

氏 名 松田 命

学位(専攻分野) 博士(理学)

学位記番号 総研大甲第 1917 号

学位授与の日付 平成29年3月24日

学位授与の要件 高エネルギー加速器科学研究科 素粒子原子核専攻  
学位規則第6条第1項該当

学位論文題目 On the renormalization structure in quantum conformal  
gravity

論文審査委員 主 査 教授 北野 龍一郎  
講師 濱田 賢二  
教授 磯 暁  
講師 阪村 豊  
講師 山田 憲和  
教授 稲垣 知宏 広島大学

論文の要旨

Summary (Abstract) of doctoral thesis contents

Construction of the quantum gravity theory has a lot of difficulties. Quantization of the gravitational field based on the Einstein gravity theory leads to non-renormalizability problem. Moreover, theory also becomes non-perturbatively unstable since the action can take indefinite value. Besides, we can not physically eliminate space-time solution including a singularity since the Einstein action is finite for such a configuration. In order to resolve these problems, the manner that we introduce the higher derivative terms was proposed. However, one could not avoid the problem that physical ghost mode arises since one dealt all gravitational fields perturbatively. So, we need non-perturbative method.

In this thesis, we considered the quantum conformal gravity. The conformal invariance has a crucial role in our non-perturbative formulation of quantum gravity. Its importance in physics is also suggested by the recent experiments on cosmic microwave background (CMB) which indicates the fluctuation in early universe to be scale invariant. In formation of such fluctuation recorded in the CMB angular spectrum enable us to discuss the origin of universe back to the past before the inflation. If we believe the inflation scenario that universe grows up about  $10^{60}$  order until today, we can reach the phenomena beyond the Planck scale. From this, it is a good guess that conformal invariance is fundamental in quantum gravity. And encouraging from the development of two dimensional quantum gravity, we quantized gravity non-perturbatively by taking into account the contribution of the conformal anomaly which appears from path integral measure. We then dealt a part of gravitational field which is called the conformal mode non-perturbatively without introducing its coupling constant, while the traceless tensor mode is treated perturbatively.

In the above quantization method, there are various important natures. The first is that the general coordinate invariance in such a non-perturbative way leads to the background-metric free nature, which is realized as a gauge equivalency under the conformal transformation, called BRST conformal symmetry. Owing to this symmetry, we can choose the flat background and calculate Feynman diagrams in the same way to usual quantum field theory. Besides, the BRST conformal symmetry makes the gravitational ghost mode unphysical. The second is the non-renormalization theorem of the conformal mode. Its renormalization factor becomes unity since we do not introduce the coupling constant of it. The third is that there is a new dynamical scale. In contrast with the conformal mode, we deal the traceless tensor mode perturbatively and the beta function of its coupling constant is negative. This indicates that the asymptotic freedom of the coupling constant but this does not

(別紙様式 2)  
(Separate Form 2)

indicate that there is a picture which the gravitational field propagate on the background space-time. That is, there is not a free gravitational field since the space-time itself fluctuates by the non-renormalization nature of the conformal mode. Therefore, gravitational effect emerges only in the internal line of Feynman diagrams.

The purpose of this study is to examine the renormalization structure in our quantum conformal gravity theory with using dimensional regularization. We first explained how to determine the gravitational action in  $D$  dimensions. To begin with, we considered QCD on curved space and analyzed the renormalization group equation derived from the two and three point functions of the energy momentum tensor. The finiteness condition gives us how to determine the form of the gravitational counterterm. Next, using fourth derivative action derived in this way, with adding the cosmological constant and the Einstein term, we calculated a variety of renormalization factors, especially, that for the cosmological constant up to the second order of the coupling constant of traceless tensor mode in Landau gauge. The results showed that the two loop correction to the anomalous dimension of the cosmological constant with respect to the gravitational field is negative while that of the Planck mass parameter is positive. This means that the Einstein term becomes more dominant in a low energy region. Also, as a consistency check, the anomalous dimension of the cosmological constant with respect to the conformal mode only relates with the exact solution derived from the BRST conformal symmetry. We further calculated the effective cosmological constant. The renormalization group analysis shows that it does not depend on the scale parameter. Therefore, the effective cosmological constant does not change even if energy scale takes arbitrary value. In other words, the value of effective cosmological constant which we took it small is preserved.

Summary of the results of the doctoral thesis screening

Einstein-Hilbert 作用を基礎にもつ重力の量子論は摂動論的にくり込み不可能なだけでなく、作用が不定値で下に有界でないため経路積分が非摂動的にも不安定になる。また、Schwarzschild 解のような特異点解に対してこの作用は有限になることから、特異点解を量子論的に排除することが出来ない。これらの問題を同時に解決する方法として、1970 年代に、正定値な Riemann 曲率の 2 乗項を作用にもつ量子重力理論が提案された。しかしながら、単純な摂動論では高階微分特有のゴーストの問題が生じて上手く行かないことが知られていた。

ゴーストの問題を解決するために、近年、2 次元量子重力の厳密解の考察から、一部に非摂動的手法を取り入れたくり込み可能な共形重力の量子化が提案された。それは、量子論的に一般座標不変になるように、経路積分測度からの共形異常の寄与を正しく取り入れた量子化法で、紫外極限が共形不変性をゲージ対称性としてもつ特別な共形場理論として記述される量子重力理論である。この時、共形変換で結びつくすべての時空がゲージ同値であるとして背景時空独立性が表現され、この BRST 共形対称性によってゴーストモードが非物理的な自由度になることが示された。このようにして Planck スケールを超えた世界を記述することが出来る量子共形重力理論が構成された。

松田氏の研究は次元正則化を用いて定式化されたこの量子共形重力理論のくり込みの問題について議論したものである。次元正則化法は経路積分測度の選び方に依らずに一般座標不変性を保つ特徴があり、測度からの寄与である共形異常はこの場合 4 次元と  $D$  次元の間に隠れている。そのため作用の  $D$  依存性が共形異常の形、つまりは理論の構造を決めることになる。本論文では、まず Hathrell のくり込み群方程式を用いた  $D$  次元重力作用を決定する方法について言及した後、その  $D$  依存性に細心の注意を払いながら高次の量子補正計算を行っている。作用の  $D$  依存性と  $D-4$  の極が相殺して誘導される重力場の共形モードの Wess-Zumino 運動項及び相互作用項を取り入れた困難な計算で、くり込みの問題に一石を投じる重要な研究である。博士論文では共形モードの非くり込み定理の検証や、さらに宇宙項や Einstein 項を加えた系でのその質量パラメータの異常次元の計算を 2 ループで行っている。このとき、既知の 4 次元量子重力理論の中で、2 ループのくり込み計算が上手く遂行できる理論は他にはないことは主張しておくべき事柄である。

後半では有効宇宙定数の計算も行われている。それがくり込まれた宇宙定数と Planck 質量の関数として書けることが示されていて、その値を任意に小さく取れることが述べられている。また、その値はくり込み群フローの下で不変になることから、観測から決めることが出来る物理的な量であることが示されている。このことは、この理論が紫外カットオフを持たないことから、宇宙項問題にたいしてこれまでとは異なる見方を与えることになる。

この成果の主要部分はすでに学術雑誌に掲載されていることから、松田命氏の博士論文審査を合格と判断した。