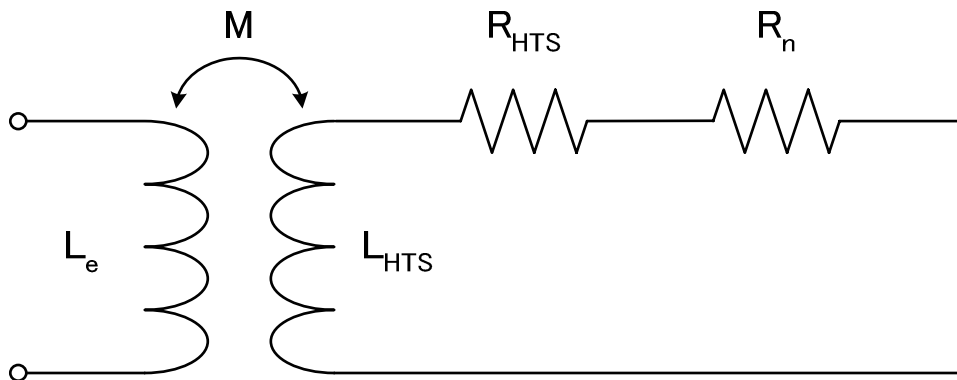


Fig. 3.4.2 Simple equivalent circuit.

Table 3.4.1 Parameters.

External Field Coil	
Inner Radius	79 mm
Outer Radius	166 mm
Height	40 mm
Distance between Split-coil	80 mm
Number of Turns	6345
HTS Coil	
Inner Radius	61 mm
Outer Radius	75 mm
Height	4.1 mm
Number of Turns	34.5
Length of Shielding Current Path	29.7 m

Table 3.4.2 Inductances.

Inductance of the external field coil L_e	14.7 H
Inductance of the shielding current L_{HTS}	48.6 μ H
Mutual Inductance M	300 μ H

Table 3.4.3 The HTS tape properties.

Critical Electric Field	1.0×10^4 V/m
Critical Current	145 A
n-value	16.5

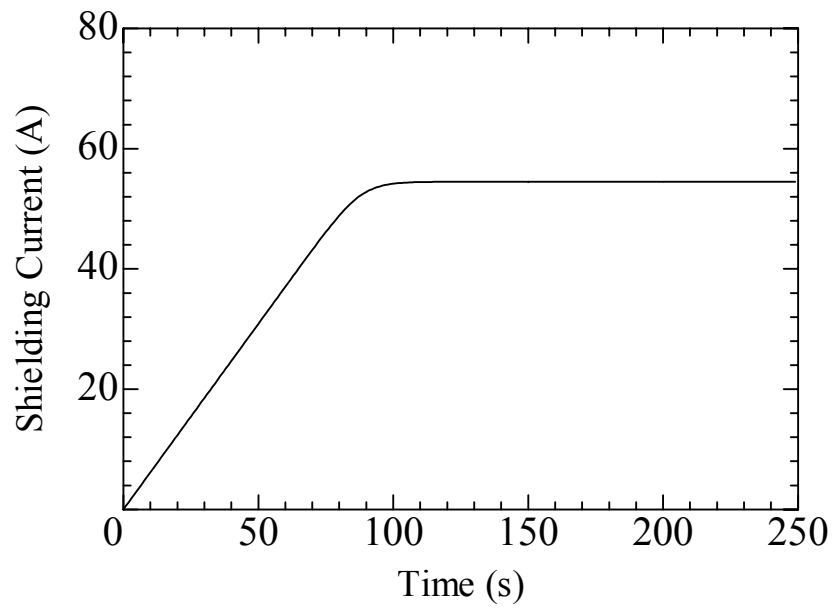


Fig. 3.4.3 Shielding current during excitation of the external field coil.

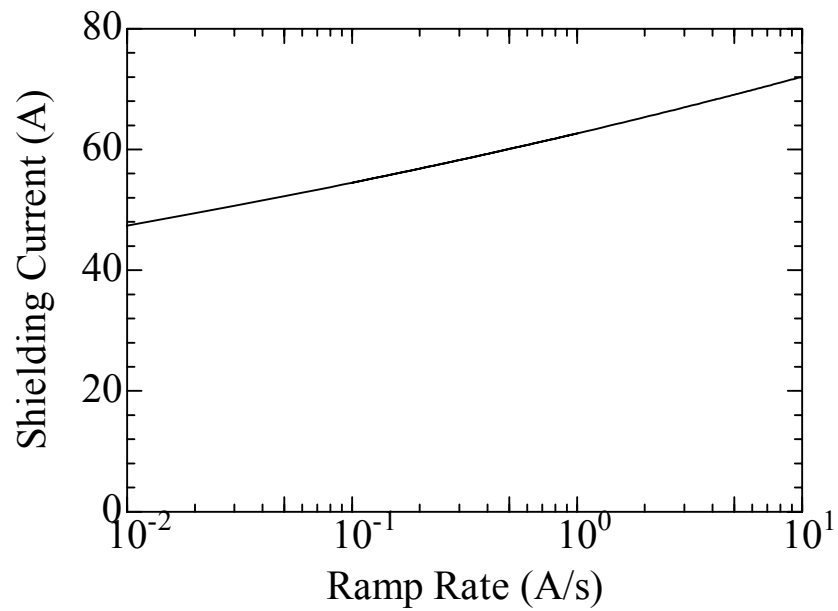


Fig. 3.4.4 Ramp rate of the external field coil and the initial shielding current.

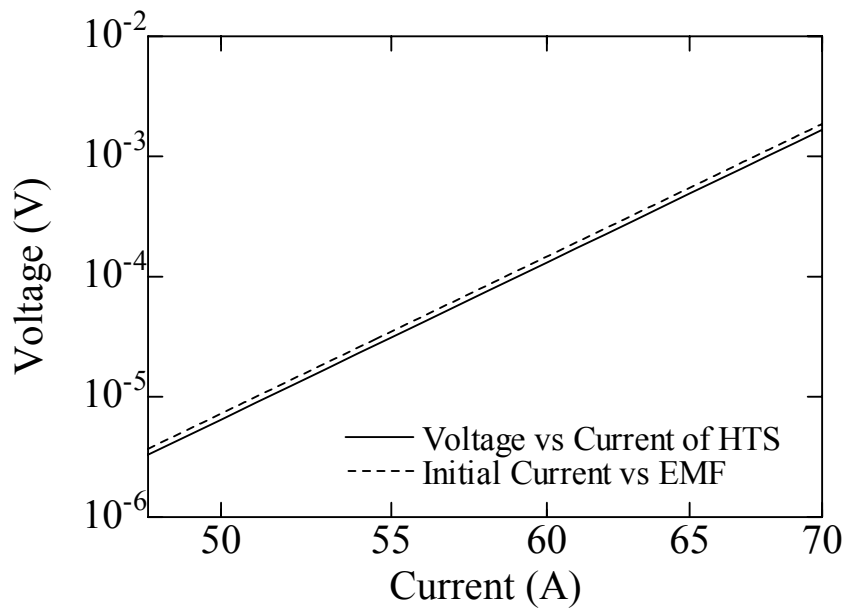


Fig. 3.4.5 Comparison between V-I characteristics of the HTS tape and electro-motive force.

Table 3.4.3 HTS tape properties.

Critical Electric Field	1.0×10^4 V/m
Critical Current	145 A
n-value	16.5
Initial Current	60 A
Normal Resistance	$1.0 \times 10^{-9} \Omega$

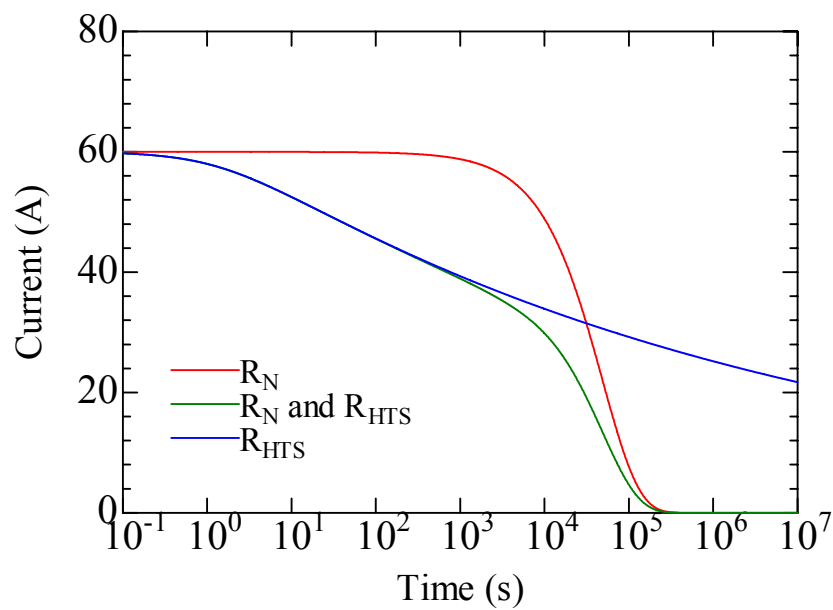


Fig. 3.4.6 Comparison between three equations.

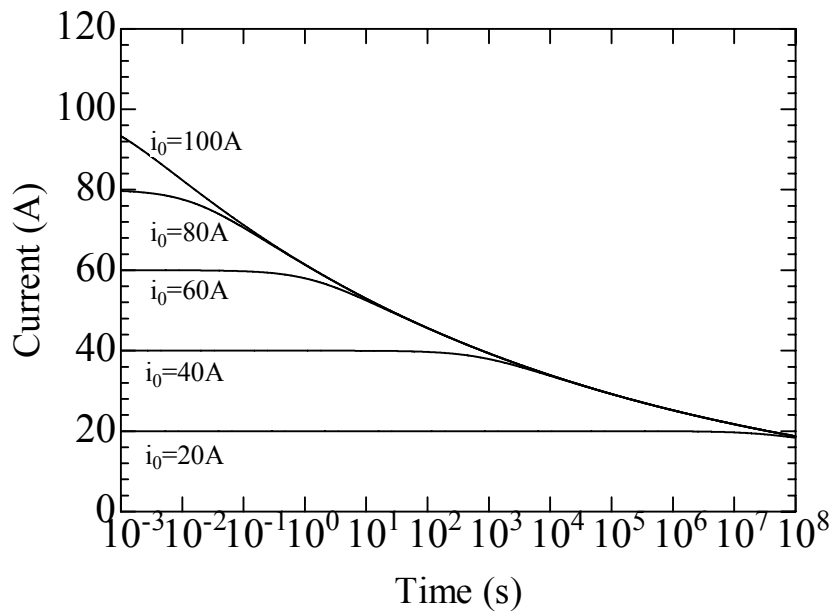


Fig. 3.4.7 Comparison of the initial current on the shielding current decay.

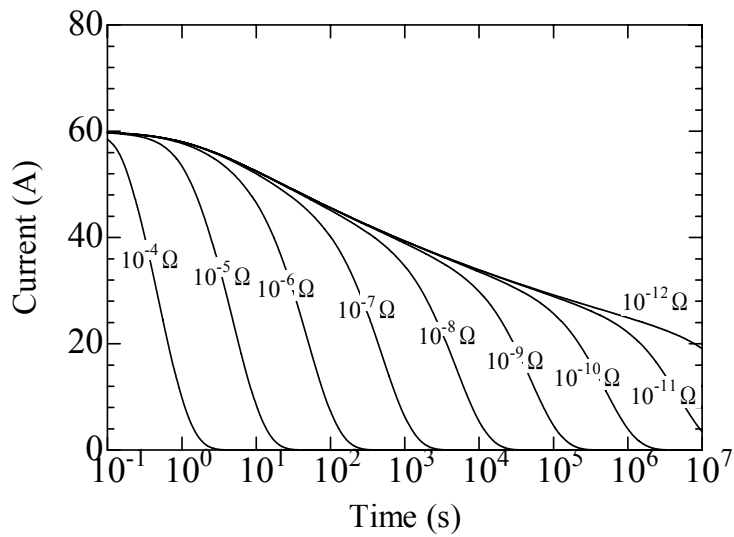


Fig. 3.4.8 Comparison of the normal resistance on the shielding current decay.

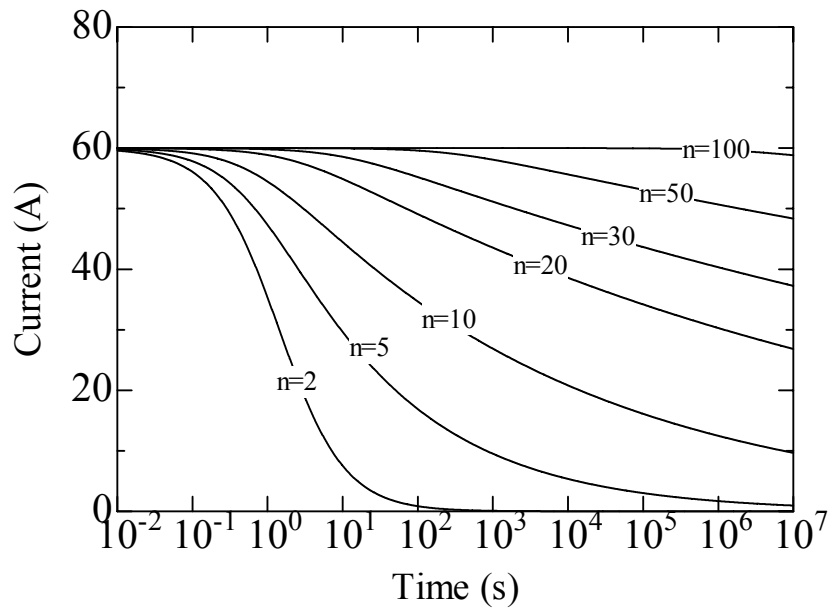


Fig. 3.4.9 Comparison of n -value on the shielding current decay.

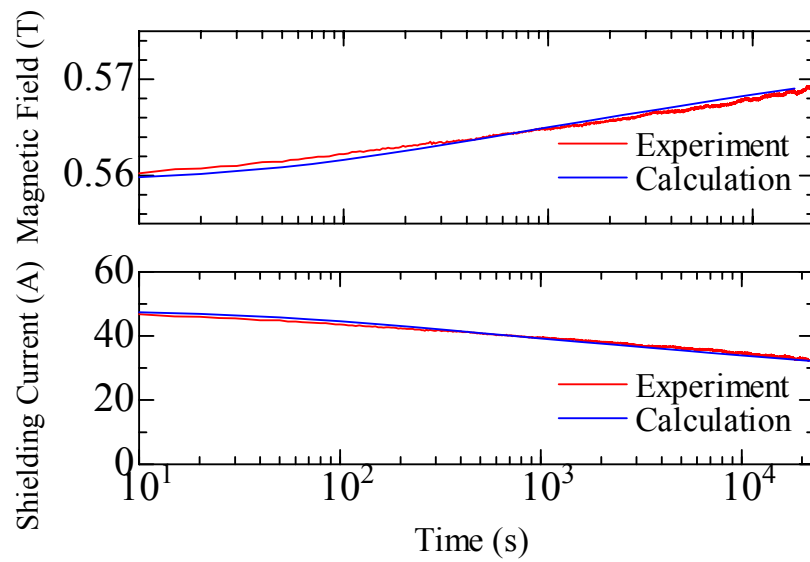


Fig. 3.4.10 Comparison between measurement and calculation using simple model.

3. 5 遮蔽電流と輸送電流の相互作用

3. 5. 1 輸送電流を通電したときの遮蔽電流の減衰特性

高温超伝導コイルに輸送電流を通電したときの遮蔽電流の減衰特性に対する影響を調べるために、Fig. 3. 5. 1 に示したような輸送電流を流した場合と流さない場合の高温超伝導コイル表面に取り付けたホール素子を用いて磁場の変化を測定した。輸送電流を通電した場合は、輸送電流を通電したことにより磁場の変化が速くなっていることがわかる。これは、遮蔽電流に輸送電流が加わったことにより全体の電流密度が高くなり、損失が増大したため、遮蔽電流が減衰したものと考えられる。輸送電流を通電し前後のホール素子の信号の変化は、輸送電流の影響で電流分布によって磁場の方向が変わったためであると考えられる。

3. 5. 2 遮蔽電流と輸送電流の両方を加えたときの電場特性

高温超伝導コイルに遮蔽電流を誘起し、輸送電流を通電したとき電場特性を調べる。実験は、まず、外部磁場印加用超伝導コイルを用いて、高温超伝導コイルの線材幅広面に対して垂直な方向に外部磁場を加える。外部磁場は、ゼロ磁場から 0. 59 T まで 250 秒間で励磁した。その 300 秒後に輸送電流 80 A を 10 秒間で高温超伝導コイルに通電した。そのときの電場、輸送電流、高温超伝導コイル表面に取り付けたホール素子で測定した磁場の測定結果を Fig. 3. 5. 2 に示す。このとき、2750 秒から約 300 秒間及び 3250 秒から約 300 秒間は冷凍機を停止し、冷凍機振動による雑音を低減した。電場波形に表れている雑音は、冷凍機振動によるものである。

この測定結果より、輸送電流を保持した後、高温超伝導コイル表面における磁場の減衰とともに、電場も減衰していることがわかる。輸送電流通電 200 秒後の平坦になっているように見える領域の電場は、0. 4 nV/cm となっている。n 値から推定される電場は、 $5. 0 \times 10^{-4}$ nV/cm であり、約 3 桁大きい値である。また、磁場の減衰波形を微分した波形と電場波形を比較すると、波形は同様の形状をしており、遮蔽電流の減衰に伴う電場であることがわかる。

以上より、輸送電流の通電により、遮蔽電流の減衰が促進され、その遮蔽電流の減衰によって高温超伝導コイルの線材に沿った電場が発生することが明らかとなった。これは、輸送電流と遮蔽電流の磁氣的結合が重要であることを示している。

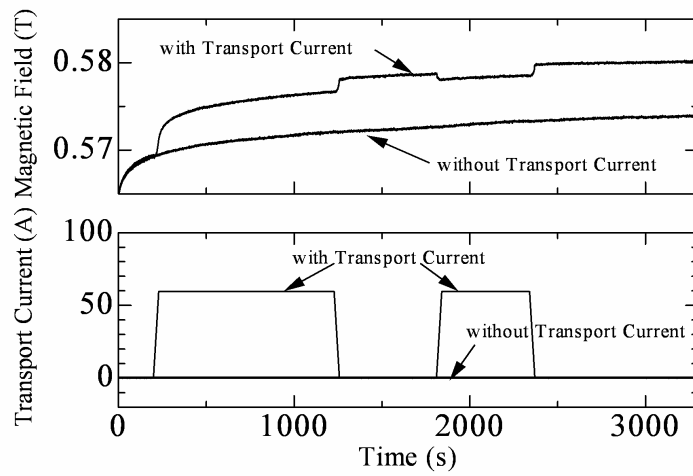


Fig. 3.5.1 Magnetic field measured by a Hall probes on the sample at 40 K under the external field of 0.59 T. The current of 60 A was applied to the sample.

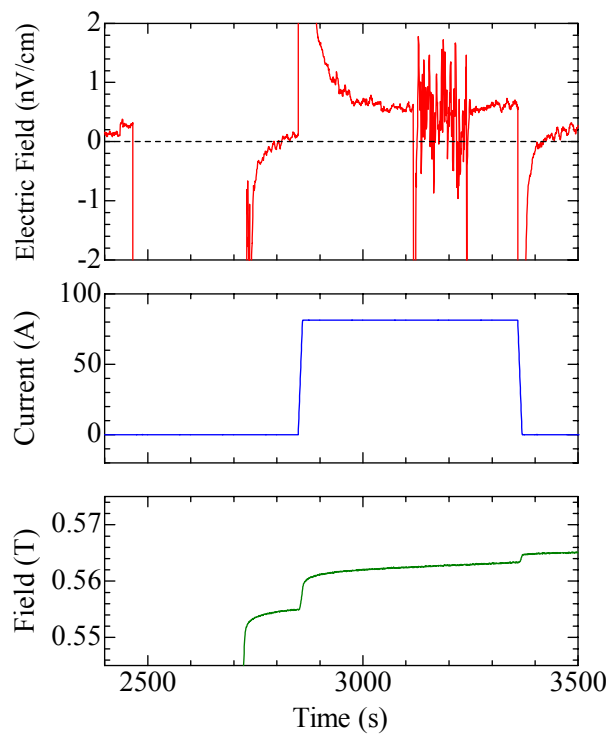


Fig. 3.5.2 Electric field with transport current and shielding current at temperature of 30 K.

3.6 結論

シングルパンケーキ状に巻線を行った高温超伝導コイルサンプルを製作して、上記のコイル試験装置に装着した。コイルサンプルには、線材の表面にホール素子を取り付け、線材直上における磁場を外部磁場と比較することによって線材の磁化特性を調べた。また、コイルサンプルの線材両端に電圧タップを取り付け、輸送電流印加時に発生する電圧を計測するものとした。このセットアップにより、外部磁場、温度、励磁パターン、温度を変化させ、高温超伝導試験サンプルコイル内の遮蔽電流の振舞いについて詳細に調べた。その結果、観測された遮蔽電流の減衰特性は、高温超伝導バルク体において一般的に見られるように時間に対する対数関数を用いて近似できることが見出された。この観測結果に対して、遮蔽電流の分布を均一な往復電流で近似した簡易モデルを用いて検討したところ、遮蔽電流の大きさは外部磁場による誘導起電力と高温超伝導体の E-J 特性（電場-電流密度特性）によって決まることがわかった。また、遮蔽電流の減衰特性はコイル形状（遮蔽電流ループのインダクタンス）と高温超伝導体の E-J 特性により決定されることを見出した。これは、コイル化による磁氣的結合により、高温超伝導線材内を流れる遮蔽電流の減衰が遅くなっているものと解釈できる。外部磁場の励磁パターンや高温超伝導コイルの温度履歴によって、遮蔽電流の大きさや電流分布が変化することも観測され、高温超伝導コイルの励磁方法を工夫することにより、永久電流の減衰特性を改善できる可能性を見いだした。また、外部磁場により遮蔽電流を誘起した状態で高温超伝導コイルへ輸送電流を通電することで、遮蔽電流の減衰が促進されること、および、電流分布が変化することを見だし、高温超伝導コイル内の遮蔽電流と輸送電流の相互作用に起因する損失の増大を明らかにした。

第4章 有限要素法による高温超伝導コイルの数値解析

4. 1 緒論

これまで述べてきたように、高温超伝導コイルの電磁現象を把握するためには線材内を流れる遮蔽電流の影響を詳細に検討することが重要である。しかし、第3章で用いた遮蔽電流の電流分布を仮定したモデルでは、輸送電流と遮蔽電流の両方が流れている場合など線材内の電流分布が複雑な場合や電流分布が時間変化する場合に対する検討することは不可能である。そこで、複雑なコイルや線材の形状を考慮でき、遮蔽電流と輸送電流の両方が線材内に流れ、時間変化している場合の電流分布を求めることが可能な手法の開発が必要である。

超伝導体の交流損失に関する解析的な方法としては、C. P. Bean の臨界状態モデル [4. 1] と楕円や薄板のような簡単な形状の超伝導体を仮定した自己磁場のみの場合の通電損失を求めるための W. T. Norris の式 [4. 2] や外部磁場と自己磁場の両方を考慮した E. H. Brandt の式 [4. 3] がある。これらは、金属系超伝導体のように n 値が非常に高い場合は有効な式である。しかし、 n 値を無限大としているため、 n 値が低いほど誤差が大きい。そして、外部磁場や輸送電流が変化しない場合の遮蔽電流の変化や複雑なコイル形状を考慮することはできない。また、 n 値モデルのような超伝導体の特性を考慮すると電磁場の微分方程式は非線形微分方程式となり、解析的に解くことは不可能である。

このような場合、有限差分法 [4. 4] [4. 5] や有限要素法 [4. 6] - [4. 8]、N. H. Brandt の積分方程式による手法 [4. 9] - [4. 11] のような数値解析手法が用いられる。その中で、有限要素法は、電磁場解析や熱解析はもちろん、金属系超伝導線材を用いた多芯線の結合電流解析 [4. 12] など超伝導体の電磁現象に対しても強力なツールとなっている。また、商用化されたソフトウェア [4. 13] [4. 14] も多数ある。高温超伝導体に関する電磁現象に対してもこれらの有限要素法が応用され、高温超伝導線材の交流損失特性 [4. 15] - [4. 25] や高温超伝導バルク材料の電磁特性 [4. 26] [4. 27] に対して広く用いられている。そして、ツイストした線材 [4. 28] や複数のスタックされたモデル [4. 29]、電力ケーブルや限流器 [4. 30] - [4. 32] を想定したモデルやコイル形状のモデル [4. 33] など、より実際に近い応用機器を目指した研究も行われている。さらに、核融合研究に対しても、非円形断面におけるプラズマの垂直位置不安定性に関する高温超伝導リングを用いた改善について有限要素法とプラズマ平衡計算を用いた検討が行われている [4. 34]。

高温超伝導体の電磁現象に対する有限要素法は、電磁場を記述するための微分方程式の未知数や高温超伝導体の特性の取り扱い方法など様々な手法が提案されている [4. 6] [4. 35]。電磁場を記述するための未知数としては、磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} と電気スカラーポテンシャル ϕ を未知数とした $\mathbf{A}-\phi$ 法 [4. 17] [4. 18] [4. 23]、電流ベクトルポテンシャル \mathbf{T} と磁気スカラーポテンシャル Ω を未知数とした $\mathbf{T}-\Omega$ 法 [4. 7] [4. 15] [4. 24] [4. 25]、磁場強度 \mathbf{H} を未知数とした \mathbf{H} 法 [4. 16] [4. 19] - [4. 22] などがある。そのほかにも一般の電磁場の数値解析と同様に様々な種類の手法が提案されている。また、高温超伝導体の特性の取り扱い方法についても、臨界電流密度と n 値をパラメータとした n 値 (ベキ乗) モデル [4. 36]、ピン力分布の統計的性質を取り扱ったパーコレ

ーションモデル[4.37]、運動論的に磁束量子を取り扱った磁束フロー・クリープモデル[4.27]など様々なものがある。各手法は、一長一短であるため、問題に応じて適宜、選択および改良を行うことが重要である。

本章では、高温超伝導コイルの電磁現象を模擬するための有限要素法を用いた数値解析モデルとその手法について述べる。そして、第3章で述べた高温超伝導コイルにおける遮蔽電流の減衰特性、遮蔽電流と輸送電流に関する実験結果について、数値解析による検討を行う。また、有限要素法による数値解析に関する詳細な定式化や手順については付録にて述べる。

4. 2 高温超伝導コイルの数値解析手法

現状、高温超伝導コイルとして使用できるような km 級の線材化がなされている高温超伝導線材は、Fig. 4. 2. 1 のようなテープ形状の線材となっている。この線材の構造は、シース材として使用されている銀合金の内部に複数本のツイストが施されていない直線状の高温超伝導フィラメントが配置されている。

シース材に使用されている銀合金は抵抗値が小さいため、フィラメント間を渡るときの常伝導抵抗の値も小さくなっている。また、フィラメント同士は常伝導金属で厳密に分離されているわけではなく、フィラメント同士は所々で接触している。これまでの実験結果および簡易モデルを用いた検討結果からも高温超伝導線材内の電磁現象はフィラメント間を渡る常伝導抵抗の影響は小さく、高温超伝導体の特性に支配されることがわかっている。よって、多芯化の効果は無視できるとし、本数値解析モデルではフィラメント部を楕円断面の一本のフィラメントとして取り扱う。

高温超伝導線材の線材幅広面に対して垂直な外部磁場が加わった場合、Fig. 4. 2. 2 のように遮蔽電流が流れる。遮蔽電流は、外部磁場の誘導起電力と高温超伝導体の特性と遮蔽電流流路の自己インダクタンスによって決まる。Fig. 4. 2. 3 のように、線材を積層したりコイル化したりすることによって、遮蔽電流が磁氣的に結合し、遮蔽電流の自己インダクタンスは大きくなる。よって、流れた遮蔽電流の減衰は遅くなる。

従来の金属系超伝導線材は数 μm から数十 μm のフィラメント状の超伝導体が数 mm から数十 mm のピッチでツイストされている。ツイストが施されているため、外部変動磁場によって流れる結合電流は数 mm 程度のピッチで閉じて流れるため、フィラメント間を渡るときの常伝導抵抗の影響が比較的大きい。よって、減衰時定数は数 ms 以下となっている。フィラメント内を往復する遮蔽電流もフィラメントが非常に細いため、コイル化しても他の隣接する線材に与える影響も小さい。従って、線材の結合損失やヒステリシス損失から外推したコイルの損失と実際の損失とは比較的一致すると考えられる。

高温超伝導線材を用いたコイルの場合、Fig. 4. 2. 4 に示すようにコイルの上下方向境界部で磁場はテープ面に垂直な方向に加わる。また、密巻きのコイルであるので磁氣的結合も強い。Fig. 4. 2. 3 では積層方向への磁氣的結合を考えたが、実際のコイルでは上下方向の磁氣的結合も考慮する必要があるのでその影響はさらに大きくなると考えられる。これは、ツイストが施されていない高温超伝導線材では短尺線材の損失からコイルの損失を単純に外推することができないことを示している。

Fig. 4. 2. 5 のような高温超伝導コイルの等価回路を考える。この等価回路は高温超伝導体の非線形抵抗と磁気結合回路から構成されている。遮蔽電流の自己インダクタンスが大きい場合は相互インダクタンスも大きくなるために同じ輸送電流を通電してもそれによって流れる遮蔽電流は大きくなる。この回路を正確に解くためには輸送電流と遮蔽電流両方を考えた電流分布を考慮しなければならない。そして、遮蔽電流の自己インダクタンスと結合係数も電流分布に大きく影響される。

よって、高温超伝導コイルの電磁現象を考える場合、コイル形状を考慮した全体の電流分布を考える必要があることがわかる。

以上より、本解析ではより現実的な時間で計算を行うために Fig. 4.2.6 のような軸対称三次元場で解析を行い、各線材内のフィラメントは単芯の楕円近似とすることとした。

4.2.1 高温超伝導体の非線形性

高温超伝導体の非線形性を表す式として一般的に用いられる n 値モデルを採用する。高温超伝導体の特性は以下のように近似される。

$$E = E_c \left(\frac{|J|}{J_c} \right)^n \quad (4.2.1)$$

ここで、 E_c は臨界電場で 1.0×10^{-4} V/m、 J は電流密度、 J_c は臨界電流密度、 n は電圧電流特性をべき乗近似したときに求まる指数である。高温超伝導体の電場と電流密度の関係も以下のように導電率で表すことができるとすると、

$$J = \sigma_{HTS} E \quad (4.2.2)$$

となり、(4.2.1)式と(4.2.2)式から、高温超伝導体の導電率 σ_{HTS} は次式によって近似される。

$$\sigma_{HTS} = \frac{1}{E_c} \frac{J_c^n}{|J|^{n-1}} \quad (4.2.3)$$

4.2.2 有限要素法による高温超伝導コイルの数値解析手法

軸対称三次元場における高温超伝導コイルの支配方程式は以下の 2 式で記述できる [4.12]-[4.14]。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} - \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (4.2.4)$$

$$\int_{S^{(c)}} \left(-\sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \right) dS^{(c)} = I_{0\theta}^{(c)} \quad (4.2.5)$$

ここで、 A_θ は磁気ベクトルポテンシャルの θ 方向成分、 ϕ は電気スカラポテンシャル、 μ_r は r 方向の透磁率、 μ_z は z 方向の透磁率、 σ_θ は θ 方向の導電率、 t は時間、 $S^{(c)}$ は導体 c の断面、 $I_{0\theta}^{(c)}$ は導体 c を流れる輸送電流である。

(4.2.4)式は、Maxwell の方程式から求められる軸対称三次元場の電磁場を支配する基本的な式であり、(4.2.5)式は導体内を流れる電流の総和は輸送電流となるとする Kirchhoff の電流則であり、導体はコイルを構成する 1 ターン分であるとして ϕ は電気スカラポテンシャルの θ 方向微分を決定する境界条件である。よって、磁気ベクトルポテンシャルの θ 方向成分 A_θ と電気スカラポテンシ

ルの θ 方向微分 $\partial\phi/\partial\theta$ を未知数とし、高温超伝導体の非線形性は導電率 σ_θ に(4.2.3)式を用いることで考慮する。

そして、これらの式を有限要素法により離散化し、連立一次方程式を解く問題へ帰着させる。導かれる連立一次方程式の係数行列は正定値対称疎行列となるように離散化することで、ほとんどの行列要素がゼロとなる疎行列であることや前処理付き共役勾配法を用いることができることで高速に問題を解くことが可能となる。これらの式の詳細及び、有限要素法による離散化等については付録Aから付録Eで詳しく述べている。

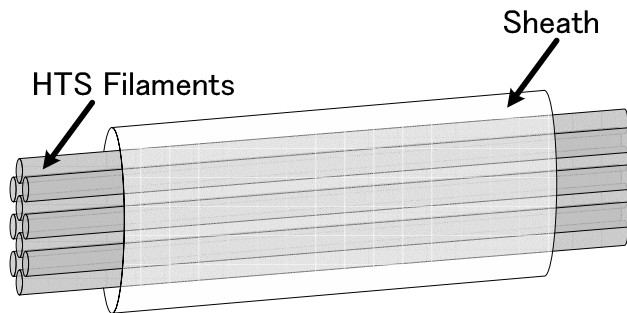


Fig. 4.2.1 Configuration of HTS tapes with non-twisted and multi-filaments.

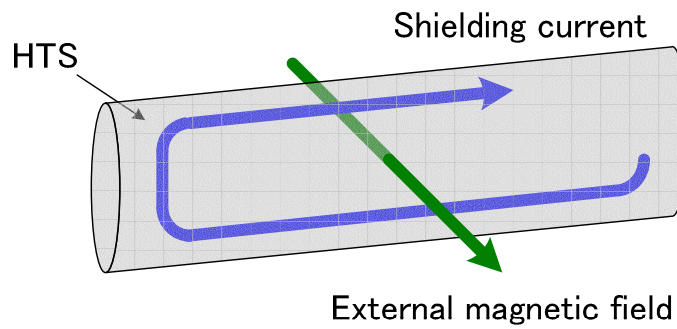


Fig. 4.2.2 Shielding current.

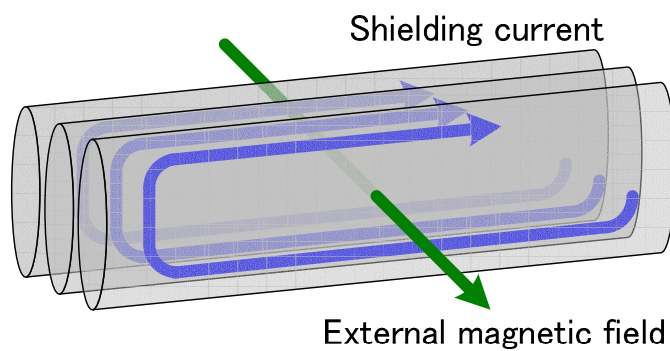


Fig. 4.2.3 Magnetic coupling of shielding currents.

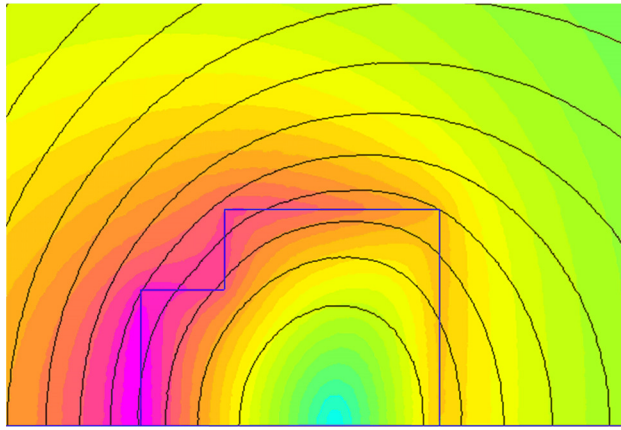


Fig. 4.2.4 Magnetic field distribution of HTS floating coil of Mini-RT device.

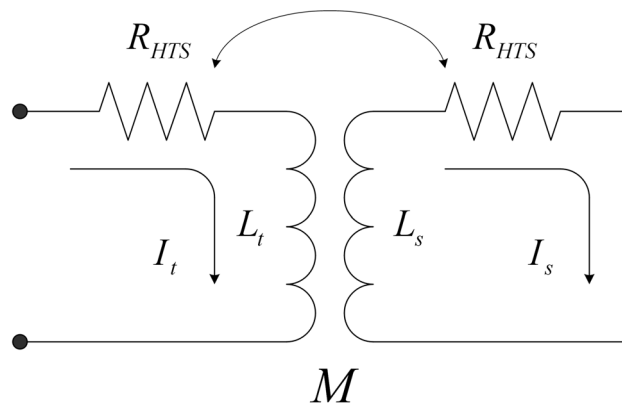


Fig. 4.2.5 Simple equivalent circuit of HTS coils.

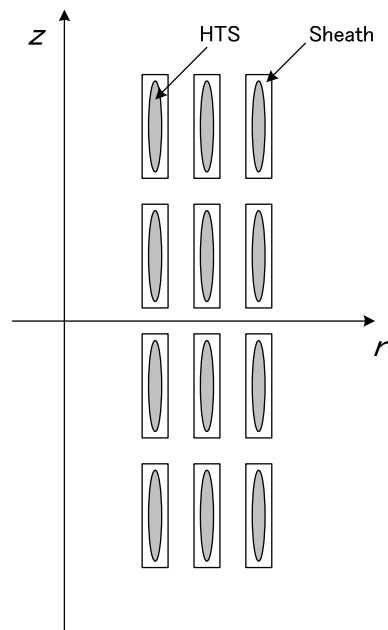


Fig. 4.2.6 Numerical model of HTS coils.

4.3 有限要素法による遮蔽電流の減衰特性に関する検討

高温超伝導コイルの線材内遮蔽電流の減衰特性について有限要素法を用いて検討を行う。数値解析に使用したパラメータは、実験条件と等しくなるように外部磁場印加用超伝導コイル、高温超伝導線材及び高温超伝導コイルの諸元をそれぞれ、Table 4.3.1、Table 4.3.2、Table 4.3.3 のように決定した。

最初に、解析コードの妥当性を検証するために遮蔽電流の減衰特性を計算する。外部磁場印加用超伝導コイルを用いて 25 A まで 0.1 A/s で外部磁場を立ち上げ、磁場を一定に保持した後の遮蔽電流の減衰特性を高温超伝導コイル表面（最外層から 1 mm）の位置における径方向の磁場の変化を計算した。計算結果と実験結果を Fig. 4.3.1 に示す。このとき、ホール素子の位置およびコイルの位置等の誤差が生じていると考えられたため、ホール素子の位置の誤差を修正するために、磁束密度を規格化してプロットした。Fig. 4.3.1 の結果から等価モデルの場合と同様に計算結果と実験結果はほぼ一致しており、遮蔽電流の減衰特性は対数関数となっている。この結果より、有限要素法を用いた数値解析コードの妥当性と高温超伝導体の非線形性のために行っている反復計算が十分に収束していることがわかる。

次に、外部磁場の励磁履歴によってホール素子で測定している磁場の変化が止まることが測定されている。この原因を検証するために有限要素法による数値解析を行った。数値解析は実験と同様に、励磁パターン(a)は 0.1 A/s で 25 A まで励磁し、励磁パターン(b)は 1 A/s で 26 A まで励磁し、200 秒間保持したあと、1 A/s で 25 A に減磁し、ホール素子の位置における磁場の径方向成分の変化を計算した。Fig. 4.3.2 に外部磁場の励磁波形を示す。Fig. 4.3.3 にホール素子の位置における磁場の径方向成分を示す。実験結果と数値解析結果の比較から、励磁パターン(a)の場合は磁場が対数関数的に変化しているのに対して、励磁パターン(b)の場合は変化していないことがわかる。さらに、詳細に検討するために、Fig. 4.3.4 に磁場を保持した時間の電流分布の計算結果、Fig. 4.3.5 に正負両方向の最大電流密度の計算結果を示す。Fig. 4.3.4 から、外部磁場をオーバーシュートさせた励磁パターン (b) の場合は、テープ断面の端部で電流が反転していることがわかる。そして、Fig. 4.3.6 から、負方向の最大電流密度が励磁パターン(b)の方が小さくなっていることがわかる。このとき、高温超伝導体の n 値は 16.5 としているため、1 割の電流密度の減少でも抵抗値としては 80 % 小さくなり、遮蔽電流の減衰時定数は 5 倍になる。また、端部の電流分布が反転しているため、ホール素子の位置における磁場変化を小さくする。以上のような 2 つの要因から、励磁履歴によって、磁場の変化が小さくなったと考えられる。

Table 4.3.1 Specifications of the NbTi superconducting split-coil for calculation.

Inner Radius	79 mm
Outer Radius	166 mm
Height	40 mm
Distance between coils	80 mm
Number of Turns	6345
Current Density	$1.823 \times 10^6 \text{ A/m}^2$ (1 A)

Table 4.3.2 Specifications of the HTS tape for calculation.

Width	4.1 mm
Thickness	0.305 mm
Ag/SC	2
Cross-sectional Area (HTS)	0.417 mm^2
Aspect Ratio (a/b)	20
Major Radius a	1.63 mm
Minor Radius b	0.0815 mm
I_c (40K, 0.59T)	145 A
J_c (40K, 0.59T)	$3.48 \times 10^8 \text{ A/m}^2$
n (40K, 0.59T)	16.5

Table 4.3.3 Specifications of the HTS coil for calculation.

Number of Turns	35
Inner Radius	61 mm
Outer Radius	75 mm
Thickness of Insulation	0.095 mm
Configuration	Single-pancake

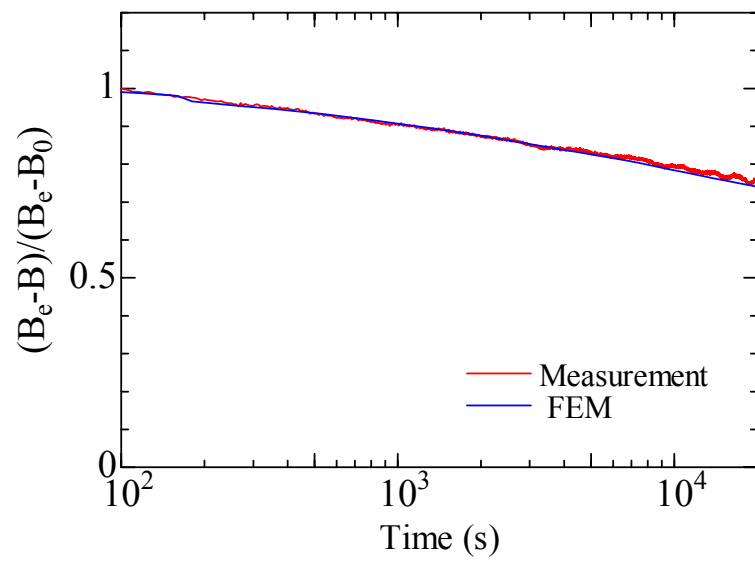


Fig. 4.3.1 Comparison between measurement and FEM result for the shielding current decay.

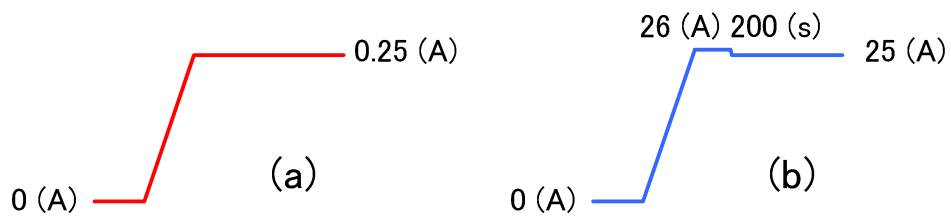
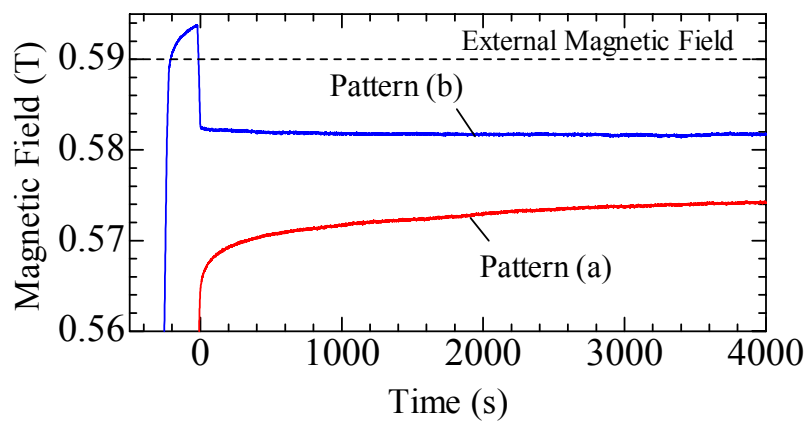
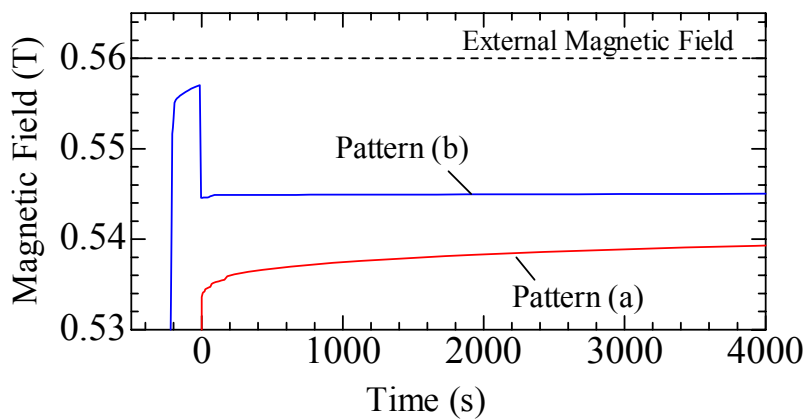


Fig. 4.3.2 Waveform of the external field.



(a) Measurement



(b) FEM

Fig. 4.3.3 Comparison between measurement and FEM result for effect of external field histories.

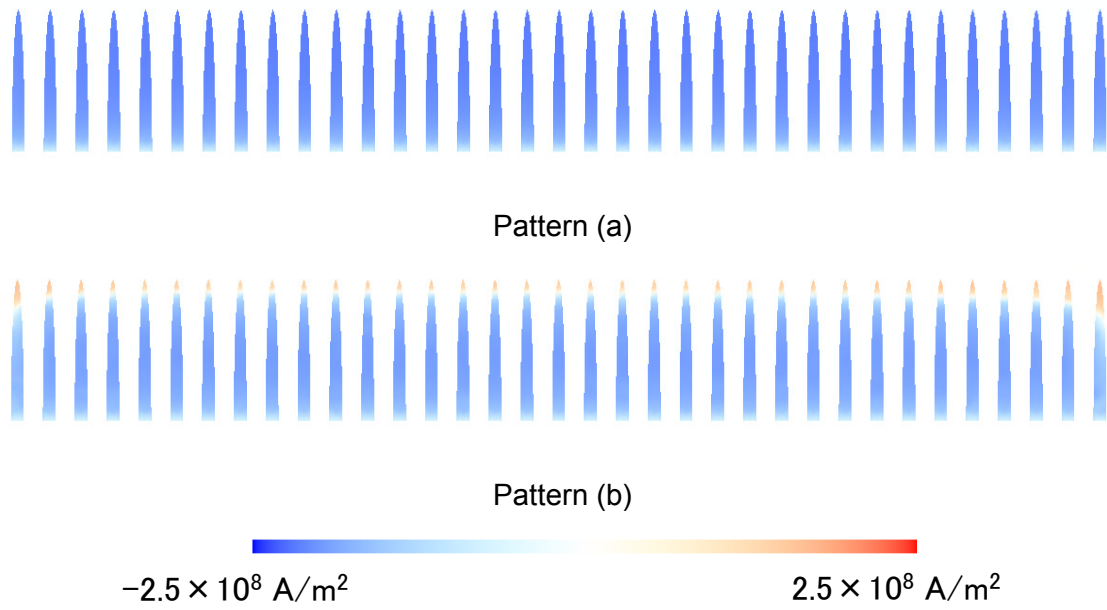


Fig. 4.3.4 Comparison of current distributions.

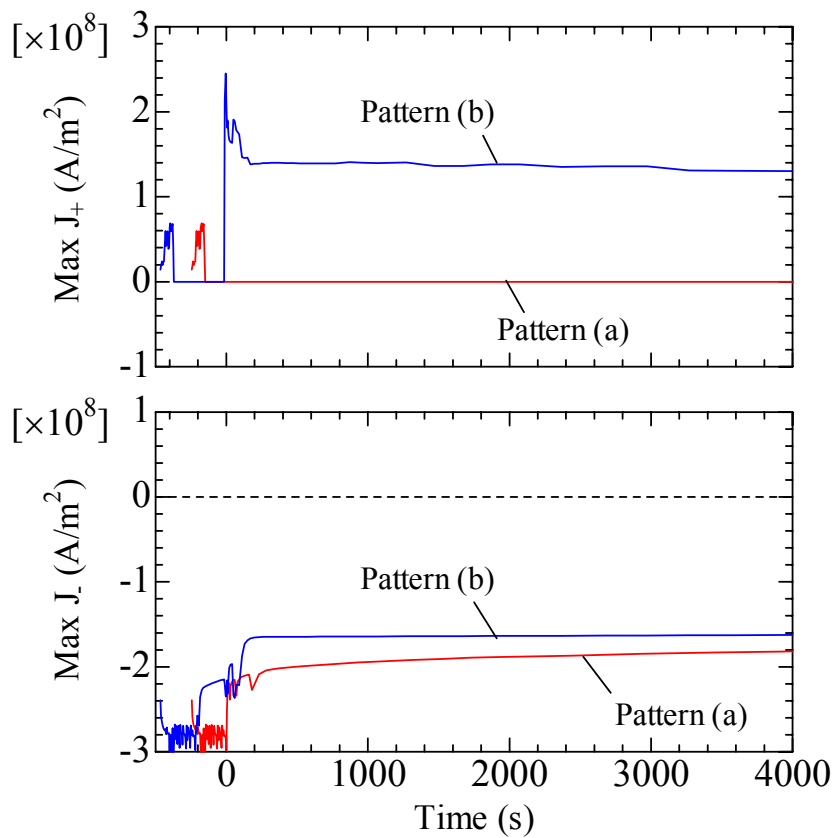


Fig. 4.3.5 Maximum current density of both directions in HTS coils.

4. 4 有限要素法による遮蔽電流と輸送電流の相互作用に関する検討

高温超伝導コイルに外部磁場を加えて、線材内遮蔽電流が流れている状態で輸送電流を通電したときの電磁特性を有限要素法による数値解析を用いて検討する。数値解析に使用するパラメータは実験と等しくなるように前節と同じものを使用した。

外部磁場印加用超伝導コイルを用いて 0.1 A/s の励磁速度で 25 A まで励磁し、シングルパンケーキ型の高温超伝導コイルに線材内遮蔽電流を誘導し、外部磁場励磁後の 300 秒後に輸送電流を 80 A まで 10 秒間で通電した。電場、輸送電流およびコイル表面のホール素子の位置における径方向磁場の実験結果と有限要素法による数値解析結果を Fig. 4.4.1 に示す。このとき、電場は各ターンで異なるため、コイル両端電圧を線材長で割ったものを電場とした。また、実験結果のノイズは、冷凍機動作の振動によるものである。

実験結果と数値解析結果ともに、輸送電流通電後の電場は経過時間に反比例して減衰しており、輸送電流通電と同時に磁場が急激に変化していることがわかる。そのとき、磁場の変化は対数関数となっており、電場波形が磁場変化の微分となっている。これは、遮蔽電流の減衰とそれに伴った電流分布の変化によって電場が発生していることを示している。

次に、高温超伝導コイル内の電流分布を同様の外部磁場および輸送電流を仮定して計算した結果を Fig. 4.4.2 に示す。理解を容易とするために、内半径 70mm、4 ターンのシングルパンケーキ型の高温超伝導コイルとして計算した結果とした。高温超伝導コイルのターン数以外の数値パラメータは Fig. 4.4.1 と同様とした。

外部磁場印加用超伝導コイルを用いて高温超伝導コイルの線材幅広面に垂直な方向に外部磁場を加えると Fig. 4.4.2(a) のように高温超伝導体の周辺部から遮蔽電流が往復に流れ始める。高温超伝導体の遮蔽電流が流れていない領域では、遮蔽電流により磁場は完全に遮蔽されている。約 70 秒で完全に遮蔽電流は中心部まで到達すると、Fig. 4.4.2(b) のように遮蔽電流の電流密度はほぼ一定となる。このとき、遮蔽電流の電流密度は、高温超伝導体の E-J 特性（磁束フロー電圧）と外部磁場による誘導起電力が釣り合った値となっている。さらに磁場を大きくしても高温超伝導体の磁場依存性を考慮していないため、遮蔽電流の電流密度は変化しない。高温超伝導体の磁場依存性を考慮した場合については、磁場が強くなるに従って、臨界電流密度および n 値が低下するため、遮蔽電流の電流密度が減少する。外部磁場を一定にすると、誘導起電力がゼロになるため、Fig. 4.4.2(c) のように遮蔽電流は対数関数で減衰する。次に、輸送電流を通電すると、Fig. 4.4.2(d) のように遮蔽電流がマイナス方向に流れている領域の周辺部から自己磁場により電流の方向が変化して輸送電流が流れる。輸送電流が一定となり、遮蔽電流が減衰すると Fig. 4.4.2(e) のように電流密度の絶対値とともにマイナス方向に流れている遮蔽電流の領域が狭くなり、電流分布が変化する。輸送電流を立ち下げると、自己磁場により周辺部からマイナス方向の電流が流れ、輸送電流が小さくなる。完全に、輸送電流がゼロになった後の電流分布を Fig. 4.4.2(f) に示す。このように、輸送電流の通電した前後では、電流分布が大きく変化する。

外部磁場による遮蔽電流ありで輸送電流を流した場合と外部磁場を印加しないで遮蔽電流を流した場合について比較する。これまでと同様に、外部磁場を加え遮蔽電流を流し、その300秒後に輸送電流を10秒間で20 A、40 A、60 A、80 Aまで通電した後の35ターン、シングルパンケーキ型高温超伝導コイル両端に発生する電場をFig. 4.4.3(a)に、外部磁場による遮蔽電流を無しに輸送電流を流したときの電場をFig. 4.4.3(b)に示す。

外部磁場による遮蔽電流がある場合と輸送電流のみの場合ともに、両対数グラフで直線で電場が減少しているため電場は経過時間に反比例して減衰していることがわかる。また、計算された電場の輸送電流に対する依存性は経過時間にほぼ依存せず、2乗から3乗となっており、 n 値から求められる電場は16.5乗に比例するため、比較すると大きく異なることがわかる。これは、 n 値から求められる電場は遮蔽電流を考えず、高温超伝導体内の電流分布が均一になっている場合に適用可能となるが、今回の計算では輸送電流だけでなく遮蔽電流の減少が電場に大きく影響しているためである。外部磁場による遮蔽電流がある場合とない場合では、外部磁場による遮蔽電流がある場合の方が各輸送電流ともに電場は大きくなっている。これは、外部磁場による遮蔽電流がない場合は、輸送電流の通電に伴う自己磁場による遮蔽電流が流れるがその大きさは外部磁場による遮蔽電流よりも小さいためである。

次に、遮蔽電流の影響で発生した電場について有限要素法による計算結果、実験結果および遮蔽電流を考慮しない電流分布が均一な場合の n 値から求められる電場について比較した結果をFig. 4.4.4に示す。有限要素法による数値解析は、外部磁場による遮蔽電流ありとなしの場合について、4ターンと35ターンの2種類について計算した。有限要素法による電場の計算結果および実験結果は輸送電流の通電後300秒の電場の値をプロットした。

実験結果は外部磁場による遮蔽電流ありの34.5ターンに対応している。実験結果と計算結果を比較すると、電場の大きさは若干の違いがあるものの輸送電流に対する依存性はほぼ一致している。 n 値から評価される電流分布が均一な場合の電場と比較すると実験結果、計算結果ともに電場は大きくなっており、輸送電流に対する依存性は明確に異なる。また、ターン数が大きくなることにより発生する電場が大きくなることがわかる。これは、ターン数が大きくなることで、遮蔽電流のインダクタンスが大きくなり磁気エネルギーが大きくなっているためであると考えられる。

電場のターン数に対する依存性をさらに検討するために、1ターン、4ターン、16ターン、35ターンの場合の計算結果をFig. 4.4.5に示す。計算条件は、外部磁場による遮蔽電流ありとし、輸送電流は80 Aとした。

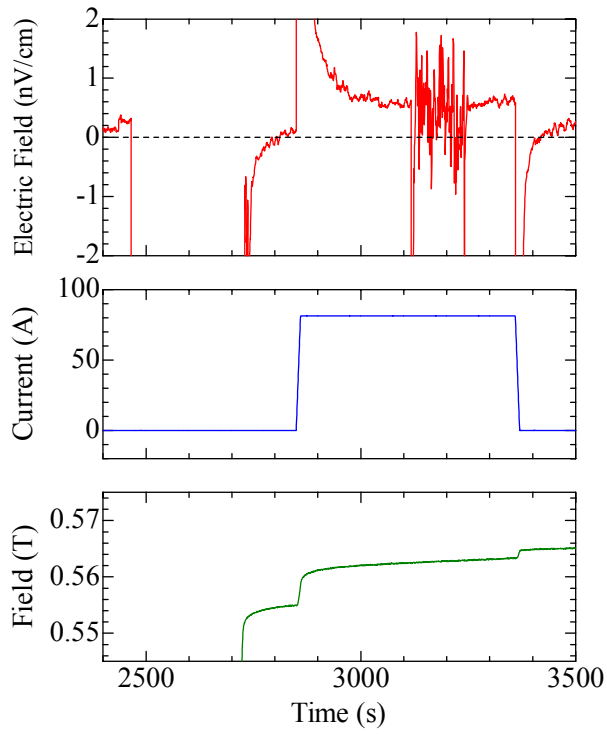
計算結果より、ターン数の増加とともに発生する電場が大きくなっていることがわかる。しかし、ターン数が大きくなるに従って、電場が増加する割合は小さくなっている。遮蔽電流は磁気モーメントと似ているため、遮蔽電流の磁場は距離の3乗に比例して小さくなる。よって、あるターンが作る磁場の影響はある程度離れると影響は無くなることを意味している。今回計算したようなシングルパンケーキ型コイルではそれが35ターン程度であることを示している。

次に、高温超伝導体の n 値を 12、18、24、30 と変化させて発生する電場がどのように変化するか計算した。Fig. 4.4.6 に計算結果を示す。計算条件は 4 ターンのシングルパンケーキ型超伝導コイルとし、外部磁場による遮蔽電流あり、輸送電流は 20 A、40 A、60 A、80 A の 4 種類とした。

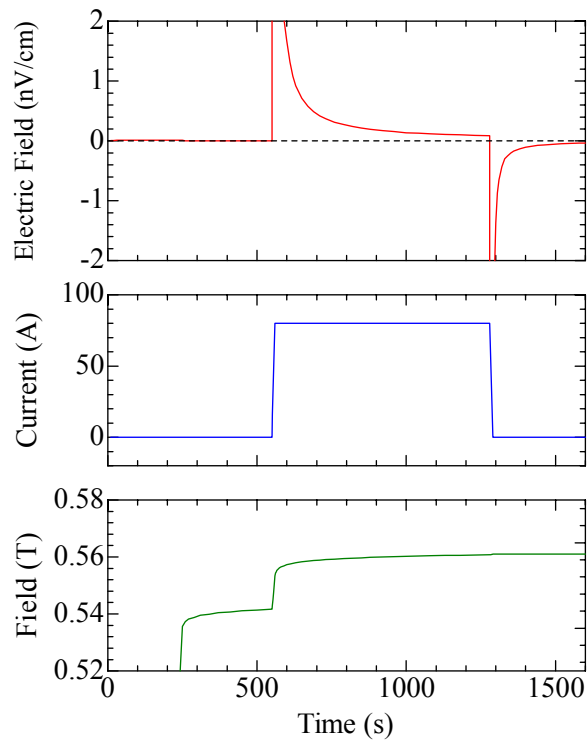
それぞれの計算結果から、 n 値を変化させても発生する電場はあまり変化しないことがわかる。遮蔽電流を考慮しない電流分布が均一な場合は n 値によって大きく発生する電場は異なるが、遮蔽電流の影響による電場に対する影響に対しては n 値の違いによる影響は小さいことがわかる。また、80 A の n 値 12 の場合、時間の経過によって一定になっているが、これは遮蔽電流が無くなり、電流分布が均一になったため、 n 値によって決定される電場に収束したためである。次に、輸送電流の通電後 300 秒後の電場を横軸 n 値としてプロットしたものを Fig. 4.4.7 に示す。この結果から、 n 値が大きくなると遮蔽電流の影響は一定値に近づいていることがわかる。よって、イットリウム系高温超伝導線材のように n 値が非常に高い線材をしようしても遮蔽電流の影響による電場は発生するものと考えられる。

次に、外部磁場の励磁速度を変化させ、初期の遮蔽電流の磁気エネルギーを変化させた場合について検討する。外部磁場の励磁速度を 22.4 mT/s、2.24 mT/s、0.224 mT/s と変化させ、0.56 T まで励磁し、外部磁場が一定となった後、300 秒後に輸送電流を 80 A まで通電したときの電場特性を計算した結果を Fig. 4.4.8 に示す。外部磁場の励磁速度を変化させても発生する電場は全く変化していないことわかる。これは、遮蔽電流の減衰特性を簡易モデルで計算した場合と同様に、励磁速度を変化させても遮蔽電流の減衰特性はある一定時間後に一つの対数関数曲線へ漸近するためである。よって、外部磁場を励磁後、直後に輸送電流を流せば若干の変化があるものと考えられる。

また、外部磁場は 25 秒で 0.56 T まで同様に励磁し、輸送電流の励磁速度を変化させ、自己磁場による遮蔽電流の初期の磁気エネルギーを変化させた場合についても検討する。励磁速度を 1 A/s、10 A/s、100 A/s と変化させ、80 A まで輸送電流を通電したときの電場の時間変化を計算した結果を Fig. 4.4.9 へ示す。輸送電流の励磁速度が速い場合の方が初期の電場が大きくなっているが、数 100 秒程度で電場にひとつの曲線に収束していることがわかる。これについても、遮蔽電流の減衰特性を簡易モデルで計算した場合と同様に、励磁速度を変化させても遮蔽電流の減衰特性はある一定時間後に一つの対数関数曲線へ漸近するためであると考えられる。

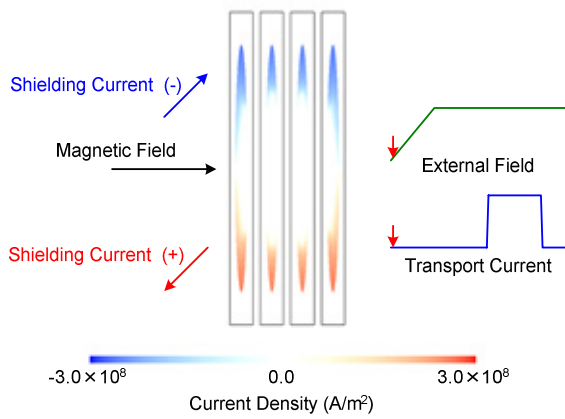


(a) Measurement (34.5 Turn)

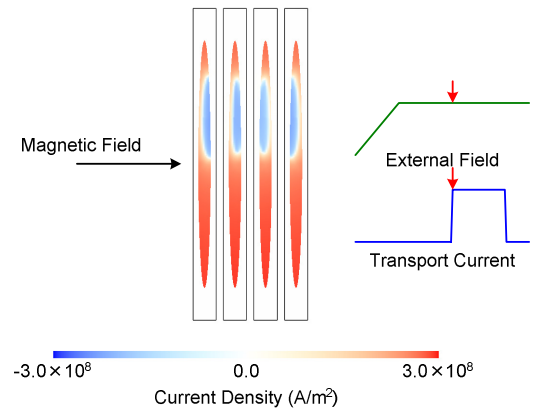


(b) FEM (35 Turn)

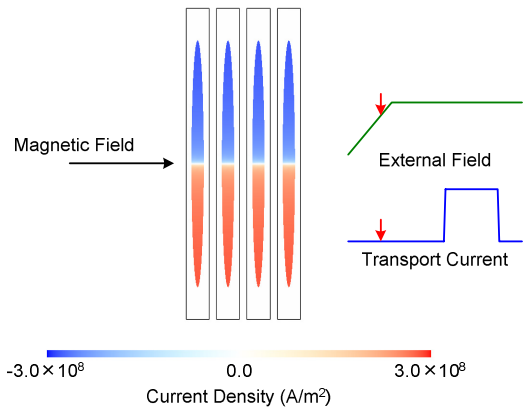
Fig. 4.4.1 Comparison between measurement and FEM result of waveforms in the HTS coil.



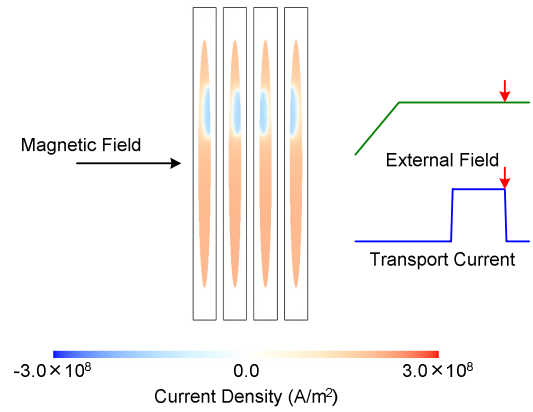
(a) 10 s



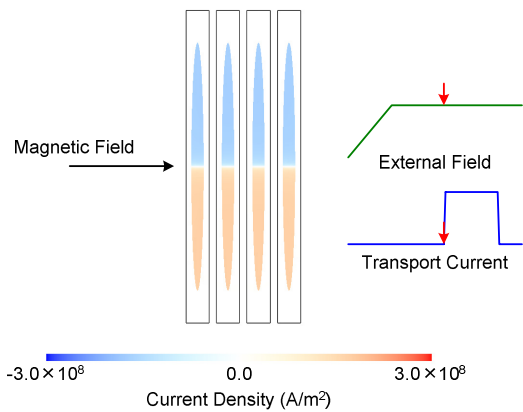
(d) 560 s



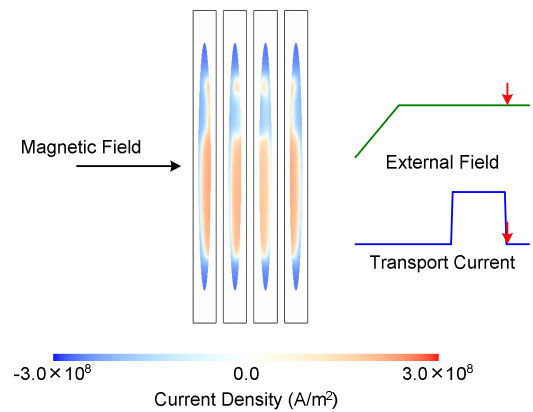
(b) 200 s



(e) 860 s



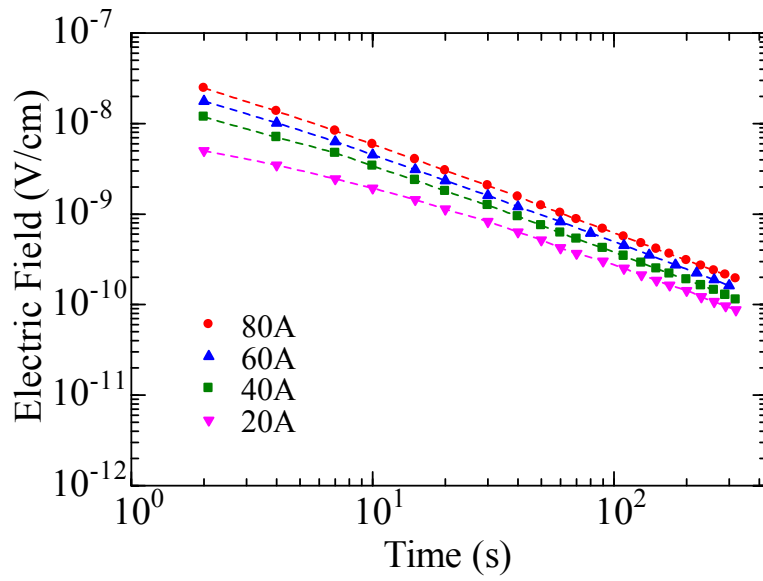
(c) 550 s



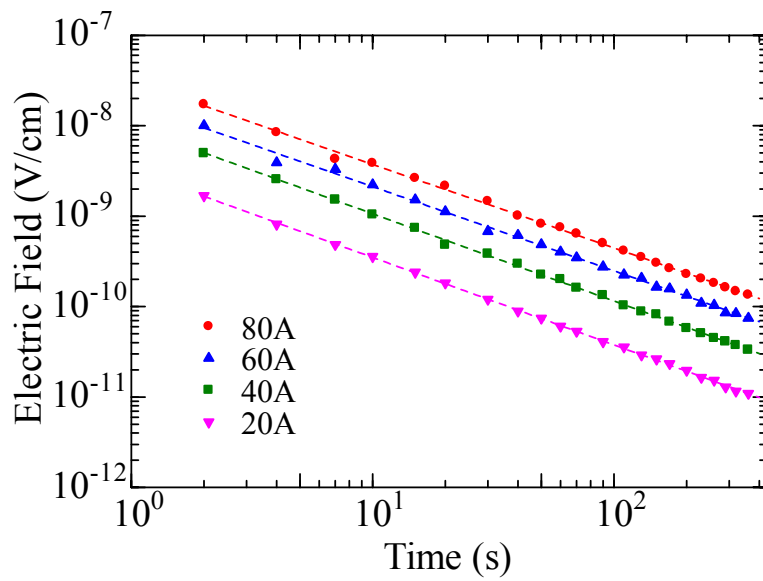
(f) 870 s

Fig. 4.4.2 Current distributions in the HTS coil (single-pancake, 4 Turn).

(External field = 0.56 T, Transport current = 60 A)



(a) External field and self field



(b) Self field

Fig. 4.4.3 Comparison of electric field in the HTS coil (35 Turn).

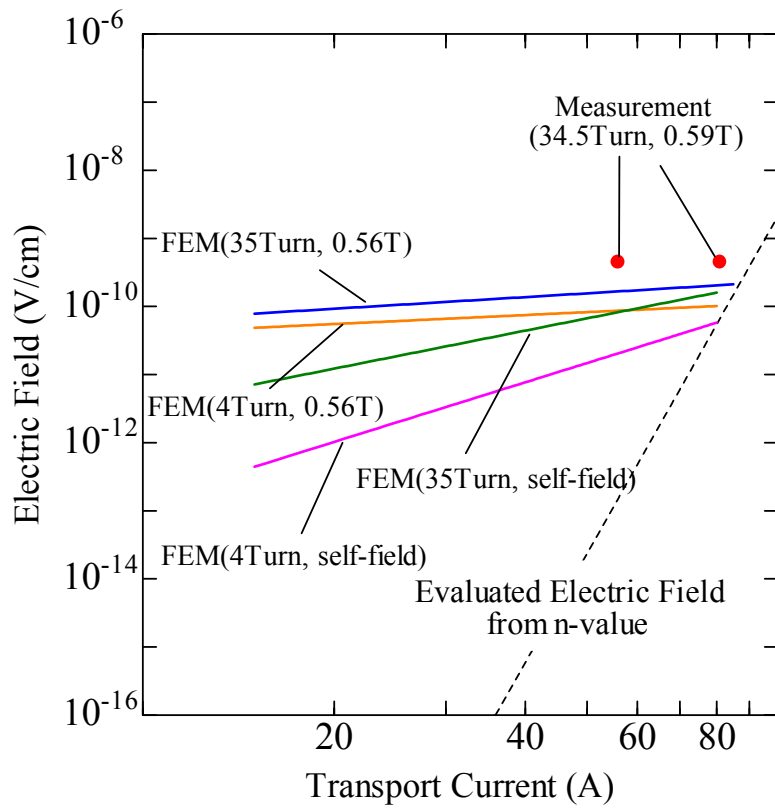


Fig. 4.4.4 Effect of shielding current on electric field in HTS coils.

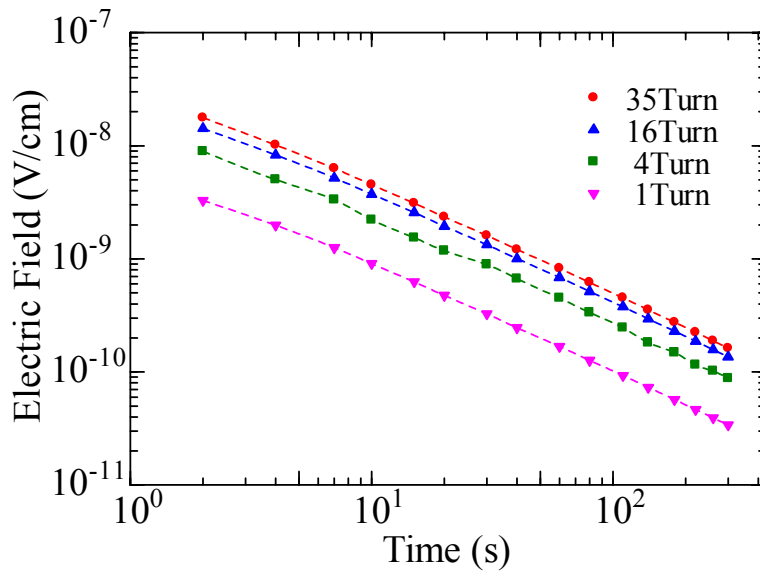
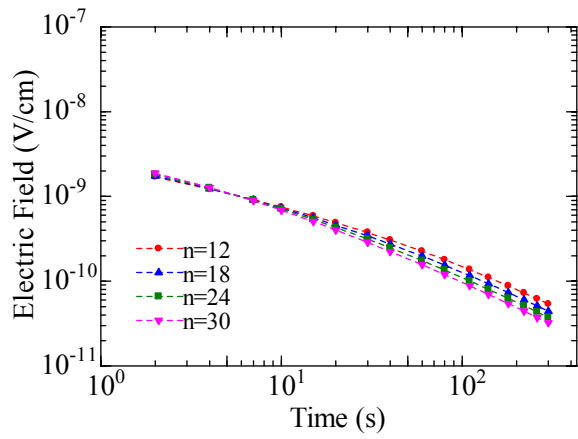
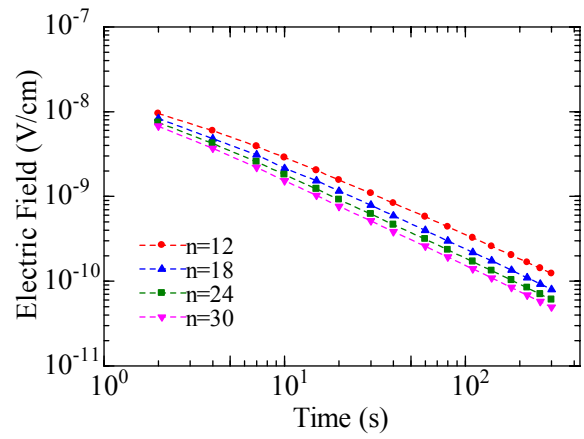


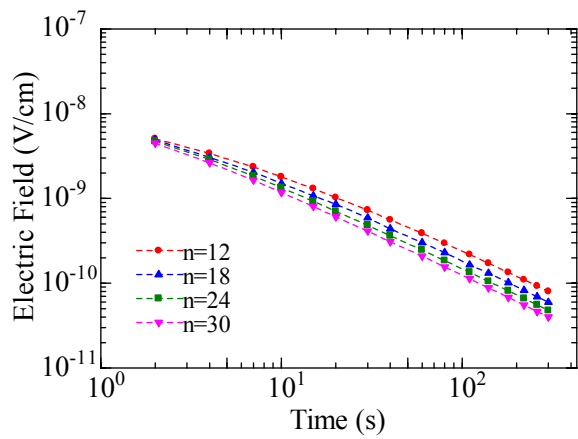
Fig. 4.4.5 Effect of number of turns on electric field in HTS coils.



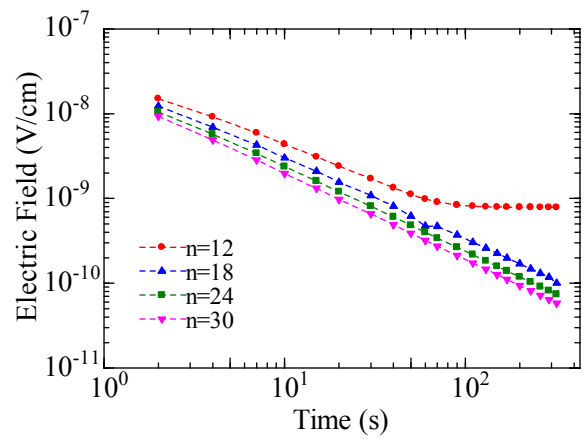
(a) Transport current = 20 A



(c) Transport current = 60 A



(b) Transport current = 40 A



(d) Transport current = 80 A

Fig. 4.4.6 Effect of “n-value” of HTS tapes on electric field in HTS coils (4 Turn).

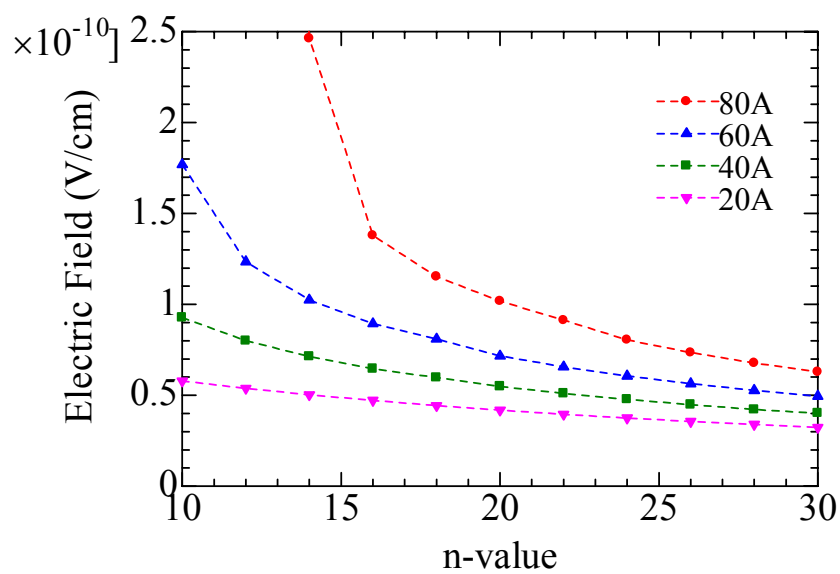


Fig. 4.4.7 Effect of “n-value” of HTS tapes on electric field after 300 s in HTS coils (4 Turn).

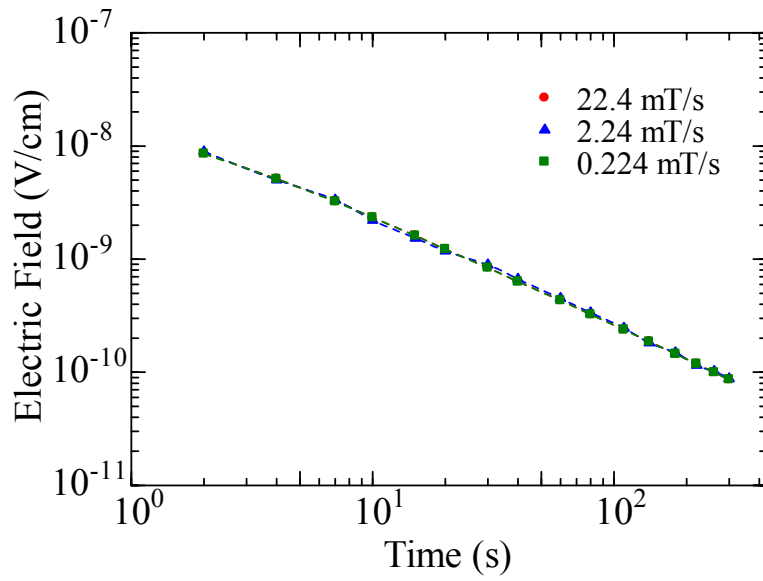


Fig. 4.4.8 Effect of ramp rate of external field on electric field in the HTS coil (4 Turn).

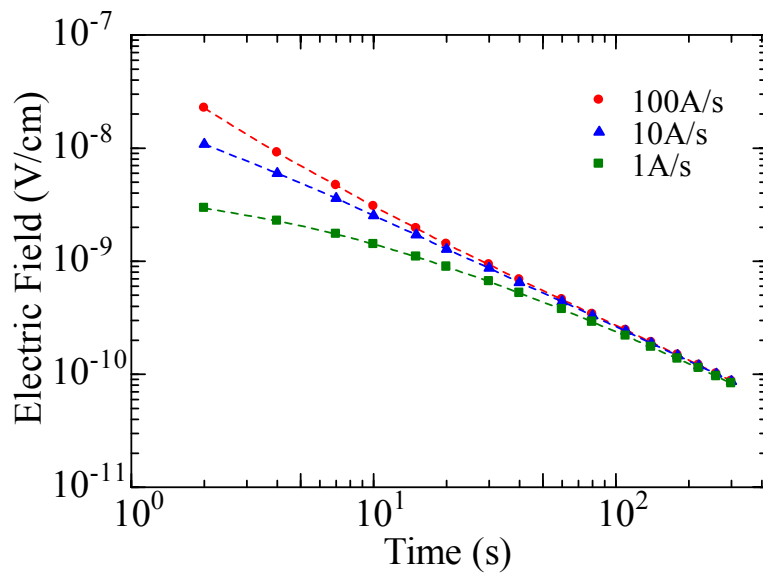


Fig. 4.4.9 Effect of ramp rate of transport current on electric field in the HTS coil (4 Turn).

4. 5 結論

本章では、複雑なコイルや線材の形状を考慮でき、遮蔽電流と輸送電流の両方が線材内に流れ、時間変化している場合の電流分布を求める数値解析手法について述べた。そして、この手法を用いて、高温超伝導コイルの電磁特性に対する遮蔽電流の影響について検討を行った。その結果より、高温超伝導コイルの電磁特性に対する遮蔽電流の影響について以下のような知見を得た。

- (1) 高温超伝導コイルの線材内遮蔽電流の減衰特性は、有限要素法を用いた数値解析でも時間の対数関数的に減衰し、励磁履歴を変化させることで初期の遮蔽電流の電流分布が変化する。
- (2) 高温超伝導コイルの電磁特性に対して遮蔽電流が影響を及ぼすことが示した。特に、輸送電流が小さい領域で、高温超伝導体の n 値から求められる電場よりも大きな電場が発生し、電流及び n 値に関する遮蔽電流の影響の依存性は小さいことがわかった。
- (3) 高温超伝導コイルのターン数を増加させることで遮蔽電流の影響が大きくなる。遮蔽電流が作る磁場が他のターンの作る磁場に影響を与える領域はシングルパンケーキ型コイルで 35 ターン程度あり、それ以上ターン数を増加させても発生する電場は変化しない。

高温超伝導コイルの電磁特性は、一般に高温超伝導線材の E - J 特性で議論されるが、遮蔽電流の影響も考慮することが重要であることが示された。

第5章 永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性

5.1 緒論

タンパク質などの構造分析に用いられる核磁気共鳴分析装置（NMR）に用いられるインサートコイル[5.1]-[5.5]、超伝導磁気浮上式鉄道に用いられる浮上用電磁石[5.6]-[5.10]、超高ベータのプラズマ閉じ込めを目的とした内部導体装置に用いられる浮上コイル[5.11][5.12]等に向けて、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルが活発に研究開発されている。一般に、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性は、接続抵抗と短尺の高温超伝導線材の電圧電流特性を用いて検討される[5.13]。これらでは説明できない場合について、磁束クリープの実効的なピンニングポテンシャルが変化するというモデル[5.14]や機械的劣化による影響[5.15]に関する検討が行われている。また、金属系超伝導コイルにおいてではあるが、接続抵抗の非線形性についても検討されている[5.16]。

また、高温超伝導コイルの大きな損失のため、NMR用の高温超伝導コイルでは、磁束ポンプを用いて減衰分を補うことによる磁場安定化についても検討されている[5.17]。しかし、内部導体型プラズマ閉じ込め装置の磁気浮上コイルは、長時間安定に浮上することが要求され、プラズマと直交するような電流リードや冷却配管を取り付けることできない[5.11]。よって、高温超伝導コイル自体の特性を改善する必要がある。それらに対する努力によって、永久電流モードで運転される高温超伝導コイルの電流減衰率として、東京大学の RT-1 装置や磁気浮上用高温超伝導コイルにおいて約 100ppm/hr を実現している[5.6][5.11]。

一方、ツイストが施されていない素線を使用していた金属系超伝導コイルにおいて、磁場安定度や電流減衰特性に対する結合電流の減衰の影響について、輸送電流と結合電流の磁気結合回路を用いた議論が行われている[5.18]。高温超伝導コイルにおいても、ツイストが施されていないテープ形状であることや線材の低い n 値による磁束フローおよび磁束クリープによって線材内の遮蔽電流が減衰するため、金属系超伝導コイルと同様に遮蔽電流の影響を検討する必要がある。以上のような線材内遮蔽電流の影響を低減することは、NMR や MRI レベルの磁場安定度（0.1ppm/hr）を実現する上で、非常に重要であると考えられる。また、線材内遮蔽電流が高温超伝導コイル内に存在するという事は、輸送電流のみが均一に流れている場合と比較して遮蔽電流が想定外の不整磁場を発生していることを意味する。線材内遮蔽電流を減らし、高温超伝導線材内の電流分布を一様にするのがプラズマ閉じ込めの観点から重要となる。実際に、遮蔽電流によって、中心磁場に影響することが報告されている[5.19][5.20]。また、金属系超伝導線材では、外部磁場効果[5.21]を応用して、複数回の外部磁場パルスを加えて線材内の電流分布を均流化する実験やその解析が行われている[5.22]-[5.24]。また、励磁履歴を変化させ、電流減衰特性を改善した例もある[5.18][5.22][5.25]。よって、高温超伝導コイルにおいても、これらを応用して電流減衰特性の改善を検討する。

5. 2 高温超伝導コイルの電流減衰特性の測定

5. 2. 1 実験試料と実験装置

高温超伝導コイルには、Table 5. 2. 1 に示した諸元をもつBi2223/Ag高温超伝導線材を用いた。使用した線材の液体窒素、自己磁場中における電圧電流特性を測定した結果をFig. 5. 2. 1 に示す。測定結果より、線材として 10^{-9} V/cmレベルまで、24. 4 と非常に高いn値となっており、線材の製造や輸送による劣化が無いことが確認された。

高温超伝導コイルの諸元を Table 5. 2. 2 に示す。巻線は、Bi2223/Ag 高温超伝導線材をポリイミド (Kapton) テープで絶縁し、エポキシ樹脂 (STYCAST-2850GT) で接着しながらダブルパンケーキ巻きとした。銅製の巻枠に対してはポリイミドテープを用いて絶縁し、上下の銅フランジに対しては 0. 5mm 厚の GFRP を用いて絶縁した。製作した 2 個の高温超伝導コイルは、上下に配置し直列に接続している。装置完成後に、温度を 77 K として、それぞれの高温超伝導コイルを直列に接続し、電圧電流特性を測定した結果を Fig. 5. 2. 2 に示す。測定は、各電流値まで 1 A/s で励磁し、一定に保持した後、100 s から 200 s の間の電圧の平均値をプロットした。この結果より、2 つのコイルの特性はほぼ一致しており、巻線による劣化はないことが確認された。

高温超伝導コイルの励磁は、装置外部に配置した直流電源を用いている。真空導入端子を用いて大気から真空容器内へ導入し、室温から冷凍機 1st ステージまでは銅製の電流リード、冷凍機 1st ステージから 2nd ステージへは Bi2223/Ag-3%Au 高温超伝導線材を用いた高温超伝導電流リードを用いて電流を導入している。高温超伝導コイルを永久電流モード運転へ移行するための永久電流スイッチは、NbTi/Cu 超伝導線が無誘導巻きしたものを使用し、ヒータによる ON/OFF をする構造となっている。この永久電流スイッチのオフ抵抗は 1 m Ω である。永久電流スイッチに用いた NbTi/Cu 超伝導線と高温超伝導コイルに用いた Bi2223/Ag 高温超伝導線材は、ハンダを用いて接続し、抵抗値は約 8 n Ω とすることができた。また、高温超伝導コイルに流れている電流値は、中心磁場を極低温用ホール素子を用いて測定することで、間接的に測定している。

冷却は、1 台の 4 K GM冷凍機を用いて行っており、永久電流スイッチ、接続部、高温超伝導電流リード低温端は、冷凍機の 2ndステージにて直接冷却され、高温超伝導コイルは断面積 2 mm²、長さ 100mmの銅線によって 2ndステージと接続されている。高温超伝導コイルの温度制御は、コイル側に配置した銅プレートにヒータを取り付け、電流値をPID制御することで行っている。接続している銅線の熱抵抗が大きいため、小さなヒータ熱量で温度制御が可能となっており、2ndステージの温度は、コイル温度を 77 Kとしても 4 Kからの温度上昇は 1 K以下とすることが可能となっている。また、銅製の輻射シールド、高温超伝導リード高温端は冷凍機 1stステージを用いて冷却している。

装置の構成図を Fig. 5. 2. 3 に、回路図を Fig. 5. 2. 4 に、高温超伝導コイルの写真を Fig. 5. 2. 5 に、高温超伝導電流リード、永久電流スイッチ、接続部の写真を Fig. 5. 2. 6 に示す。

Table 5.2.1 Specifications of Bi2223/Ag tape for HTS coils.

Superconductor	$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$
Width	4.1 mm
thickness	0.23 mm
Ag / SC	1.5
Critical Current*	104.8 A
n-value*	24.4
Manufacturer	Sumitomo Electric

* at 77 K under self-field

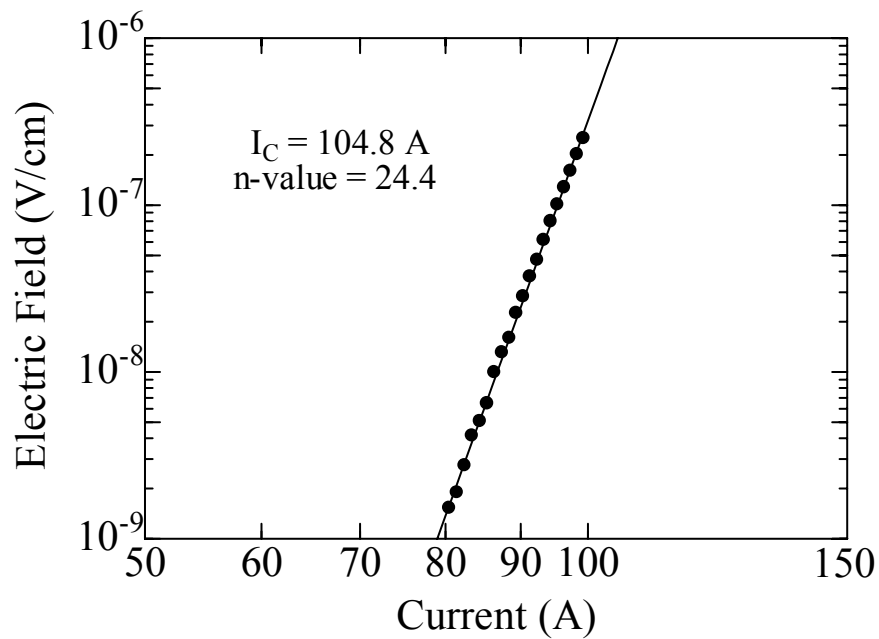


Fig. 5.2.1 Electric field vs. current characteristic of Bi2223/Ag tape for HTS coils at temperature of 77 K under self-field.

Table 5.2.2 Specifications of HTS coils.

Configuration	Two Double-Pancake
Number of Turns at a coil	80 Turn
Inner Radius	50 mm
Outer Radius	65 mm
Insulation	50 μm
Inductance	4.0 mH
Length of Tape	60 m

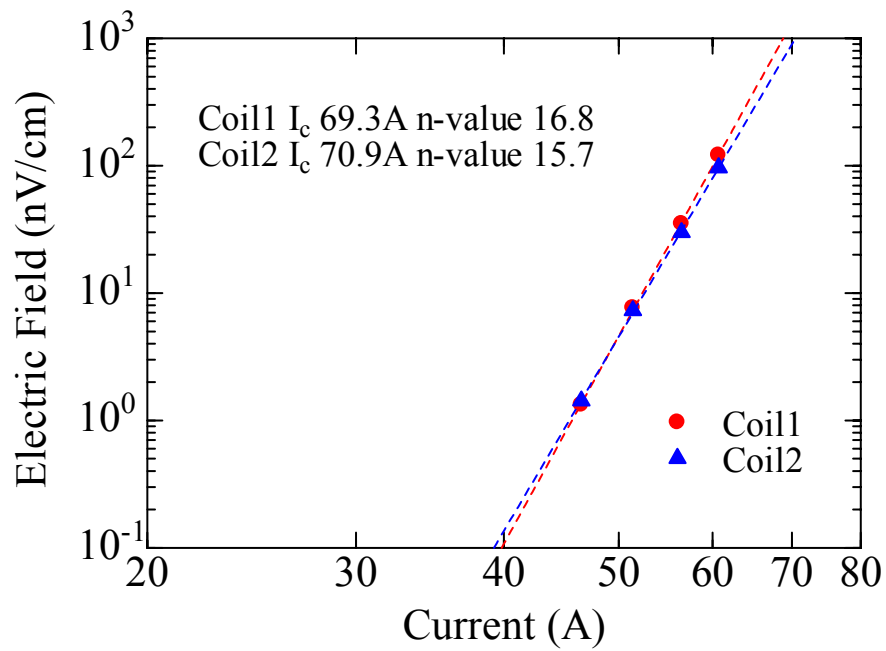


Fig. 5.2.2 Electric Field vs. current characteristics of HTS coils at temperature of 77 K under self-field.

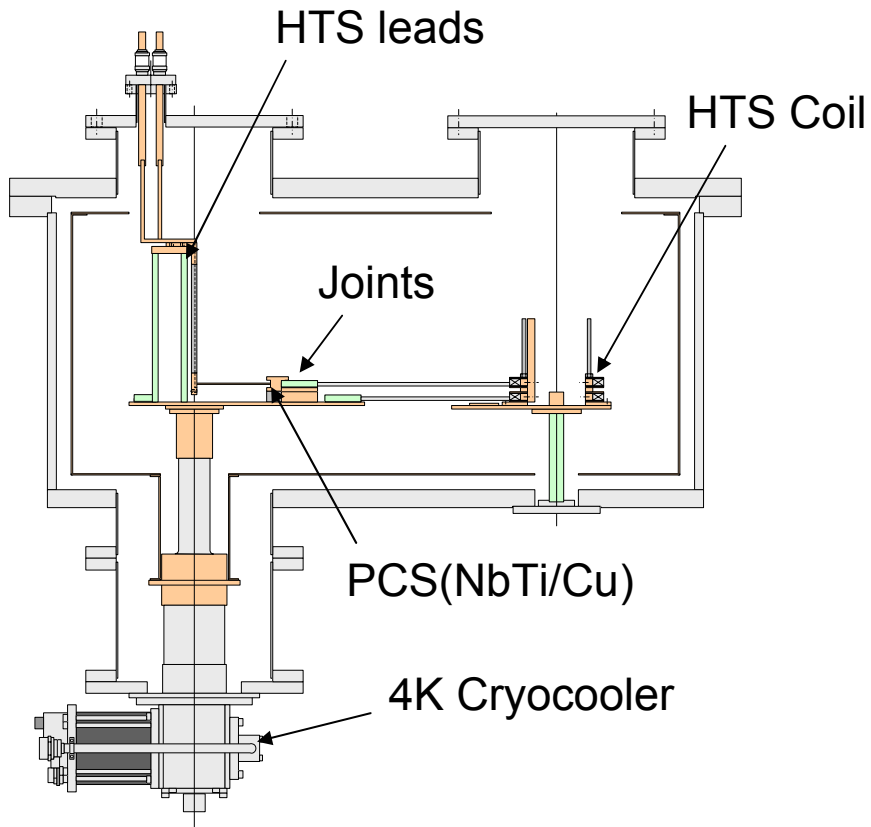


Fig. 5.2.3 Schematic configuration of experimental set-up for measurements of current decay in HTS coils.

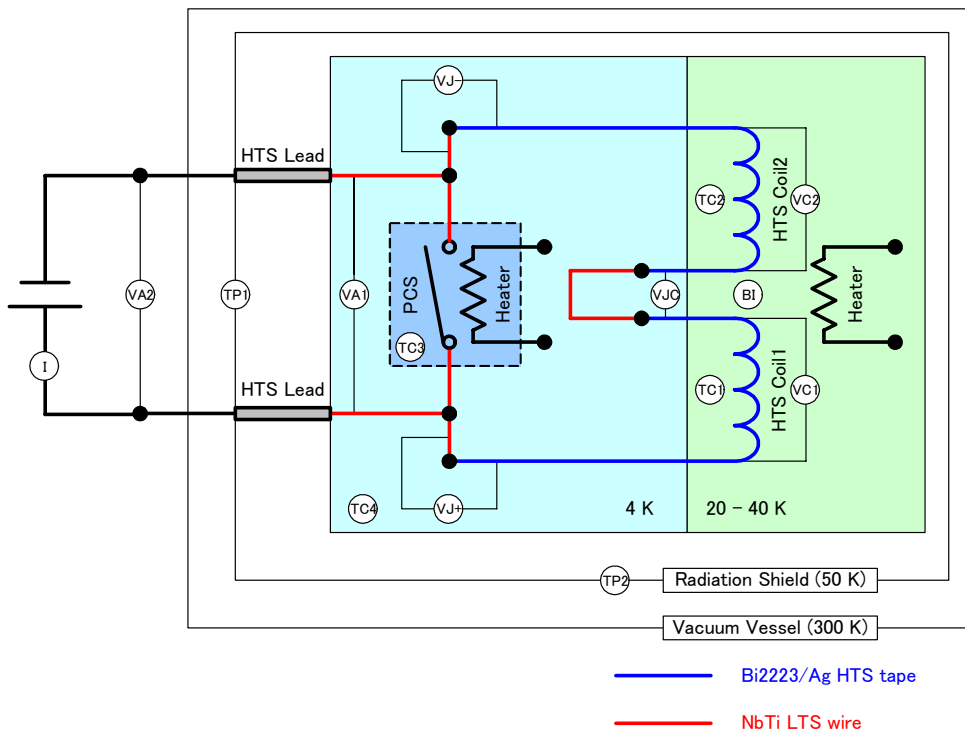


Fig. 5.2.4 Electric Circuit for measurements of current decay in HTS coils.

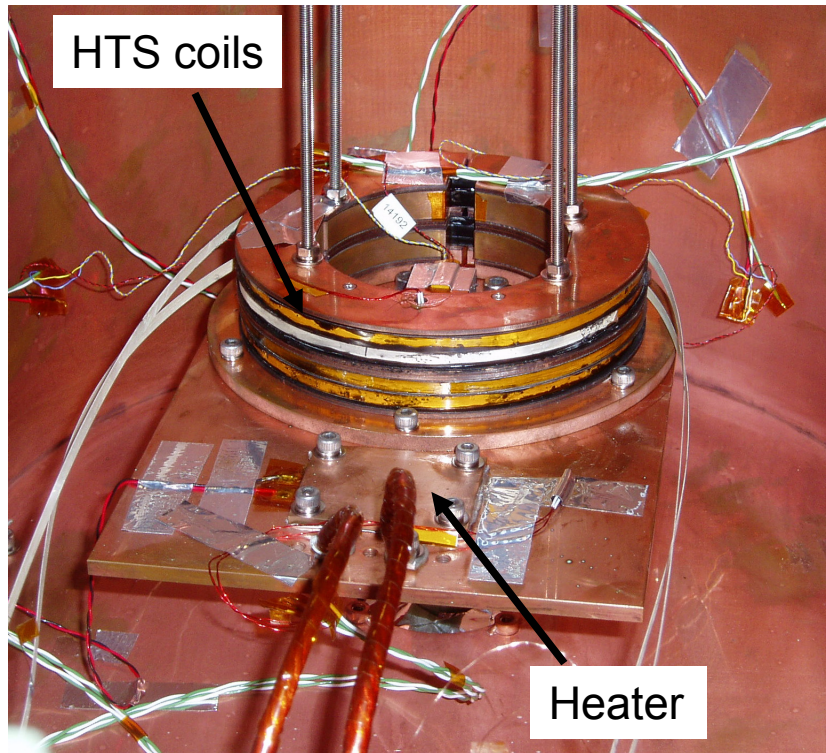


Fig. 5.2.5 Photograph of HTS coils.

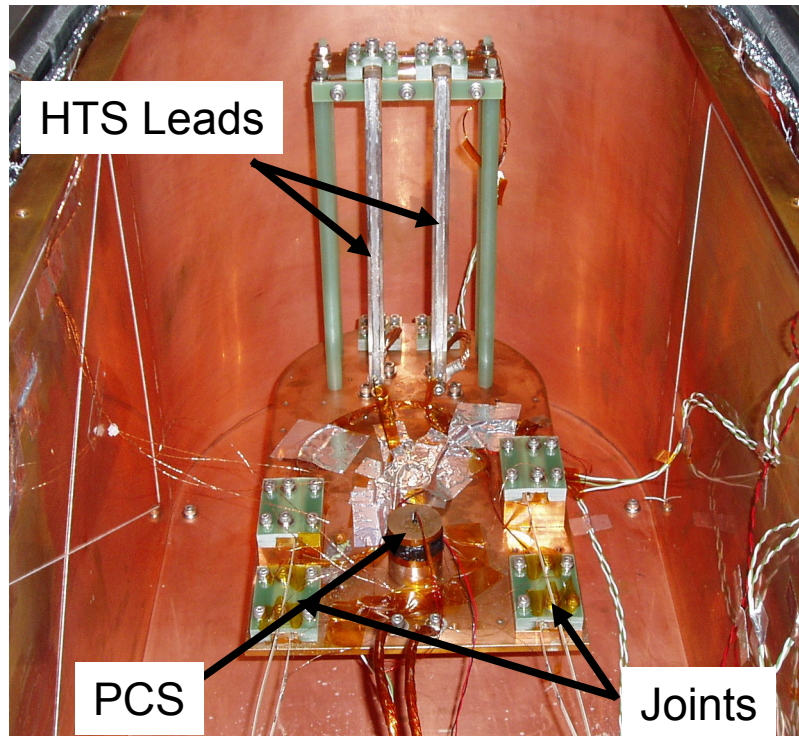


Fig. 5.2.6 Photograph of HTS leads, PCS and joints.

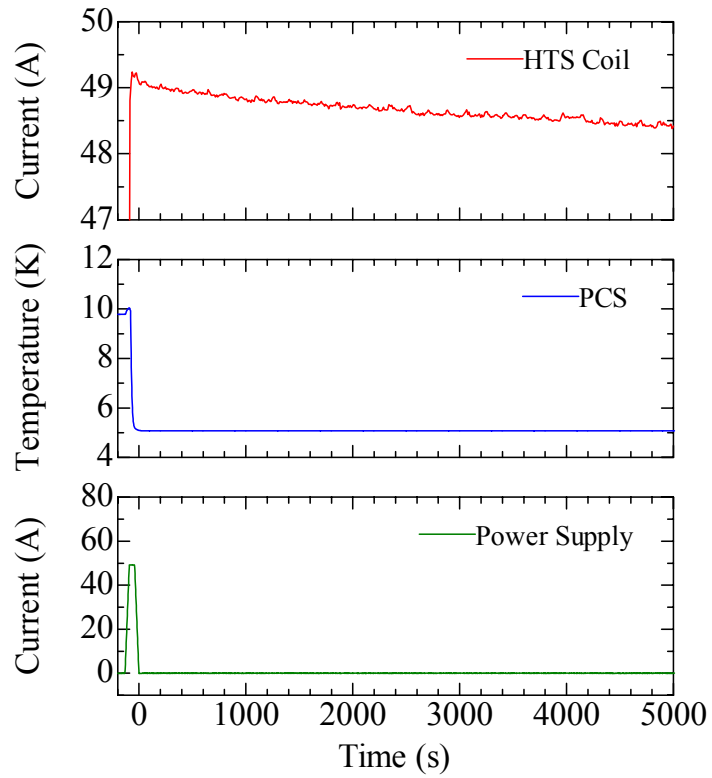
5. 2. 2 高温超伝導コイルの電流減衰特性の測定

実験は以下のような手順で行った。まず、ヒータによる入熱により永久電流スイッチを OFF とした状態で、一定の励磁速度で高温超伝導コイルへ電流を通電する。電流が設定値となった後、ヒータの入熱を停止し、永久電流スイッチを ON とする。このとき、永久電流スイッチの OFF 抵抗が $1\text{ m}\Omega$ 、高温超伝導コイルのインダクタンスが 4 mH であることから、回路の時定数は 4 秒 であるため、電流が一定になった後、 10 秒 後に永久電流スイッチ用のヒータを OFF した。その後、十分に永久電流スイッチの温度が低下するまで 40 秒 間待ってから同じ励磁速度で電源電流をゼロとして、永久電流モード運転へ移行し、コイル中心部に配置したホール素子により電流減衰特性を測定した。

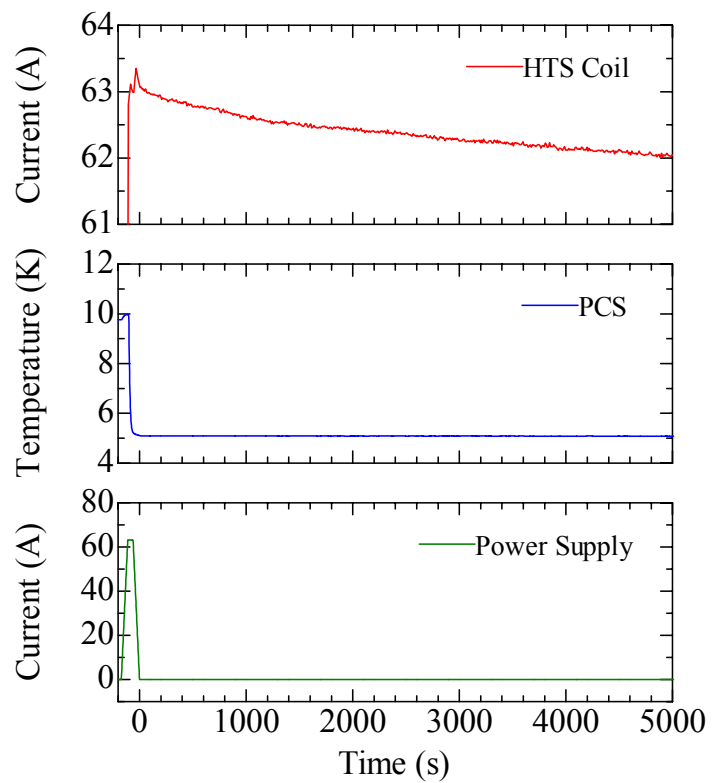
高温超伝導コイルの温度を 60 K とし、励磁速度を 1 A/s として、永久電流モードとしたときの電流減衰特性を初期電流 49 A の場合を Fig. 5.2.7(a) に、初期電流 63 A の場合を Fig. 5.2.7(b) に示す。これらの結果から、約 200 秒 間という短時間で電流通電開始から永久電流モード運転への移行を行うことができることがわかる。高温超伝導コイルの電流減衰特性は 1000 秒 程度までは、指数関数とは異なる特性を示しており、それ以降ではほぼ指数関数的に減衰している。 1000 秒 以降の電流減衰特性から時定数を評価すると、約 140 時間 となり、超伝導閉ループの抵抗値は接続抵抗と等しい $8\text{ n}\Omega$ となっていることがわかる。指数関数とは異なる減衰をしている約 1000 秒 間までの電流減衰特性から、初期電流が 72.5 A 、 63 A 、 49 A の場合について、超伝導閉ループの抵抗値を評価した結果を Fig. 5.2.8 に示す。この結果から、電流減衰初期には接続抵抗よりも大きく減衰していることがわかる。評価された抵抗値は、電流（磁場）に依存し、時間とともに減衰していることがわかる。短尺線材の電圧電流特性から推定される抵抗値よりも数桁大きく、電流に対する依存性は n 値から説明することができないものであった。

次に、励磁履歴を変化させた場合の電流減衰特性を測定した。コイル温度は 60 K とし、一方は 0 A から 60 A まで 1 A/s で励磁し、もう一方は 0 A から 80 A まで、オーバーシュートさせ、 200 秒 間経過した後、 -1 A/s で 60 A として永久電流モード運転に移行した後の電流減衰特性を測定した。測定結果を Fig. 5.2.9 に示す。この測定結果の比較より、 80 A にオーバーシュートさせた場合は、明確に、初期の電流減衰が小さいことがわかる。この減衰は、接続抵抗のみにより説明することができる。

以上のように、永久電流モードで運転される高温超伝導コイルの電流減衰特性において、接続抵抗、短尺線材の電圧電流特性では説明できない実効抵抗が存在することが実験的に明らかとなった。そして、この実効抵抗は時間とともに減衰し、励磁履歴によって特性が異なることがわかった。



(a) Initial Current = 49 A



(b) Initial Current = 63 A

Fig. 5.2.7 Current decay properties of HTS coil at temperature of 60 K.

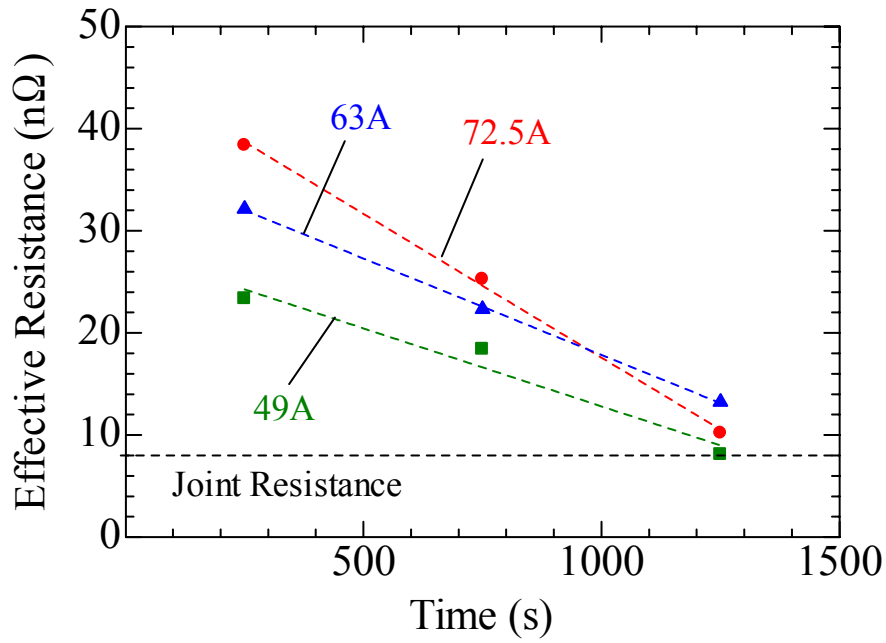


Fig. 5.2.8 Effective Resistances of HTS coil evaluated from current decay at temperature of 60 K.

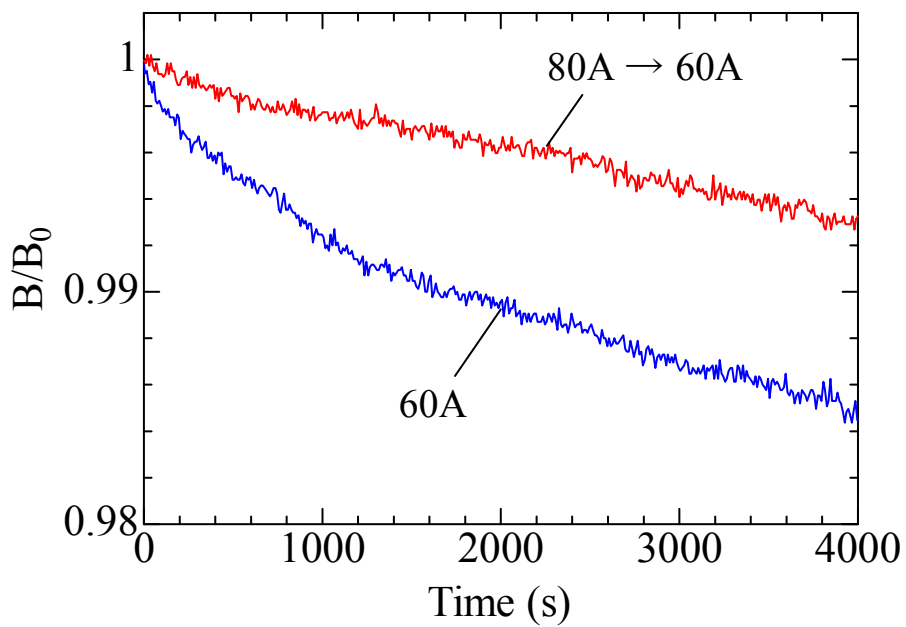


Fig. 5.2.9 Comparison of excitation histories on current decay in HTS coil at temperature of 60 K.

5.3 有限要素法による高温超伝導コイルの電流減衰特性の数値解析

5.3.1 有限要素法による数値解析手法

第4章では、高温超伝導体の非線形性とコイル形状を考慮したモデリングに基づき作成した有限要素法解析コードを用い、輸送電流を定数として与えた場合の高温超伝導コイルにおける輸送電流と線材内遮蔽電流の相互作用に関する検討を行った。永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性に関するシミュレーションを行う場合は、輸送電流が未知数となるため、超伝導限流器等の動作シミュレーション[5.26]と同様に外部回路を考慮して数値解析を行う必要がある。よって、コイルを構成する全導体（全ターン）の電圧と接続抵抗を考慮した Kirchhoff の電圧則に基づく以下のような電圧方程式を加える。

$$\sum_c V^{(c)} + R_{Joint} I_{0\theta} = 0 \quad (5.3.1)$$

ここで、 $V^{(c)}$ は高温超伝導コイルの各ターンの1ターンあたりの電圧、 R_{Joint} は接続抵抗、 $I_{0\theta}$ は高温超伝導コイルを流れる輸送電流（永久電流）である。この式を電気スカラポテンシャルの θ 方向微分により書き換えると、

$$2\pi \sum_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^{(c)} - R_{Joint} I_{0\theta} = 0 \quad (5.3.2)$$

となる。(5.3.2)式と第4章で用いた以下の2式を連立して高温超伝導コイルの電流減衰特性に関する数値解析を行う。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} - \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (5.3.3)$$

$$\int_{S^{(c)}} \left(-\sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^{(c)} \right) dS^{(c)} = I_{0\theta} \quad (5.3.4)$$

ここで、(5.3.4)式では、高温超伝導コイル内のターン毎に定義している輸送電流 $I_{0\theta}^{(c)}$ を全て $I_{0\theta}$ として一つの未知数として取り扱うこととした。

実際に求められる連立一次方程式については、付録A.5で詳細について述べる。

5.3.2 有限要素法による電流減衰特性に関する検討

永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性について、有限要素法による数値解析を用いて、遮蔽電流の影響に関する検討を行う。数値解析を用いることで、電流分布を可視化することや高温超伝導体の非線形特性、接続抵抗など各種パラメータを自由に設定することが可能である。

Table 5.3.1 に実際に数値解析に用いたパラメータを示す。長時間の計算時間が必要であるため、数値解析に使用する高温超伝導コイルのパラメータは、4 Turnから 32 Turnとしたダブルパンケーキ型コイルとし、上下対称性を考慮して、上側のみについて計算を行った。また、高温超伝導体の非線形特性として、n値モデルを採用した。特に指定しない場合は、ターン数として 8 Turn、臨界電流密度として $3.48 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ 、n値として 16.5 を採用した。議論を容易にするため、臨界電流密度及びn値に対する磁場の強度、角度、温度依存性、そして、接続抵抗は考慮していない。

励磁速度 1 A/s、初期電流を 40 A、60 A、80 A、100 A として励磁直後に永久電流モードとしたときの高温超伝導コイルの電流減衰特性を計算した結果を Fig. 5.3.1 に示す。また、遮蔽電流の影響と比較するため、遮蔽電流の影響を考慮せず、高温超伝導体内の電流分布が均一な場合における電流減衰特性についても併せて計算した。それらの結果から、全ての計算結果で、遮蔽電流の影響を考慮した場合、電流の減衰率が大きいことがわかる。ただし、初期電流が 100 A の場合は、高温超伝導線材の E-J 特性による電流減衰も確認される。

電流減衰特性から実効抵抗を評価した結果を Fig. 5.3.2 に示す。このとき、100 秒から 200 秒、1000 秒から 2000 秒、10000 秒から 20000 秒の間で指数関数により近似し、コイルのインダクタンスは変化しないとして実効抵抗を評価した。高温超伝導体の E-J 特性から求められる等価抵抗は、破線のように電流の n-1 乗に依存しているのに対して、遮蔽電流の影響による実効抵抗は、電流に対する依存性が非常に小さい。また、時間が一桁経過することにより、実効抵抗も一桁変化していることから、遮蔽電流による影響が経過時間に反比例していることがわかる。このような結果より、高温超伝導体の E-J 特性のみを考えた場合、電流が小さくなるに従って、n-1 乗で抵抗が小さくなることが期待されるが、遮蔽電流の影響を考慮するとそのようになっていないことがわかる。

初期電流を 60 Aとした場合に高温超伝導コイルの磁気エネルギーについて計算した結果を Fig. 5.3.3 に示す。均一な電流分布を仮定した遮蔽電流を考慮しない計算結果と遮蔽電流を考慮した計算結果の比較から、励磁直後における遮蔽電流の磁気エネルギーを求めることができる。輸送電流の減衰による遮蔽電流への影響を考えなければ、遮蔽電流の減衰によって生じる輸送電流の磁気エネルギーの変化は、最大で、この初期の遮蔽電流エネルギー分だけである。Fig. 5.3.4 の計算結果の場合、初期の遮蔽電流の約 700 μJ であることがわかる。 10^5 秒程度経過したときのコイルの磁気エネルギーの減少分は、約 800 μJ であることから、遮蔽電流による影響は、初期の遮蔽電流の磁気エネルギーと同程度であることが確認できる。付加的な影響としては、遮蔽電流と輸送電流が同一線材内を流れることによる影響が考えられる。

初期電流を 60 A とし、遮蔽電流の影響を考慮して計算を行ったときの電流分布の時間変化を Fig. 5.3.4 に示す。永久電流モード運転に移行直後は、コイル内に電流が反転して流れている領域や電流が流れていない未飽和領域があることがわかる。そして、時間の経過とともに遮蔽電流が減衰し、電流分布が均一になっていくことがわかる。このとき、遮蔽電流は、高温超伝導コイルの主磁場を遮蔽するように流れている。従って、磁束クリープや磁束フローによって遮蔽電流が減衰する場合、輸送電流が減衰せず、一定であるということは、遮蔽電流によって減じられていた磁気エネルギーが減衰するため、コイルの磁気エネルギーが増加することを意味する。よって、遮蔽電流が減衰した場合、輸送電流も減衰する。

また、遮蔽電流は永久電流モードとしなくても減衰するため、その影響は励磁後、永久電流モードへ切り替える時間によっても影響されると考えられる。そこで、励磁速度 1 A/s で 60 A まで励磁して、永久電流モードへ切り替える時間を 0 秒、100 秒、1000 秒と変化させたときの電流減衰特性の計算結果を Fig. 5.3.5 へ示す。この結果から、永久電流モードへ切り替える時間が長いほど初期の減衰が小さく、各時間における減衰率は切り替え時間に関係ないことがわかる。

次に、励磁速度を変化させ、初期の遮蔽電流の磁気エネルギーを変化させた場合についても検討する。励磁速度を 0.1 A/s、1 A/s、10 A/s と変化させ、60 A まで励磁し、直後に永久電流モードとしたときの電流減衰特性を計算した結果を Fig. 5.3.6 へ示す。励磁速度が速い場合の方が初期の電流減衰が大きくなっているが、数 100 秒程度で減衰率に変化がなくなることがわかる。これは、遮蔽電流の減衰特性を簡易モデルで計算した場合と同様に、励磁速度を変化させても遮蔽電流の減衰特性はある一定時間後に一つの対数関数曲線へ漸近するためである。

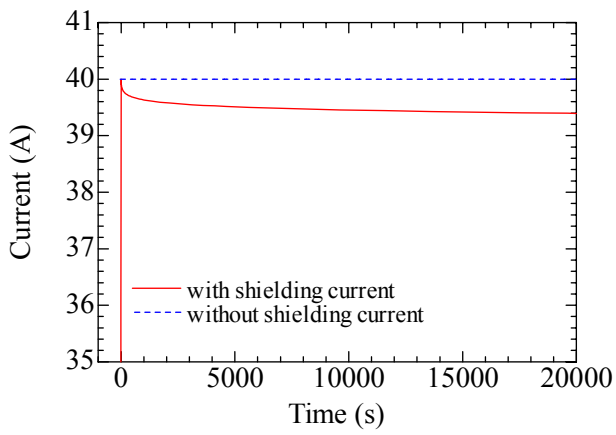
遮蔽電流の影響が n 値の小さい高温超伝導体特有の現象かどうかを検討するために、 n 値を変化させて電流減衰特性を計算した。高温超伝導体の n 値を 12、18、24、30 と変化させ、1 A/s で 60 A まで励磁し、直後に永久電流モードとしたときの電流減衰特性の計算結果を Fig. 5.3.7 に、電流減衰特性から評価した実効抵抗を Fig. 5.3.8 に示す。Fig. 5.3.7 から高温超伝導体の n 値が小さい方が、電流の減衰率が大きいことがわかる。しかし、 n 値が変化すれば高温超伝導体の実効抵抗は電流の $n-1$ 乗に比例することが期待され、電流の減衰率も大幅に改善されることが期待されるが、遮蔽電流の影響を考慮した計算結果はそうになっていない。Fig. 5.3.8 から、電流が均流化している場合の実効抵抗は n 値によって大幅に変化することがわかるが、初期の実効抵抗の電流依存性は非常に小さい。時間の経過とともに、電流分布が均一な場合の抵抗値に近づいて実効抵抗は減衰するものの、 n 値が大きい場合は均流化するまでに膨大な時間を必要とする。

次に、ターン数を 4 turn、8 turn、16 turn、32 turn とし、1 A/s で 60 A まで励磁した場合と、100 A まで励磁してから、直後に永久電流モードとしたときの電流減衰特性の計算結果を Fig. 5.3.9 に、電流減衰特性から実効抵抗を評価した結果を Fig. 5.3.10 に示す。60 A の場合と 100 A の場合は減衰特性が大きくことなる。60 A の場合は、ターン数を変化させても電流減衰特性は大きく変化しないが、100 A の場合はその変化が大きい。電流減衰特性から評価された実効抵抗の時間変化を見ると、100 A の場合、遮蔽電流を考慮しない電流が均流化したときの抵抗に近いことがわかる。

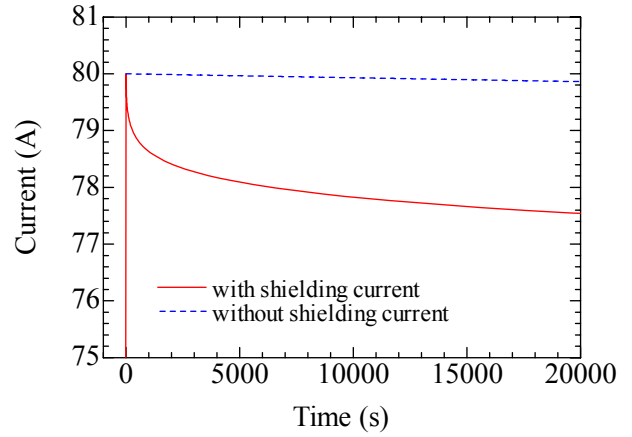
60 A の場合は、電流が均流化したときの抵抗と比べて 2 桁以上大きいいため、遮蔽電流の効果が支配的であるが、100 A の場合は高温超伝導体の E-J 特性が支配的になっていることがわかる。よって、100 A の場合は線材の長さに比例した抵抗となっているため、ターン数に比例して抵抗が大きくなっていることがわかる。また、60 A の場合は、ターン数の増加に伴う主磁場の増加によって遮蔽電流と輸送電流の作る磁場による相互磁気エネルギーの増加し、遮蔽電流の影響が大きくなっているものと考えることができる。

Table 5.3.1 Numerical parameters of HTS coil for FEM Analysis.

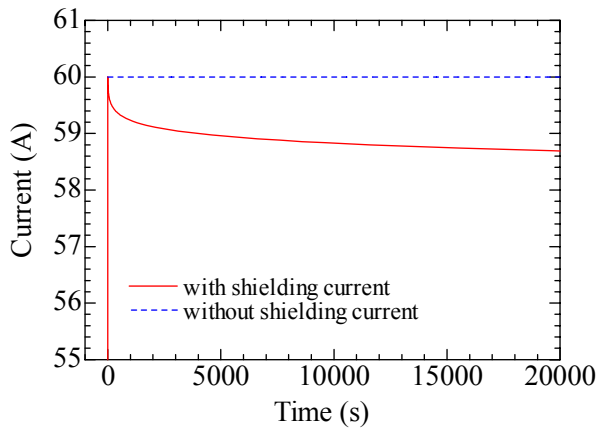
Number of Turns	4 Turn	8 Turn	16 Turn	32 Turn
Configuration	Double Pancake			
Inner radius	50 mm			
Outer radius	50.75 mm	51.5 mm	53 mm	56 mm
Thickness of Insulation	0.145 mm			
Inductance	3.27 μ H	12.9 μ H	50.0 μ H	192.3 μ H
Tape Length	127.2 cm	255.1 cm	531.4 cm	1064 cm
Tape Dimension	4.1 mm / 0.23 mm			
Ag / SC	1.5			
Filament Configuration	ellipse			
Aspect Ratio	20			



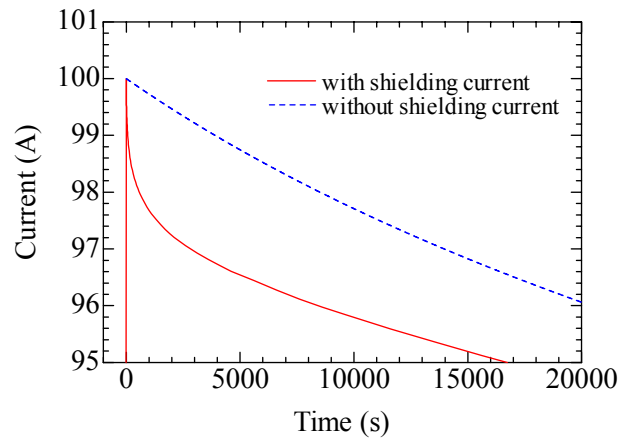
(a) Initial current = 40 A



(c) Initial current = 80 A



(b) Initial current = 60 A



(d) Initial current = 100 A

Fig. 5.3.1 Current decay properties of HTS coil in persistent current operation.

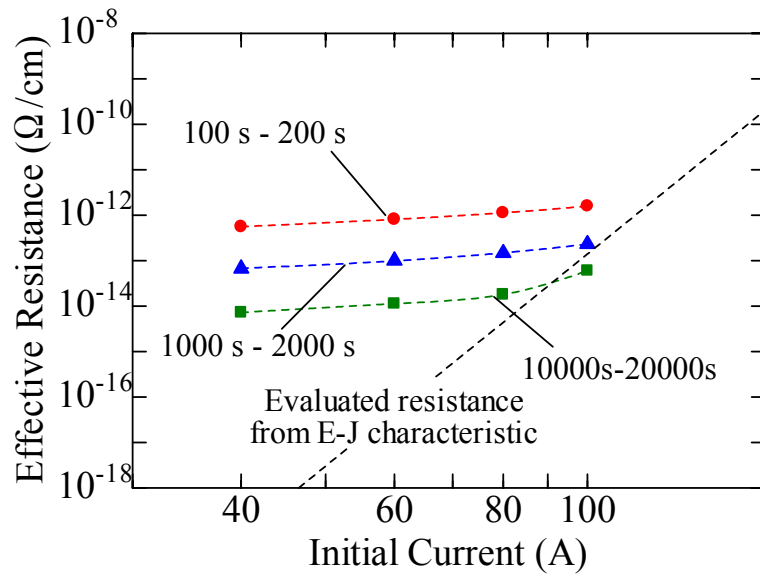


Fig. 5.3.2 Effective resistance evaluated from current decay properties.

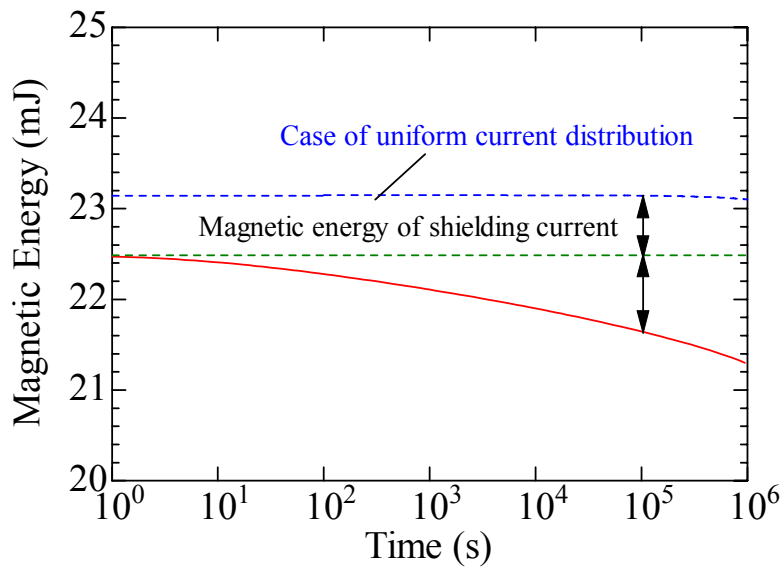


Fig. 5.3.3 Temporal variations of magnetic energy of HTS coil in persistent current operation.
(Initial current = 60 A)

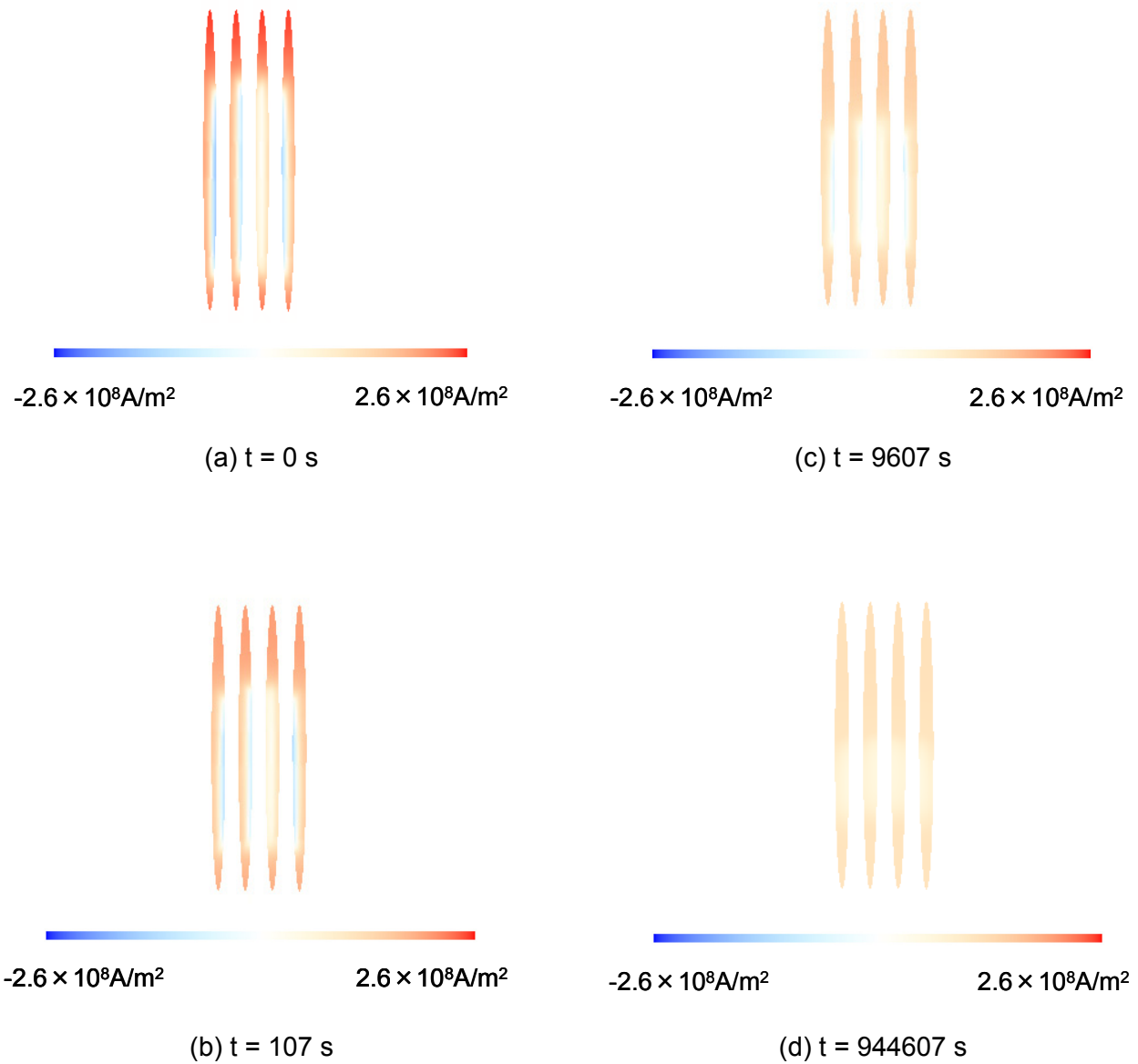


Fig. 5.3.4 Temporal variation of current distribution in HTS coil
(Initial current = 60 A)

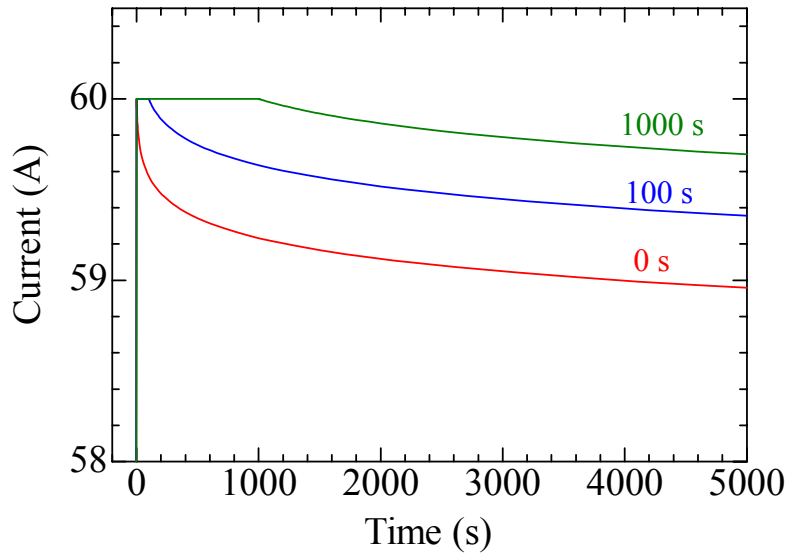


Fig. 5.3.5 Effect of switching time on current decay properties of HTS coil.
(Initial current = 60 A)

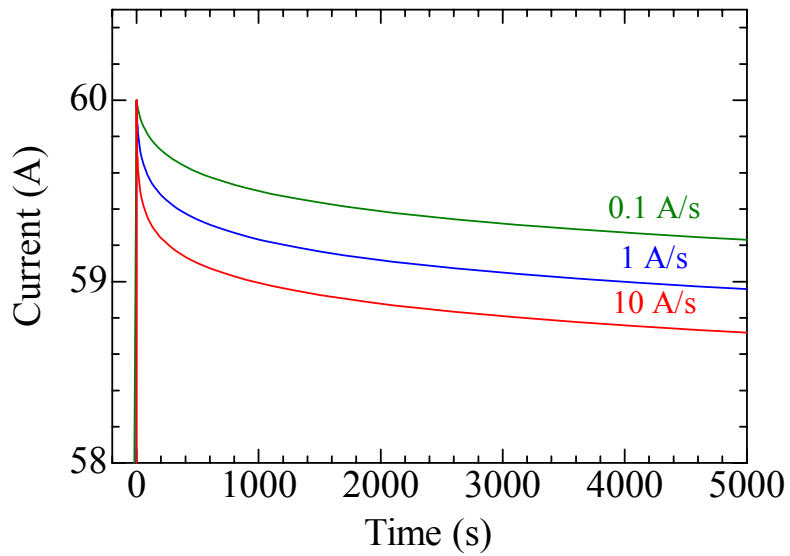


Fig. 5.3.6 Effect of ramp rate on current decay properties of HTS coil.
(Initial current = 60 A)

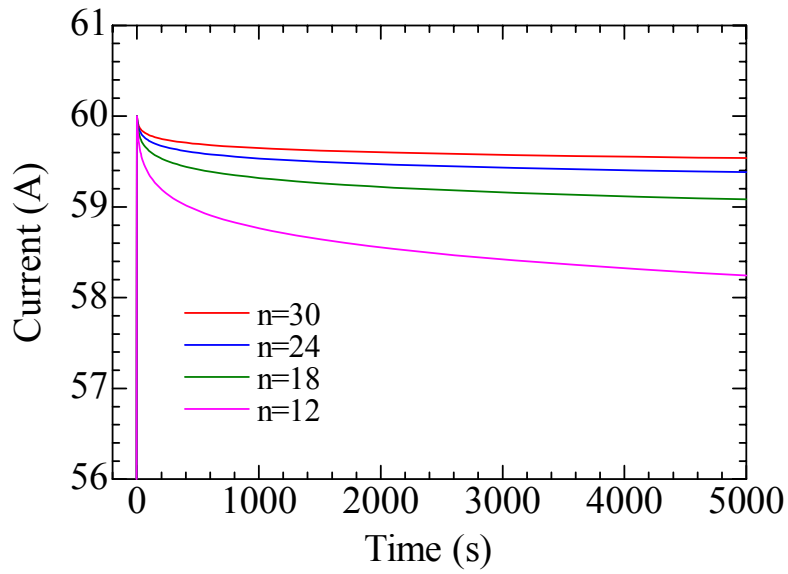


Fig. 5.3.7 Effect of n-value on current decay properties of HTS coil.
(Initial current = 60 A)

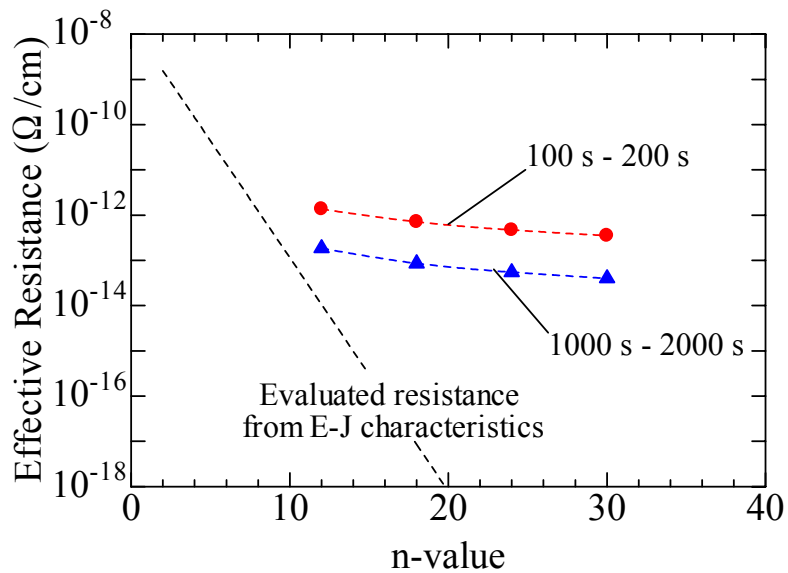
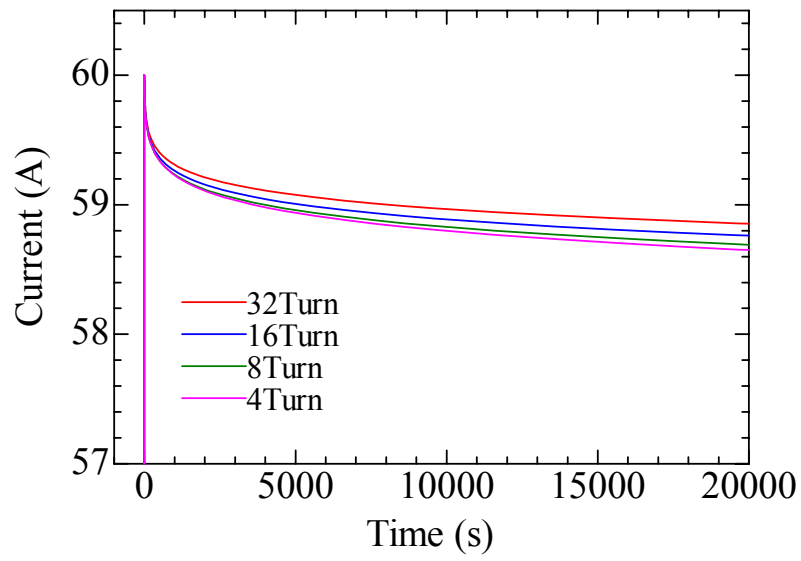
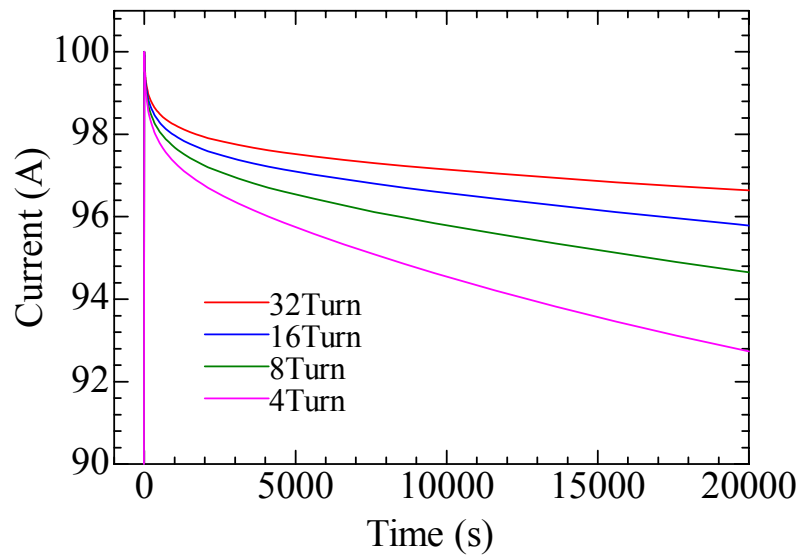


Fig. 5.3.8 Effect of n-value on effective resistance of HTS coil.
(Initial current = 60 A)

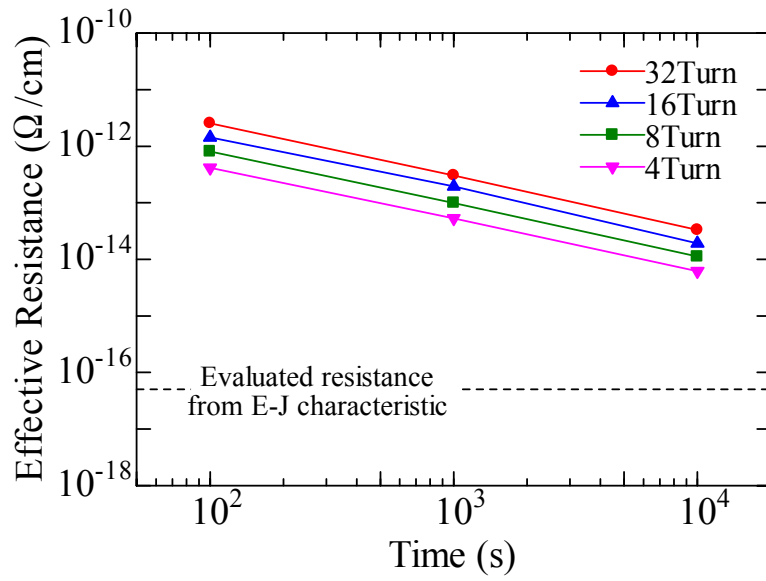


(a) Initial current = 60 A

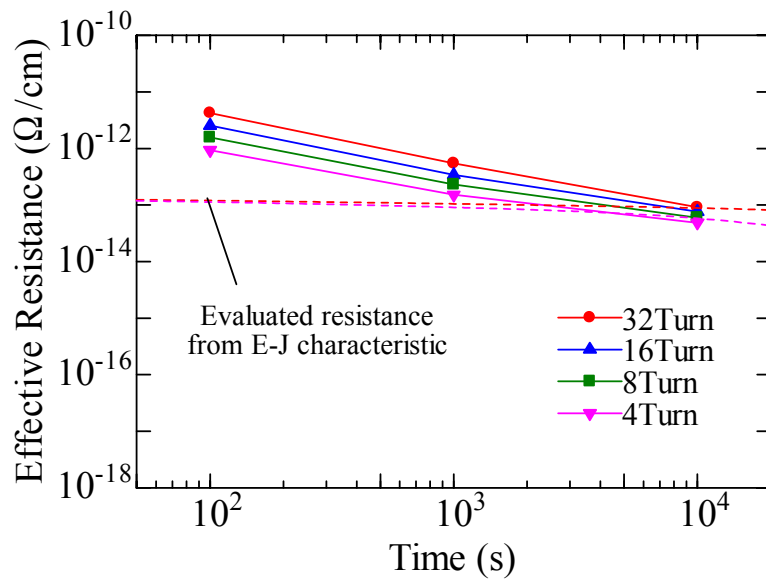


(b) Initial Current = 100 A

Fig. 5.3.9 Effect of number of turns on current decay properties of HTS coils.



(a) Initial current = 60 A



(b) Initial Current = 100 A

Fig. 5.3.10 Effect of number of turns on effective resistance of HTS coils.

5.3.3 電流減衰特性の改善に関する検討

これまでの検討により、遮蔽電流の影響によって電流減衰が加速されることがわかった。その原因は、遮蔽電流が主磁場を遮蔽していることに起因している。そこで、高温超伝導コイルの電流減衰特性を改善するために、励磁履歴を変化させる。

最初に、オーバーシュートさせる励磁方法について検討する。一旦、高い励磁電流とし、その後、励磁電流を下げることで、磁場が減少する過程で永久電流モードとする。それにより、遮蔽電流が主磁場を増長させる方向の磁場を作ることになり、遮蔽電流の減衰に伴って輸送電流が増加するように工夫する。1 A/s で励磁し、オーバーシュートさせる電流値を 62 A、80 A、120 A と変えて 200 秒間保持し、60 A で永久電流モードとしたときの電流減衰特性の計算結果を Fig. 5.3.11 に示す。この計算結果から、励磁履歴を変化させることで電流減衰特性が大きく変わることがわかる。オーバーシュートさせる電流値を大きくすることで電流の減衰率が改善させることがわかる。特に、オーバーシュートさせる電流値を 120 A とした場合、輸送電流は増加するという結果となった。Fig. 5.3.12 に 0 A から 60 A まで通常励磁した場合と 120 A までオーバーシュートさせた場合の電流分布の計算結果を示す。この電流分布から、通常励磁した場合は、電流分布が主磁場を弱めるように流れているのに対して、120 A までオーバーシュートさせた場合は、遮蔽電流の分布がほぼ逆向きになっており、主磁場を強める方向に流れている。従って、遮蔽電流の減少に伴って輸送電流を増加させる。

次に、金属系超伝導体の外部磁場効果や永久磁石の減磁と同様に、ヒステリシスのマイナーループを描かせることで、遮蔽電流を無くし、電流を均流化することで電流減衰特性を改善させる方法について検討する。具体的には、設定した電流値に対して減衰振動するように励磁する。以下に 3 種類の励磁履歴を示す。

Pattern. A

0 A - 120 A - 20 A - 100 A - 40 A - 80 A - 50 A - 70 A - 55 A - 65 A - 57.5 A - 62.5 A - 58.75 A - 60.125 A - 59.375 A - 60.625 A - 59.6875 A - 60 A

Pattern. B

0 A - 80 A - 50 A - 70 A - 55 A - 65 A - 57.5 A - 62.5 A - 58.75 A - 60.125 A - 59.375 A - 60.625 A - 59.6875 A - 60 A

Pattern. C

0 A - 65 A - 57.5 A - 62.5 A - 58.75 A - 60.125 A - 59.375 A - 60.625 A - 59.6875 A - 60 A

以上のような励磁履歴を用いて、1 A/s で励磁したときの電流減衰特性の計算結果を Fig. 5.3.13 に示す。この結果から、Pattern. A の場合が最も電流の減衰が改善されることがわかる。これは、金属系超伝導体の外部磁場効果と同様の特性であり、繰り返し回数等を増加させることでさらに改

善することが可能であると考えられる。Fig. 5.3.14 に、通常励磁の場合の永久電流モード移行直後の電流分布と Pattern. A で励磁したときの永久電流モード移行直後の電流分布を示す。これらの比較から、減衰振動させて励磁した場合は、高温超伝導体断面のエッジ部での電流の集中が緩和されていることがわかる。従って、遮蔽電流が小さくなっているため、その影響は小さくなることがわかる。

以上のように、励磁履歴を変化させることで、高温超伝導コイルの電流減衰特性を改善できることが明らかとなり、実験による励磁履歴の影響も数値解析で同様の結果を得ることができた。また、第 3 章で示したようにコイル温度を高温で励磁し、永久電流モードにした後、低温にしても、遮蔽電流の大きさを変える事ができるため、電流減衰特性を改善できる。

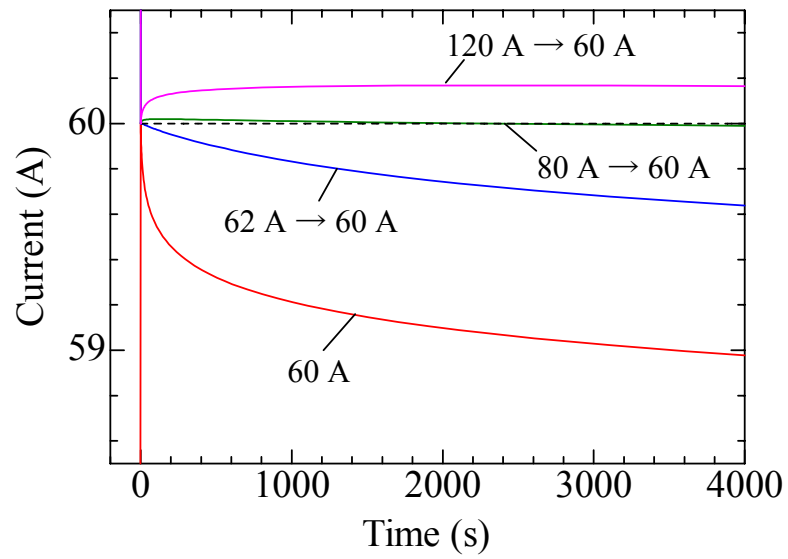


Fig. 5.3.11 Effect of excitation histories on current decay properties of HTS coil.

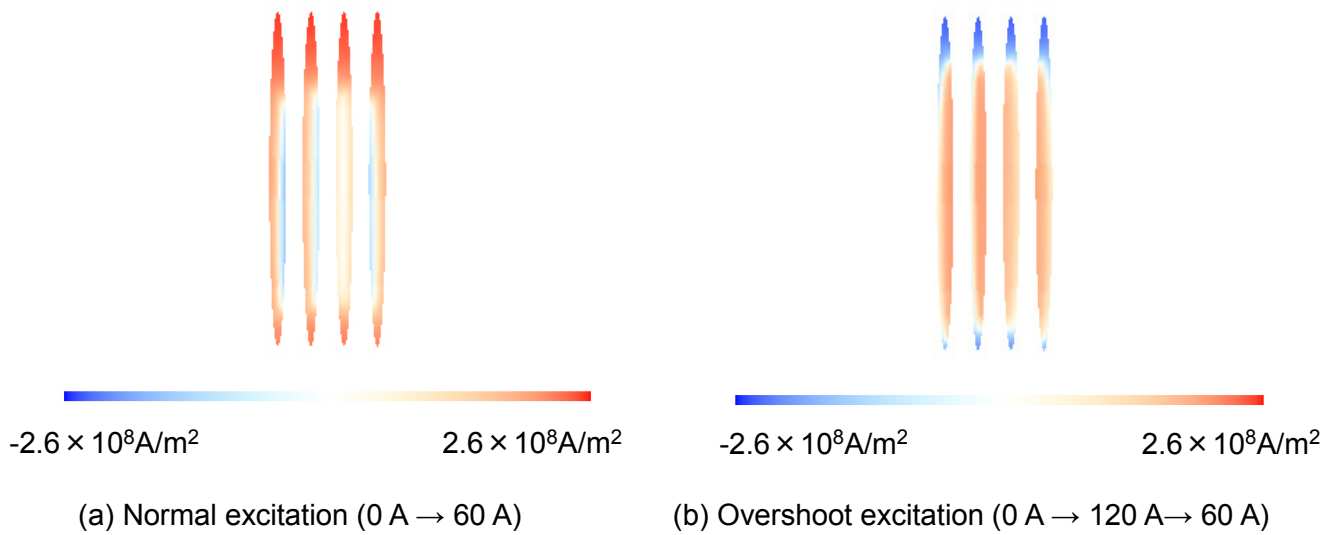


Fig. 5.3.12 Effect of excitation histories on current distributions of HTS coil.

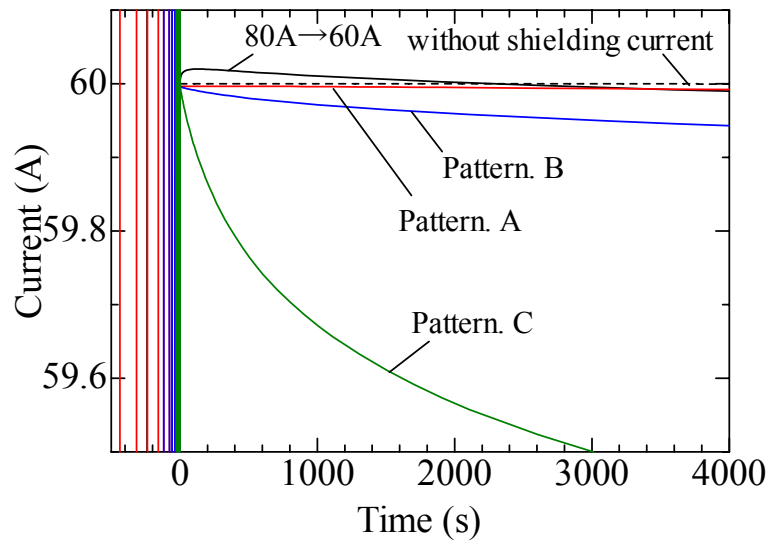


Fig. 5.3.13 Improvement of current decay properties using gradually decreasing excitation.

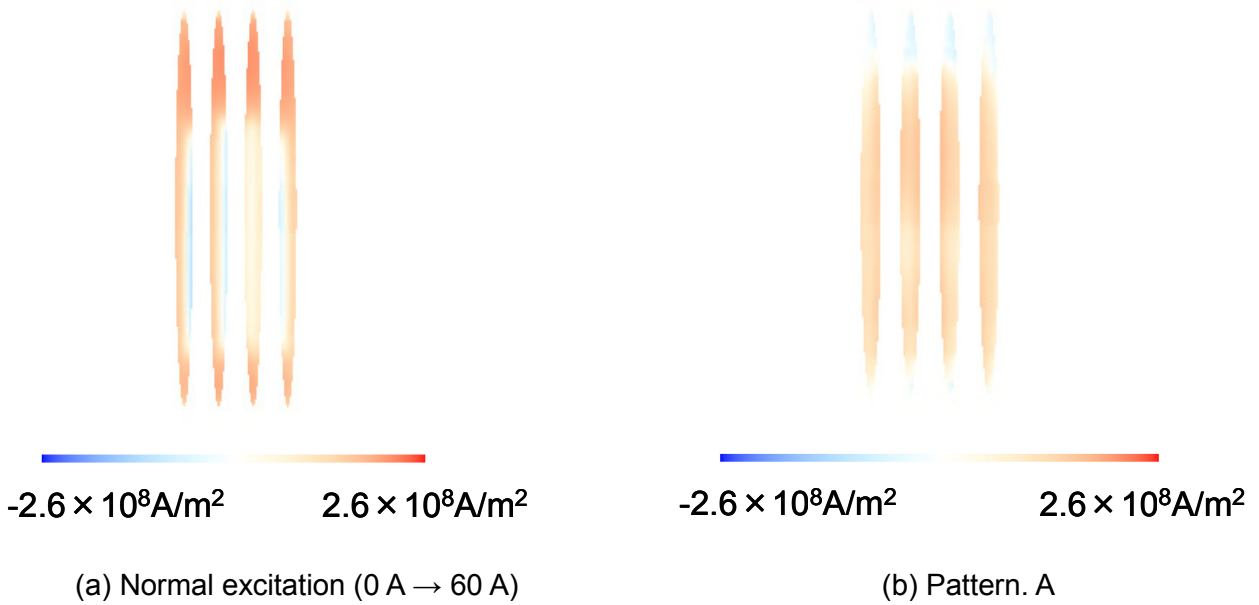


Fig. 5.3.14 Effect of gradually decreasing excitation on current distributions of HTS coil.

5. 4 結論

本章では、実際に製作した高温超伝導コイルを用いた実験と有限要素法を用いた数値解析により、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性について検討を行った。その結果より、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性に関して以下のような知見が得られた。

- (1) 高温超伝導コイルの電流減衰特性に対して遮蔽電流が影響を及ぼす。特に、高温超伝導体の E-J 特性が問題とならないはずの領域で顕著であり、電流及び n 値に関する遮蔽電流の影響の依存性は小さい。
- (2) 遮蔽電流の影響による高温超伝導コイルの電流減衰特性の改善は、励磁履歴を変化させることで可能である。特に、オーバーシュートさせた励磁履歴により、輸送電流を増加させることも可能であることが数値シミュレーションにより確認された。また、設定電流値まで減衰振動させることで電流を均流化することで改善することも可能である。

高温超伝導コイルの電流減衰特性は、一般に接続抵抗や高温超伝導線材の E-J 特性で議論されるが、遮蔽電流の影響も考慮することが重要であることが示された。

第6章 総括

本論文では、高温超伝導コイルにおいて線材内遮蔽電流と輸送電流の相互作用に関するメカニズムの解明と永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性に対する線材内遮蔽電流の影響に関して実験と数値解析により行った。

実験を行うために、まず、長尺のコイル状試料に対して一様な外部磁場を加えることができ、温度、輸送電流、外部磁場の強度、磁場の方向を独立に変化させることができる高温超伝導コイル試験装置を開発した。外部磁場を印加するために2つのNbTi超伝導コイルの間に高温超伝導コイルを配置する構造とし、外部磁場印加用超伝導コイルの励磁方向と励磁電流をそれぞれ制御することで外部磁場の方向を変化させた。そのため、電磁力は様々な方向に加わることとなるため、3次元の有限要素法を用いた応力解析による詳細設計を行った。実際に製作された装置では、GM冷凍機を用いた伝導冷却によって4.4 Kまで冷却することができ、励磁試験の結果、4 Tの磁場を発生できることを確認した。また、外部磁場印加用超伝導コイルと高温超伝導コイルは2台の冷凍機によって別々に冷却されるため、冷凍機の動作に起因して試験用超伝導コイル電圧計測に対してノイズが加わるが、これを軽減するための工夫を行い、100 nV以下の微小電圧を精度良く計測するシステムを構築した。また、試験装置に用いられた高温超伝導電流リードの設計研究を行った。最適化手法を確立し、伝導冷却型金属系超伝導パルスコイルへ適用した高温超伝導電流リードの熱的特性と健全性を調べることで、設計法の妥当性を明らかにした。

次に、Mini-RT装置の磁気浮上コイルに用いられているものと同様の銀シース・ビスマス 2223 テープ線材を用いて、シングルパンケーキ状に巻線を行った高温超伝導コイルサンプルを製作して、上記のコイル試験装置に装着した。コイルサンプルには、線材の表面にホール素子を取り付け、線材直上における磁場を外部磁場と比較することによって線材の磁化特性を調べた。また、コイルサンプルの線材両端に電圧タップを取り付け、輸送電流印加時に発生する磁束フロー電圧を計測するものとした。このセットアップにより、外部磁場、温度、励磁パターン、温度を変化させ、高温超伝導試験サンプルコイル内の遮蔽電流の振舞いについて詳細な実験を行った。その結果、観測された遮蔽電流の減衰特性は、高温超伝導バルク体において一般的に見られるように対数関数を用いて近似できることが見出された。この観測結果に対して、遮蔽電流の分布を均一な往復電流で近似した簡易モデルを用いて検討した結果、遮蔽電流の大きさは外部磁場による誘導起電力と高温超伝導体のE-J特性（電場-電流密度特性）によって決まることがわかった。また、遮蔽電流の減衰特性はコイル形状（遮蔽電流ループのインダクタンス）と高温超伝導体のE-J特性により決定されることを見出した。すなわち、コイル化による磁氣的結合により、高温超伝導線材内を流れる遮蔽電流の減衰が遅くなるわけである。外部磁場の励磁パターンや高温超伝導コイルの温度履歴によって、遮蔽電流の大きさや電流分布が変化することも観測され、高温超伝導コイルの励磁方法を工夫することにより、永久電流の減衰特性を改善できる可能性を見いだした。また、外部磁場により遮蔽電流を誘起した状態で高温超伝導コイルへ輸送電流を通電することで、遮蔽電流の減衰が促進されること、および、電流分布が変化することを見だし、高温超伝導コイル内の遮蔽電流と輸送電流の相互作用に起因するフロー損失の増大を明らかにした。

上記の実験による成果をもとに、高温超伝導コイルの電磁現象に対する数値解析モデルを構築した。具体的には、遮蔽電流の減衰特性がバルク体と同様の振舞いをしていること、および、フィラメント間をわたるときの常伝導抵抗の影響は小さいという観測結果から、多芯線である高温超伝導線材のフィラメントを単芯の楕円断面で近似し、軸対称三次元場を解析の対象とした。支配方程式は、マックスウェルの方程式から導かれる磁気ベクトルポテンシャルと電気スカラーポテンシャルを θ 方向微分したものを未知数とした軸対称三次元場に関する一般的な電磁場の式、および、ターンごとの導体内を流れる電流の総和を輸送電流と等しくなるとおいた式（キルヒホッフの電流則）の2式である。これを有限要素法により離散化し、連立一次方程式を解く問題に帰着させ、係数行列を正定値対称疎行列とすることで、前処理付き共役勾配法を用いた高速な解法を実現した。これにより、コイル形状と高温超伝導体の非線形電磁特性を考慮した有限要素法による高温超伝導コイルの数値解析手法を確立した。開発した数値解析コードを用いて遮蔽電流の減衰特性に関する計算を行ったところ、実験で観測された磁場変化や電圧発生をシミュレートすることができた。また、数値解析により求められた詳細な電流分布を用いることで、遮蔽電流と輸送電流の相互作用について明らかにすることができた。特に、数値解析結果と実験結果を比較することにより、高温超伝導線材に鎖交する変動磁場によって線材内には臨界電流に匹敵する遮蔽電流が流れていること、その遮蔽電流と輸送電流の相互作用により輸送電流のみを考えた場合よりもはるかに大きな損失が発生することが明らかとなった。

実験と数値解析の結果から、遮蔽電流が永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性に影響を与えることがわかった。そこで、実際に高温超伝導コイルを永久電流モードで運転し、永久電流の減衰特性を調べた。その結果、励磁履歴によって永久電流の減衰時定数が異なることがわかり、それが遮蔽電流の影響であることが明らかとなった。また、高温超伝導コイルの数値解析法にキルヒホッフの電圧則に基づく、電圧のバランス式を加えて、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの動作シミュレーションを可能とした。実験と数値解析の結果より、コイル内における電流分布の変化や励磁履歴による影響など、高温超伝導コイルの永久電流減衰特性に対する遮蔽電流の影響が明らかとなった。

以上のように、高温超伝導線材に変動磁場による線材内の遮蔽電流の影響について、詳細な実験及び数値解析を行い、電磁現象の解明に成功した。これにより、核融合装置に適した線材構造や線材幅広面に垂直な磁場が加わらないように捻りながら巻線する巻線構造などの提案が可能となった。さらに、核融合炉に高温超伝導導体を適用するために今後必要と考えられる、導体構造やコイル構造を探るための研究の方向性を示すことができた。

付録

付録A 有限要素法による高温超伝導コイルの定式化

A. 1 準定常電磁場における支配方程式

本研究では、電磁場に関する有限要素法で最も良く用いられる磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} と電気スカラーポテンシャル ϕ を未知数とした $\mathbf{A}-\phi$ 法を用いる。

電磁場を支配する Maxwell の方程式は以下の 4 つの式によって記述される。

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{A.1.1})$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.1.2})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.1.3})$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (\text{A.1.4})$$

ここで、 \mathbf{H} は磁場、 \mathbf{J} は電流密度、 \mathbf{D} は電束密度、 \mathbf{E} は電場、 \mathbf{B} は磁束密度、 ρ は電荷密度、 t は時間である。磁場 \mathbf{H} 、電流密度 \mathbf{J} 、電束密度 \mathbf{D} 、電場 \mathbf{E} 、磁束密度 \mathbf{B} の間には以下の関係式が成り立っている。

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{A.1.5})$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (\text{A.1.6})$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{A.1.7})$$

ここで、 μ は透磁率、 ε は誘電率、 σ は導電率である。本研究で扱う電磁場の現象は十分にゆっくりであるため(A.1.1)式の右辺第二項の変位電流の項による影響がない準定常場と考えることができる。したがって、(A.1.1)式の右辺第二項の変位電流の項を省略して

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{A.1.8})$$

と簡略化する。また、(A.1.3)式の磁束の発散が常にゼロであるという点から、以下のような一般的に良く用いられる磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} を定義する。

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (\text{A.1.9})$$

(A.1.8)式に(A.1.5)式及び(A.1.9)式を代入すると

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} \quad (\text{A.1.10})$$

となる。

導体部では電流密度 \mathbf{J} は輸送電流密度 \mathbf{J}_0 と導体に鎖交する磁束が変化することにより生じる誘導起電力によって流れる遮蔽電流密度 \mathbf{J}_e との和である。

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad (\text{A.1.11})$$

ここで、電磁誘導によって生じる電場 \mathbf{E}_e とそれによって流れる遮蔽電流密度 \mathbf{J}_e との関係は(A.1.7)式より

$$\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E}_e \quad (\text{A.1.12})$$

となる。(A.1.2)式と(A.1.9)式より

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \mathbf{A}) \quad (\text{A.1.13})$$

となり、電気スカラーポテンシャル ϕ_e を定義して、(A.1.13)式を解くと、

$$\mathbf{E}_e = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \phi_e \quad (\text{A.1.14})$$

となる。ここで、右辺第二項 $\text{grad} \phi_e$ は遮蔽電流を流している磁束を磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} によって表すときに必要な補正項である。(A.1.12)式及び(A.1.14)式より、遮蔽電流密度 \mathbf{J}_e は、

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad} \phi_e \quad (\text{A.1.15})$$

となる。また、輸送電流密度 \mathbf{J}_0 を流している電場 \mathbf{E}_0 及び電気スカラーポテンシャル ϕ_0 の関係式は(A.1.7)式より

$$\mathbf{J}_0 = \sigma \mathbf{E}_0 = -\sigma \cdot \text{grad} \phi_0 \quad (\text{A.1.16})$$

となる。よって、導体部における電流密度 \mathbf{J} は、(A.1.11)式、(A.1.15)式および(A.1.16)式より

$$\mathbf{J} = -\sigma \cdot \text{grad} \phi_0 - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad} \phi_e \quad (\text{A.1.17})$$

となる。(A.1.17)式の2つの電気スカラーポテンシャルを1つの電気スカラーポテンシャル ϕ で表現すると

$$\text{grad} \phi = \text{grad} \phi_0 + \text{grad} \phi_e \quad (\text{A.1.18})$$

となる。よって、(A.1.17)式は、

$$\mathbf{J} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad} \phi \quad (\text{A.1.19})$$

となる。よって、(A.1.10)式及び(A.1.19)式より導体部における支配方程式は、

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad} \phi \quad (\text{A.1.20})$$

となる。また、Kirchhoffの電流則より、導体内の遮蔽電流 \mathbf{J}_e は連続となるので

$$\text{div} \mathbf{J}_e = 0 \quad (\text{A.1.21})$$

となる。この式の積分形は導体断面 $S^{(c)}$ での遮蔽電流に寄与する電流の出入りの総和はゼロとなることを意味する以下のような式となる。

$$\int_{S^{(c)}} \mathbf{J}_e dS^{(c)} = 0 \quad (\text{A.1.22})$$

この式を全電流に関して拡張すると、

$$\int_{S^{(c)}} \mathbf{J} dS^{(c)} = \mathbf{I}_0^{(c)} \quad (\text{A.1.23})$$

となる。ここで、 $\mathbf{I}_0^{(c)}$ は電源が流している輸送電流である。これに、(2.2.19)式を代入すると以下のようになる。

$$\int_{S^{(c)}} \left(-\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad} \phi \right) dS^{(c)} = \mathbf{I}_0^{(c)} \quad (\text{A.1.24})$$

次に、実際に解析を行う軸対称三次元場では、電流密度 \mathbf{J} は θ 方向成分 J_θ のみを有し、かつ θ 方向に一定となっていると仮定するため、

$$J_r = J_z = 0 \quad (\text{A.1.25})$$

$$\frac{\partial J_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{A.1.26})$$

となる。同様に磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} も

$$A_r = A_z = 0 \quad (\text{A.1.27})$$

$$\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{A.1.28})$$

となることわかる。電気スカラーポテンシャル ϕ は、(A.1.25)式の電流密度の r 及び z 方向成分がゼロとなる条件から以下のように r 及び z 方向に電流を流すような電場は存在しない。

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.1.29})$$

また、 θ 方向については導体ごとに定義される導体断面での電流の総和が輸送電流と等しくなるための定数であるから

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \text{const} \quad (\text{A.1.30})$$

となる。

円筒座標系におけるベクトルの回転は、

$$\text{rot } \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \mathbf{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{u}_\theta + \left[\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right\} \right] \mathbf{u}_z \quad (\text{A.1.31})$$

となる。また、テンソルである透磁率 μ 及び導電率 σ をそれぞれ

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_r & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.32})$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.33})$$

とし、(A.1.20)式を各成分について計算すると、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right\} \right] - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \left\{ \frac{1}{\mu_\theta} \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \right\} = -\sigma_r \frac{\partial A_r}{\partial t} - \sigma_r \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right\} \right] &= -\sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_\theta} r \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right\} \right] &= -\sigma_z \frac{\partial A_z}{\partial t} - \sigma_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{A.1.34})$$

となる。(A.1.25)式～(A.1.29)式のゼロとなる項を取り除くと、(A.1.34)式の一部が残り、

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} - \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{A.1.35})$$

となる。(A.1.24)式についても(A.1.27)式及び(A.1.29)式のように θ 方向以外はゼロとなるので

$$\int_{S^{(c)}} \left(-\sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \right) dS^{(c)} = I_{0\theta}^{(c)} \quad (\text{A.1.36})$$

となる。以上のように(A.1.35)式及び(A.1.36)式が $\mathbf{A}-\phi$ 法における軸対称三次元場の支配方程式である。

A. 2 Galerkin 法による重み付き残差積分

有限要素法で良く用いられる重み付き残差法の一つである Galerkin 法を用いて(A.1.35)式の汎関数を求める。節点*i*の補間関数 N_i を重み関数として残差 R を重み付き積分したものを G_i^* とすると次式によって表すことができる。

$$G_i^* = \iint_S R \cdot N_i 2\pi r dr dz = 0 \quad (\text{A.2.1})$$

残差 R に(A.1.35)式を代入すれば

$$G_i^* = \iint_S N_i \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} - \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right] 2\pi r dr dz = 0 \quad (\text{A.2.2})$$

となる。ここで、部分微分の公式より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} &= \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} + N_i \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} \\ N_i \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} &= \frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} - \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.2.3})$$

同様に

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(N_i \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) &= \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \\ N_i \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(N_i \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.2.4})$$

となるので、この2式を(A.2.2)式に代入すると

$$\begin{aligned} G_i^* &= \iint_S \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} - \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} \right] 2\pi r dr dz \\ &\quad + \iint_S \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(N_i \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz \\ &\quad - \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} 2\pi r dr dz - \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (\text{A.2.5})$$

上式の右辺第1項の微分を行うと

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} = -N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) + \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} \quad (\text{A.2.6})$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} G_i^* &= \iint_S \left[-N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) + \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} - \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) \right\} \right] 2\pi r dr dz \\ &\quad + \iint_S \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(N_i \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz \end{aligned}$$

$$-\iint_S N_i \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} 2\pi r dr dz - \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} 2\pi r dr dz \quad (\text{A.2.7})$$

上式の符号を反転した汎関数 G_i を以下のように定義すると

$$G_i^* = -G_i \quad (\text{A.2.8})$$

よって、

$$\begin{aligned} G_i = & \iint_S \left[N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} \right] 2\pi r dr dz \\ & - \iint_S \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(N_i \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz \\ & + \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} 2\pi r dr dz + \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (\text{A.2.9})$$

さらに変形して

$$\begin{aligned} G_i = & \iint_S \left[N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) + \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz \\ & - \iint_S \left[\frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left(N_i \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz \\ & + \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} 2\pi r dr dz + \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (\text{A.2.10})$$

ここで、右辺第2項に Green の定理を適用すれば、

$$\begin{aligned} & \iint_S \left[\frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ N_i \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left(N_i \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz \\ & = \int_C 2\pi r N_i \left(\frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} dz + \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) dr \right) \end{aligned} \quad (\text{A.2.11})$$

となり、この境界 C を自然境界として取扱う場合はゼロとなるため、無視することができる。よって、

$$\begin{aligned} G_i = & \iint_S \left[N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) + \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz \\ & + \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} 2\pi r dr dz + \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (\text{A.2.12})$$

となる。右辺第1項の前2項を計算すると

$$\begin{aligned} N_i \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial N_i}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} & = \left(\frac{N_i}{r} - \frac{\partial N_i}{\partial r} \right) \left\{ \frac{1}{\mu_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right\} \\ & = \frac{1}{\mu_z} \left(\frac{N_i}{r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \right) \left(\frac{A_\theta}{r} + \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.2.13})$$

となる。これを(A.2.12)式へ代入すると、

$$G_i = \iint_S \left[\frac{1}{\mu_z} \left(\frac{N_i}{r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \right) \left(\frac{A_\theta}{r} + \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz$$

$$+ \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} 2\pi r dr dz + \iint_S N_i \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} 2\pi r dr dz \quad (\text{A.2.14})$$

(A.2.14)式は領域全体における積分となっており、補間関数 N_i も領域全体で定義されるが、有限要素法では要素ごとに補間関数 $N_i^{(e)}$ を定義し、各要素で積分したものを加え合わせるによって求められる。よって、領域全体の積分 G_i 及び各要素の積分 $G_i^{(e)}$ は以下ようになる。

$$G_i = \sum G_i^{(e)} \quad (\text{A.2.15})$$

$$G_i^{(e)} = \iint_{S^{(e)}} \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{N_i^{(e)}}{r} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial r} \right) \left(\frac{A_\theta^{(e)}}{r} + \frac{\partial A_\theta^{(e)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r^{(e)}} \frac{\partial A_\theta^{(e)}}{\partial z} \right) \right] 2\pi r dr dz$$

$$+ \iint_{S^{(e)}} N_i^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{\partial A_\theta^{(e)}}{\partial t} 2\pi r dr dz + \iint_{S^{(e)}} N_i^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial \theta} 2\pi r dr dz \quad (\text{A.2.16})$$

ここで、 $\mu_z^{(e)}$ 及び $\mu_r^{(e)}$ はその要素内の透磁率、 $\sigma_\theta^{(e)}$ はその要素内の導電率である。

次に、導体 k の(A.2.36)式に関する汎関数 $F_k^{(c)*}$ を求める。

$$F_k^{(c)*} = \int_{S_k^{(c)}} \left(-\sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \right) dS_k^{(c)} - I_{0k}^{(c)} = 0 \quad (\text{A.2.17})$$

このとき、 $(\partial \phi / \partial \theta)_k^{(c)}$ についても導体ごとに定義する必要がある。ここで、(A.2.8)式と同様に(A.2.17)式の符号を反転し、以下のような汎関数 $F_k^{(c)}$ を定義する。

$$F_k^{(c)} = -F_k^{(c)*} = \int_{S_k^{(c)}} \left(\sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} + \sigma_\theta \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \right) dS_k^{(c)} + I_{0k}^{(c)} \quad (\text{A.2.18})$$

そして、(A.2.15)式と同様に導体 k の汎関数 $F_k^{(c)}$ はその導体を構成する要素の汎関数 $F_k^{(e)}$ を加え合わせるにより求められる。

$$F_k^{(c)} = \sum_c F_k^{(e)} + I_{0k}^{(c)} \quad (\text{A.2.19})$$

そして、要素 e に関する汎関数 $F_k^{(e)}$ は

$$F_k^{(e)} = \int_{S^{(e)}} \left(\sigma_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial t} + \sigma_\theta \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \right) dS^{(e)} \quad (\text{A.2.20})$$

となる。

A. 3 一次三角要素による離散化

一次三角要素では要素 e 内で磁気ベクトルポテンシャル $A_\theta^{(e)}$ を

$$A_\theta^{(e)} = \sum_{j=0}^2 N_j^{(e)} A_{j\theta}^{(e)} \quad (\text{A.3.1})$$

と近似する。このとき、一次三角要素の補間関数 $N_j^{(e)}$ は、

$$N_j^{(e)} = \frac{1}{2\Delta^{(e)}} (b_j^{(e)} + c_j^{(e)}r + d_j^{(e)}z) \quad (\text{A.3.2})$$

で与えられる。ここで、 $\Delta^{(e)}$ は要素の面積であり、それぞれ定数は

$$\begin{aligned} b_0^{(e)} &= r_1^{(e)}z_2^{(e)} - r_2^{(e)}z_1^{(e)} \\ b_1^{(e)} &= r_2^{(e)}z_0^{(e)} - r_0^{(e)}z_2^{(e)} \\ b_2^{(e)} &= r_0^{(e)}z_1^{(e)} - r_1^{(e)}z_0^{(e)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.3})$$

$$\begin{aligned} c_0^{(e)} &= z_1^{(e)} - z_2^{(e)} \\ c_1^{(e)} &= z_2^{(e)} - z_0^{(e)} \\ c_2^{(e)} &= z_0^{(e)} - z_1^{(e)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.4})$$

$$\begin{aligned} d_0^{(e)} &= r_2^{(e)} - r_1^{(e)} \\ d_1^{(e)} &= r_0^{(e)} - r_2^{(e)} \\ d_2^{(e)} &= r_1^{(e)} - r_0^{(e)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.5})$$

$$\Delta^{(e)} = \frac{1}{2} |d_2^{(e)}c_1^{(e)} - d_1^{(e)}c_2^{(e)}| \quad (\text{A.3.6})$$

となる。

(A.2.16)式の右辺第1項 $G_{i1}^{(e)}$ に(A.3.1)式を代入すると

$$\begin{aligned} G_{i1}^{(e)} &= \iint_{S^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{N_i^{(e)}}{r} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial r} \right) \left(\frac{N_j^{(e)}}{r} + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r^{(e)}} \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial z} \right) \right] A_{j\theta}^{(e)} 2\pi r dr dz \\ G_{i1}^{(e)} &= \iint_{S^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial r} \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial r} + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial z} \right] A_{j\theta}^{(e)} 2\pi r dr dz \\ &\quad + \iint_{S^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{N_i^{(e)}}{r} \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial r} + \frac{N_j^{(e)}}{r} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial r} \right) \right] A_{j\theta}^{(e)} 2\pi r dr dz \\ &\quad + \iint_{S^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{N_i^{(e)} N_j^{(e)}}{r^2} \right) \right] A_{j\theta}^{(e)} 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (\text{A.3.7})$$

ここで、(A.3.2)式より以下の微分は

$$\frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial r} = \frac{c_i^{(e)}}{2\Delta^{(e)}}, \quad \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} = \frac{d_i^{(e)}}{2\Delta^{(e)}} \quad (\text{A.3.8})$$

となり、(A.3.7)式は

$$\begin{aligned} G_{il}^{(e)} = & \iint_{S^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \frac{c_i^{(e)}}{2\Delta^{(e)}} \frac{c_j^{(e)}}{2\Delta^{(e)}} + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} \frac{d_i^{(e)}}{2\Delta^{(e)}} \frac{d_j^{(e)}}{2\Delta^{(e)}} \right] A_{j\theta}^{(e)} 2\pi r dr dz \\ & + \iint_{S^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{N_i^{(e)}}{r} \frac{c_j^{(e)}}{2\Delta^{(e)}} + \frac{N_j^{(e)}}{r} \frac{c_i^{(e)}}{2\Delta^{(e)}} \right) \right] A_{j\theta}^{(e)} 2\pi r dr dz \\ & + \iint_{S^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{N_i^{(e)} N_j^{(e)}}{r^2} \right) \right] A_{j\theta}^{(e)} 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (\text{A.3.9})$$

これを書き換えると

$$\begin{aligned} G_{il}^{(e)} = & 2\pi \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{4\Delta^{(e)2}} \left(\frac{1}{\mu_z^{(e)}} c_i^{(e)} c_j^{(e)} + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right) \iint_{S^{(e)}} r dr dz \right] A_{j\theta}^{(e)} \\ & + 2\pi \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{2\Delta^{(e)}} \frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(c_j^{(e)} \iint_{S^{(e)}} N_i^{(e)} dr dz + c_i^{(e)} \iint_{S^{(e)}} N_j^{(e)} dr dz \right) \right] A_{j\theta}^{(e)} \\ & + 2\pi \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \iint_{S^{(e)}} \frac{N_i^{(e)} N_j^{(e)}}{r} dr dz \right] A_{j\theta}^{(e)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.10})$$

となる。要素 e の重心 $r_g^{(e)}$ における補間関数 $N_i^{(e)}$ 、 $N_j^{(e)}$ は $1/3$ となるので、

$$\iint_{S^{(e)}} r dr dz = r_g^{(e)} \Delta^{(e)} \quad (\text{A.3.11})$$

$$\iint_{S^{(e)}} N_i^{(e)} dr dz = \frac{\Delta^{(e)}}{3} \quad (\text{A.3.12})$$

$$\iint_{S^{(e)}} \frac{N_i^{(e)} N_j^{(e)}}{r} dr dz = \frac{\Delta^{(e)}}{9r_g^{(e)}} \quad (\text{A.3.13})$$

とそれぞれを近似し、(A.3.10)式に代入すると

$$\begin{aligned} G_{il}^{(e)} = & 2\pi \sum_{j=0}^2 \left[\frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \left(\frac{1}{\mu_z^{(e)}} c_i^{(e)} c_j^{(e)} + \nu_r^{(e)} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right) + \frac{1}{6} \frac{1}{\mu_z^{(e)}} (c_j^{(e)} + c_i^{(e)}) + \frac{1}{\mu_z^{(e)}} \frac{\Delta^{(e)}}{9r_g^{(e)}} \right] A_{j\theta}^{(e)} \\ G_{il}^{(e)} = & 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left\{ \frac{4\Delta^{(e)2}}{9r_g^{(e)2}} + \frac{4\Delta^{(e)}}{6r_g^{(e)}} (c_j^{(e)} + c_i^{(e)}) + c_i^{(e)} c_j^{(e)} \right\} + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] A_{j\theta}^{(e)} \\ G_{il}^{(e)} = & 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] A_{j\theta}^{(e)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.14})$$

となる。(A.2.16)式の第2項 $G_{i2}^{(e)}$ に、(A.3.1)式を代入すると

$$G_{i2}^{(e)} = 2\pi\sigma_{\theta}^{(e)} \sum_{j=0}^2 \left(\iint_{S^{(e)}} N_i^{(e)} N_j^{(e)} r dr dz \right) \frac{\partial A_{j\theta}^{(e)}}{\partial t}$$

$$G_{i2}^{(e)} = 2\pi r_g^{(e)} \sigma_{\theta}^{(e)} \sum_{j=0}^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta^{(e)}}{6} (i=j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} (i \neq j) \end{array} \right\} \frac{\partial A_{j\theta}^{(e)}}{\partial t} \quad (\text{A.3.15})$$

また、(A.3.15)式の時間微分項については、後退差分近似を適用する。

$$\frac{\partial A_{j\theta}^{(e)}}{\partial t} = \frac{A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'}}{\Delta t} \quad (\text{A.3.16})$$

ここで、 $A_{j\theta}^{(e)'}$ は、前回の計算で求めた磁気ベクトルポテンシャルである。よって、

$$G_{i2}^{(e)} = 2\pi r_0^{(e)} \sigma_{\theta}^{(e)} \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=0}^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta^{(e)}}{6} (i=j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} (i \neq j) \end{array} \right\} \left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right) \quad (\text{A.3.17})$$

となる。

(A.2.16)式の第3項 $G_{i3}^{(e)}$ は、(A.3.14)式と同様に

$$G_{i3}^{(e)} = \iint_{S^{(e)}} N_i^{(e)} \sigma_{\theta}^{(e)} \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial \theta} 2\pi r dr dz = \iint_{S^{(e)}} N_i^{(e)} \sigma_{\theta}^{(e)} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial \theta} 2\pi r dr dz$$

$$G_{i3}^{(e)} = 2\pi \sigma_{\theta}^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial \theta} \quad (\text{A.3.18})$$

となる。以上をまとめると、

$$G_i^{(e)} = 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] A_{j\theta}^{(e)}$$

$$+ 2\pi r_g^{(e)} \sigma_{\theta}^{(e)} \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=0}^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta^{(e)}}{6} (i=j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} (i \neq j) \end{array} \right\} \left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right)$$

$$+ 2\pi \sigma_{\theta}^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial \theta} \quad (\text{A.3.19})$$

となる。

また、(A.2.21)式についても一次三角要素で離散化すると

$$F_k^{(e)} = \int_{S^{(e)}} \left(\sigma_\theta^{(e)} N_j^{(e)} \frac{\partial A_{j\theta}^{(e)}}{\partial t} + \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \right) dS^{(e)} \quad (\text{A.3.20})$$

右辺 2 項についてそれぞれの積分を行うと、

$$F_k^{(e)} = \left(\sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \sum_{j=0}^2 \frac{\partial A_{j\theta}^{(e)}}{\partial t} \right) + \sigma_\theta^{(e)} \Delta^{(e)} \frac{1}{r_g^{(e)}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \quad (\text{A.3.21})$$

時間微分については(A.3.16)式と同様に後退差分近似を適用する。よって、

$$F_k^{(e)} = \left(\sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \sum_{j=0}^2 \frac{\left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right)}{\Delta t} \right) + \Delta^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{r_g^{(e)}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \quad (\text{A.3.22})$$

となる。

以上の定式化をまとめると、導体 k 内の要素では

$$\begin{aligned} G_i^{(e)} = & 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] A_{j\theta}^{(e)} \\ & + 2\pi r_g^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=0}^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta^{(e)}}{6} (i=j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} (i \neq j) \end{array} \right\} \left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right) \\ & + 2\pi \sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.23})$$

$$F_k^{(e)} = \left(\sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \sum_{j=0}^2 \frac{\left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right)}{\Delta t} \right) + \Delta^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{r_g^{(e)}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \quad (\text{A.3.24})$$

となる。そして、導体 k を流れる輸送電流を考慮するために(A.2.20)式より

$$F_k^{(c)} = \sum_c F_k^{(e)} + I_{0k}^{(c)} \quad (\text{A.3.25})$$

となる。ここで、 $r_{gk}^{(c)}$ は導体の重心である。また、真空中などの導体領域以外の場合は、

$$G_i^{(e)} = 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] A_{j\theta}^{(e)} \quad (\text{A.3.26})$$

となる。

A. 4 高温超伝導体の非線形性の取扱

高温超伝導体の非線形性を考慮するために以下のように解を修正する方法を用いる。本手法では $n+1$ 回目の反復によって求められる節点 i の磁気ベクトルポテンシャルの近似解 $A_i^{(n+1)}$ を

$$A_i^{(n+1)} = A_i^{(n)} + \alpha \delta A_i^{(n)} \quad (\text{A. 4. 1})$$

とし、 $n+1$ 回目の反復によって求められる導体 k の電気スカラポテンシャルの近似解 $(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)(n+1)}$ を

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right)_k^{(c)(n+1)} = \left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right)_k^{(c)(n)} + \alpha \delta \left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right)_k^{(c)(n)} \quad (\text{A. 4. 2})$$

とする。ここで、 α は減速係数、 δA_i 及び $\delta(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}$ は Newton-Raphson 法と同様に多変数関数の Taylor 展開から求められる 1 次の微分項までを考慮して、以下の連立一次方程式を解くことによって求められる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_0}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_0}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \\ \vdots & \frac{\partial G_i}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & \frac{\partial G_i}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots \\ \frac{\partial G_{m-1}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_{m-1}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial G_{m-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_{m-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \\ \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \\ \vdots & \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & \frac{\partial F_k^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots \\ \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta A_{0\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{j\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{(nn-1)\theta} \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -G_0 \\ \vdots \\ -G_i \\ \vdots \\ -G_{m-1} \\ -F_0^{(c)} \\ \vdots \\ -F_k^{(c)} \\ \vdots \\ -F_{nc-1}^{(c)} \end{Bmatrix} \quad (\text{A. 4. 3})$$

ここで、 nn は節点数、 nc は導体数である。この連立一次方程式の係数マトリクスを求めるとき、導電率 σ_θ は磁気ベクトルポテンシャル $A_{j\theta}$ の関数ではないと近似的に仮定する。この近似を適用することによって材料定数に依存する項が無くなり、どのような特性を持つ材料定数があっても同一の式で解を求めることが可能となる。よって、より汎用的な方法と言える。(A. 4. 3) 式の係数マトリクスを求めるために導体 k 内の要素について (A. 3. 23) 式及び (A. 3. 24) 式をそれぞれ偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{G_i^{(e)}}{\partial A_{j\theta}^{(e)}} &= 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] \\ &+ 2\pi r_g^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{\Delta t} \begin{cases} \frac{\Delta^{(e)}}{6} (i=j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} (i \neq j) \end{cases} \quad (\text{A. 4. 4}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial G_i^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} = 2\pi\sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \quad (\text{A. 4. 5})$$

$$\frac{F_k^{(e)}}{\partial A_{j\theta}^{(e)}} = \sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{A. 4. 6})$$

$$\frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} = \Delta^{(e)}\sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{r_g^{(e)}} \quad (\text{A. 4. 7})$$

となる。また、導体領域以外の要素では(A. 3. 26)式より

$$\frac{G_i^{(e)}}{\partial A_{j\theta}^{(e)}} = 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] \quad (\text{A. 4. 8})$$

となる。このままでは(2. 5. 2)式は非対称マトリクスとなってしまうので、(A. 4. 5)式及び(A. 4. 6)式が等しくなるように以下のように(A. 4. 3)式の一部に $2\pi\Delta t$ を掛けることにより対称マトリクスにする。

$$\left[\begin{array}{cccccc} \frac{\partial G_0}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_0}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \\ \vdots & \frac{\partial G_i}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & \frac{\partial G_i}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots \\ \frac{\partial G_{nn-1}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_{nn-1}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial G_{nn-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_{nn-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \\ \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \delta A_{0\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{j\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{(nn-1)\theta} \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -G_0 \\ \vdots \\ -G_i \\ \vdots \\ -G_{nn-1} \\ -2\pi\Delta t F_0^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_k^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_{nc-1}^{(c)} \end{array} \right\} \quad (\text{A. 4. 9})$$

また、導電率 σ_θ 及びは反復ごとに(A. 4. 1)式と同様に減速係数 α を用いて修正する。

$$\sigma_\theta^{(n+1)} = \sigma_\theta^{(n)} + \alpha \left(\sigma_\theta^{(n)'} - \sigma_\theta^{(n)} \right) \quad (\text{A. 4. 10})$$

ここで、 $\sigma_\theta^{(n)}$ は n 回目の計算で用いた導電率、 $\sigma_\theta^{(n)'}$ は n 回目の計算で求められた導電率、 $\sigma_\theta^{(n+1)}$ は $n+1$ 回目の計算で用いる導電率である。

非線形解析では、減速係数 α の値によって解が振動してしまったり発散したりすることがある。それらの不安定性を回避して安定に解を収束させるために最適な減速係数 α を選択する必要がある。また、減速係数は安定性が確保されていればより大きな値を選択することにより収束を早くすることができる。安定性を確保するという事は、(A. 4. 1)式で修正した後の磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}^{(n+1)}$ によって求められる残差ノルム $\|\mathbf{G}^{(n+1)}\|$ が修正する前の磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}^{(n)}$ によって求められる残

差ノルム $\|\mathbf{G}^{(n)}\|$ よりも小さくなっていれば良い。

$$\|\mathbf{G}^{(n+1)}\| < \|\mathbf{G}^{(n)}\| \quad (\text{A. 4. 11})$$

以上より、以下のように $m = 1$ から始めて、修正後の残差ノルム $\|\mathbf{G}^{(n+1)}\|$ が修正前の残差ノルム $\|\mathbf{G}^{(n)}\|$ よりも小さくなったときの減速係数 α を用いる。

$$\alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^m \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (\text{A. 4. 12})$$

減速係数 α を小さくしすぎると、1 反復当りの修正値が小さくなり解の修正が停留する。そこで、 $m = 6$ 程度で残差ノルムが前回の反復計算の結果よりも大きくても解を修正する。これにより、解の修正が停留するのをさけることができる。このとき、修正値は小さいので解が発散するという事はない。

(A. 4. 11) 式の残差ノルムは以下のような二乗ノルムを採用する。

$$\|\mathbf{G}\|_2 = \sum_{i=0}^{m-1} \{G_i^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A. 4. 13})$$

また、境界条件を設定した節点 i における解は真値であるので残差は以下のようにゼロとする。

$$G_i = 0 \quad (\text{A. 4. 14})$$

以上のように本手法では Newton-Raphson 法をそのまま適用した場合のように、材料の特性に依存した定式化を行わない。特に、高温超伝導体の磁場、磁場方向、温度、電流密度に関する非線形性をすべて考慮する定式化は非常に複雑となる。この簡略化により収束性が悪くなることが予想されるが、最適な減速係数 α を導入することによって高い収束性を確保している。また、電気スカラーポテンシャルを未知数として扱うことによって連立一次方程式がフルマトリクスとならず、係数マトリクスが対称となるように定式化を行うことで連立一次方程式を解く時間を大幅に短縮することができる。

A. 5 永久電流モードで動作する高温超伝導コイルのための定式化

前節までは、定電流源を接続した場合について取り扱ってきた。永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの場合、輸送電流が未知数となるため、さらに、Kirchhoff 電圧則に基づく電圧のバランス式を連立する。

一次三角要素を用いて離散化された軸対称三次元場のマクスウェルの方程式は、(A. 3. 23)式より、

$$\begin{aligned}
 G_i^{(e)} = & 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \sum_{j=0}^2 \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] A_{j\theta}^{(e)} \\
 & + 2\pi r_g^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=0}^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta^{(e)}}{6} (i=j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} (i \neq j) \end{array} \right\} \left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right) \\
 & + 2\pi \sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)}
 \end{aligned} \tag{A. 5. 1}$$

となる。Kirchhoff 電流則に基づく輸送電流の連続式は、輸送電流を一つとすると、(A. 3. 24)式および(A. 3. 25)式より、

$$F_k^{(e)} = \left(\sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3} \sum_{j=0}^2 \frac{\left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right)}{\Delta t} \right) + \Delta^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{r_g^{(e)}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \tag{A. 5. 2}$$

$$F_k^{(c)} = \sum_c F_k^{(e)} + I_{0\theta} \tag{A. 5. 3}$$

となる。そして、Kirchhoff 電圧則に基づく電圧のバランス式は、

$$Z = 2\pi \sum_c \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} - R_{Joint} I_{0\theta} = 0 \tag{A. 5. 4}$$

となる。(A. 4. 1)式と同様に、輸送電流についても高温超伝導体の非線形性を考慮するためにおこなっている反復手法を適用する。よって、 $n+1$ 回目の反復によって求められる輸送電流の近似解 $I_{0\theta}^{(n+1)}$ を

$$I_{0\theta}^{(n+1)} = I_{0\theta}^{(n)} + \alpha \delta I_{0\theta}^{(n)} \tag{A. 5. 5}$$

とする。このとき、減速係数 α は磁気ベクトルポテンシャルや電気スカラーポテンシャルの θ 方向微分を修正するときと同じ、残差ノルムが小さくなるように決定された値を用いる。

電圧のバランス式と輸送電流が未知数となること考慮して、(A. 4. 9)式の連立一次方程式を書き換えると、以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_0}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_0}{\partial A_{(m-1)\theta}} & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ \vdots & \frac{\partial G_i}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & \frac{\partial G_i}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots & 0 \\ \frac{\partial G_{m-1}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_{m-1}}{\partial A_{(m-1)\theta}} & \frac{\partial G_{m-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_{m-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{(m-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial I_{0\theta}} \\ \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial I_{0\theta}} \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{(m-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial I_{0\theta}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Z}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \frac{\partial Z}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \frac{\partial Z}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & \frac{\partial Z}{\partial I_{0\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta A_{0\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{j\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{(m-1)\theta} \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)} \\ \delta I_{0\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_0 \\ \vdots \\ -G_i \\ \vdots \\ -G_{m-1} \\ -2\pi\Delta t F_0^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_k^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_{nc-1}^{(c)} \\ -Z \end{bmatrix} \quad (\text{A. 5. 6})$$

ここで、輸送電流による微分項と電圧のバランス式に関する項をそれぞれ求めると、

$$2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial I_{0\theta}} = 2\pi\Delta t \quad (\text{A. 5. 7})$$

$$\frac{\partial Z}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} = 2\pi \quad (\text{A. 5. 8})$$

$$\frac{\partial Z}{\partial I_{0\theta}} = -R_{Joint} \quad (\text{A. 5. 9})$$

となる。連立一次方程式の係数マトリクスを対称化するために、電圧のバランス式に関する項に時間間隔 Δt を掛けて、以下のように書き換える。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_0}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_0}{\partial A_{(m-1)\theta}} & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ \vdots & \frac{\partial G_i}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & \frac{\partial G_i}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots & 0 \\ \frac{\partial G_{m-1}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_{m-1}}{\partial A_{(m-1)\theta}} & \frac{\partial G_{m-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_{m-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{(m-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial I_{0\theta}} \\ \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial I_{0\theta}} \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{(m-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial I_{0\theta}} \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t \frac{\partial Z}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \Delta t \frac{\partial Z}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \Delta t \frac{\partial Z}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & \Delta t \frac{\partial Z}{\partial I_{0\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta A_{0\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{j\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{(m-1)\theta} \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)} \\ \delta I_{0\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_0 \\ \vdots \\ -G_i \\ \vdots \\ -G_{m-1} \\ -2\pi\Delta t F_0^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_k^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_{nc-1}^{(c)} \\ -\Delta t Z \end{bmatrix} \quad (\text{A. 5. 10})$$

(A. 5. 10)式を、定電流源を接続した場合と同様に、時間ステップを刻みながら解けば、永久電流モードで動作する高温超伝導コイルの電流減衰特性を計算することができる。また、接続抵抗 R_{Joint} がゼロの場合、連立一次方程式のソルバーである共役勾配法は係数マトリクスの対角成分にゼロがあ

ると解くことができないので、問題に対して影響を与えない微小な実数を代入する必要がある。
 また、電源により電流を通电している場合など、輸送電流が既知の場合は、その電流値を初期として設定し、(A. 5. 10)式を

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_0}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_0}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_0}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ \vdots & \frac{\partial G_i}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & \frac{\partial G_i}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots & 0 \\ \frac{\partial G_{nn-1}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & \frac{\partial G_{nn-1}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & \frac{\partial G_{nn-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & \frac{\partial G_{nn-1}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_0^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{\partial A_{j\theta}} & \vdots & \vdots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} & \vdots & 0 \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{0\theta}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{\partial A_{(nn-1)\theta}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)}} & \dots & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_{nc-1}^{(c)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta A_{0\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{j\theta} \\ \vdots \\ \delta A_{(nn-1)\theta} \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_0^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)} \\ \vdots \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_{nc-1}^{(c)} \\ \delta I_{0\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_0 \\ \vdots \\ -G_i \\ \vdots \\ -G_{nn-1} \\ -2\pi\Delta t F_0^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_k^{(c)} \\ \vdots \\ -2\pi\Delta t F_{nc-1}^{(c)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

(A. 5. 11)

のように書き換えて、初期値が変更されないようにする。

付録B 高温超伝導コイルの電場に関する検討

これまで述べてきたように、有限要素法を用いた高温超伝導コイルの数値解析手法では、外部回路と連成するために、Kirchhoff 電圧則を用いている。そのため、高温超伝導コイルの両端電圧を求めることは非常に重要である。本付録では、ターン毎に定義している電気スカラポテンシャルの θ 方向微分が外部回路へ取り出されるそのターンの単位角度あたりの電場であることを示し、それを求めるための条件を示す。

B. 1 電気スカラポテンシャルの導出

はじめに、Maxwell 方式から導出される電気スカラポテンシャルについて述べる。電場 \mathbf{E} と磁場 \mathbf{B} の関係を示す Maxwell の方程式は以下のように表される。

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B. 1. 1})$$

磁場 \mathbf{B} と磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} の関係は、以下のように定義される。

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (\text{B. 1. 2})$$

これを (B. 1. 1) 式に代入すると、

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \mathbf{A}) = -\text{rot } \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (\text{B. 1. 3})$$

となる。電気スカラポテンシャル ϕ は、

$$\text{rot}(\text{grad } \phi) = 0 \quad (\text{B. 1. 4})$$

となるため、(B. 1. 3) 式は以下のように書き換えられる。

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \phi \quad (\text{B. 1. 5})$$

上式の右辺第 2 項の電気スカラポテンシャルに関する項は、磁場分布が与えられても、電場分布は一意的に定まらず、 $\text{grad } \phi$ だけの自由度があることを意味する [B. 1] [B. 2]。

電流密度 \mathbf{J} は、輸送電流密度 \mathbf{J}_0 と遮蔽電流密度 \mathbf{J}_e の 2 つに分けて考える。ここで述べる遮蔽電流とは、外部磁場および自己磁場によって導体内に流れる誘導電流を意味する。輸送電流とは、導体断面で単位角度あたりの均一な電場によって流れるとする。よって、輸送電流密度は、線材内で均一な輸送電流に関する電場 \mathbf{E}_0 を用いて表すと、

$$\mathbf{J}_0 = \sigma \mathbf{E}_0 = -\sigma \cdot \text{grad } \phi_0 \quad (\text{B. 1. 6})$$

となる。ここで、 ϕ_0 は輸送電流に関する電気スカラポテンシャルである。また、遮蔽電流に関する電場 \mathbf{E}_e は、(B. 1. 5) 式より、

$$\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E}_e = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad } \phi_e \quad (\text{B. 1. 7})$$

となる。ここで、 ϕ_e は遮蔽電流に関する電気スカラポテンシャルである。線材内の電流分布は、それぞれの電流密度の和によって表せる。

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e = -\sigma \cdot \text{grad} \phi_0 - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad} \phi_e \quad (\text{B. 1. 8})$$

さらに、(B. 1. 8)式の輸送電流と遮蔽電流に関する電気スカラポテンシャルの項を1つにまとめて

$$\text{grad} \phi = \text{grad} \phi_0 + \text{grad} \phi_e \quad (\text{B. 1. 9})$$

とする。これを用いて(B. 1. 8)式を書き換えると以下のようなになる。

$$\mathbf{J} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \cdot \text{grad} \phi \quad (\text{B. 1. 10})$$

上述した三次元の一般式を軸対称三次元場における式に書き換える。軸対称三次元場では、電流および磁気ベクトルポテンシャルは θ 方向成分のみを有する。また、電気スカラポテンシャルの勾配を円筒座標系で求めると、

$$\text{grad} \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{\partial \phi}{\partial z} \mathbf{u}_z \quad (\text{B. 1. 11})$$

となる。ここで、 \mathbf{u}_r は r 方向の単位ベクトル、 \mathbf{u}_θ は θ 方向の単位ベクトル、 \mathbf{u}_z は z 方向の単位ベクトルである。電流は θ 方向成分のみであるため、電気スカラポテンシャルの勾配についても θ 方向成分のみを有する。よって、電流密度は、

$$\mathbf{J}_\theta = -\sigma \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \sigma \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad (\text{B. 1. 12})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi_0}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} \quad (\text{B. 1. 13})$$

となる。また、電気スカラポテンシャルが導体断面で分布しているとする断面方向に電流が流れることを意味するため、軸対称三次元場における電気スカラポテンシャルの θ 方向微分は、導体毎に定義し、定数とする。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi_0}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} = \text{const} \quad (\text{B. 1. 14})$$

B. 2 断面積ゼロのリングに鎖交する磁束による誘導起電力

断面積をゼロとしたリングに鎖交する磁束とその変化によって発生する誘導起電力について述べる。断面積 S を鎖交する磁束 Φ と磁束密度の関係は以下のように表される。

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{B. 2. 1})$$

磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} と磁束密度 \mathbf{B} の関係は、(B. 1. 2)式より、

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} \quad (\text{B. 2. 2})$$

である。これを (B. 2. 1) 式に代入すると

$$\Phi = \int_S (\text{rot } \mathbf{A}) \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{B. 2. 3})$$

となる。Stokes の定理より、(B. 2. 3) 式の面積積分を線積分に書き換えると、

$$\Phi = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{B. 2. 4})$$

となる。ここで、 C は積分路、 \mathbf{s} は積分路 C 上の微小ベクトルである。次に、Fig. B. 2. 1 の実線を通る $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ のような積分路に鎖交する磁束 Φ を考える。Fig. B. 2. 1 は軸対称三次元場とし、磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} は θ 方向に変化せず、 θ 方向成分のみであるとする。

積分路 $1 \rightarrow 2$ および積分路 $3 \rightarrow 4$ における線積分は、

$$\int_1^2 \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = -r_1 \theta A_{\theta 12} \quad (\text{B. 2. 5})$$

$$\int_3^4 \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = r_2 \theta A_{\theta 34} \quad (\text{B. 2. 6})$$

となる。積分路 $2 \rightarrow 3$ および積分路 $4 \rightarrow 1$ の線積分は r 方向の磁気ベクトルポテンシャル A_r がゼロとなるため、線積分もゼロとなる。

$$\int_2^3 \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (\text{B. 2. 7})$$

$$\int_4^1 \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (\text{B. 2. 8})$$

よって、積分路 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ を鎖交する磁束 Φ は、

$$\Phi = -r_1 \theta A_{\theta 12} + r_2 \theta A_{\theta 34} = \theta (r_2 A_{\theta 34} - r_1 A_{\theta 12}) \quad (\text{B. 2. 9})$$

となる。角度 θ を z 軸に対して一周とすると、

$$\Phi = 2\pi (r_2 A_{\theta 34} - r_1 A_{\theta 12}) \quad (\text{B. 2. 10})$$

となる。 $r_1 = 0$ と z 軸上の磁気ベクトルポテンシャルをゼロとして半径 r_2 の円を鎖交する磁束は

$$\Phi = 2\pi r_2 A_{\theta 34} \quad (\text{B. 2. 11})$$

となる。境界条件として z 軸上の磁気ベクトルポテンシャルをゼロとすると半径 r の円を鎖交する磁束 Φ は半径 r 上の磁気ベクトルポテンシャル A_θ にのみ依存する。整理すると、軸対称三次元場では磁束 Φ と半径 r 上の磁気ベクトルポテンシャル A_θ の関係は

$$\Phi = 2\pi r A_\theta \quad (\text{B. 2. 12})$$

となる。

Faraday の電磁誘導の法則より、磁束 Φ と誘導起電力 U の関係は、

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{B. 2. 13})$$

である。よって、(B. 2. 12) 式を上式に代入して軸対称三次元場における誘導起電力は

$$U = -2\pi r \frac{dA_\theta}{dt} \quad (\text{B. 2. 14})$$

となる。

B. 3 コイルの1ターンの誘導起電力とその条件

端部が接続されたリング導体と接続されていないリング導体の遮蔽電流について述べる。一様な外部磁場をリング導体に加えたときの遮蔽電流に関する模式図を Fig. B. 3. 1 に示す。ここでは、理解を容易にするために遮蔽電流が作る反作用磁場の影響は考慮しない。

(B. 2. 14) 式の誘導起電力を単位長さ当りの誘導起電力である電場 $E_{e\theta}$ を用いて置き換えると、

$$E_{e\theta} = \frac{U}{2\pi r} = -\frac{dA_\theta}{dt} \quad (\text{B. 3. 1})$$

となる。Fig. B. 3. 1(a) のような端部が接続されたリング導体を仮定して、遮蔽電流の電流密度 $J_{e\theta}$ を求めると、

$$J_{e\theta} = \sigma_\theta E_{e\theta} = -\sigma_\theta \frac{dA_\theta}{dt} \quad (\text{B. 3. 2})$$

となる。ここで、 σ_θ は θ 方向の導電率である。

しかし、Fig. B. 3. 1(b) のような端部が接続されていないリング導体はリングを一周するような電流は流ることができない。そこで、端部が接続されていないリング導体の場合は (B. 3. 2) 式から以下のように一方向に電流を流す電場を電気スカラポテンシャルに関する項により補正する。

$$J_{e\theta} = -\sigma_\theta \frac{dA_\theta}{dt} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} \quad (\text{B. 3. 3})$$

断面積をゼロとした線電流の場合、(B. 3. 3) 式の遮蔽電流密度はゼロとなる。また、線電流ではなく、断面のある導体の遮蔽電流を考える場合は、一方向に流れる遮蔽電流のみが流れられないだけであって、端部で折り返すような往復電流は流れることができる。よって、端部が切れた導体では、Kirchhoff の電流則より、一方向に遮蔽電流は流れないとする以下のような条件が電気スカラポテンシャルに関する境界条件となる。

$$\int_S J_{e\theta} dS = \int_S \left(-\sigma_\theta \frac{dA_\theta}{dt} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} \right) dS = 0 \quad (\text{B. 3. 4})$$

コイルに流れる遮蔽電流を解析する場合は、一方向に流れる遮蔽電流は1ターンの抵抗値によって決まらず、他のターンや外部の回路を考慮する必要がある。よって、導体を流れる遮蔽電流は (B. 3. 3) 式とし、誘導起電力によって一方向に流れる電流はコイル全体と外部回路を含めた回路方程式より求める。よって、単位角度当りの一方向の誘導起電力は以下のようになる。

$$U = -\frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} \quad (\text{B. 3. 5})$$

よって、外部回路から見たときの1ターンの誘導起電力は以下ようになる。

$$U = -2\pi \frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} \quad (\text{B. 3. 6})$$

B. 4 コイルの1ターンの電圧とその条件

これまでの検討では、一方向の誘導起電力が流れないように電気スカラーポテンシャルに関する境界条件を決定した。さらに、輸送電流が流れている端部を接続していないリング導体（輸送電流が流れているコイルの1ターン部分）を想定して電気スカラーポテンシャルの境界条件を決定する。

(B. 1. 6)式より、軸対称三次元場における輸送電流の電流密度 $J_{0\theta}$ は

$$J_{0\theta} = -\sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial \theta} \quad (\text{B. 4. 1})$$

となる。導体断面を流れている輸送電流の総和を $I_{0\theta}$ とし、輸送電流に関する Kirchhoff の電流則は

$$\int_S J_{0\theta} dS = \int_S \left(-\sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial \theta} \right) dS = I_{0\theta} \quad (\text{B. 4. 2})$$

となる。(B. 3. 4)式と(B. 4. 2)式の境界条件は、加え合わせても成り立つので、

$$\int_S J_\theta dS = \int_S \left(-\sigma_\theta \frac{dA_\theta}{dt} - \sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) dS = I_{0\theta} \quad (\text{B. 4. 3})$$

とする。よって、外部回路から見たときの1ターンの電圧は以下のように表される。

$$V = -2\pi \frac{\partial \phi_0}{\partial \theta} + -2\pi \frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} = -2\pi \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad (\text{B. 4. 4})$$

表皮効果によって、輸送電流を流すと輸送電流が作る自己磁場によって導体表面から電流が流れる。これは、一見すると輸送電流が表面から流れているように見えるが、輸送電流と自己磁場を遮蔽する遮蔽電流が重ね合わされているためにそのように見えるだけである。よって、自己磁場によって流れる遮蔽電流による電場は、外部磁場による遮蔽電流による電場と同様に誘導起電力を介して輸送電流へ影響するとして考慮される。

(B. 3. 4)式より、単位角度当たりの一方向の誘導起電力は、

$$\frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} = - \frac{\int_S \left(\sigma_\theta \frac{dA_\theta}{dt} \right) dS}{\int_S \left(\sigma_\theta \frac{1}{r} \right) dS} \quad (\text{B. 4. 5})$$

また、(B. 4. 2)式より、単位角度当たりの輸送電流を流している電場は、

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial \theta} = \frac{-I_{0\theta}}{\int_S \left(\sigma_\theta \frac{1}{r} \right) dS} \quad (\text{B. 4. 6})$$

となる。これを一次三角要素により離散化すると、(B. 4. 5)式は

$$\frac{\partial \phi_e}{\partial \theta} = - \frac{\sum_c \left(\frac{\sigma^{(e)} \Delta^{(e)}}{\Delta t} \frac{1}{3} \sum_{j=0}^2 \left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right) \right)}{\sum_c \left(\frac{\sigma^{(e)} \Delta^{(e)}}{r_g^{(e)}} \right)} \quad (\text{B. 4. 7})$$

となる。ここで、 $\sigma^{(e)}$ は要素 e 内の導電率、 $\Delta^{(e)}$ は要素 e の面積、 $r_g^{(e)}$ は要素 e の重心における r 座標、 $A_{j\theta}^{(e)}$ は要素 e を構成する節点の磁気ベクトルポテンシャル、 Δt は時間間隔である。また、 c は導体内の全要素に関する総和を意味する。同様に、(B. 4. 6)式は

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial \theta} = \frac{-I_{0k}^{(c)}}{\sum_c \left(\frac{\sigma_\theta^{(e)} \Delta^{(e)}}{r_g^{(e)}} \right)} \quad (\text{B. 4. 8})$$

となる。

以上のように、コイルの1ターンの電圧と電気スカラポテンシャルの θ 方向微分の関係を示した。高温超伝導コイルの両端電圧は、全ターンの和により求めることができる。

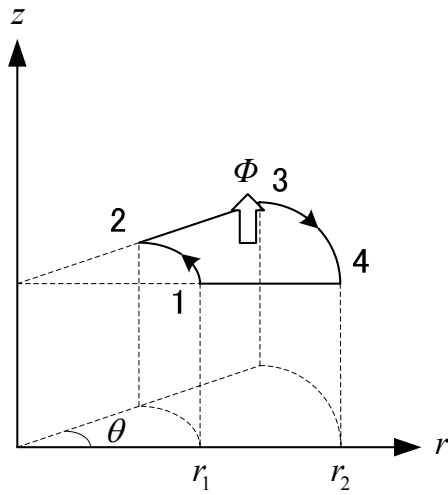


Fig. B.2.1 Relationship between vector potential and flux [B.3].

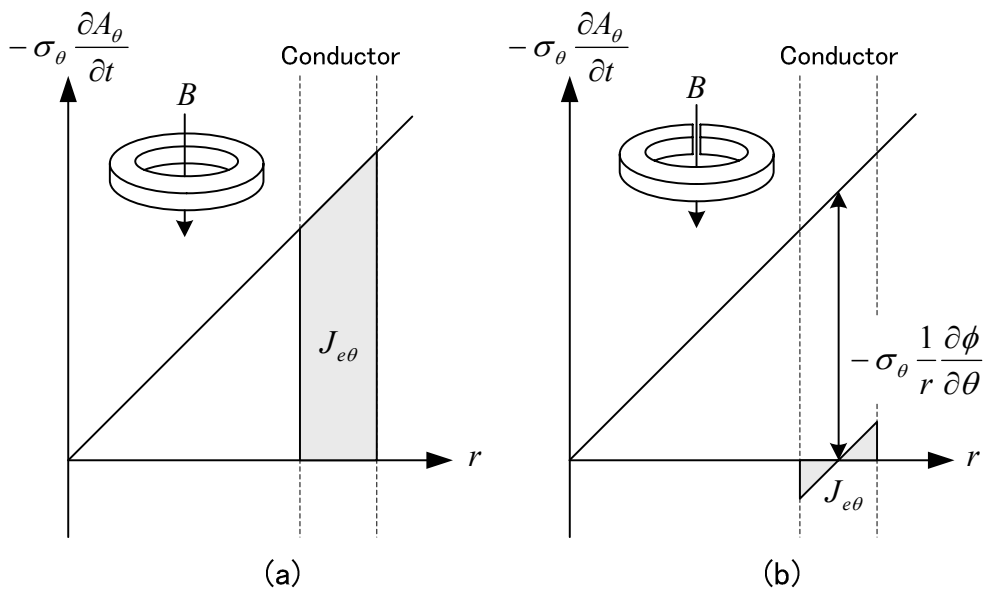


Fig. B.3.1 Current distribution of ring conductors.

付録C 数値解析の手順

C. 1 各時間ステップの解析手順

有限要素法による各時間のポテンシャルを求めるためのフローチャートを Fig. C.1.1 に示す。このフローチャートを各時間について繰り返し解くことによって求めたい全時間の解析を行う。

(1) 磁気ベクトルポテンシャルの初期値と輸送電流の設定

各時間ステップの最初に固定境界条件で指定された磁気ベクトルポテンシャルの初期値を設定する。通常、ポテンシャルの初期値は前回ステップの計算結果を用いる。しかし、節点 j に固定境界条件を指定する場合はその節点に対して指定した磁気ベクトルポテンシャル $A_{j\theta}$ を代入する。

$$A_{j\theta} = \text{const} \quad (\text{C.1.1})$$

また、輸送電流の設定については、解析の目的に応じて回路方程式を解いて値を設定する場合と指定した値を設定する場合がある。導体 k に指定した値を設定する場合は

$$I_{0\theta k}^{(c)} = \text{const} \quad (\text{C.1.2})$$

となる。

(2) 連立一次方程式の初期化

非線形解析のために行う反復計算のそれぞれのステップの計算の後には、前回の計算に使用された値がすでに連立一次方程式の中に残っているため、それらにすべてゼロを設定する必要がある。これは、要素節点方程式から全体節点方程式への代入を加え合わせによって行っているため必要な処理である。

(3) 要素節点方程式の作成

導体 k を構成する要素 e の要素節点方程式は、以下に示すような(A.4.3)式の全体節点方程式の一部である。

$$\left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial G_0^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_0^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_0^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_0^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} \\ \frac{\partial G_1^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_1^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_1^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_1^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} \\ \frac{\partial G_2^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_2^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_2^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} & \frac{\partial G_2^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} \\ 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} & 2\pi\Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \delta A_{0\theta}^{(e)} \\ \delta A_{1\theta}^{(e)} \\ \delta A_{2\theta}^{(e)} \\ \delta(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -G_0^{(e)} \\ -G_1^{(e)} \\ -G_2^{(e)} \\ -2\pi\Delta t F_k^{(e)} \end{array} \right\}$$

$$(\text{C.1.3})$$

導体 k 内の要素節点方程式の係数マトリクスは(A.4.4)式～(A.4.7)式より、

$$\begin{bmatrix} \frac{G_0^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} & \frac{G_0^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} & \frac{G_0^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} \\ \frac{G_1^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} & \frac{G_1^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} & \frac{G_1^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} \\ \frac{G_2^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} & \frac{G_2^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} & \frac{G_2^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{00}^{(e)} & S_{01}^{(e)} & S_{02}^{(e)} \\ S_{10}^{(e)} & S_{11}^{(e)} & S_{12}^{(e)} \\ S_{20}^{(e)} & S_{21}^{(e)} & S_{22}^{(e)} \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} M_{00}^{(e)} & M_{01}^{(e)} & M_{02}^{(e)} \\ M_{10}^{(e)} & M_{11}^{(e)} & M_{12}^{(e)} \\ M_{20}^{(e)} & M_{21}^{(e)} & M_{22}^{(e)} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1.4})$$

$$S_{ij}^{(e)} = 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right]$$

$$S_{ij}^{(e)} = k_s^{(e)} \left[\frac{1}{\mu_z^{(e)}} \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_i^{(e)} \right) \left(\frac{2\Delta^{(e)}}{3r_g^{(e)}} + c_j^{(e)} \right) + \frac{1}{\mu_r^{(e)}} d_i^{(e)} d_j^{(e)} \right] \quad (\text{C.1.5})$$

$$M_{ij}^{(e)} = 2\pi r_g^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \begin{cases} \frac{\Delta^{(e)}}{6} & (i = j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} & (i \neq j) \end{cases}$$

$$M_{ij}^{(e)} = k_m^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \begin{cases} 2 & (i = j) \\ 1 & (i \neq j) \end{cases} \quad (\text{C.1.6})$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_0^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} \\ \frac{\partial G_1^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} \\ \frac{\partial G_2^{(e)}}{(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial A_{0\theta}^{(e)}} \\ \Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial A_{1\theta}^{(e)}} \\ \Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial A_{2\theta}^{(e)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^{(e)} \\ R_1^{(e)} \\ R_2^{(e)} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1.7})$$

$$R_i^{(e)} = 2\pi \sigma_\theta^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{3}$$

$$R_i^{(e)} = k_r^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \quad (\text{C.1.8})$$

$$2\pi \Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} = 2\pi \Delta^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \frac{1}{r_g^{(e)}} \Delta t$$

$$\Delta t \frac{\partial F_k^{(e)}}{\partial(\partial\phi/\partial\theta)_k^{(c)}} = k_f^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \Delta t \quad (\text{C.1.9})$$

となる。また、導体領域以外の要素では(A.4.8)式より、(C.1.4)式の右辺第1項のみとなる。ここで、定数 k_s , k_m , k_r および k_f はそれぞれ

$$k_s^{(e)} = 2\pi \frac{r_g^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} \quad (\text{C.1.10})$$

$$k_m^{(e)} = 2\pi r_g^{(e)} \frac{\Delta^{(e)}}{12} \quad (\text{C.1.11})$$

$$k_r^{(e)} = 2\pi \frac{\Delta^{(e)}}{3} \quad (\text{C.1.12})$$

$$k_f^{(e)} = 2\pi \Delta^{(e)} \frac{1}{r_g^{(e)}} \quad (\text{C.1.13})$$

となる。これらの定数は材料定数による非線形性の影響を受けないので解析の最初に求める。要素節点方程式の右辺マトリクスは(A.3.22)式および(A.4.23)式より

$$G_i^{(e)} = \sum_{j=0}^2 S_{ij}^{(e)} A_{j\theta}^{(e)} + \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=0}^2 M_{ij}^{(e)} \left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right) + R_i^{(e)} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \quad (\text{C.1.14})$$

$$2\pi \Delta t F_k^{(e)} = \sum_{j=0}^2 R_i^{(e)} \left(A_{j\theta}^{(e)} - A_{j\theta}^{(e)'} \right) + k_f^{(e)} \sigma_\theta^{(e)} \Delta t \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_k^{(c)} \quad (\text{C.1.15})$$

となる。また、要素 e が導体でない場合は、(C.1.6)式、(C.1.7)式および(C.1.9)式はゼロとなる。そして、(C.1.14)式の右辺第3項及び第4項と(C.1.15)式はゼロとなる。Fig. C.1.2に示したフローチャートのように計算した要素節点方程式を(A.4.3)式の全体節点方程式へ代入する処理を ne 個の全要素について行う。

(4) 導体の強制電流の設定

(A.3.25)式の導体の輸送電流を全体節点方程式へ設定する。

$$2\pi \Delta t F_k^{(c)} \leftarrow 2\pi \Delta t F_k^{(c)} + 2\pi \Delta t I_{ok}^{(c)} \quad (\text{C.1.16})$$

ここで、 $2\pi \Delta t$ は(2.5.9)式で導入した係数マトリクスを対称にするためのものである。

(5) 固定境界条件の設定

境界値問題である有限要素法では境界条件を与えることにより、領域全体の解を求める。その境界条件のうち、固定境界条件は特定の節点における磁気ベクトルポテンシャルが既知であるとするものである。実際の取扱として固定境界条件が指定されている節点 j の磁気ベクトルポテンシャル

の初期値 $A_{j\theta}^{(0)}$ に既知のポテンシャル値を代入することは既に示している。ここでは、以下のように

反復ごとに磁気ベクトルポテンシャルが修正されないようにする方法について述べる。

$$\delta A_{j\theta} = 0 \quad (\text{C.1.17})$$

上式のように修正値 $\delta A_{j\theta}$ をゼロとするために、上式を全体節点方程式の中に導入する。そのために、全体節点方程式の j 行目を以下のように $\partial G_i / \partial A_{j\theta}$ のみ1とし、それ以外の j 行目の成分はゼロとする。これにより、 j 行目の式と(3.1.12)式が等価となる。

以上より、全体節点方程式の係数マトリクスを対称に保ちつつ、固定境界条件を設定することができる。

(6) 連立一次方程式の求解

今回の全体節点方程式の係数マトリクスは正定値対称マトリクスであり、ゼロ成分が多くバンド幅も非常に広がっていることが特徴である。よって、これらの特徴をもつ連立一次方程式を効率的に解くことが可能な SSOR 法前処理付き共役勾配法を採用する。

(7) 材料定数とポテンシャルの修正

n 値モデルでは高温超伝導体の導電率 σ_θ は次式によって近似される。

$$\sigma_\theta = \frac{1}{E_c} \frac{J_c^n}{|J|^{n-1}} \quad (\text{C.1.20})$$

ここで、 E_c は臨界電場で $1.0 \times 10^{-4} \text{V/m}$ 、 J_c は臨界電流密度、 n は電圧電流特性をベキ乗近似したときに求まる指数である。

材料定数とポテンシャルの修正に関するフローチャートを図 C.1.3 に示す。

(8) 収束判定

ポテンシャルの反復計算が収束したことを判定する条件としてより厳しい条件式とするため減速係数 α は考慮しない以下のような式を採用する。

$$\sum_{i=0}^{m-1} \left| \frac{\delta A_{i\theta}^{(k)}}{A_{i\theta}^{(k+1)}} \right| < \varepsilon \quad (\text{C.1.21})$$

ここで、 ε は収束判定値である。また、磁気ベクトルポテンシャル $A_{i\theta}^{(k+1)}$ はゼロとなっている場合は積算しないこととする。

(9) 解の保存

解析終了後に解析結果を表示し、評価するために解析によって求められた解を保存する。

C. 2 全時間の解析手順

全解析時間の解析手順に関するフローチャートを Fig. C.2.1 に示す。解析は各時間ステップの解析を必要な解析時間だけ繰り返すことによって行われる。

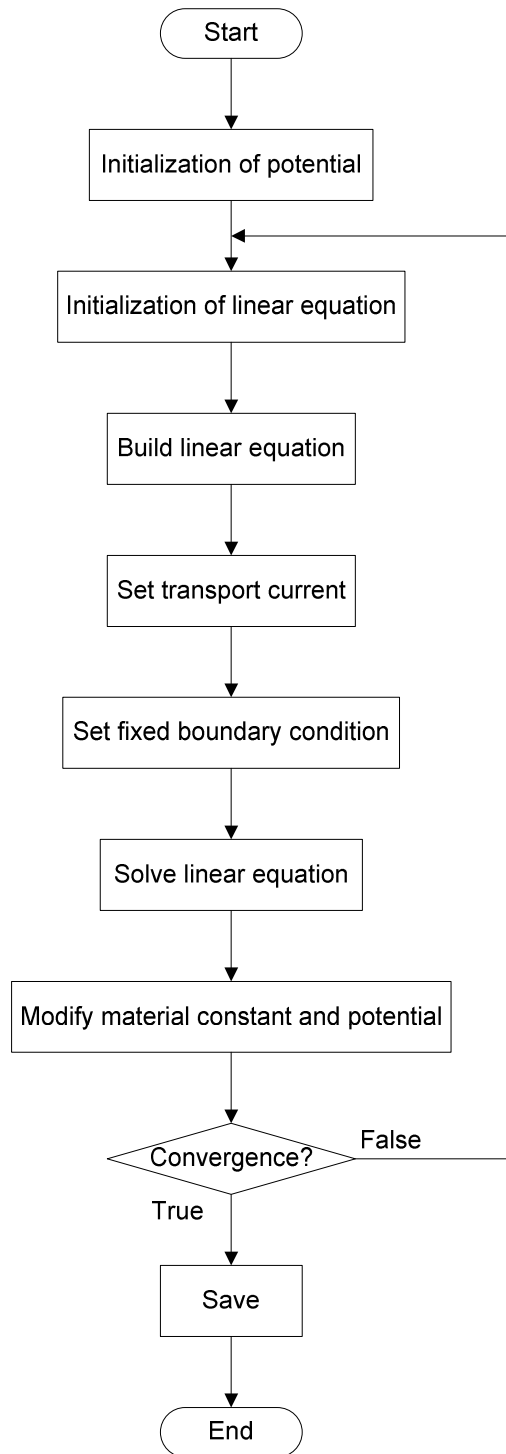


Fig. C.1.1 Flow diagram for FEM analysis each time step.

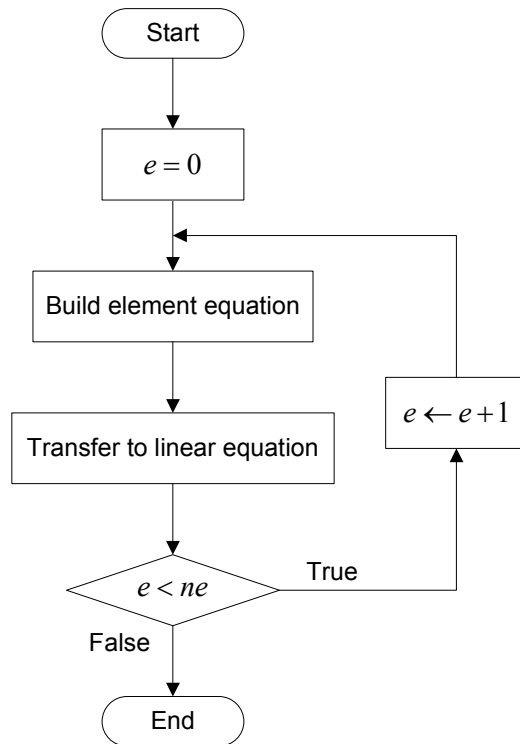


Fig. C.1.2 Flow diagram to build linear equation.

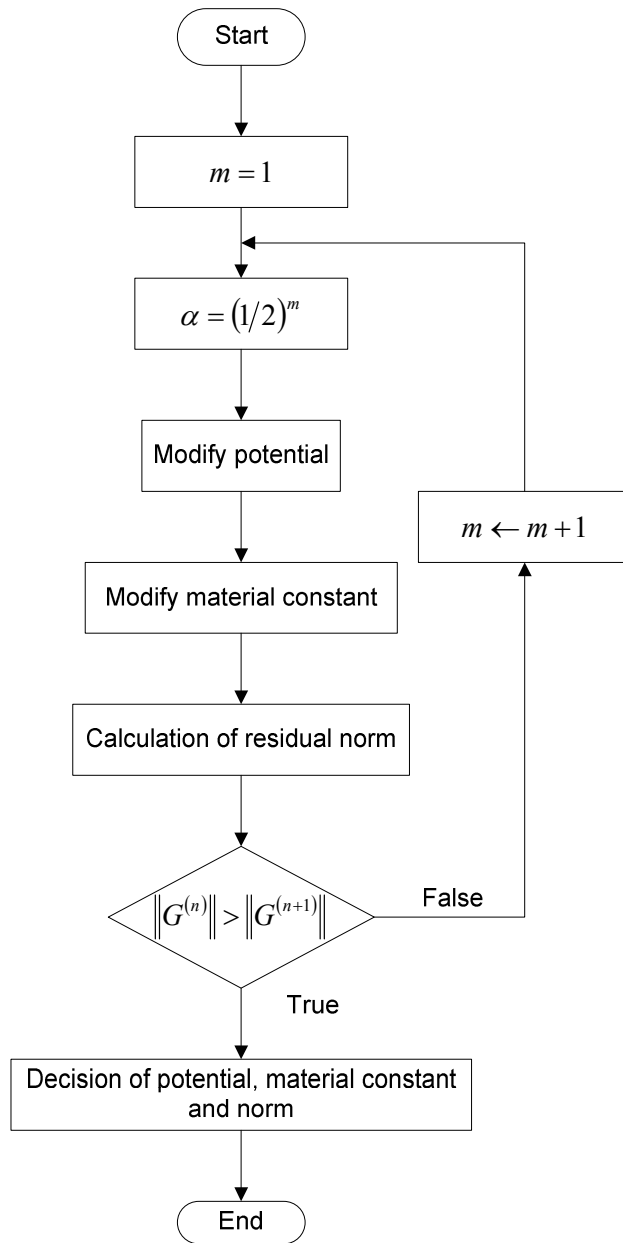


Fig. C.1.3 Flow diagram for decision of material constant and potential.

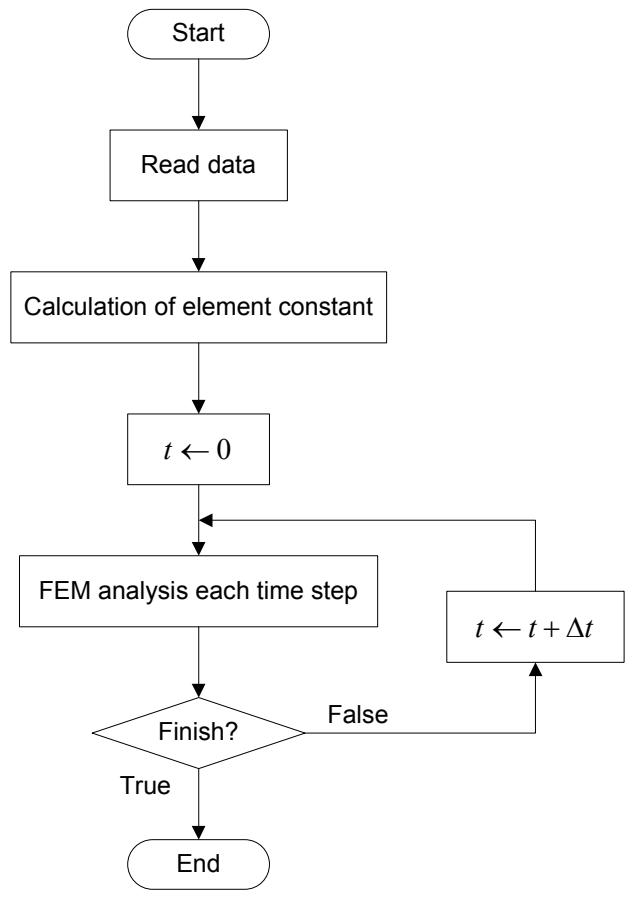


Fig. C.2.1 Flow diagram for FEM analysis.

付録D 連立一次方程式の解法

D.1 連立一次方程式のデータ構造

連立一次方程式の一般式は

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (\text{D.1.1})$$

と記述される。ここで、 \mathbf{A} は係数マトリクス、 \mathbf{b} は右辺ベクトル、 \mathbf{x} は解ベクトルである。

高温超伝導コイルの電磁場解析で用いている定式化では、係数マトリクス \mathbf{A} はゼロ要素が非常に多い疎行列となる。疎行列においてゼロ要素を記憶し計算することは非常に大きな記憶領域が必要であり、計算時間も非常に長くなる。また、全解析時間中において連立一次方程式を解く過程は最も長い時間を必要とする。よって、大規模な解析を現実的な時間で完了するためには連立一次方程式のデータ構造及びその取扱方法は連立一次方程式を解くためのアルゴリズムと同様に非常に重要である[D.1][D.2]。

そこで、係数マトリクス内のゼロ要素を記憶しないデータ構造である圧縮行格納法 (CRS 法) を採用する。以下にゼロ成分を多く含む係数マトリクスを示す。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{11} & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{D.1.2})$$

これを CRS 法で書き直すと

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{00} & & & \\ a_{11} & a_{13} & & \\ a_{22} & & & \\ a_{31} & a_{33} & & \end{bmatrix} \quad (\text{D.1.3})$$

となり、記憶容量が小さくて済むことがわかる。1つの行がもつ列成分はちょうど1つの節点と連結している節点と自分自身を合わせた数に一致する。よって、大規模な問題になるほど効率良く記憶することが可能となる。ただし、(D.1.3)式のように係数マトリクスを記憶するためには各成分の列を示す添字を同時に記憶する必要がある。そこで、各行の列成分を記憶するために連想配列を用いる。この連想配列は、列の添字と成分を同時に記憶するもので、各成分に順次参照する場合は添字によって識別する必要がないため、通常の配列と同様の速度で動作させることができる[D.3]。また、添字を用いて直接参照する場合はハッシュなど効率的な探索方法を用いて高速化してあるため通常の配列を用いるよりも時間が必要であるが比較的高速に参照できる。本解法で採用する SSOR 法前処理付き共役勾配法では直接参照する必要はなく、全て順次参照であるため非常に高速に解を求めることができる[D.4]・[D.7]。

D. 2 SSOR 前処理付き共役勾配法

有限要素法など連立一次方程式を解く問題に帰着される陰解法では、その連立一次方程式を解くことに最も長い時間が必要となる。また、本解析における定式化では正定値対称疎行列となる係数マトリクスを持っている。そのため、非ゼロ要素のみを記憶することで記憶領域を有効活用することができる。ところが、Gauss の消去法などの直接法では、計算途中でゼロ要素が非ゼロ要素へ変化してしまうため、節点の番号付けを工夫しても記憶領域も計算量も多くなる傾向がある。そこで、計算途中でゼロ要素が非ゼロ要素へ変化することがなく、正定値対称な係数マトリクスを持つ連立一次方程式に対して効果的な非定常反復解法として知られている共役勾配法を採用する [D.4]-[D.7]。

共役勾配法は反復によって求められる解ベクトル \mathbf{x} 、それに対応した残差ベクトル \mathbf{r} 、解ベクトル \mathbf{x} や残差ベクトル \mathbf{r} を更新するために用いる探索方向ベクトル \mathbf{p} を生成しながら反復計算を繰り返すことにより解を求める。また、共役勾配法は前処理行列 \mathbf{M} を適用することで反復回数を低減できることが知られており、本解析では SSOR 前処理行列を採用する。以下に共役勾配法のアルゴリズムを示す [D.4]。

(1) 解ベクトル \mathbf{x} 、残差ベクトル \mathbf{r} 、探索方向ベクトル \mathbf{p} および補助ベクトル \mathbf{z} 、 \mathbf{q} の記憶領域を確保する。

(2) 0 次解ベクトル $\mathbf{x}^{(0)}$ に初期値を代入する。

$$\mathbf{x}^{(0)} = \text{const} \quad (\text{D.2.1})$$

(3) 0 次解ベクトル $\mathbf{x}^{(0)}$ に対応する残差ベクトル $\mathbf{r}^{(0)}$ を求める。

$$\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^{(0)} \quad (\text{D.2.2})$$

以降は、反復計算となるので i 回目の計算ステップとして説明する。ここで、 $i=1, 2, \dots$ である。

(4) 以下の連立一次方程式を解き、補助ベクトル $\mathbf{z}^{(i-1)}$ を求める。

$$\mathbf{M}\mathbf{z}^{(i-1)} = \mathbf{r}^{(i-1)} \quad (\text{D.2.3})$$

(5) 残差ベクトル $\mathbf{r}^{(i-1)}$ と補助ベクトル $\mathbf{z}^{(i-1)}$ の内積を求める。

$$\rho_{i-1} = \mathbf{r}^{(i-1)T} \mathbf{z}^{(i-1)} \quad (\text{D.2.4})$$

(6) $i=1$ ならば、補助ベクトル $\mathbf{z}^{(0)}$ をそのまま探索方向ベクトル $\mathbf{p}^{(1)}$ へ代入する。 $i \neq 1$ ならば以下の式を用いて探索方向ベクトル $\mathbf{p}^{(i)}$ を修正する。

$$\beta_{i-1} = \frac{\rho_{i-1}}{\rho_{i-2}} \quad (\text{D.2.5})$$

$$\mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{z}^{(i-1)} + \beta_{i-1} \mathbf{p}^{(i-1)} \quad (\text{D.2.6})$$

(7) 以下のように探索方向ベクトル $\mathbf{p}^{(i)}$ と係数マトリクス \mathbf{A} を用いて補助ベクトル $\mathbf{q}^{(i)}$ を求める。

$$\mathbf{q}^{(i)} = \mathbf{A}\mathbf{p}^{(i)} \quad (\text{D.2.7})$$

(8) 乗数 α_1 を以下のように求める。

$$\alpha_i = \frac{\rho_{i-1}}{\mathbf{p}^{(i)T} \mathbf{q}^{(i)}} \quad (\text{D.2.8})$$

(9) 解ベクトル $\mathbf{x}^{(i)}$ と残差ベクトル $\mathbf{r}^{(i)}$ を以下のように修正する。

$$\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i-1)} + \alpha_i \mathbf{p}^{(i)} \quad (\text{D.2.9})$$

$$\mathbf{r}^{(i)} = \mathbf{r}^{(i-1)} - \alpha_i \mathbf{q}^{(i)} \quad (\text{D.2.10})$$

(10) 解ベクトルの収束判定は以下のような二乗ノルムで行う。

$$\frac{\|\mathbf{r}^{(i)}\|_2}{\|\mathbf{b}\|_2} < \varepsilon \quad (\text{D.2.11})$$

(D.2.11)式が収束するまで (4) ~ (10) の計算を繰り返す。

次に、(D.2.3)式の SSOR 前処理行列について説明する[D.4]。SSOR 前処理行列を適用することで、前処理無し、対角スケーリング、不完全 Cholesky 分解などよりも非線形問題に対して安定性が高く、反復回数も少なくなる[D.6]。対称な係数マトリクス \mathbf{A} は以下のように分解できる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{D} + \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \quad (\text{D.2.12})$$

ここで、 \mathbf{D} は係数マトリクスの対角要素、 \mathbf{L} は右上三角要素、 \mathbf{L}^T は左下三角要素である。このとき、SSOR 法前処理行列 \mathbf{M} は、

$$\mathbf{M}(\omega) = \frac{1}{2-\omega} \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} + \mathbf{L} \right) \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} \right)^{-1} \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} + \mathbf{L} \right)^T \quad (\text{D.2.13})$$

と定義される。これを変形して、

$$\mathbf{M}(\omega) = \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} + \mathbf{L} \right) \left(\mathbf{I} + \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} \right)^{-1} \mathbf{L}^T \right) \quad (\text{D.2.14})$$

とする。ここで、 \mathbf{I} は単位行列である。(D.2.3)式の前処理行列を係数マトリクスとした連立一次方程式を以下のように書き換える。

$$\mathbf{L}_M \mathbf{U}_M \mathbf{z}^{(i-1)} = \mathbf{r}^{(i-1)} \quad (\text{D.2.15})$$

ここで、 \mathbf{L}_M および \mathbf{U}_M はそれぞれ

$$\mathbf{L}_M = \frac{1}{\omega} \mathbf{D} + \mathbf{L} \quad (\text{D.2.16})$$

$$\mathbf{U}_M = \mathbf{I} + \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} \right)^{-1} \mathbf{L}^T \quad (\text{D.2.17})$$

である。(D.2.15)式は補助的なベクトル \mathbf{y} を導入することにより、以下の手順で解を求めることができる。

$$\mathbf{L}_M \mathbf{y} = \mathbf{r}^{(i-1)} \quad (\text{D.2.18})$$

$$\mathbf{U}_M \mathbf{z}^{(i-1)} = \mathbf{y} \quad (\text{D.2.19})$$

D. 3 ソルバーの正当性検証と検証用問題の生成

作成したソルバーが求めた解が正しいかどうか判断するための検証方法について説明する。求めた解ベクトル \mathbf{x} が真値であるならば、

$$\mathbf{r} = \mathbf{Ax} - \mathbf{b} \quad (\text{D.3.1})$$

で求められる残差ベクトル \mathbf{r} の大きさはゼロとなる。実際には計算機の量子化誤差によりゼロとはならないので、倍精度のマシンイプシロン ($2^{-53} \approx 10^{-16}$) を考慮した以下のような検証方法を採用

する。
$$\frac{\|\mathbf{r}\|}{\|\mathbf{b}\|} < \varepsilon \quad (\text{D.3.2})$$

ここで、 $\|\mathbf{r}\|$ は残差ベクトル \mathbf{r} のノルム、 $\|\mathbf{b}\|$ は右辺ベクトル \mathbf{b} のノルム、 ε は精度を決定する定数である。定数 ε は 1.0 よりも小さく、マシンイプシロンよりも大きな定数である必要があり、本ソルバーでは 1.0×10^{-14} とする。また、それぞれのノルムは二乗ノルムを採用する。

$$\|\mathbf{r}\|_2 \equiv \sqrt{\sum |r_i|^2} \quad (\text{D.3.3})$$

$$\|\mathbf{b}\|_2 \equiv \sqrt{\sum |b_i|^2} \quad (\text{D.3.4})$$

次に、ソルバーの正当性を検証するために乱数による係数マトリクスに正定値対称疎行列をもつ連立一次方程式の生成方法を以下に示す。

(1) 指定した次元 n により係数マトリクス \mathbf{A} 、右辺ベクトル \mathbf{b} 、解ベクトル \mathbf{x} 及び真値ベクトル \mathbf{y} の記憶領域を確保する。

(2) 真値ベクトル \mathbf{y} 用に乱数を生成する。

(3) 係数マトリクス \mathbf{A} 用に乱数を生成する。係数マトリクスのバンド幅 w を指定し、 nw 個の上三角成分及び n 個の対角成分を生成する。係数マトリクスは対称である必要があるので上三角成分と下三角成分では

$$a_{ij} = a_{ji} \quad (\text{D.3.5})$$

とする。

(4) 右辺ベクトルの要素 b_i は、生成した係数マトリクス \mathbf{A} 及び真値ベクトル \mathbf{y} により

$$b_i = \sum_{j=0}^{n-1} a_{ij} y_j \quad (\text{D.3.6})$$

とする。

付録E 数値解析コードの検証

作成した解析プログラムが求めた解の正当性を検証するために、線形問題において市販の有限要素法解析ソフトウェアであるANSYSとの比較を行った。条件としてコイル自体に電流を通電した場合の自己磁場の場合と、境界条件を指定することで外部磁場を加えた場合についてANSYS及び作成した解析プログラムそれぞれで解析を行った。解析するコイルはTable E.1のパラメータのものを想定し、全領域の上半分のみを解析し、解析領域はFig. E.1のように1.0m×1.0mとする。使用するデータはANSYSを用いてメッシュ分割された同じデータを使用する。また、時刻歴による解を比較するためにFig. E.1のP₁, P₂, P₃の解析結果を比較する。

(1) 自己磁場

Fig. E.1の解析モデルの中心軸上の磁気ベクトルポテンシャルを常にゼロとする固定境界条件を適用し、Fig. E.2のような電流をコイルへ流した場合の磁場分布及び電流分布を0.1秒間隔で1秒間計算した。Fig. E.1の各点における磁束密度の変化をFig. E.3に示す。また、通電開始から1秒後の磁場分布と電流分布をそれぞれFig. E.4及びFig. E.5に示す。

計算された結果を比較するとANSYS及び今回作成したプログラムの計算結果はほぼ一致しており、それぞれの分布についても一致している。以上より、作成したプログラムの自己磁場における計算結果が妥当であることが確認することができた。

(2) 外部磁場

Fig. E.1の解析モデルの中心軸上の磁気ベクトルポテンシャルを常にゼロ、 r 座標が1.0となる節点の磁気ベクトルポテンシャルに1.0とする固定境界条件を適用し、Fig. E.6のような均一磁場をコイルへ加えた場合の磁場分布及び電流分布を0.1秒間隔で1秒間計算した。このとき、コイルへの通電は行っていないとする。Fig. E.1の各点における磁束密度の変化をFig. E.7に示す。また、磁場印加開始から1秒後の磁場分布と電流分布をそれぞれFig. E.8及びFig. E.9に示す。

計算された結果を比較するとANSYS及び今回作成したプログラムの計算結果はほぼ一致しており、それぞれの分布についても一致している。以上より、作成したプログラムの外部磁場においても計算結果が妥当であることが確認することができた。

Table E.1 Parameters of coil.

Inner radius	0.4 m
Outer radius	0.8 m
Height	0.44 m
Number of turns	8
Distance between conductors	40 mm
Dimension of conductor	80 mm × 80 mm
conductivity	1.0×10^{-10} S/m

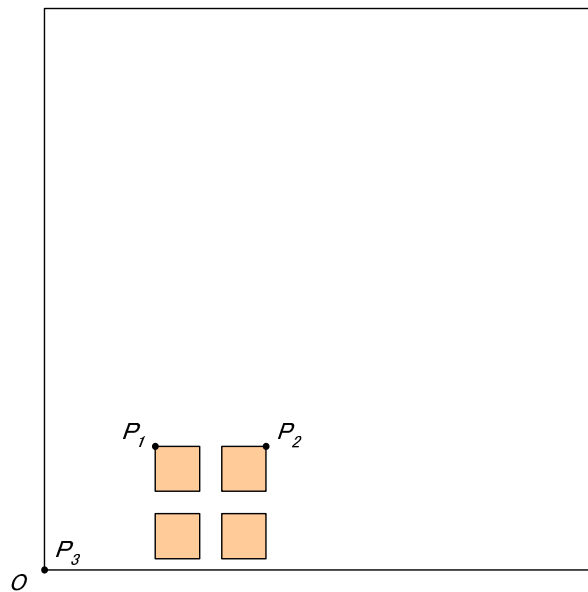


Fig. E.1 Calculation model.

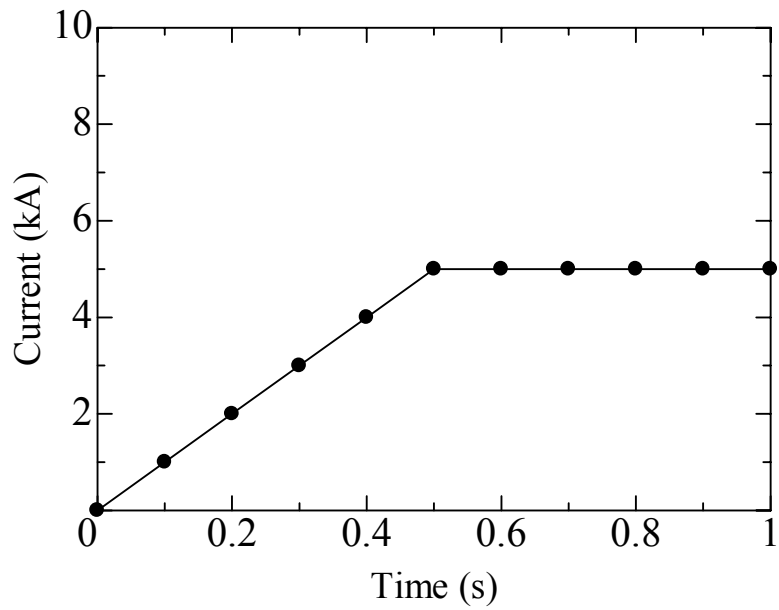


Fig. E.2 Coil current.

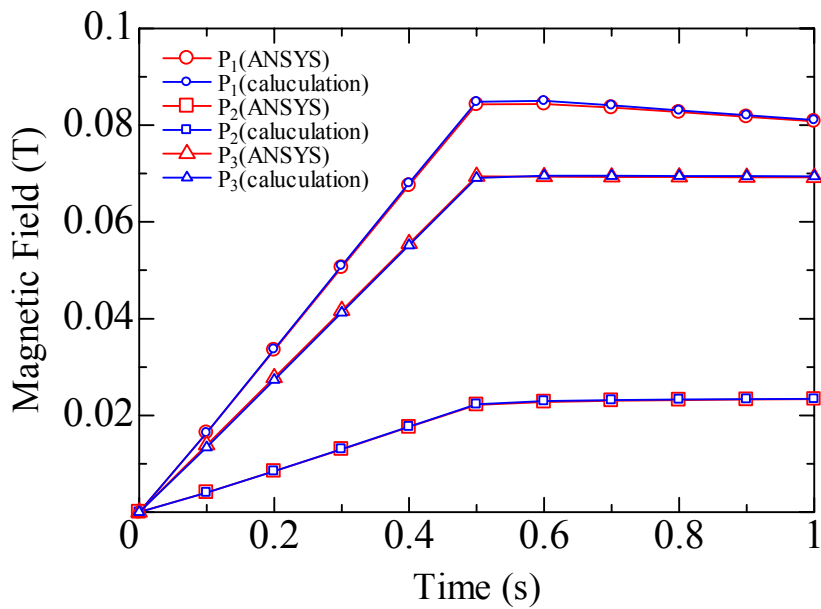
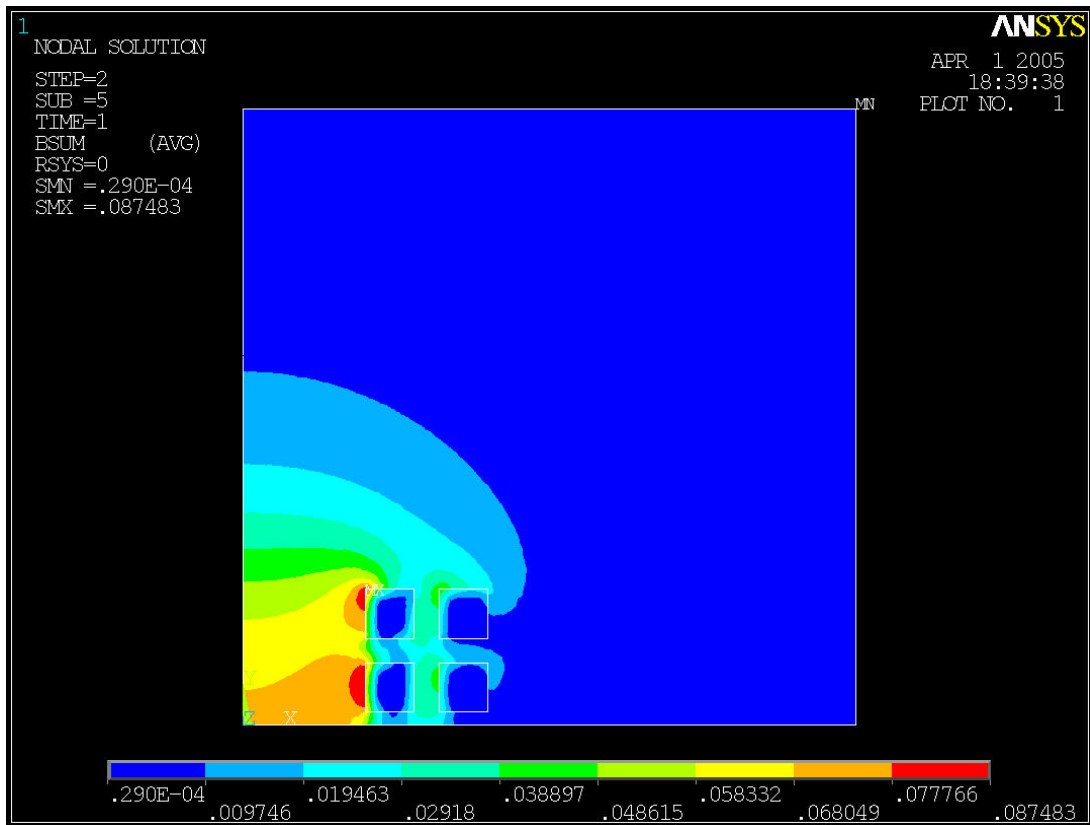
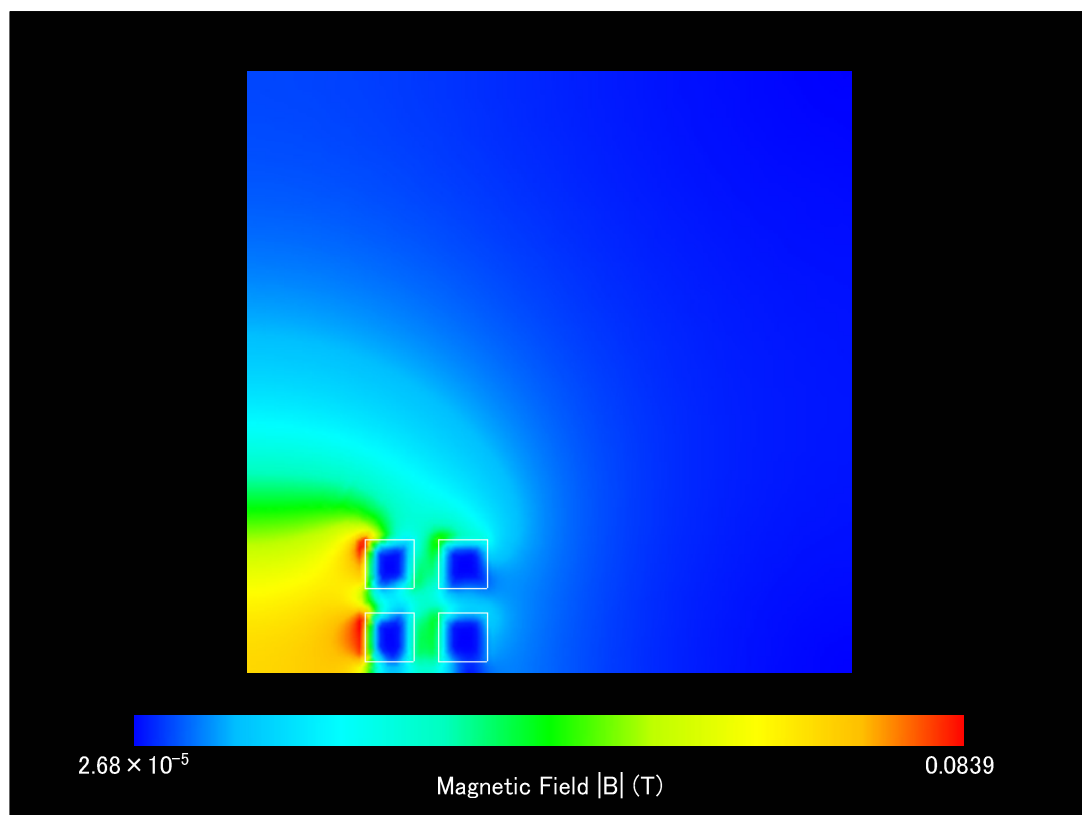


Fig E.3 Comparison of calculation results between ANSYS and developed FEM code (Self-field).

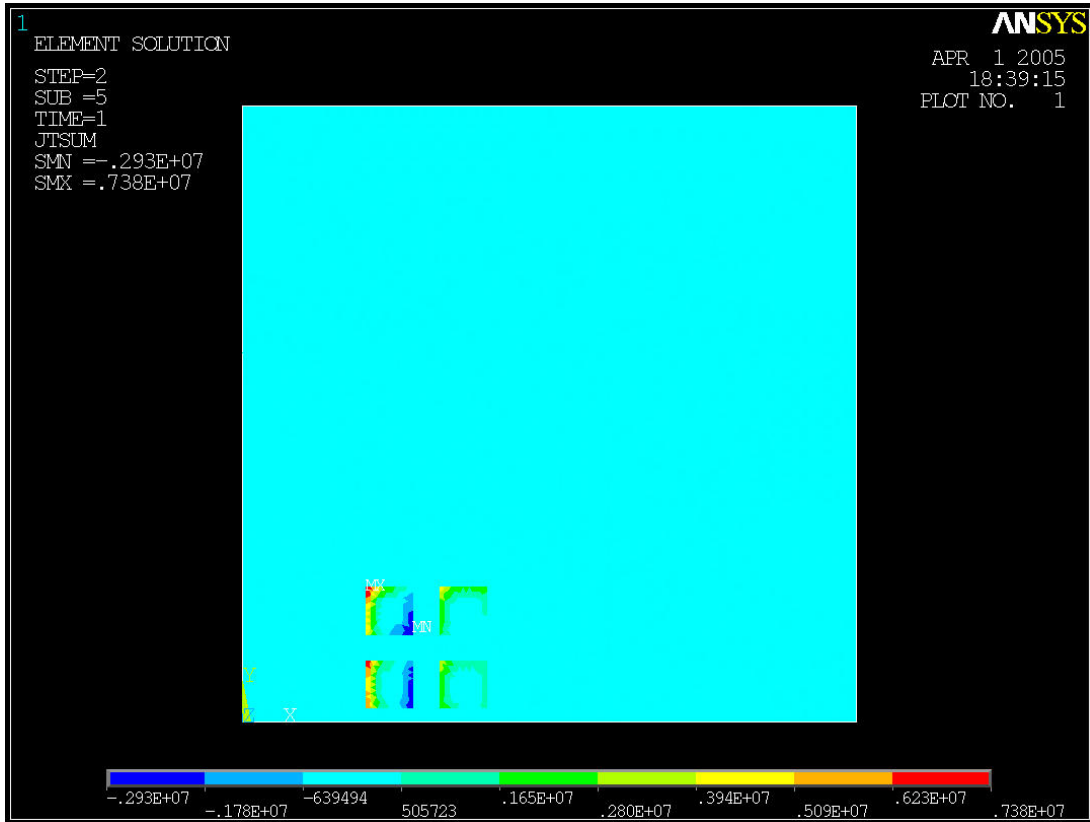


(a) ANSYS

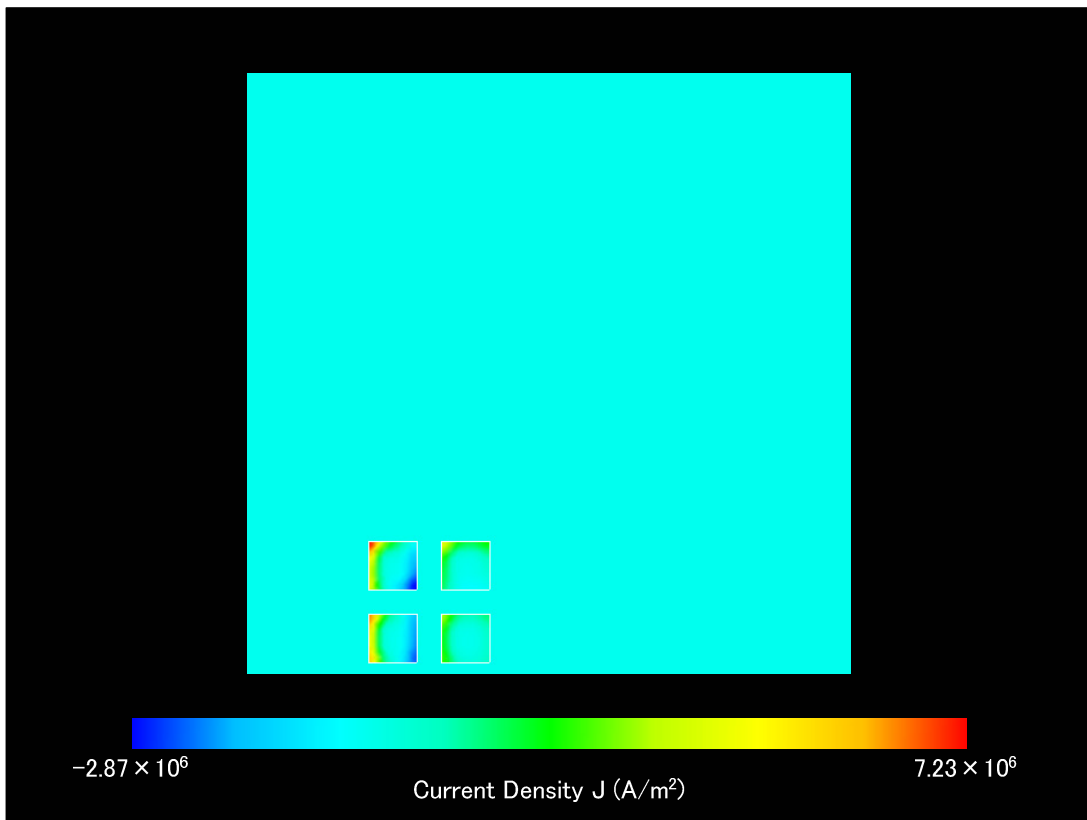


(b) Developed FEM code

Fig. E.4 Comparison of magnetic field distributions after 1 s.



(a) ANSYS



(b) Developed FEM code

Fig. E.5 Comparison of current distributions after 1 s.

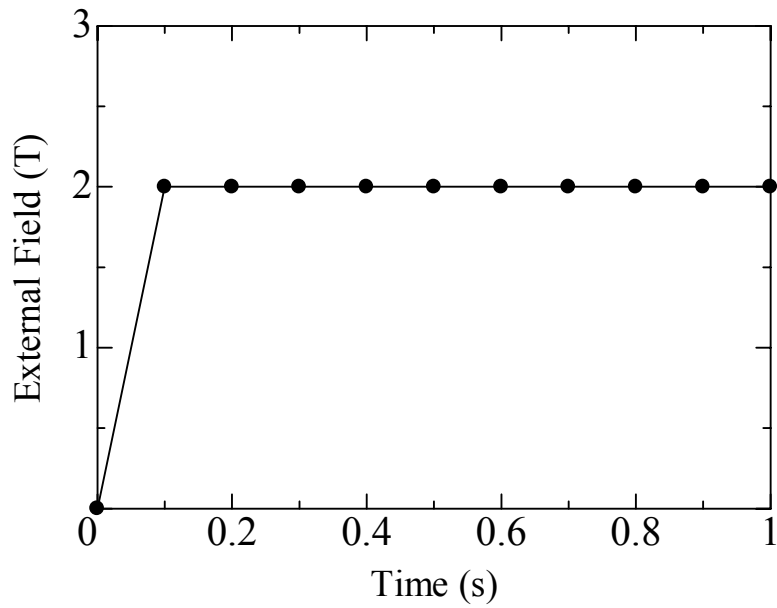


Fig. E.6 External field.

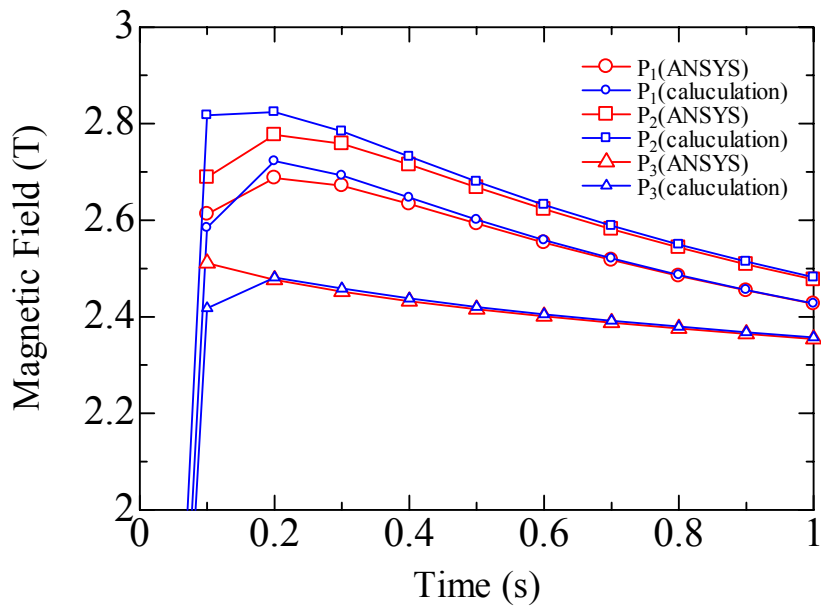
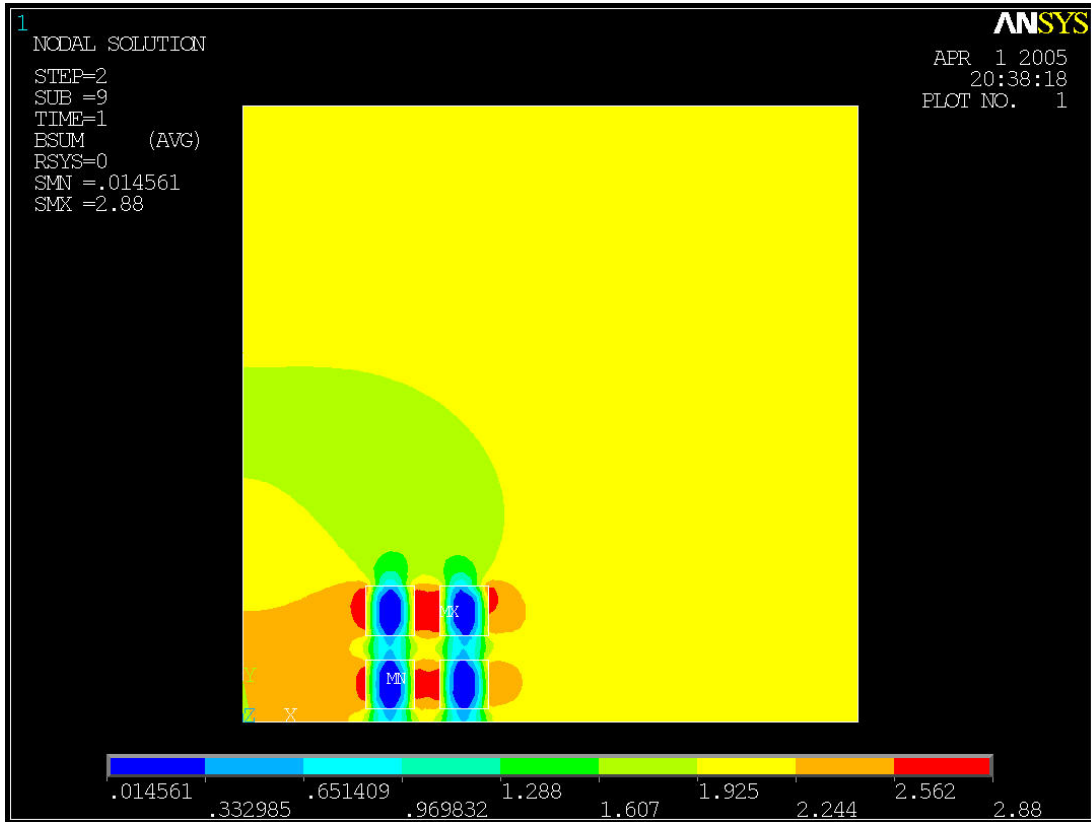
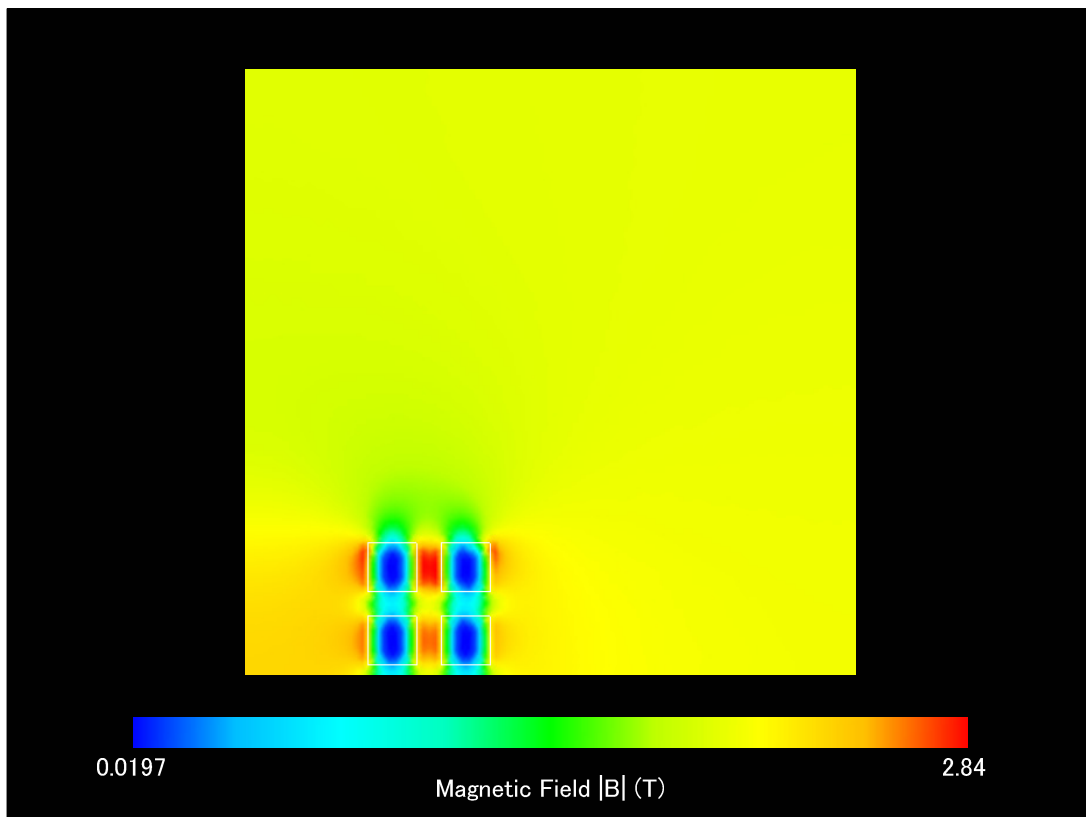


Fig. E.7 Comparison of calculation results between ANSYS and developed FEM code (External field).



(a) ANSYS

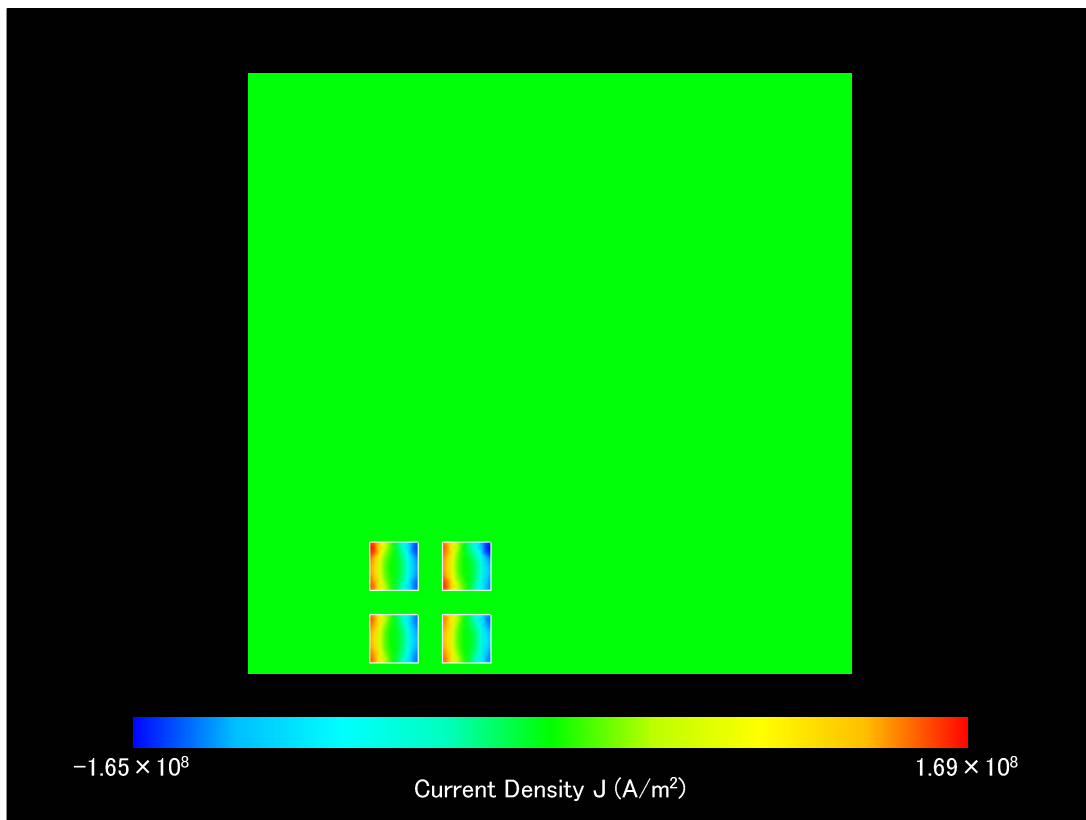


(b) Developed FEM code

Fig. E.8 Comparison of magnetic field distributions after 1 s.



(a) ANSYS



(b) Developed FEM code

Fig. E.9 Comparison of current distributions after 1 s

付録F 熱侵入の計算手法と各種物性値

本付録では、熱侵入の計算手法と各種物性値について述べる。F.1 節では、主に高温超伝導電流リード銅部について温度分布を求めるための有限要素法による解法および熱侵入の求め方について述べる。F.2 節では、熱侵入を求めるために必要な電流リードや支持構造材に用いる各種材料の物性値を示す。F.3 節では、輻射熱による熱侵入を計算する方法について述べる。

F.1 有限要素法による温度分布と熱侵入の計算手法

高温超伝導電流リード銅部の熱侵入は、室温からの伝熱と電流通電に伴うジュール発熱である。熱侵入を正確に求めるためには、銅部の温度分布を求める必要がある。そこで、以下のような一次元の熱平衡方程式を用いられる[F.1]。

$$\frac{\partial}{\partial x} \lambda s \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\rho I^2}{s} = 0 \quad (\text{F.1.1})$$

ここで、 λ は熱伝導率、 ρ は抵抗率、 I は通電電流、 s は断面積、 T は温度、 x は電流リードに沿った位置である。銅部の長さを l とし、規格化した位置 $u = x/l$ を変数として(F.1.1)式を書き換えると、

$$\frac{\partial}{\partial u} \lambda \frac{\partial T}{\partial u} + \frac{\rho I^2 l^2}{s^2} = 0 \quad (\text{F.1.2})$$

となる。さらに、銅部の長さ l と断面積 s の比である幾何学的パラメータ $A = l/s$ を導入して、(F.1.2)を書き換えると、

$$\frac{\partial}{\partial u} \lambda \frac{\partial T}{\partial u} + \rho I^2 A^2 = 0 \quad (\text{F.1.3})$$

となる。上式より、銅部の熱侵入は長さ l と断面積 s の比により最適化されることがわかる。また、熱伝導率 λ および抵抗率 ρ は温度に依存する物性値であるため、非線形解析を行う必要がある。

(F.1.3)式を解くために、銅部を Fig. F.1.1 のように低温側の節点をゼロとして n 個の線要素に要素分割する。

要素 i 内での温度 $T^{(i)}$ は一次式を仮定する以下のように近似できる[F.2]。

$$T^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} u = \begin{Bmatrix} 1 & u \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0^{(i)} \\ \alpha_1^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.4})$$

ここで、 $\alpha_0^{(i)}$ および $\alpha_1^{(i)}$ は要素ごとに決定される定数である。節点 i および $i+1$ の温度 T_i 、 T_{i+1} と規格化位置 u_i 、 u_{i+1} を用いれば、要素 i における温度は以下のような連立一次方程式となる。

$$\begin{Bmatrix} T_i \\ T_{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & u_i \\ 1 & u_{i+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0^{(i)} \\ \alpha_1^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.5})$$

上式を解くことにより、要素定数 $\alpha_0^{(i)}$ 、 $\alpha_1^{(i)}$ を以下のように求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} \alpha_0^{(i)} \\ \alpha_1^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & u_i \\ 1 & u_{i+1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.6})$$

従って、要素*i*内の任意の位置の温度 $T^{(e)}$ は、(F.1.4)式および(F.1.6)式より、節点の温度と規格化位置により記述できる。

$$T^{(i)} = \{1 \quad u\} \begin{bmatrix} 1 & u_i \\ 1 & u_{i+1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_{i+1} \end{Bmatrix} = \{1 \quad u\} \frac{1}{u_{i+1} - u_i} \begin{bmatrix} u_{i+1} & -u_i \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.7})$$

温度分布を求める具体的な方法として有限要素法を用いる。定式化については重み付け残差法の一つである Galerkin 法を用いる。以上のような変分原理を適用できる問題では、Galerkin 法と変分法は等しい有限要素式を導くことができることが知られている[F.3]。節点*i*の補間関数を重み関数として、残差を重みつき積分したものを G_i^* とすれば、

$$G_i^* = -G_i = \int_C R \cdot N_i du = 0 \quad (\text{F.1.8})$$

となる。ここで、 R は(F.1.3)式の左辺である。そして、 G_i は有限要素式と呼ばれる。次に、熱伝導率 λ と抵抗率 ρ の温度に関する非線形解析手法について説明する。有限要素式 G_i は節点の温度 T_0, \dots, T_n の関数であり、これを多変数関数についての Taylor 展開を行うと、以下のようなになる。

$$G_i(T_0 + \delta T_0, \dots, T_n + \delta T_n) = G_i(T_0, \dots, T_n) + \sum_{j=0}^n \left\{ \frac{\partial}{\partial T_j} G_i(T_0, \dots, T_n) \cdot \delta T_j \right\} + \dots \quad (\text{F.1.9})$$

(F.1.9)式において、1次の微分項（ただし、材料定数の微分項は無視）までを考慮すると、

$$G_i(T + \delta T) = G_i(T) + \sum_{j=0}^n \left\{ \frac{\partial G_i(T)}{\partial T_j} \cdot \delta T_j \right\} \quad (\text{F.1.10})$$

となる。ここで、 $G_i(T_0, \dots, T_n)$ を簡単のために $G_i(T)$ と表した。 $T + \delta T$ を真値とすれば、

$$G_i(T + \delta T) = 0 \quad (\text{F.1.11})$$

となるので、(F.1.10)式は、

$$\sum_{j=0}^n \left\{ \frac{\partial G_i(T)}{\partial T_j} \cdot \delta T_j \right\} = -G_i(T) \quad (\text{F.1.12})$$

となる。これを全節点について行列表示すると、以下のように表せる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_0}{\partial T_0} & \dots & \frac{\partial G_0}{\partial T_j} & \dots & \frac{\partial G_0}{\partial T_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_i}{\partial T_0} & & \frac{\partial G_i}{\partial T_j} & & \frac{\partial G_i}{\partial T_n} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial T_0} & \dots & \frac{\partial G_n}{\partial T_j} & \dots & \frac{\partial G_n}{\partial T_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta T_0 \\ \vdots \\ \delta T_j \\ \vdots \\ \delta T_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -G_0 \\ \vdots \\ -G_i \\ \vdots \\ -G_n \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.13})$$

よって、 $k+1$ 回目の反復で得られる節点*i*の温度の近似解 $T_i^{(k+1)}$ は、次式で与えられる。

$$T_i^{(k+1)} = T_i^{(k)} + \alpha \delta T_i^{(k)} \quad (\text{F.1.14})$$

ここで、 $\delta T_i^{(k)}$ は (F.1.13) 式を解くことにより求まる修正値、 α は減速係数である。次に、Galerkin 法による節点 i に関する有限要素式の定式化について述べる。節点 i に関する有限要素式は、

$$G_i^* = \int_{u_i}^{u_{i+1}} N_i \left\{ \frac{\partial}{\partial u} \lambda \frac{\partial T}{\partial u} + \rho I^2 A^2 \right\} du = 0 \quad (\text{F.1.15})$$

となる。部分微分の公式より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u} \left(N_i \lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) &= \frac{\partial N_i}{\partial u} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial u} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) \\ N_i \frac{\partial}{\partial u} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) &= \frac{\partial}{\partial u} \left(N_i \lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) - \frac{\partial N_i}{\partial u} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) \end{aligned} \quad (\text{F.1.16})$$

となるので、(F.1.16)式を(F.1.15)式に代入すると、

$$G_i^* = - \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial N_i}{\partial u} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) du + \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial}{\partial u} \left(N_i \lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) du + \int_{u_i}^{u_{i+1}} N_i \rho I^2 A^2 du \quad (\text{F.1.17})$$

となる。ここで、右辺第 1 項は固定境界条件を用いるため無視し、 G_i^* の符号を反転した G_i としてこれ以降は考える。

$$G_i = \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial N_i}{\partial u} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial u} \right) du - \int_{u_i}^{u_{i+1}} N_i \rho I^2 A^2 du \quad (\text{F.1.18})$$

一次線要素の補間関数 N_i は

$$T^{(i)} = N_i^{(i)} T_i + N_{i+1}^{(i)} T_{i+1} = \begin{Bmatrix} N_i^{(i)} & N_{i+1}^{(i)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.19})$$

で定義され、(F.1.7)式より、

$$\begin{Bmatrix} N_i^{(i)} \\ N_{i+1}^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & u \end{Bmatrix} \frac{1}{u_{i+1} - u_i} \begin{bmatrix} u_{i+1} & -u_i \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{i+1} - u_i} \begin{Bmatrix} u_{i+1} - u \\ -u_i + u \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.20})$$

となる。(F.1.18)式へ(F.1.19)式を代入し、節点 i の要素 i に関する有限要素式は、

$$G_i^{(i)} = \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial N_i^{(i)}}{\partial u} \lambda \left(\frac{\partial N_i^{(i)}}{\partial u} T_i + \frac{\partial N_{i+1}^{(i)}}{\partial u} T_{i+1} \right) du - \int_{u_i}^{u_{i+1}} N_i^{(i)} \rho I^2 A^2 du \quad (\text{F.1.21})$$

となる。よって、上式を整理すると、

$$G_i^{(i)} = \lambda \left\{ \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial N_i^{(i)}}{\partial u} \frac{\partial N_i^{(i)}}{\partial u} T_i du + \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial N_i^{(i)}}{\partial u} \frac{\partial N_{i+1}^{(i)}}{\partial u} T_{i+1} du \right\} - \rho I^2 A^2 \int_{u_i}^{u_{i+1}} N_i^{(i)} du \quad (\text{F.1.22})$$

となる。補間関数の微分項は、

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i^{(i)}}{\partial u} \\ \frac{\partial N_{i+1}^{(i)}}{\partial u} \end{Bmatrix} = \frac{1}{u_{i+1} - u_i} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.23})$$

となる。これを(F.1.22)式へ代入すると、

$$G_i^{(i)} = \lambda \left\{ \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{T_i}{(u_{i+1} - u_i)^2} du + \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{-T_{i+1}}{(u_{i+1} - u_i)^2} du \right\} - \rho l^2 A^2 \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{u_{i+1} - u}{u_{i+1} - u_i} du$$

$$G_i^{(i)} = \lambda \left(\frac{T_i - T_{i+1}}{u_{i+1} - u_i} \right) - \rho l^2 A^2 (u_{i+1} - u_i) \quad (\text{F.1.24})$$

となる。同様に、

$$G_{i+1}^{(i)} = \lambda \left\{ \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial N_{i+1}^{(i)}}{\partial u} \frac{\partial N_i^{(i)}}{\partial u} T_i du + \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{\partial N_{i+1}^{(i)}}{\partial u} \frac{\partial N_{i+1}^{(i)}}{\partial u} T_{i+1} du \right\} - \rho l^2 A^2 \int_{u_i}^{u_{i+1}} N_{i+1}^{(i)} du$$

$$G_{i+1}^{(i)} = \lambda \left\{ \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{-T_i}{(u_{i+1} - u_i)^2} du + \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{T_{i+1}}{(u_{i+1} - u_i)^2} du \right\} - \rho l^2 A^2 \int_{u_i}^{u_{i+1}} \frac{-u_i + u}{u_{i+1} - u_i} du$$

$$G_{i+1}^{(i)} = \lambda \left(\frac{-T_i + T_{i+1}}{u_{i+1} - u_i} \right) - \rho l^2 A^2 (u_{i+1} - u_i) \quad (\text{F.1.25})$$

となる。よって、要素 i に関する有限要素式は、

$$\begin{Bmatrix} G_i^{(i)} \\ G_{i+1}^{(i)} \end{Bmatrix} = \lambda \left(\frac{T_i - T_{i+1}}{u_{i+1} - u_i} \right) \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} - \rho l^2 A^2 (u_{i+1} - u_i) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.26})$$

となる。(F.1.26)式より、材料定数に関する微分項を無視した $\partial G_i^{(i)} / \partial T_i^{(i)}$ を求めると、

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_i^{(i)}}{\partial T_i} & \frac{\partial G_i^{(i)}}{\partial T_{i+1}} \\ \frac{\partial G_{i+1}^{(i)}}{\partial T_i} & \frac{\partial G_{i+1}^{(i)}}{\partial T_{i+1}} \end{bmatrix} = \frac{\lambda}{(u_{i+1} - u_i)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{F.1.27})$$

となる。(F.1.26)式および(F.1.25)式より(F.1.13)式の一部である以下のような要素節点方程式を求められる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_i^{(i)}}{\partial T_i} & \frac{\partial G_i^{(i)}}{\partial T_{i+1}} \\ \frac{\partial G_{i+1}^{(i)}}{\partial T_i} & \frac{\partial G_{i+1}^{(i)}}{\partial T_{i+1}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta T_i \\ \delta T_{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_i^{(i)} \\ G_{i+1}^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.28})$$

以上のような要素節点方程式から、全要素について積算することで(F.1.13)式の連立一次方程式を構成することができる。連立一次方程式の高温端と低温端の温度を固定境界条件として指定することで、連立一次方程式を解き、(F.1.14)式により各節点の温度を反復修正することで高温超伝導電流リードの銅部の温度分布を求めることができる。また、熱伝導率や抵抗率を決定する際に使用する温度は、以下のような要素内の温度の平均値を用いる。

$$T^{(i)} = \frac{T_i + T_{i+1}}{2} \quad (\text{F.1.29})$$

このように求められる銅部の温度分布から熱侵入を求める。熱侵入は低温端への流入する熱量である。低温端に最も近い要素 0 の熱伝導率と 2 つの節点の温度 T_0 、 T_1 から熱侵入 Q を求めると、

$$Q = \lambda s (T_1 - T_0) \quad (\text{F.1.29})$$

となる。

GFRP などの支持構造材や発熱を考慮する必要のない高温超伝導電流リード HTS 部の熱侵入を求める場合は、(F.1.26)式および(F.1.27)をジュール発熱に関する項を無視するだけで良く、断面積が変化する場合も以下のようにそれぞれの項に断面積 s を掛けるだけで良い。

$$\begin{Bmatrix} G_i^{(i)} \\ G_{i+1}^{(i)} \end{Bmatrix} = \lambda s \frac{(T_i - T_{i+1})}{(u_{i+1} - u_i)} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (\text{F.1.30})$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_i^{(i)}}{\partial T_i} & \frac{\partial G_i^{(i)}}{\partial T_{i+1}} \\ \frac{\partial G_{i+1}^{(i)}}{\partial T_i} & \frac{\partial G_{i+1}^{(i)}}{\partial T_{i+1}} \end{bmatrix} = \frac{\lambda s}{(u_{i+1} - u_i)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{F.1.31})$$

Fig. F.1.2 に高温超伝導電流リードの銅部の温度分布と熱侵入を求めるためのフローチャートを示す。

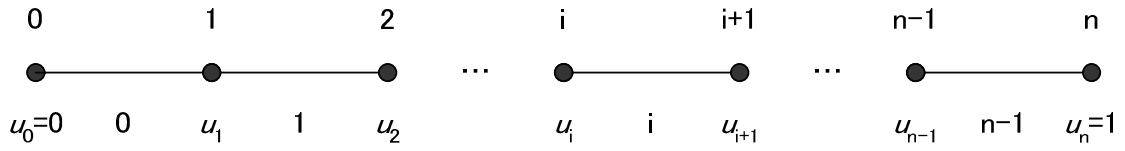


Fig. F.1.1 Finite element.

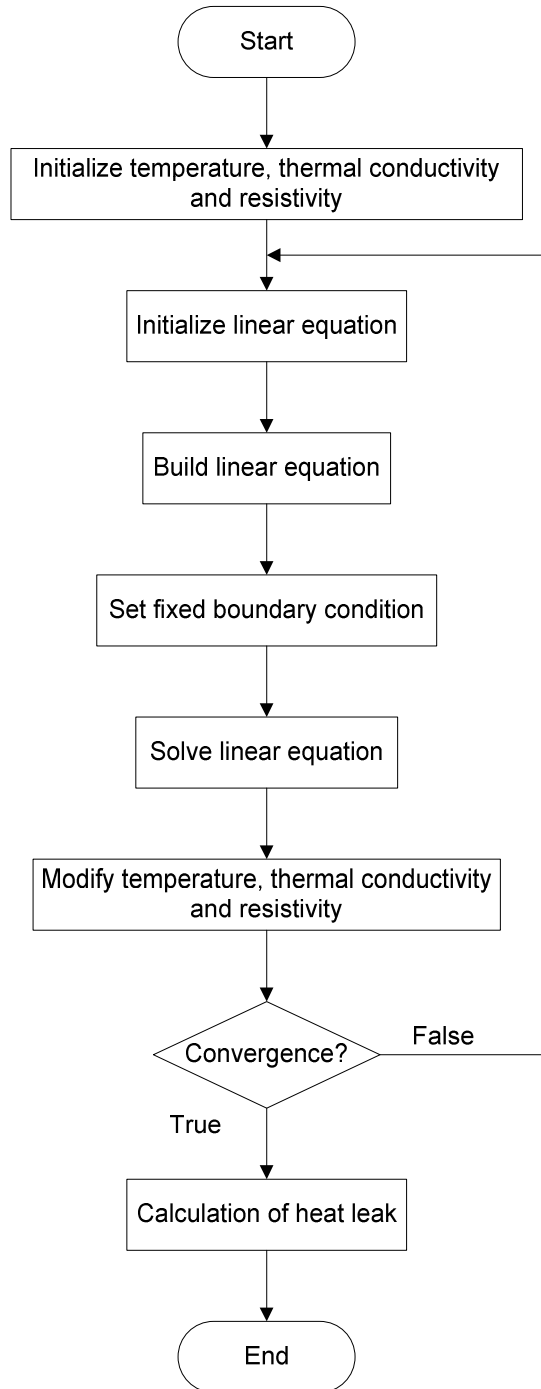


Fig. F.1.2 Flow diagram for FEM calculation of temperature distribution.

F. 2 高温超伝導電流リードや支持構造材に用いる各種材料の物性値

(1) 銅[F.4]-[F.7]

銅の物性値は不純物等によって決まる残留抵抗比（RRR）に依存する。残留抵抗比とは 273K における抵抗率 ρ_{273} と液体ヘリウム温度（4.2K）における抵抗率 $\rho_{4.2}$ の比である。

$$RRR = \frac{\rho_{273}}{\rho_{4.2}} \quad (\text{F.2.1})$$

また、一般的に入手可能な銅の種類としては、Table F.2.1 のようなものがある。

残留抵抗比を用いた銅の抵抗率 ρ は以下のように表せる。

$$\rho_0 = \frac{\rho_{273}}{RRR - 1}$$

$$\rho_i = \frac{0.1171 \times 10^{-16} T^{4.49}}{1.0 + 4.497811 \times 10^{-7} T^{3.35} e^{-\alpha}}$$

$$\left(\frac{50.0}{T}\right)^{6.428} < 30.0 \text{ のとき } \alpha = \left(\frac{50.0}{T}\right)^{6.428} \quad \left(\frac{50.0}{T}\right)^{6.428} \geq 30.0 \text{ のとき } \alpha = 30.0$$

$$\rho = k \left(\rho_0 + \rho_i + 0.4531 \frac{\rho_i \rho_0}{\rho_i + \rho_0} \right) \quad (\text{F.2.2})$$

ここで、 k は磁気抵抗係数である。磁気抵抗係数 k は、

$$\rho_{ice} = 1.54 \times 10^{-8} + \frac{2.37 \times 10^{-8}}{RRR}$$

$$B_{rr} = B \frac{\rho_{ice}}{\rho_0 + \rho_i + 0.4531 \frac{\rho_i \rho_0}{\rho_i + \rho_0}}$$

$$B_{rr} > 1$$

$$k = 1.0 + \frac{0.382806 \times 10^{-3} B_{rr}^{1.32407}}{1.0 + 0.167634 \times 10^{-2} B_{rr}^{0.789953}}$$

$$B_{rr} \leq 1$$

$$k = 1.0 \quad (\text{F.2.3})$$

と表せる。

銅の熱伝導率 λ は以下のように表される。

$$\beta = \frac{\rho_0}{2.443 \times 10^{-8}}$$

$$C_1 = \left(\frac{\ln(T/470)}{0.7} \right)^2 \quad C_2 = \left(\frac{\ln(T/87)}{0.45} \right)^2 \quad C_3 = \left(\frac{\ln(T/21)}{0.5} \right)^2 \quad C_4 = \left(\frac{\ln(T/70)}{1.765} \right)^2$$

$$\lambda_C = -1.2 \times 10^{-4} \ln(T/420) e^{-C_1} - 1.6 \times 10^{-4} \ln(T/73) e^{-C_2} - 2 \times 10^{-5} \ln(T/18) e^{-C_3}$$

$$\lambda_0 = \frac{\beta}{T}$$

$$\lambda_i = \frac{1.754 \times 10^{-8} T^{2.763}}{1.0 + 1.932908 \times 10^{-5} T^{2.598} e^{-C_4}}$$

$$\lambda = \frac{1}{k \left(\lambda_0 + \lambda_i + \frac{0.838}{(\beta/3 \times 10^4)^{0.1661}} \frac{\lambda_0 \lambda_i}{\lambda_0 + \lambda_i} \right)} \quad (\text{F.2.4})$$

ここで、 k は磁気抵抗係数である。(F.2.2)式および(F.2.3)式の適用範囲は $0.1K \leq T \leq 1000K$, $0 \leq B \leq 30$, $1.5 \leq RRR \leq 3000$ である。

銅の比熱は、残留抵抗比 RRR には依存せず、以下のように表される。

$$1K \leq T \leq 10.4529369K$$

$$c_p = 0.01188007T - 0.00050323T^2 + 0.00075762T^3$$

$$10.4529369K < T \leq 48.26583891K$$

$$c_p = -5.03283229 + 1.27426834T - 0.11610718T^2 + 0.00522402T^3 - 5.2996 \times 10^{-5} T^4$$

$$48.26583891K < T \leq 1000K$$

$$c_p = -\frac{65.07570094T}{(1.833505318 + T)^{0.518553624}} + \frac{624.7552517T^3}{(16.55124429 + T)^{2.855560719}}$$

$$+ \frac{0.529512119T^4}{(-0.000101401 + T)^{2.983928329}} \quad (\text{F.2.5})$$

Fig. F.2.1 および Fig. F.2.2 に磁場ゼロにおける銅の抵抗率および熱伝導率を示す。

(2) $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ (Bi2223)高温超伝導体[F.8][F.9]

Bi2223 高温超伝導体の熱伝導率 λ は以下のように表せる。

$$T \leq 113K$$

$$\lambda = 0.19 + 9.42 \times 10^{-3} T + 3.4 \times 10^{-4} T^2 - 6.23 \times 10^{-6} T^3 + 2.67 \times 10^{-8} T^4 \quad (\text{F.2.6})$$

(3) 3%金入り銀合金 (Ag-3%Au) [F.6][F.10]

Ag-3%Auの密度は 10470kg/m^3 である。抵抗率 ρ は

$$\rho = 5.4283081 \times 10^{-9} + 5.34583698 \times 10^{-11} T \quad (\text{F.2.7})$$

と表せる。熱伝導率 λ は

$$\lambda = 55.5595184 + 1.31479698T + 1.52847818 \times 10^{-3} T^2 + 9.69124053 \times 10^{-7} T^3 \quad (\text{F.2.8})$$

と表せる。それぞれの適用温度範囲は $1K \leq T \leq 300$ である。比熱 c_p は RRR が 30 の銀のものを用いる。

$$1K \leq T \leq 10K$$

$$c_p = 3.48666667 \times 10^{-3} - 9.49310026 \times 10^{-4} T + 4.00879953 \times 10^{-3} T^2 \\ + 5.50617715 \times 10^{-4} T^3 + 1.13904429 \times 10^{-4} T^4 - 2.84615385 \times 10^{-6} T^5$$

$10K < T \leq 50K$

$$c_p = -2.79051475 + 0.840192290T - 0.108614421T^2 + 8.81531012 \times 10^{-3} T^3 \\ - 1.83031038 \times 10^{-4} T^4 + 1.22312703 \times 10^{-6} T^5$$

$50K < T \leq 300K$

$$c_p = -107.363209 + 6.61294690T - 5.71919513 \times 10^{-2} T^2 + 2.59041492 \times 10^{-4} T^3 \\ - 5.91374021 \times 10^{-7} T^4 + 5.36119378 \times 10^{-10} T^5 \quad (\text{F.2.9})$$

と表せる。

(4) SUS304 合金[F.6]

SUS304 の密度は 7900kg/m^3 である。抵抗率 ρ は

$1K \leq T \leq 300K$

$$\rho = 4.91428211 \times 10^{-7} - 2.32405547 \times 10^{-10} T + 1.23090870 \times 10^{-11} T^2 \\ - 5.13066617 \times 10^{-14} T^3 + 7.14528733 \times 10^{-17} T^4 \quad (\text{F.2.10})$$

と表せる。熱伝導率 λ は

$1K \leq T \leq 50K$

$$\lambda = -1.61501176 \times 10^{-2} + 4.88834359 \times 10^{-2} T + 3.57811018 \times 10^{-3} T^2 \\ - 7.28907340 \times 10^{-5} T^3 + 1.03689815 \times 10^{-6} T^4 - 9.48632029 \times 10^{-9} T^5$$

$50K \leq T \leq 300K$

$$\lambda = -1.05703903 + 0.193578272T - 1.36911399 \times 10^{-3} T^2 + 6.14454098 \times 10^{-6} T^3 \\ - 1.47951334 \times 10^{-8} T^4 - 1.44361382 \times 10^{-11} T^5 \quad (\text{F.2.11})$$

と表せる。

比熱 c_p は

$1K \leq T \leq 50K$

$$c_p = 0.185389137 + 0.374979175T + 1.29673457 \times 10^{-2} T^2 - 7.37733023 \times 10^{-4} T^3 \\ + 4.58243604 \times 10^{-5} T^4 - 4.63627338 \times 10^{-7} T^5$$

$50K < T \leq 300K$

$$c_p = -3.28010851 \times 10^2 + 13.7460780T - 0.146805071T^2 + 9.25186551 \times 10^{-4} T^3 \\ - 2.90018715 \times 10^{-6} T^4 + 3.45932376 \times 10^{-9} T^5 \quad (\text{F.2.12})$$

と表せる。

(5) ガラス繊維強化プラスチック(GFRP(G-10))[F.5]

G-10 のガラス繊維方向に垂直な熱伝導率 λ は、

$$1K \leq T \leq 117.5863193K$$

$$\lambda = \frac{0.001121354T}{(-0.719884998 + T)^{-0.08458588}} + \frac{2.875117508T^2}{(0.723468864 + T)^{1.967108607}} \\ + \frac{3.662249545T^3}{(0.080129326 + T)^{3.583388928}} - \frac{3.816699069T^4}{(0.003598912 + T)^{4.032169791}}$$

$$117.5863193K < T \leq 300K$$

$$\lambda = -\frac{0.000610032T}{(-0.197300757 + T)^{13.08930736}} + \frac{0.209269037T^2}{(315.7891413 + T)^{1.528079689}} \\ + \frac{25.14897508T^3}{(52.13738332 + T)^{3.552900008}} - \frac{4.221161167T^4}{(96.60648999 + T)^{4.054051752}} \quad (\text{F.1.13})$$

と表せる。

Fig. F.2.3、Fig. F.2.4 および Fig. F.2.5 に各種材料の抵抗率、熱伝導率、比熱を示す。

Table F.2.1 List of coppers.

Material	Residual Resistivity Ratio (RRR)
Oxygen-free copper (C1020)	50 ~ 300
Tough-pitch copper (C1100)	10 ~ 100
Phosphorous-deoxidized copper (C1220)	3 ~ 5

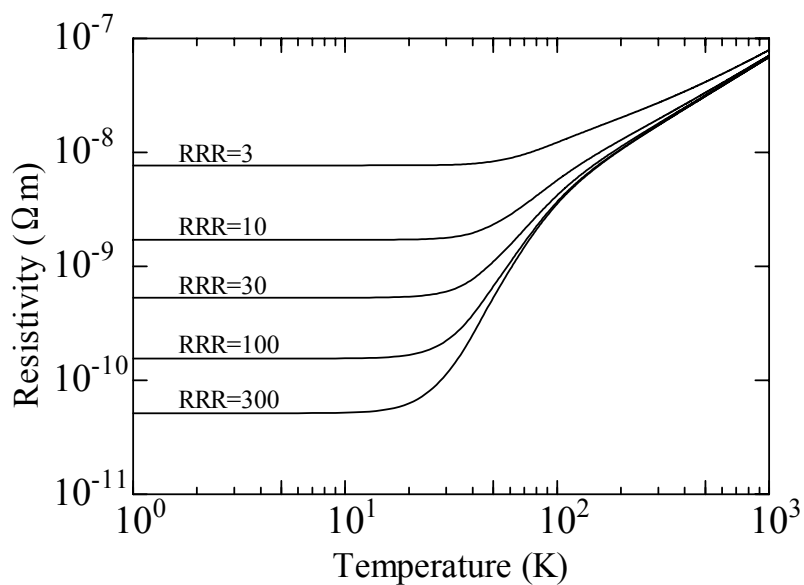


Fig. F.2.1 Resistivity of coppers.

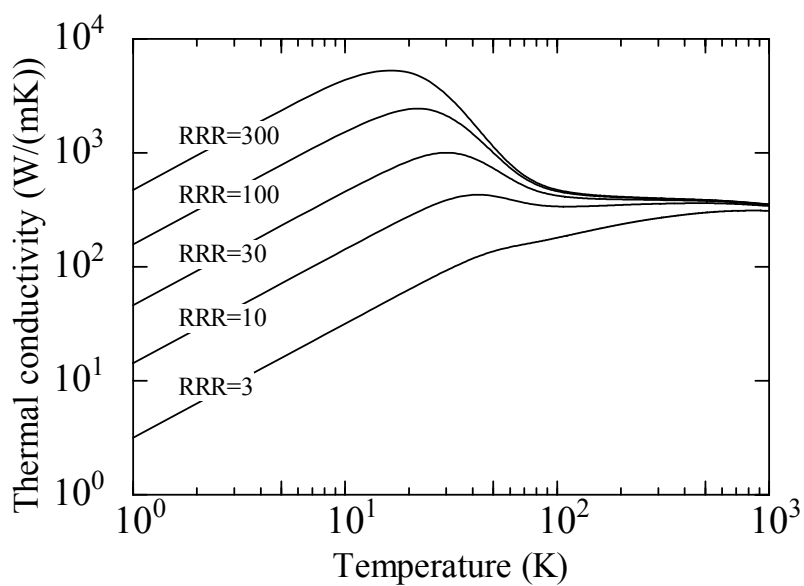


Fig. F.2.2 Thermal conductivity of coppers.

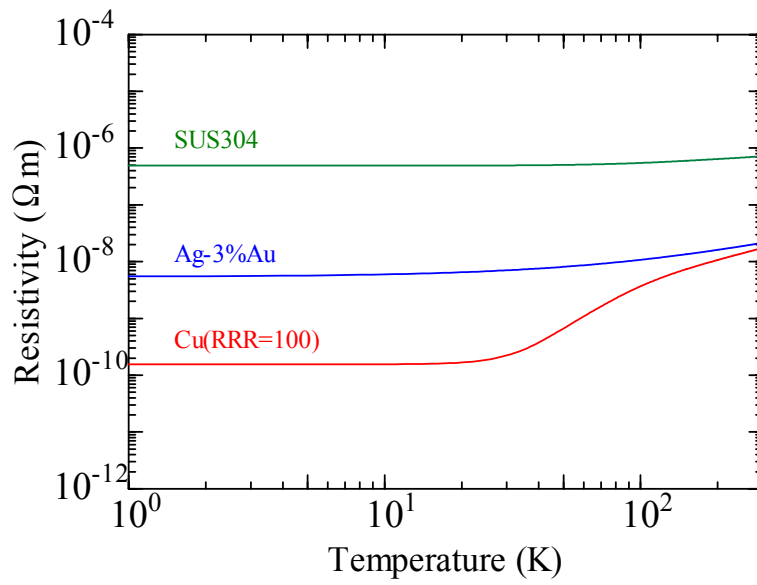


Fig. F.2.3 Resistivity.

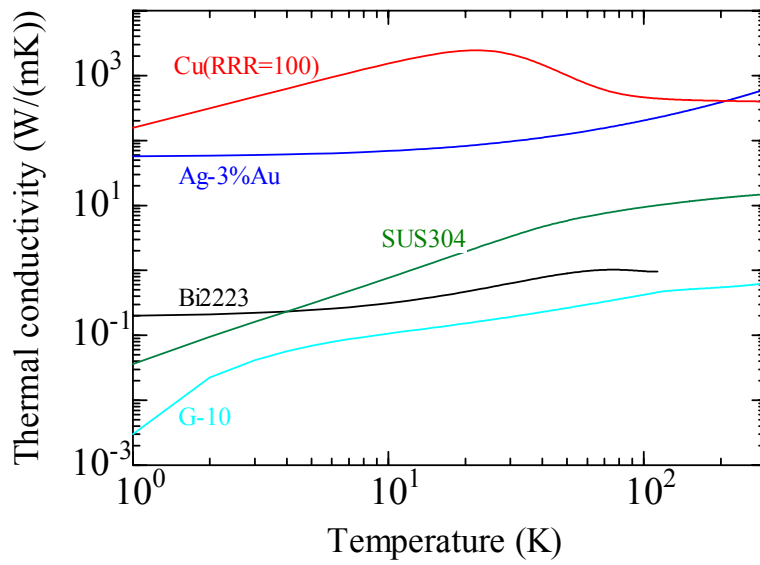


Fig. F.2.4 Thermal conductivity.

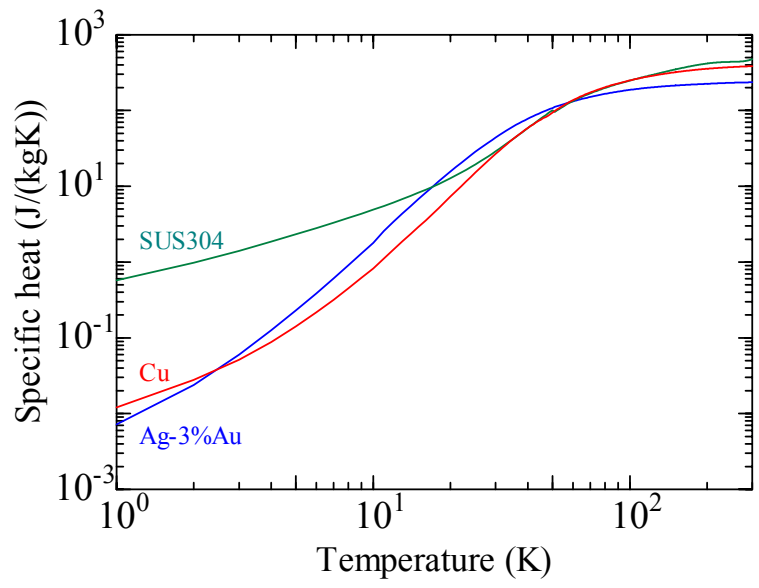


Fig. F.2.5 Specific heat.

F.3 輻射による熱侵入の計算方法

本節では、輻射による熱侵入を計算する方法と伝導冷却型超伝導コイルにおいて予想される熱侵入を示す。

同心球となっている面1から面2への輻射による伝熱量 Q_{rad} は以下の式によって記述される[F.1]。

$$Q_{rad} = \sigma(T_1^4 - T_2^4)A_1 \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad (\text{F.3.1})$$

ここで、 A は表面積、 T は温度、 ε は輻射率、 σ はStefan-Boltzmann定数で $5.67 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ である。各種材料の輻射率をTable F.3.1に示す[F.11]。

また、ポリエステルフィルムやマイカフィルムにアルミニウムを蒸着した断熱材を多層に重ねたものを用いる多層断熱法が一般的に用いられる。これを用いることにより、以下のように輻射による熱侵入を低減させることが可能である。

$$Q'_{rad} = \frac{1}{n+1} Q_{rad} \quad (\text{F.3.2})$$

ここで、 n は多層断熱材の枚数、 Q'_{rad} は多層断熱材により低減された輻射による熱侵入である。ただし、多層断熱材の挿入条件や施工方法によっては著しく効果が落ちることがある。これは、断熱材同士が熱的に接触し断熱材の固体伝熱によって断熱材間の温度差が無くなるために生じる不具合である。よって、多層断熱材に対して圧縮力が加わらないように注意する必要がある。

次に、伝導冷却型 LTS パルスコイルにおいて、ステンレス製の真空容器(300K)からアルミ製の輻射シールド(65K)、輻射シールド(65K)から GFRP 製の超伝導コイル(4K)への輻射による熱侵入を求める。Table F.3.2に伝導冷却型 LTS パルスコイルのパラメータとそのパラメータを用いて求められた輻射による熱侵入量を示す。ここで、安全率とは実際の取り付けによる不具合等を考慮して決定した係数である。

以上の熱侵入量から概算すると、30層の多層断熱材を用いた場合、ステンレス製真空容器からアルミ製輻射シールドへの熱侵入量は、 $2 \text{W}/\text{m}^2$ 程度になることが推定される。

Table F. 3. 1 Emissivity

	293K → 78K	78K → 4. 2K
Al	0. 01 ~ 0. 06	0. 027
Al (oxidized)	0. 31	
Stainless steel	0. 048 ~ 0. 13	0. 055 ~ 0. 06
Stainless steel (oxidized)	0. 2	
GFRP	0. 64 ~ 0. 68	0. 52

Table F. 3. 2 Heat leak of LTS pulse coil by radiation.

	300K → 65K	65K → 4K
Surface Area (high temperature)	6. 3 m ²	4. 4 m ²
Emissivity (high temperature)	0. 1	0. 1
Surface Area (high temperature)	4. 4 m ²	1. 8 m ²
Emissivity (high temperature)	0. 1	0. 7
Number of super-insulations	30	5
Safety factor	2. 0	2. 0
Heat leak	8 W	0. 15 W

謝辞

本研究を実施するにあたり、大学共同利用機関法人 自然科学研究機構 核融合科学研究所の方々をはじめとして、多くの方々からのご協力、ご指導をいただき心から感謝いたします。

指導教官の三戸利行 教授には、研究の進捗状況や進め方、本論文をまとめ方など多大なるご指導を頂き、多くのことを学ばせて頂きました。柳長門 助教授には、実験全般を指導していただき、論文の作成方法など数多くのご指導を頂きました。高畑一也 助教授には、研究を行うにあたり適切なお助言を頂き、研究に対する心構えを学ばせて頂きました。妹尾和威 助手には、私が暗中模索状態であったとき、その糸口となったお助言をいただき、多くの文献を紹介して頂きました。本当にありがとうございました。深く感謝申し上げます。

本論文をまとめるにあたり、有益な御助言を頂きましたプラズマ制御研究系 岡村昇一 教授、粒子加熱プラズマ研究系 濱田泰司 教授、横浜国立大学 雨宮尚之 教授に感謝致します。

実験及び解析を行うにあたり有益な助言並びに様々な援助をして頂いた炉システム・応用技術研究系 今川信作 教授、相良明男 教授、佐藤元泰 教授、山田修一 助教授、力石浩孝 助教授、前川龍司 助教授、田村仁 助手、岩本晃史 助手、濱口真司 助手、加藤志保美さん、低温実験棟 北野洋氏、田口嘉男氏、加藤あいさん、ならびに、炉工学研究センター 西村新 教授、菱沼良光 助手に深く感謝いたします。

実験装置の製作を担当して頂き、私がお願い致しました数多くの無理難題を快く引き受けて頂き、解決して頂いた技術部の杉戸正治氏、馬場智澄氏、横田光弘氏、岡田光司氏、小川英樹氏、森田佳隆氏に厚く御礼申し上げます。

澁谷工業株式会社 阿部亮氏には、実験装置の製作、組立を協力して頂き、有益なお助言を頂きました。総合研究大学院大学 Gourab Bansal 氏には、実験装置の製作に協力して頂き、英語の校閲をして頂きました。鹿児島大学 川越明史 助手、中西誠氏、山室秀行氏には、伝導冷却型 LTS パルスコイル及び電流リードの設計、製作、試験においてご協力頂きました。管理部研究連携課の漆原里奈さんには論文の提出、大学における色々な面でお世話になりました。深く感謝いたします。

博士課程進学にあたり御助言を頂き、進学する動機を与えて頂いた日本電気株式会社 加藤和彦氏に心から感謝いたします。

最後に、学部 4 年間、大学院修士課程 2 年間、そして今もお世話になり続けている成蹊大学 石郷岡猛 教授に深謝致します。

参考文献

第1章

- [1.1] 資源エネルギー庁, 「エネルギー白書 2004年度版」, 2004.
- [1.2] 浅田忠一, 大山彰, 倉本昌昭, 法貴四郎, 三島良績, 望月恵一, 「新版 原子力ハンドブック」, オーム社, 1983.
- [1.3] 宮本健郎, 「新エネルギー概論」, 共立出版, 1980.
- [1.4] 原子力委員会 ITER計画懇談会, 「ITER計画懇談会報告書 ー国際熱核融合実験炉(ITER)計画の進め方についてー」, 2001.
- [1.5] O. Motojima, H. Yamada, A. Komori, K. Y. Watanabe, T. Mutoh, Y. Takeiri, K. Ida, T. Akiyama, N. Asakura, N. Ashikawa, H. Chikaraishi, W. A. Cooper, M. Emoto, T. Fujita, M. Fujiwara, H. Funaba, P. Goncharov, M. Goto, Y. Hamada, S. Higashijima, T. Hino, M. Hoshino, M. Ichimura, H. Idei, T. Ido, K. Ikeda, S. Imagawa, S. Inagaki, A. Isayama, M. Isobe, T. Itoh, K. Itoh, S. Kado, D. Kalinina, T. Kaneba, O. Kaneko, D. Kato, T. Kato, K. Kawahata, H. Kawashima, H. Kawazome, T. Kobuchi, K. Kondo, S. Kubo, R. Kumazawa, J. F. Lyon, R. Maekawa, A. Mase, S. Masuzaki, T. Mito, K. Matsuoka, Y. Miura, J. Miyazawa, R. More, T. Morisaki, S. Morita, I. Murakami, S. Murakami, S. Mutoh, K. Nagaoka, K. Nagasaki, Y. Nagayama, Y. Nakamura, H. Nakanishi, K. Narihara, Y. Narushima, H. Nishimura, K. Nishimura, M. Nishiura, A. Nishizawa, N. Noda, T. Notake, H. Nozato, S. Ohdachi, K. Ohkubo, N. Ohyabu, N. Oyama, Y. Oka, H. Okada, M. Osakabe, T. Ozaki, B. J. Peterson, A. Sagara, T. Saida, K. Saito, S. Sakakibara, M. Sakamoto, R. Sakamoto, M. Sasao, K. Sato, T. Seki, T. Shimozuma, M. Shoji, S. Sudo, S. Takagi, Y. Takahashi, Y. Takase, H. Takenaga, N. Takeuchi, N. Tamura, K. Tanaka, M. Tanaka, K. Toi, K. Takahata, T. Tokuzawa, Y. Torii, K. Tsumori, F. Watanabe, M. Watanabe, T. Watanabe, T. Watari, I. Yamada, S. Yamada, T. Yamaguchi, S. Yamamoto, K. Yamazaki, N. Yanagi, M. Yokoyama, N. Yoshida, S. Yoshimura, Y. Yoshimura and M. Yoshinuma, "Review on the Progress of the LHD Experiment", Fusion Science & Technology, Vol. 46, No. 1, pp. 1-12, 2004.
- [1.6] ITER Council, 「Final report of the ITER engineering design activities」, 2001.
- [1.7] Y. Shimomura, "The present status and future prospects of the ITER project", J. Nuclear Materials, Vol. 329-333, pp. 5-11, 2004.
- [1.8] Y. Koide and JT-60 team, "Progress in confinement and stability with plasma shape and profile control for steady-state operation in the Japan Atomic Energy Research Institute Tokamak-60 Upgrade", Phys. Plasmas, Vol. 4, No. 5, pp. 1623-1631, 1997.
- [1.9] 高畑一也, "核融合用超伝導コイル", Journal of Plasma and Fusion Research, vol. 81, no. 4, pp. 273-279, 2005.
- [1.10] 山藤馨, "超伝導工学の基礎", 核融合研究, vol. 61, no. 4, pp. 229-240, 1989.
- [1.11] 能登宏七, "超伝導材料から超伝導導体へ", 核融合研究, vol. 61, no. 5, pp. 307-321, 1989.

- [1.12] 大西利只, “超伝導マグネット工学”, 核融合研究, vol. 61, no. 6, pp. 379-393, 1989.
- [1.13] 岡田東一, “超伝導マグネット関連工学”, 核融合研究, vol. 62, no. 1, pp. 20-30, 1989.
- [1.14] 竹尾正勝, “ヘリカル型装置の超伝導化”, 核融合研究, vol. 62, no. 2, pp. 95-111, 1989.
- [1.15] 吉田清, “トカマク型核融合装置の超伝導技術”, 核融合研究, vol. 62, no.3, pp. 185-200, 1989.
- [1.16] S. Imagawa, K. Takahata, N. Yanagi, T. Mito, “Measurement of residual magnetic field by superconducting magnets of the LHD”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 1419-1422, 2005.
- [1.17] T. Mutoh, R. Kumazawa, T. Seki, K. Saito, Y. Nakamura, S. Kubo, Y. Takeiri, T. Shimozuma, Y. Yoshimura, H. Igami, K. Ohkubo, J. Miyazawa, S. Masuzaki, M. Shoji, T. Watanabe, N. Ashikawa, K. Nishimura, M. Sakamoto, M. Osakabe, K. Tsumori, K. Ikeda, H. Chikaraishi, H. Funaba, S. Morita, M. Goto, T. Tokuzawa, N. Takeuchi, H. Ogawa, F. Shimpo, G. Nomura, C. Takahashi, M. Yokota, Y. Zhao, J. Kwak, H. Yamada, K. Kawahata, N. Ohyabu, O. Kaneko, K. Ida, Y. Nagayama, N. Noda, A. Komori, S. Sudo, O. Motojima and LHD Experimental Group, “Thirty-Minute Plasma Sustainment by ICRF, EC and NBI Heating in the Large Helical Device”, J. Plasma Fusion Res., Vol. 81, No. 4, pp. 229- 230, 2005.
- [1.18] H. Zushi, S. Itoh, K. Hanada, K. Nakamura, M. Sakamoto, E. Jotaki, M. Hasegawa, Y. D. Pan, S. V. Kulkarni, A. Iyomasa, S. Kawasaki, H. Nakashima, N. Yoshida, K. Tokunaga, T. Fujiwara, M. Miyamoto, H. Nakano, M. Yuno, A. Murakami, S. Nakamura, N. Sakamoto, K. Shinoda, S. Yamazoe, H. Akanishi, K. Kuramoto, Y. Matsuo, A. Iwamae, T. Fujimoto, A. Komori, T. Morisaki, H. Suzuki and S. Masuzaki, “Overview of Steady State Tokamak Plasma Experiments on TRIAM-1M”, 19th IAEA Fusion Energy Conference, IAEA-CN-94/OV/4-6, 2002.
- [1.19] K. Okuno, A. Shikov and N. Koizumi, “Superconducting magnet system in a fusion reactor”, J. Nuclear Materials, Vol. 329-333, pp. 141-147, 2004.
- [1.20] Y. Iwasa, “HTS magnets: stability; protection; cryogenics; economics; current stability/protection activities at FBML”, Cryogenics, Vol. 43, pp. 303-316, 2003.
- [1.21] 遠山瀧志, “非円形断面トカマク”, 日本原子力学会誌, vol. 18, no. 6, pp. 325-330, 1976.
- [1.22] 筒井広明, 嶋田隆一, “多層磁気面法によるトカマク・プラズマ平衡解析”, プラズマ・核融合学会誌, vol. 72, no. 11, pp. 1252-1258, 1996.
- [1.23] 内一哲哉, 山田智海, 宮健三, 吉田義勝, “高温超電導プラズマ安定化コイルのトカマク炉適用可能性”, 日本原子力学会, vol. 40, no. 5, pp. 387-396, 1998.
- [1.24] 内一哲哉, 吉田義勝, 宮健三, “高温超電導トカマク炉の概念設計”, 第7回 MAGDA コンファレンス(電磁現象および電磁力に関するコンファレンス) 講演論文集, pp. 129-132, 1998.
- [1.25] T. Ando, T. Kato, K. Ushigusa, T. Nishio, R. Kurihara, I. Aoki, K. Hamada, H. Tsuji, M. Hasegawa and H. Naito, “Design of the toroidal field coil for A-SSTR2 using high Tc superconductor”, Fusion Engineering and Design, Vol. 58-59, pp. 13-16, 2001.

- [1.26] T. Ando, S. Nishio and H. Yoshimura, “Design of the high-Tc Superconducting TF coil for the tight aspect ratio tokamak power reactor (VECTOR)”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 14, No. 2, pp. 1481-1484, 2004.
- [1.27] F. Najmabadi, S. C. Jardin, M. Tillack, L. M. Waganer and ARIES team, “ARIES-AT: an advanced tokamak, advanced technology fusion power plant”, the 20th IAEA Fusion Energy Conference, 2004.
- [1.28] L. Bromberg, M. Tekula, L. A. El-Guebaly, R. Miller and ARIES team, “Options for the use of high temperature superconductor in tokamak fusion reactor designs”, Fusion Engineering and Designs, Vol. 54, pp. 167-180, 2001.
- [1.29] 太刀川恭治, 山本純也, 三戸利行, 「核融合炉用先進超伝導導体 研究調査報告書 2 先進金属系超伝導導体」, NIFS-MEMO-22, 1997.
- [1.30] 太刀川恭治, 三戸利行, 「核融合炉用先進超伝導導体 研究調査報告書 3 酸化物系超伝導導体」, NIFS-MEMO-27, 1998.
- [1.31] Y. Ogawa, J. Morikawa, T. Mito, N. Yanagi, M. Iwakuma, H. Nihei, K. Ohkuni, D. Hori, S. Yamakoshi, I. Itoh, S. Nose and T. Uede, “Construction and operation of an internal coil device with a high temperature superconductor”, J. Plasma Fusion Res., Vol. 79, No. 7, pp. 643-644, 2003.
- [1.32] T. Mito, N. Yanagi, Y. Hishinuma, Y. Ogawa, J. Morikawa, K. Ohkuni, M. Iwakuma, T. Uede, S. Nose, I. Itoh and S. Fukui, “Engineering design of the Mini-RT device”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 13, No. 2, pp. 1500-1503, 2003.
- [1.33] S. Yoshikawa, “Experiments on plasma confinement in internal-ring devices”, Nuclear Fusion, Vol. 13, pp. 433-449, 1973.
- [1.34] A. Hasegawa, L. Chen and M. E. Mauel, “A D-³He fusion reactor based on a dipole magnetic field”, Nuclear Fusion, Vol. 30, No. 11, pp. 2406-2413, 1990.
- [1.35] A. Hasegawa, L. Chen, M. E. Mauel, H. H. Warren and S. Murakami, “A description of a D-³He fusion reactor based on a dipole magnetic field”, Fusion technology, Vol. 22, pp. 27-34, 1992.
- [1.36] J. Kesner, D. T. Garnier, A. Hansen, M. Mauel and L. Bromberg, “Helium catalysed D-D fusion in a levitated dipole”, Nuclear Fusion, Vol. 44, pp. 193-203, 2004.
- [1.37] S. M. Mahajan and Z. Yoshida, “Double Curl Beltrami Flow: Diamagnetic Structures”, Physical Review Letters, Vol. 81, No. 22, pp. 4863-4866, 1998.
- [1.38] J. H. Schultz, J. Kesner, J. V. Minervini, A. Radovinsky, S. Pourrahimi, B. Smith, P. Thomas, P. W. Wang, A. Zhukovsky, R. L. Mitt, S. Kochan, M. Mauel and D. Garnier, “The levitated dipole experiment (LDX) Magnet System”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 9, No. 2, pp. 378-381, 1999.

- [1.39] B. A. Smith, P. C. Michael, J. V. Minervini, M. Takayasu, J. H. Schultz, E. Gregory, T. Pyon, W. B. Sampson, A. Ghosh and R. Scanlan, “Design, fabrication and test of the react and wind, Nb₃Sn, LDX floating coil conductor” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 11, No. 1, pp. 1869–1872, 2001.
- [1.40] A. Zhukovsky, J. Schultz, B. Smith, A. Radovinsky, D. Garnier, O. Filatov, V. Beljakov, S. Egorov, V. Kuchinsky, A. Malkov, E. Bondarchouk, V. Korsunsky, V. Sytnikov, “Charging magnet for the floating coil of LDX” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 11, No. 1, pp. 1873–1876, 2001.
- [1.41] J. H. Schultz, G. Driscoll, D. Garnier, J. Kesner, M. Mauel, J. V. Minervini, B. Smith, A. Radovinsky, G. Snitchler, A. Zhukovsky, “High temperature superconducting levitation coil for the levitated dipole experiment (LDX)” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 11, No. 1, pp. 2004–2009, 2005.
- [1.42] N. Yanagi, T. Mito, Y. Hishinuma, Y. Ogawa, J. Morikawa, K. Ohkuni, M. Iwakuma, T. Uede, S. Nose and I. Itoh, “Excitation test results of the HTS floating coil for the Mini-RT project” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 13, No. 2, pp. 1504–1507, 2003.
- [1.43] N. Yanagi, T. Mito, J. Morikawa, Y. Ogawa, K. Ohkuni, D. Hori, S. Yamakoshi, M. Iwakuma, T. Ueda, I. Itoh, M. Fukagawa and S. Fukui, “Experiments of the HTS floating coil system in the Mini-RT projects” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 14, No. 2, pp. 1539–1542, 2004.
- [1.44] N. Yanagi, T. Mito, T. Hemmi, K. Seo, J. Morikawa, Y. Ogawa and M. Iwakuma, “Effective Resistance of the HTS floating coil of the Mini-RT project” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 1399–1402, 2005.
- [1.45] M. Igarashi, H. Motoaki, T. Kuriyama, S. Hanai, T. Yamashita and M. Yamaji, “Persistent current HTS magnet cooled cryocooler (1) – project overview” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 1469–1472, 2005.
- [1.46] S. Kusada, M. Igarashi, K. Nemoto, S. Hirano, T. Okutomi, M. Terai, T. Kuriyama, K. Tasaki, T. Tosaka, K. Marukawa, S. Hanai, T. Yamashita, Y. Yanase, H. Nakao and M. Yamaji, “Persistent current HTS magnet cooled by cryocooler (2) – magnet configuration and persistent current operation test” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 2285–2288, 2005.
- [1.47] K. Tasaki, T. Tosaka, K. Marukawa, T. Kuriyama, S. Hanai, M. Yamaji, K. Kuwano, M. Igarashi, K. Nemoto, S. Hirano, T. Okutomi, H. Nakao and M. Terai, “Persistent current HTS magnet cooled by cryocooler (3) – HTS magnet characteristics” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 2289–2292, 2005.
- [1.48] T. Tosaka, K. Marukawa, T. Kuriyama, H. Nakano, M. Yamaji, K. Kuwano, M. Igarashi, K. Nemoto and M. Terai, “Persistent current HTS magnet cooled by cryocooler (4) – persistent current switch characteristics” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 2293–2296, 2005.

- [1.49] 戸坂泰造, 大谷安見, 小野通隆, 栗山透, 丸川宏太郎, 水牧祥一, 中本一成, 渋井正直, 立川信夫, 森川惇二, 小川雄一, 吉田善章, “プラズマ閉じ込め装置 (RT-1) 用磁気浮上超電導マグネットの開発 -高温超電導永久電流モードマグネット-”, 2005 年春季低温工学超電導学会, 3D-a02, pp. 231, 2005.
- [1.50] 大谷安見, 戸坂泰造, 小野通隆, 栗山透, 丸川宏太郎, 水牧祥一, 中本一成, 渋井正直, 立川信夫, 森川惇二, 小川雄一, 吉田善章, “プラズマ閉じ込め装置 RT-1 用磁気浮上超電導マグネットの開発 -熱設計-”, 2005 年春季低温工学超電導学会, 3D-a03, pp. 232, 2005.
- [1.51] 安河内昂, “BEBC 超電導マグネットの故障”, 低温工学, Vol. 9, No. 6, pp. 265-267, 1974.
- [1.52] L. Cesnak and J. Kokavec, “Magnetic field stability of superconducting magnets”, *Cryogenics*, vol. 17, pp. 107-110, 1977.
- [1.53] S. Yamamoto and T. Yanada, “Initial magnetic field decay of the superconducting magnet in persistent current mode”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 24, No. 2, pp. 1292-1294, 1988.
- [1.54] K. Sugita, T. Ogitsu, N. Ohuchi, T. Nakamoto, T. Shintomi, K. Tsuchiya and A. Yamamoto, “Study of time dependent magnetic field variation due to current redistribution in Rutherford cable”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 14, pp. 255-258, 2004.
- [1.55] 梅田昇平, 姜哲男, 雨宮尚之, “交流横磁界下での YBCO 超伝導線材のクエンチ特性についての理論検討”, 2005 年春季低温工学超電導学会, 2E-p19, pp. 155, 2005.
- [1.56] 船木和夫, 住吉文夫, 「多芯線と導体」, 産業図書, 1995.
- [1.57] T. Kiss, M. Inoue, T. Kuga, M. Ishimaru, S. Egashira, S. Irie, T. Ohta, M. Imamura, M. Yasunaga, M. Takeo, T. Matsushita, Y. Iijima, K. Kakimoto, T. Saitoh, S. Awaji, K. Watanabe, Y. Shiohara, “Critical current properties in HTS tapes”, *Physica C*, Vol. 392-396, pp. 1053-1062, 2003.
- [1.58] 木須隆暢, 長谷川和也, 井上昌睦, 竹尾正勝, 岡本洋, 入江富士男, “高温超伝導体の臨界電流特性”, 低温工学, Vol. 34, No. 7, pp. 322-331, 1999.
- [1.59] T. Kiss and H. Okamoto, “Anisotropic current transport properties and their scaling in multifilamentary Bi-2223 Ag-sheathed tapes”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 11, No. 1, pp. 3900-3903, 2001.
- [1.60] P. Kováč, V. Cambel and P. Bukva, “Measuring the homogeneity of Bi (2223)/Ag tapes by four-probe method and a Hall probe array”, *Supercond. Sci. Technol.*, Vol. 12, pp. 465-471, 1999.
- [1.61] P. Kováč, L. Sesnak, T. Melišek, I. Hušek and K. Fröhlich, ” Relation between critical current and exponent n in Bi (2223)/Ag tapes”, *Supercond. Sci. Technol.*, Vol. 10, pp. 605-611, 1997.
- [1.62] M. Dhallo, M. Cuthbert, M. D. Johnston, J. Everett, R. Flükiger, S. X. Dou, W. Goldacker, T. Beales and A. D. Caplin, “Experimental assessment of the current-limiting mechanisms in BSCCO/Ag high-temperature superconducting tapes”, *Supercond. Sci. Technol.*, Vol. 10, pp. 21-31, 1997.

- [1.63] D. C. van der Laan, H. J. N. van Eck, B. ten Haken, J. Schwartz and H. H. J. ten Kate, “Temperature and magnetic field dependence of the critical current of Bi₂Sr₂Ca₂Cu₃O_x tape conductors” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 11, No. 1, pp. 3345–3348, 2001.
- [1.64] T. Nakamura, T. Yamamoto, S. Tsuchiya, T. Hoshino and I. Muta, “Angular Dependence of current transport characteristics in a mixed state of Bi-2223/Ag multifilamentary tape” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 10, No. 1, pp. 1166–1169, 2000.
- [1.65] T. Nakamura, S. Tsuchiya, A. Fujio, T. Hoshino and I. Muta, “Influence of magnetic field and magnetic anisotropy on the quench characteristics of Bi-2223/Ag multifilamentary tapes” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 11, No. 1, pp. 3341–3344, 2001.
- [1.66] C. P. Bean, “Magnetization of high-field superconductors” , Reviews of Modern Physics, Vol. 36, No. 1, pp. 31–39, 1964.
- [1.67] 雨宮尚之, “高温超伝導テープ線材の交流損失特性と運転電磁条件” , 低温工学, Vol. 35, No. 5, pp. 201–209, 2000.
- [1.68] W. T. Norris, “Calculation of hysteresis loss in hard superconductors carrying ac: isolated conductors and edges of thin sheets” , Journal of Physics D: Applied Physics, Vol. 3, pp. 489–507, 1970.
- [1.69] E. H. Brandt and M. Indenbom, “Type-II-superconductor strip with current in a perpendicular magnetic field”, Physical Review B, Vol.48, No.17, pp. 893–906, 1993.
- [1.70] A. M. Campbell, “AC losses in high T_c superconductors” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 5, No. 2, pp. 682–687, 1995.
- [1.71] M. Polák, I. Hlásnik, S. Fukui, N. Ikeda and O. Tsukamoto, “Self-field effect and current-voltage characteristics of a. c. superconductors” , Cryogenics, Vol. 34, pp. 315–324, 1994.
- [1.72] J. Paasi, J. Lehtonen, M. Lahtinen and L. Kettunen, “Computation of AC losses in high-temperature superconductors” , Physica C, Vol. 310, pp.62–66, 1998.
- [1.73] J. Paasi, M. Masti, J. Lehtonen and T. Kalliohaka, “Frequency dependence of self-field AC losses in Bi-2223/Ag tapes” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 10, No. 1, pp. 1212–1215, 2000.
- [1.74] J. Paasi, M. Lahtinen, D. Aized, S. Fleshler, G. Snitchler and A. P. Malozemoff, “AC losses in multifilamentary Bi-2223/Ag superconducting tapes” , IEEE Trans. Magnetics, vol. 32, No. 4, pp. 2792–2795, 1996.
- [1.75] J. Paasi and M. Lahtinen, “Computational comparison of AC losses in different kinds of HTS composite conductors” , IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 7, No. 2, pp. 322–325, 1997.

- [1.76] J. Lehtonen, J. Paasi and R. Mikkonen, "Computation of losses in a HTS tape carrying AC transport current in external AC magnetic field at temperature of 20-40K", IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 10, No. 1, pp. 1200-1203, 2000.
- [1.77] N. Amemiya, K. Miyamoto, N. Banno and O. Tsukamoto, "Numerical Analysis of AC losses in high T_c superconductors based on E-j characteristics represented with n-value", IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 7, No. 2, pp. 2110-2113, 1997.
- [1.78] S. P. Ashworth, "Measurements of AC losses due to transport currents in bismuth superconductor", Physica C, Vol. 229, pp. 355-360, 1994.
- [1.79] K. Kwasnitza and St. Clerc, "AC losses of superconducting high- T_c multifilament Bi-2223/Ag sheathed tapes in perpendicular magnetic fields", Physica C, Vol. 233, pp. 423-435, 1994.
- [1.80] M. Iwakuma, H. Konomi, K. Funaki, M. Takeo, K. Kuroda, Y. Tanaka, M. Mimura, K. Takita, H. Hiue and K. Yamafuji, "Frequency dependences of ac losses in $(Bi_{1-x}Pb_x)_2Sr_2Ca_2Cu_3O_y$ bulk superconductors in ac magnetic field", Cryogenics, Vol. 34, ICEC Supplement, pp. 793-796, 1994.
- [1.81] B. Zenkevitch, V. V. Zheltov and A. S. Romanyuk, "Hysteresis losses in superconductors of round cross-section with collective interaction", Cryogenics, Vol. 18, pp. 93-99, 1978.
- [1.82] 江崎忠男, "円形断面をもつ導体を用いた超電導マグネットのヒステリシス損失", 九州大学超電導マグネット研究センター報告, Vol. 1, pp. 81-85, 1984.
- [1.83] F. Sumiyoshi, F. Irie and K. Yoshida, "The effect of demagnetization on the eddy-current loss in a single-layered multifilamentary superconducting coil", J. Appl. Phys, Vol. 51, No. 7, pp. 3807-3811, 1980.
- [1.84] M. Suenaga, T. Chiba, S. P. Ashworth, D. O. Welch and T. G. Holesinger, "Alternating current losses in stacked Bi₂Sr₂Ca₃Cu₃O₁₀/Ag tapes in perpendicular magnetic fields", J. Appl. Phys, Vol. 88, No. 5, pp. 2709-2717, 2000.
- [1.85] M. P. Oomen, J. J. Rabbers, B. ten Haken, J. Rieger and M. Leghissa, "Magnetisation loss in stacks of high- T_c superconducting tapes in a perpendicular magnetic field", Physica C, Vol. 361, pp. 144-148, 2001.
- [1.86] 柁川一弘, 西村元章, 森山博之, 岩熊成卓, 船木和夫, "積層した酸化物超電導テープ線材における垂直磁界損失の定量的評価", 電気学会論文誌 B, Vol. 121-B, No. 10, pp. 1283-1289, 2001.
- [1.87] 佐藤励, 榎本尚登, 雨宮尚之, "一次元 FEM による円環状 YBCO 超伝導線材を用いたソレノイドコイルの交流損失評価", 2005 年春季低温工学超電導学会, 2E-p18, pp. 154, 2005.
- [1.88] J. Lehtonen, A. Korpela, J. Paasi, J. Pitel and P. Kováč, "Computational comparison of magnetization losses in HTS solenoids wound of tape conductors having different aspect ratios", Supercond. Sci. Technol., Vol. 12, pp. 450-455, 1999.

- [1.89] S. Fukui, H. Tonsho, M. Toyoda, J. Ogawa, M. Yamaguchi, T. Sato, “Analysis of AC loss characteristics of high temperature superconducting coil”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 1566-1569, 2005.
- [1.80] 大家美沙, 下馬場聡, 川越明史, 住吉文夫, 岡本洋, “Bi-2223 ダブルパンケーキコイルの交流損失の周波数依存性”, 2005年春季低温工学超電導学会, 3B-p02, pp. 204, 2005.
- [1.81] T. Hardono and C. Cook, “Characterisation and modeling of HTS coils”, Physica C, Vol. 372-376, pp. 1410-1412, 2002.
- [1.82] F. Sumiyoshi, A. Kawagoe, K. Yamashita, H. Hayashi, H. Okamoto, “Development of Bi-2223 coils without degradation due to face-on oriented magnetic fields applied to wound tapes”, Physica C, Vol. 372-376, pp. 1402-1405, 2002.

第2章

- [2.1] B. Zenkevitch, V. V. Zheltov and A. S. Romanyuk, "Hysteresis losses in superconductors of round cross-section with collective interaction", *Cryogenics*, Vol. 18, pp. 93-99, 1978.
- [2.2] Y. L. Buyanov, A. B. Fradkov and I. Y. Sheballin, "A review of current leads for cryogenic devices", *Cryogenics*, vol. 15, pp. 193, 1975
- [2.3] T. Satoh, A. Onishi and R. Li, "Development of 1.5W 4K G-M cryocooler with magnetic regenerator material", *Advances in Cryogenic Engineering*, Vol. 41, pp. 1631-1637, 1996.
- [2.4] T. Kuriyama, M. Takahashi, H. Nakagome, T. Hashimoto, H. Nitta and M. Yabuki, "Development of 1 watt class 4K GM Refrigerator with magnetic regenerator materials", *Advances in Cryogenic Engineering*, Vol. 39, pp. 1335-1342, 1342.
- [2.5] Y. Yamada, T. Yanagiya, T. Hasebe, K. Jikihara, M. Ishizuka, S. Yasuhara and M. Ishihara, "Superconducting current leads of Bi-based oxide", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 3, pp. 923, 1993.
- [2.6] K. Ueda, T. Bohno, K. Takita, K. Mukae, T. Ueda, I. Itoh, M. Miura, N. Uno and T. Tanaka, "Design and testing of a pair of current leads using bismuth compound superconductor", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 3, pp. 400, 1993.
- [2.7] T. Mito, K. Takahata, R. Heller, A. Iwamoto, R. Maekawa, H. Tamura, A. Nishimura, S. Yamada, S. Imagawa, N. Yanagi, H. Chikaraishi, S. Hamaguchi, G. Friesinger, M. Tasca, Y. Yamada, K. Tachikawa, K. Maehata, K. Ishibashi, M. Takeo, T. Shintomi, T. Satow, and O. Motojima, "Development of High Temperature Superconducting Current Feeders for a Large-scale Superconducting Experimental Fusion System", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol.11, No. 1 (2001) pp. 2611-2614.
- [2.8] H. Tamura, T. Mito, Y. Yamada, K. Tachikawa and R. Heller, "Design study of HTS current lead using reinforced Bi-2212 tubular bulk", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol.14, No. 2 (2004) pp. 686-689.
- [2.9] R. Heller, D. Aized, A. Akhmetov, W. H. Fietz, F. Hurd, J. Kellers, A. Kienzler, A. Lingor, J. Maguire, A. Vostner and R. Wesche, "Design and fabrication of a 70 kA current lead using Ag/Au stabilized Bi-2223 tapes as a demonstrator for the ITER TF-coil system", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol.14, No. 2 (2004) pp. 1774-1777.
- [2.10] K. Maehata, A. Iwamoto, Y. Iwamoto, R. Maekawa, T. Mito, K. Ishibashi, T. Shintomi, M. Takeo, K. Tachikawa, Y. Yamada and S. Yamada, "Development of 1.8K HTS current feedthrough using large-sized YBCO bulk conductors", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 14, No. 2, pp. 1782-1785, 2004.

- [2.11] T. Isono, K. Kawano, K. Hamada, K. Matsui, Y. Nunoya, E. Hara, T. Kato, T. Ando, K. Okuno, T. Bohno, A. Tomioka, Y. Sanuki, K. Sakai, M. Konno, T. Ueda, “Test results of 60-kA HTS current lead for fusion application”, *Physica C*, Vol. 392-396, 2003.
- [2.12] G. Krainz, “Preliminary studies on current leads for Wendelstein 7-X”, IPP-Report, 11/2, 1998.
- [2.13] T. Taylor, “HTS current leads for LHC”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 9, pp. 412-415, 1999.
- [2.14] A. Ballarino, “HTS current leads for the LHC magnet powering system”, *Physica C*, vol. 372-376, pp. 1413-1418, 2002.
- [2.15] 新富孝和, “LHC の高温超伝導電流リードの最近の状況”, 平成 16 年度低温工学協会第 1 回材料研究会, 1-3, 2004.
- [2.16] K. Ohsemochi, M. Ono, S. Nomura, T. Kuriyama, H. Kasahara, S. Akita, S. Koso, “Development of 3kA conduction cooled HTS current lead system”, *Cryogenics*, vol. 43, pp. 643-648, 2003.
- [2.17] 富岡章, 坊野敬昭, 能瀬眞一, 今野雅行, 伊藤郁夫, 上出俊夫, 今吉忠利, 林秀美, 堤克哉, 入江富士男, “SMES 用 HTS 電流リードの設計”, *低温工学*, Vol. 30, No. 12, pp. 601-609, 1995.
- [2.18] 讃岐育孝, 富岡章, 坊野敬昭, 今野雅行, 上出俊夫, 畑辺康宏, 木村博伸, 寺菌完一, 林秀美, 谷口俊二, 高祖聖一, “系統安定化用途 SMES の要素モデルコイル用 HTS 電流リードの開発”, 2003 年春季低温工学超電導学会予稿集, 2E-p31, pp. 213, 2003.
- [2.19] 平野直樹, 鹿島直二, 長屋重夫, 小方大成, 嶋田守, 中本一成, 島田一人, 小早志秀一, “大容量高温超電導電流リードの開発”, 2003 年春季低温工学超電導学会予稿集, 3B-a04, pp. 238, 2003.
- [2.20] 加藤武志, 佐藤謙一, 増田孝人, 柴田俊和, 磯嶋茂樹, 岸田卓也, 寺井晴一郎, 小池達郎, 原口英二, “銀被覆 Bi 系高温超電導線材を用いた電流リード”, *電学論 A*, Vol. 115, No. 3, pp. 251-256, 1995.
- [2.21] 木村信一, 棚木玉樹, 山田穰, “Y 系大容量電流リードの開発”, *低温工学*, Vol. 30, No. 12, pp. 596-600, 1995.
- [2.22] 西岡務, 前畑京介, 石橋健二, 竹尾正勝, 三戸利行, 山本純也, “高温超伝導層流ガス冷却電流リードの設計図表”, *低温工学*, Vol. 30, No. 12, pp. 560-564, 1995.
- [2.23] 植田和雄, “高温超電導電流リードの技術要素と開發現状”, *低温工学*, vol. 30, No. 12, 1995.
- [2.24] T. Mito, A. Kawagoe, H. Chikaraishi, K. Okumura, R. Abe, T. Henmi, R. Maekawa, K. Seo, T. Baba, M. Yokota, Y. Morita, H. Ogawa, K. Yamauchi, M. Iwakuma and F. Sumiyoshi, “Performance Tests of a Conduction-Cooled Prototype LTS Pulse Coil for UPS-SMES”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, No. 2, pp. 1935-1938, 2005.

- [2.25] A. Kawagoe, F. Sumiyoshi, T. Mito, H. Chikaraishi, R. Maekawa, K. Seo, T. Baba, T. Hemmi, K. Okumura, M. Iwakuma, K. Hayashi and R. Abe, “Stability Evaluation of a Conduction-Cooled Prototype LTS Pulse Coil for UPS-SMES”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 1891-1894, 2005.
- [2.26] 三戸利行, 川越明史, 力石浩孝, 奥村嘉賀男, 阿部亮, 辺見努, 前川龍司, 馬場智澄, 横田光弘, 森田佳隆, 小川英樹, 山内健治, 岩熊成卓, 山室秀行, 住吉文夫, “瞬低対策SME S用伝導冷却型L T Sパルスコイルの高性能実証試験”, 2005年春季低温工学超伝導学会予稿集, 2B-a08, pp. 87, 2005.
- [2.27] 辺見努, 三戸利行, 力石浩孝, 阿部亮, 川越明史, “伝導冷却型LTSパルスコイル用高温超伝導電流リードの開発”, 2005年春季低温工学超伝導学会予稿集, 3E-p25, pp. 271, 2005.

第3章

- [3.1] L. Cesnak and J. Kokavec, “Magnetic field stability of superconducting magnets”, *Cryogenics*, vol. 17, pp. 107-110, 1977.
- [3.2] R. W. Cross and R. B. Goldfarb, “Hall probe magnetometer for SSC magnet cables: effect of transport current on magnetization and flux creep”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 27, no. 2, pp. 1796-1798, 1991.
- [3.3] T. Ogasawara, K. Yasukochi, Y. Takahashi, K. Yasohara and Y. Kubota, “An experiment clarifying the distribution of transport currents in superconducting wires”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 15, no. 1, pp. 236-239, 1979.
- [3.4] S. Yamamoto and T. Yanada, “Initial magnetic field decay of the superconducting magnet in persistent current mode”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 24, No. 2, pp. 1292-1294, 1988.
- [3.5] N. Yanagi, S. Takács, T. Mito, K. Takahata, A. Iwamoto and J. Yamamoto, “Measurement of time constants for superconducting cables with Hall probes”, *Cryogenics*, vol. 37, no. 12, pp. 783-788, 1997.
- [3.6] P. W. Anderson, “Theory of flux creep in hard superconductors”, *Physical Review Letters*, vol. 9, no. 7, pp. 309-311, 1962.
- [3.7] Y. B. Kim, C. F. Hempstead and A. R. Strnad, “Critical persistent currents in hard superconductors”, *Physical Review Letters*, vol. 9, no. 7, pp. 306-309, 1962.
- [3.8] T. Fujiyoshi, M. Haruta and K. Yamafuji, “Relaxation of the magnetization in the pinning state of high-Tc superconductors”, *Physica C*, vol. 424, pp. 29-39, 2005.
- [3.9] M. Cizek, A. M. Campbell and B. A. Glowacki, “The effect of potential contact position on AC loss measurements in superconducting BSCCO tape”, *Physica C*, vol. 233, pp. 203-208, 1994.
- [3.10] S. Fukui, Y. Kitoh, T. Numata, O. Tsukamoto, N. Amemiya, N. Saga, J. Fujikami and K. Hayashi, “A measurement method of transport current AC losses of high Tc superconducting tapes”, *Advances in Superconductivity IX*, vol. 1, pp. 89-92, 1997.
- [3.11] S. Fukui, Y. Kitoh, T. Numata, O. Tsukamoto, J. Fujikami and K. Hayashi, “Transport current AC losses of high-Tc superconducting tapes exposed to AC magnetic field - study on a new measurement method - ”, *Advances in Cryogenic Engineering (Materials)*, vol. 44, pp. 723-730, 1998.
- [3.12] 福井聡, 塚本修巳, “スパイラルループ法による高温超電導テープ線材の交流通電損失測定の有効性の検証”, *電学論*, vol. 121-B, no. 5, pp. 652-661, 2001.

- [3.13] B. Zenkevitch, V. V. Zheltov and A. S. Romanyuk, "Hysteresis losses in superconductors of round cross-section with collective interaction" , Cryogenics, Vol. 18, pp. 93-99, 1978.
- [3.14] F. Sumiyoshi, F. Irie and K. Yoshida, "The effect of demagnetization on the eddy-current loss in a single-layered multifilamentary superconducting coil" , J. Appl. Phys, Vol. 51, No. 7, pp. 3807-3811, 1980.
- [3.15] A. K. M. Alamgir, C. Gu and Z. Han, "Comparison of self-field effects between Bi-2223/Ag tapes and pancake coils" , Physica C, vol. 424, pp. 138-144, 2005.

第4章

- [4.1] C. P. Bean, “Magnetization of high-field superconductors”, *Reviews of Modern Physics*, Vol. 36, No. 1, pp. 31-39, 1964.
- [4.2] W. T. Norris, “Calculation of hysteresis loss in hard superconductors carrying ac: isolated conductors and edges of thin sheets”, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 3, pp. 489-507, 1970.
- [4.3] E. H. Brandt and M. Indenbom, “Type-II-superconductor strip with current in a perpendicular magnetic field”, *Physical Review B*, Vol.48, No.17, pp. 893-906, 1993.
- [4.4] A. E. Mahdi, A. Tami and R. L. Stoll, “Modeling of magnetic properties and alternate current losses in high-Tc superconductors using a power low voltage-current characteristic”, *J. Appl. Physics*, vol. 85, no. 8, pp. 5359-5361, 1999.
- [4.5] 福井聡, 池田元史, 佐野崇, 三五英樹, 山口貢, “外部磁界下におけるBi系テープ線材の交流通電損失の測定と理論解析”, 電気学会超電導電力応用機器リニアドライブ合同研究会, ASC-01-13, LD-01-13, pp. 71-75, 2001.
- [4.6] 中田高義, 高橋則雄, “電気工学の有限要素法 第2版”, 森北出版, pp.78-pp.81, 1986
- [4.7] 中田高義, 河瀬順洋, “有限要素法による非線形過渡磁界解析”, *電学論 B*, Vol. 104, No. 6, pp. 380-386, 1984.
- [4.8] N. Amemiya, S. Murasawa, N. Banno and K. Miyamoto, “Numerical modelings of superconducting wires for AC loss calculations”, *Physica C*, Vol. 310, pp. 16-29, 1998.
- [4.9] E. H. Brandt, “Superconductors of finite thickness in a perpendicular magnetic field: strips and slabs”, *Physical review B*, vol. 54, no. 6, pp. 4246-4264, 1996.
- [4.10] J. Rhyner, “Calculation of AC losses in HTSC wires with arbitrary current voltage characteristics”, *Physica C*, vol. 310, pp. 42-47, 1998.
- [4.11] T. Yazawa, J. J. Rabbers, B. ten Haken, H. H. J. ten Kate and H. Maeda, “AC loss analysis on high-temperature superconductors with finite thickness and arbitrary magnetic field dependent voltage-current relation”, *J. Appl. Physics*, vol. 84, no. 10, pp. 5652-5656, 1998.
- [4.12] F. Sumiyoshi, H. Kasahara, T. Kawashima and T. Tanaka, “Numerical calculation method of inter-strand coupling current losses in superconducting conductors”, *Cryogenics*, vol. 29, pp. 741-747, 1989.
- [4.13] C. Gu and Z. Han, “Calculation of AC losses in HTS tape with FEA program ANSYS”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, No. 2, pp. 2859-2862, 2005.
- [4.14] H. Ishii, S. Honjo, Y. Iwata, T. Yamada and H. Hashimoto, “Numerical approach for a description of electromagnetic phenomenon in superconducting composites”, *Advances in Superconductivity*, vol. X, pp. 1373-1376, 1998.

- [4.15] Y. Ichiki and H. Ohsaki, “Numerical analysis of AC losses in YBCO coated conductor in external field”, *Physica C*, vol. 412-414, pp. 1015-1020, 2004.
- [4.16] T. Hayashi, R. Yoshida, Y. Fukuda, K. Kajikawa, M. Iwakuma and K. Funaki, “Numerical calculation of magnetization losses in single Bi-2223 tape with anisotropic transport properties by 2D-FEM directly analyzing the field distribution”, *Physica C*, vol. 412-414, pp. 1129-1133, 2004.
- [4.17] T. Hemmi, A. Ninomiya, T. Ishigohka, K. Kurahashi, K. Arai, H. Yamaguchi, M. Umeda and K. Kaiho, “Transient behavior of Bi2223/Ag HTS tape for sharp rising current”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 12, No. 1, pp. 1422-1425, 2002.
- [4.18] 中出雅彦, 石井秀雄, 藤岡琢志, 原築志, “高温超電導多芯銀シース線の電流・磁場分布と交流損失解析”, *低温工学*, Vol. 31, No. 2, pp. 67-71, 1996.
- [4.19] M. Lahtinen, J. Paasi and L. Kettunen, “Diffusion model for the computation of current density distributions in composite superconductors”, *Cryogenics*, Vol. 36, No. 11, pp. 951-956, 1996.
- [4.20] J. Paasi, J. Lehtonen, M. Lahtinen and L. Kettunen, “Computation of AC losses in high-temperature superconductors”, *Physica C*, vol. 310, pp. 62-66, 1998.
- [4.21] J. Lehtonen, J. Paasi and R. Mikkonen, “Computation of losses in a HTS tape carrying AC transport current in external AC magnetic field at temperature of 20-40 K”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 10, No. 1, pp. 1200-1203, 2000.
- [4.22] J. Paasi and M. Lahtinen, “Computational comparison of AC losses in different kinds of HTS composite conductors”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 7, No. 2, pp. 322-325, 1997.
- [4.23] N. Nibbio, S. Stavrev and B. Dutoit, “Finite element method simulation of AC loss in HTS tapes with B-dependent E-J power law”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 11, No. 1, pp. 2631-2634, 2001.
- [4.24] N. Amemiya, K. Miyamoto, N. Banno and O. Tsukamoto, “Numerical analysis of AC losses in high T_c superconductors based on E-j characteristics represented with n-value”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 7, No. 2, pp. 2110-2113, 1997.
- [4.25] N. Enomoto and N. Amemiya, “Electromagnetic field analysis of rectangular high T_c superconductor with large aspect ratio”, *Physica C*, vol. 412-414, pp. 1050-1055, 2004.
- [4.26] 大山俊章, 須佐忠弘, 津田理, 石山敦士, 小早志秀一, 長谷山秀悦, “着磁されたバルク超電導体の変動磁界中における電磁気的特性”, *電気学会超電導電力応用機器リニアドライブ合同研究会*, pp. 61-65, 2000.
- [4.27] Y. Yoshida, M. Uesaka and K. Miya, “Magnetic field and force analysis of high T_c superconductor with flux flow and creep”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 30, No. 5, pp. 3503-3506, 1994.
- [4.28] N. Banno and N. Amemiya, “Theoretical model of twisted high T_c superconducting tapes for numerical alternating-current loss calculations”, *J. Appl. Phys.*, Vol. 85, No. 8, 1999.

- [4.29] T. Hayashi, K. Kajikawa, M. Iwakuma and K. Funaki, “Numerical calculation of ac losses in stacked Bi-2223 tapes exposed to oblique magnetic field”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 2863-2866, 2005.
- [4.30] S. Sugita and H. Ohsaki, “Numerical analysis of AC losses in REBCO thin film for coated conductor and fault current limiter”, Physica C, Vol. 392-396, pp. 1150-1155, 2003.
- [4.31] 門裕之, 市川路晴, 植田浩史, 石山敦士, “バルク超電導体特性の温度・磁界依存性と磁気遮へい型超電導限流器の動作特性解析”, 低温工学, vol. 35, no. 5, pp. 246-254, 2000.
- [4.32] 石山敦士, 中津川潤之介, 野口聡, 門裕之, 市川路晴, “有限要素法による磁気遮蔽型超電導限流器の基礎特性評価”, 電学論 B, Vol. 119, No. 11, pp. 1201-1209, 1999.
- [4.33] 佐藤励, 榎本尚登, 雨宮尚之, “一次元 FEM による円環状 YBCO 超伝導線材を用いたソレノイドコイルの交流損失評価”, 2005 年春季低温工学超電導学会, 2E-p18, pp. 154, 2005.
- [4.34] 内一哲哉, 山田智海, 宮健三, 吉田義勝, “高温超電導プラズマ安定化コイルのトカマク炉適用可能性”, 日本原子力学会誌, vol. 40, no. 5, pp. 387-396, 1998.
- [4.35] O. Bíró, “Edge element formulations of eddy current problems”, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 169, pp. 391-405, 1999.
- [4.36] J. Rhyner, “Magnetic properties and AC-losses of superconductors with power law current-voltage characteristics”, Physica C, vol. 212, pp. 292-300, 1993.
- [4.37] T. Kiss, M. Inoue, T. Kuga, M. Ishimaru, S. Egashira, S. Irie, T. Ohta, M. Imamura, M. Yasunaga, M. Takeo, T. Matsushita, Y. Iijima, K. Kakimoto, T. Saitoh, S. Awaji, K. Watanabe, Y. Shiohara, “Critical current properties in HTS tapes”, Physica C, Vol. 392-396, pp. 1053-1062, 2003.
- [4.38] 中田高義, 高橋則雄, 河瀬順洋, “うず電流解析における電界 ($\text{grad}\phi$) の物理的意味の考察”, 電気学会情報処理研究会, IP-80-49, pp.21-pp.30, 1980

第5章

- [5.1] D. W. Hazelton, M. T. Gardner, J. M. Weloth, J. A. Rice, L. R. Motowidlo, Y. S. Hascicek, H. W. Weijers, W. D. Markiewicz and S. W. Van Sciver, “HTS insert coils for ultra high field NMR spectroscopy”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 7, no. 2, pp. 885-888, 1997.
- [5.2] H. Lee, J. Bascuñán and Y. Iwasa, “A high-temperature superconducting double-pancake insert for an NMR magnet”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 13, no. 2, pp. 1546-1549, 2003.
- [5.3] J. Bascuñán, H. Lee, E. S. Bobrov and Y. Iwasa, “A low- and high-temperature superconducting NMR magnet: design and performance results”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 13, no. 2, pp. 1550-1553, 2003.
- [5.4] T. Kiyoshi, K. Inoue, M. Kosuga, H. Wada and H. Maeda, “Current decay evaluation of closed HTS coil circuits”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 7, no. 2, pp. 877-880, 1997.
- [5.5] H. Kumakura, H. Kitaguchi, T. Kiyoshi, K. Inoue, K. Togano, M. Okada, K. Fukushima, K. Tanaka, K. Kato and J. Sato, “Performance tests of Bi-2212 insert magnets fabricated by Ag sheath method and dip-coating method”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 7, no. 2, pp. 646-649, 1997.
- [5.6] 五十嵐基仁, 根元薫, 奥富健志, 平野智士, 桑野勝之, 草田栄久, 寺井元昭, 栗山透, 戸坂泰造, 田崎賢司, 丸川宏太郎, 花井哲, 山下知久, 柳瀬康人, 山地睦彦, 中尾裕行, “永久電流高温超電導マグネットの開発 -磁気浮上式鉄道への適用性検証-”, 低温工学, vol. 39, no. 12, pp. 651-659, 2004.
- [5.7] M. Igarashi, H. Motoaki, T. Kuriyama, S. Hanai, T. Yamashita and M. Yamaji, “Persistent current HTS magnet cooled cryocooler (1) - project overview”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 1469-1472, 2005.
- [5.8] S. Kusada, M. Igarashi, K. Nemoto, S. Hirano, T. Okutomi, M. Terai, T. Kuriyama, K. Tasaki, T. Tosaka, K. Marukawa, S. Hanai, T. Yamashita, Y. Yanase, H. Nakao and M. Yamaji, “Persistent current HTS magnet cooled by cryocooler (2) - magnet configuration and persistent current operation test”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 2285-2288, 2005.
- [5.9] K. Tasaki, T. Tosaka, K. Marukawa, T. Kuriyama, S. Hanai, M. Yamaji, K. Kuwano, M. Igarashi, K. Nemoto, S. Hirano, T. Okutomi, H. Nakao and M. Terai, “Persistent current HTS magnet cooled by cryocooler (3) - HTS magnet characteristics”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 2289-2292, 2005.
- [5.10] T. Tosaka, K. Marukawa, T. Kuriyama, H. Nakano, M. Yamaji, K. Kuwano, M. Igarashi, K. Nemoto and M. Terai, “Persistent current HTS magnet cooled by cryocooler (4) - persistent current switch characteristics”, IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 15, No. 2, pp. 2293-2296, 2005.

- [5. 11] 戸坂泰造, 大谷安見, 小野通隆, 栗山透, 丸川宏太郎, 水牧祥一, 中本一成, 渋井正直, 立川信夫, 森川惇二, 小川雄一, 吉田善章, “プラズマ閉じ込め装置 (RT-1) 用磁気浮上超電導マグネットの開発 -高温超電導永久電流モードマグネット-”, 2005 年春季低温工学超電導学会, 3D-a02, pp. 231, 2005.
- [5. 12] 大谷安見, 戸坂泰造, 小野通隆, 栗山透, 丸川宏太郎, 水牧祥一, 中本一成, 渋井正直, 立川信夫, 森川惇二, 小川雄一, 吉田善章, “プラズマ閉じ込め装置 RT-1 用磁気浮上超電導マグネットの開発 -熱設計-”, 2005 年春季低温工学超電導学会, 3D-a03, pp. 232, 2005.
- [5. 13] J. H. Kim, J. J. Lim, J. Joo, S. Choi, S. Lee, W. Nah, H. Kang and T. K. Ko, “Development and characteristics of persistent mode in HTS magnet”, *Physica C*, vol. 412-414, pp. 1026-1029, 2004.
- [5. 14] K. Koyanagi, K. Tasaki, K. Yamamoto, H. Onoda, Y. Yamada and O. Horigami, “Cryocooler-cooled Bi-2223 high-Tc superconducting magnet in persistent current mode”, *Advances in Superconductivity*, vol. X/2, pp. 1385-1388, 1998.
- [5. 15] 田崎賢司, 小柳圭, 山田譲, “Bi 系銀シース線材の n 値特性”, 1997 年秋季低温工学超電導学会, A1-14, pp. 14, 1997.
- [5. 16] T. Tominaka, S. Kakugawa, N. Hara and N. Maki, “Electrical properties of superconducting joint between composite conductors”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 27, no. 2, pp. 1846-1849, 1991.
- [5. 17] Y. D. Chung, I. Muta, T. Hoshino, T. Nakamura and M. H. Shon, “Design and performance of compensator for decremental persistent current in HTS magnets using linear type magnetic flux pump”, *Cryogenics*, vol. 44, pp. 839-844, 2004.
- [5. 18] L. Cesnak and J. Kokavec, “Magnetic field stability of superconducting magnets”, *Cryogenics*, vol. 17, pp. 107-110, 1977.
- [5. 19] G. Luderer and P. Dullenkopf, “Influence of flux penetration on magnetic field stability”, *Cryogenics*, vol. 17, pp. 42-44, 1976.
- [5. 20] Z. Han, P. Vasa, Y. Q. Shen and T. Freltoft, “Superconducting Bi₂Sr₂Ca₂Cu₃O_x closed-loop coils carrying persistent current at temperatures above 77 K”, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 7, no. 2, pp. 873-876, 1997.
- [5. 21] J. L. Duchateau and B. Turck, “External field effect on the current distribution in superconducting composite: evaluation of the degradation in adiabatic conditions”, *Cryogenics*, vol. 14, pp. 545-550, 1974.
- [5. 22] T. Ogasawara, K. Yasukochi, Y. Takahashi, K. Yasohara and Y. Kubota, “An experiment clarifying the distribution of transport currents in superconducting wires”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 15, no. 1, pp. 236-239, 1979.
- [5. 23] F. Sumiyoshi, H. Hori, F. Irie and T. Kawashima, “Using magnetic field pulses with a slow sweep rate to produce uniform”, *Cryogenics*, vol. 23, pp. 373-377, 1983.

- [5.24] F. Sumiyoshi, K. Koga, H. Hori, F. Irie, T. Kawashima and K. Yamafuji, “On the distribution of a transport current inside a multifilamentary superconducting wire in a rapidly changing transverse magnetic field”, *Cryogenics*, vol. 23, pp. 619-624, 1983.
- [5.25] S. Yamamoto and T. Yanada, “Initial magnetic field decay of the superconducting magnet in persistent current mode”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 24, no. 2, pp. 1292-1294, 1988.
- [5.26] 石山敦士, 中津川潤之助, 野口聡, 門裕之, 市川路晴, “有限要素法による磁気遮へい型超電導限流器の基礎特性評価”, *電学論 B*, vol. 119, no. 11, pp. 1201-1209, 1999.

付録A

- [A. 1] 中田 高義, 高橋 則雄, “電気工学の有限要素法 第2版”, 森北出版, pp.78-pp.81, 1986
- [A. 2] 中田 高義, 高橋 則雄, 河瀬 順洋, “うず電流解析における電界 (grad ϕ) の物理的意味の考察”, 電気学会情報処理研究会, IP-80-49, pp.21-pp.30, 1980
- [A. 3] 中田高義, 河瀬順洋, “有限要素法による非線形過渡磁界解析”, 電学論 B, Vol. 104, No. 6, pp.380-386, 1984.

付録B

- [B. 1] 桂井 誠, “電気学会大学講座 電気磁気学 3版改訂”, 電気学会, pp.332-pp.333, 2002
- [B. 2] 中田 高義, 高橋 則雄, 河瀬 順洋, “うず電流解析における電界 (grad ϕ) の物理的意味の考察”, 電気学会情報処理研究会, IP-80-49, pp.21-pp.30, 1980
- [B. 3] 中田 高義, 高橋 則雄, “電気工学の有限要素法 第2版”, 森北出版, pp.78-pp.81, 1986

付録D

- [D. 1] 戸川隼人, 「マトリクスの数値計算」, オーム社, 1971.
- [D. 2] 森正武, 「数値計算プログラミング 増補版」, 岩波書店, 1986.
- [D. 3] H. Schildt, 「STL programming from the GROUND UP」, McGraw-Hill, 1998.
- [D. 4] R. Barrett, M. Berry, T. F. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine and H. van der Vorst, 「Templates for the solution of linear systems : building blocks for iterative methods」, SIAM, 1994.
- [D. 5] 戸川隼人, 「共役勾配法」, 教育出版, 1984.
- [D. 6] 飯塚幹夫, 奥田洋司, 矢川元基, “反復法ソルバーの構造解析問題における収束性の評価”, Trans. JSCES, No. 20000030, 2000.
- [D. 7] 山田知典, 矢川元基, “ノルム前処理付き共役勾配法による有限要素解析”, Trans. JSCES, No. 20010033, 2001.

付録F

- [F. 1] 荻原宏康, 「低温工学概論 超伝導技術を支えるもの」, 東京電機大学出版局, 1999.
- [F. 2] 菊地文雄, 「有限要素法概説[新訂版]-理工学における基礎と応用-」, サイエンス社, 1999.
- [F. 3] 中田高義, 高橋則雄, 「電気工学の有限要素法 第2版」, 森北出版, 1997.
- [F. 4] C. A. Thompson, W. M. Manganaro, F. R. Fickett, “Cryogenic Property of Copper”, NIST

- [F.5] Cryosoft, 「Solid」, 2001.
- [F.6] Cryodata, 「CryoComp version.3.0」, 1997.
- [F.7] Metals and Ceramics Information Center, 「Handbook on Materials for Superconducting Machinery」, 1977.
- [F.8] M. Matsukawa, K. Iwasaki, K. Noto, T. Sasaki, N. Kobayashi, K. Yoshida, K. Zikihara and M. Ishihara, “Thermal conductivity of the c-axis aligned (Bi,Pb)₂Sr₂Ca₂Cu₃O_y in the superconducting and mixed states”, Cryogenics, vol.37, pp.255 - 262, 1997.
- [F.9] K. Nomura, T. Sasaoka, J. Sato, S. Kuma, H. Kumakura, K. Togano, and N. Tomita, “Influence of Ag-Au and Ag-Cu alloys on Bi₂Sr₂CaCu₂O_x superconductor”, Applied Physics Letter, vol.64, pp. 112 - 114, 1994.
- [F.10] T. Sasaoka, K. Nomura, J. Sato, M. Seido, H. Kumakura, K. Togano, H. Maeda, J. Shimoyama, H. Fujishiro, M. Ikebe and K. Noto, “Bi-System Oxide Superconducting Tapes Based on Silver-Alloy for Power Current Leads”, Advances in Superconductivity, pp.729-732, 1992.
- [F.11] 低温工学協会編, 「超電導・低温工学ハンドブック」, オーム社, 1993.