

# 超低速重イオン用分割同軸型RFQの研究

渋谷 真二

博士（学術）

総合研究大学院大学  
数物科学研究科  
加速器科学専攻

平成3年度

## 要旨

近年不安定原子核のビームを使った研究が急速に発展しつつある。不安定原子核のビームは、中性子過剰核、超重核など極限領域の核物理や、宇宙に於ける元素合成過程の研究など、他の手段では実現できない核物理、天体核物理を開拓できる他、物性物理、放射化学、原子物理など様々な分野でも新しい研究領域を広げることが出来る。これに伴い、これらの短寿命核を加速するための加速器への関心が急速に高まってきた。しかし高エネルギー粒子による核破碎反応で生成され、イオン化された短寿命核は、多くの場合荷電数対質量数比 $\epsilon$ が數十分の一であり、中には $1/100$ 以下という非常に小さいものもある。このような場合イオン源から得られるビームエネルギーは核子当り $1\text{ keV}$ 程度となり、この時の速度は光速の $0.1\%$ 程度という非常に低い値となる。このような超低速重イオンを加速する場合には加速器の初段に特別の前段加速器が必要になる。高周波四重極電場を用いてビームの加速と集束を同時に行えるRFQ線形加速器(以下RFQと略す)は、このような目的に最適であると考えられている。

わが国においては大型ハドロン計画において不安定核ビームファシリティの建設が構想されており、これに伴い入射エネルギーが $1\text{ keV/u}$ 、 $\epsilon$ が $1/60$ 以上の超低速重イオンを加速できるRFQの開発研究が筆者らによって行われている。筆者の研究目的は超低速重イオンの加速を行えるRFQの実用化を図ることである。

これまで研究してきた超低速重イオン加速器には大別して二種類のものがある。一つは1979年ドイツ重イオン研究所(GSI)のMuellerが考案した分割同軸型(Split Coaxial)RFQで、もう一つはやはり1979年にFrankfurt大学で考案された螺旋型(Spiral)RFQである。

これに対し、原子核研究所の新井らは電極にヴェインを採用したマルチモジュール型の分割同軸型RFQ(SCRFQ)の研究開発に1983年から着手し、コールドモデルで空腔の高周波特性を定性的に説明し、50MHzの陽子加速モデルで陽子を $2\text{ keV}$ から $60\text{ keV}$ まで加速することに成功した。

筆者らは $\epsilon=1/30$ の超低速重イオンを実際に加速できる実機モデルの研究開発を行っている。この実機モデルは内直徑90cm、長さ70cmのモジュール空腔を三台つなぎ合わせた全長2.1mのマルチモジュール型共振空腔であり、運転周波数は25.5MHz、 $\epsilon$ が $1/30$ 以上のイオンを $1\text{ keV/u}$ から $45.4\text{ keV/u}$ まで加速出来るものである。筆者らの研究開発しているSCRFQ実機モデルの特徴を以下に述べる。

1. 分割同軸型構造を採用することにより、共振周波数のわりに空腔径を小さく出来る。
2. 四電極にはヴェインを採用している。ヴェインとは軸方向に周期的に波形をつけた板状電極であり、これを用いるとビームアーチャー内の電場分布をKapchinskij-Teplyakovの電位関数の低次の項だけで正確に表すことが出来る。SCRFQにヴェインを採用するのは筆者らが初めてである。
3. 空腔にマルチモジュール構造と呼ばれる方式を採用することによってヴェインを軸方向に複数点で支えることが出来るので、電極を空腔内に精度良く取り付けることが出来る。

4. 内導体と外導体を独立で加工・組立が出来る構造を開発し採用した。このような構造にすれば空腔に組み込む前の内導体の組立精度が組み込み後の内導体の据え付け精度と同じになるので、内導体の精度よい据え付けを容易に行なうことが出来る。
5. 対向電極には結合リングを取り付けてある。結合リングの役割は対向電極を等電位に保ち電場の二重極成分の混入を防ぐことであるが、それに加えてヴェインの位置精度を上げる役割も持っている。空腔に4.で述べた構造を採用すればヴェインの位置精度を十分に上げることが出来るため、結合リングが無くても対向電極はほぼ等電位になると考えられる。今回結合リングを外しての高電力試験及び加速テストを行い結合リングの必要性を調べる。
6.  $\epsilon$ が  $1/30$  以上の重イオンを  $1 \text{ keV/u}$  から加速できる。 $1 \text{ keV/u}$  以下の超低速重イオン加速器の研究は世界的に見てもほとんど行なわれていない。
7. ヴェインの加工を二次元で行っている。二次元で加工されたヴェインを使った加速器の加速性能を実験的に評価するのは筆者らが初めてである。

本研究の成果は、高周波テスト及び加速テストの結果から大幅な設計の変更をせずにこの SCRFQ の実用化が可能であるという結論を得た事である。以下に本論文の内容と研究の成果について述べる。

本論文の第一章は序章で、RFQ 開発の歴史及び筆者らの SCRFQ 開発の経緯、筆者の研究目的について述べる。

本論文の第二章では、RFQ の加速集束原理を説明し、続いて SCRFQ の共振構造を他の RFQ 特に四翼型 RFQ と比較して説明する。

第三章では加速器の設計製作として、ヴェインパラメータの決定方法、一般的なヴェインの設計及び具体的な二次元ヴェインの製作方法について述べる。また共振空腔の設計手法及び空腔の組立、内導体の設計製作、冷却系の設計手順、高周波結合器の設計方法について具体的に述べる。以下に、この章での筆者の研究内容と成果を簡単に述べる。

1. この加速器は実機の実用化を実現するために作られたモデルであるので電極及び加速空腔の設計手法、加速器の高周波試験及び加速試験の結果から実機の評価が行えるようにヴェインのパラメータを決定し、加速器の設計製作を行なった。また実機とこのモデルは共振周波数、平均ボア半径、Kilpatrick 値が同じなので空腔に対する評価はそのまま実機の評価となり得る。われわれはステムフランジを考慮することによって、内導体と外導体で独立に加工組立が行え、かつ精度よい電極の組み込みが行える構造の開発に成功した。この構造の採用により内導体の設定精度を大幅に向上させることができた。
2. 冷却系の設計は空腔の冷却に三本、内導体の冷却に八本の計十一本の冷却管を用いて行なった。これらの冷却管に水を並列に流して冷却する。電極の熱による歪みで電場分布が 1%以上ずれない事を条件として管の半径や流量を決めた。また、高周波結合器はループカップラーを用いる。高電力に対応するため、ループは銅パイプ

で作られており、水冷却を行う。また、結合器のループを空洞に取り付けたまま回転することが出来る。

第四章では低電力試験及び高電力試験の測定方法と結果、即ち空洞の共振周波数の調整法、摂動法によるヴェイン間及びビーム軸近傍の電場分布の測定、空洞のエージングの効果や入力電力による共振周波数の変化について述べる。以下に、この章での筆者の研究内容と成果を簡単に述べる。

1. 共振周波数の調整はステムインダクタンスを使って行なう。ステムインダクタンスは各モジュール空洞の両端に付いている電極支え(ステム)を流れる電流によって生じるインダクタンスである。ステムインダクタンスが無くなるように空洞間の窓を完全に閉じた状態と、ステムインダクタンスが最大となるように完全に開いた状態で各々共振周波数を測定し、最終的に周波数が 25.45 MHz となる様に窓の面積を調整した。窓とはステムとフランジによって囲まれた空間のことである。最後にアルミ製のブロックチューナーによって共振周波数を 25.5 MHz に合わせた。この時の無負荷の Q 値は計算値の約 80% であった。
2. これらの試験の結果から空洞の設計手法の改良及び冷却系の設計の評価を行なった。共振周波数の設計値と測定値には 4% 程度の差異があった。また空洞内のインダクタンスとヴェインと他の内導体との間の静電容量の計算値が測定値と 10% 程度異なっていたので、これらの計算原理、手法を再考し最終的に共振周波数の計算値と測定値との差異を 1% 以内に収める。
3. ヴェイン間及びビーム軸近傍の電場分布の測定は誘電体を用いた摂動法によって行なわれた。誘電体を隣合うヴェイン間またはビーム軸上に設定し軸方向に沿って動かしたとき空洞の入射波と透過波との間の位相差にずれが生じる。この位相差のずれは電場強度の変化量に関する情報を持っているので、電場強度の評価を行なうことが出来る。測定の結果、ヴェイン間の電場の四回対称性からのずれは目標値である ±1% より良く、ヴェイン全域にわたって ±0.67% 以内であった。この結果は四電極の設定誤差が ±0.67% 以内であることを示している。またビーム軸近傍でのビーム軸に沿った電場強度分布は Kapchinskii-Teplyakov の電位関数に、設計時のセルパラメータを代入した計算によって定性的に説明できた。
4. 高電力試験ではまずモニターループの較正を行い、共振抵抗の測定、Q 値の測定を行いこれらの数値を使って求めたヴェイン間電圧と入力電力の関係がほぼ一致していることを確認した。エージングは放電とマルチパクタリングに注意し、約二週間かけて行なった。また、高電力運転時のエージング時間と放電の頻度の関係について調べた。
5. 空洞をデューティー 10% で運転した時の入力電力と共振周波数の変化量の関係を調べたところ、平均入力電力 8.5 kW で共振周波数は 130 kHz 上がった。この時冷却水の温度差は 0.5°C であったことから電極そのものの熱膨張による周波数の変化

は無視できると考えられる。考えられることは結合リングの熱膨張によるヴェイン間ギャップの変化である。このことを確かめるために結合リングを分割してデューティー 20%で運転した。その結果平均入力電力 16 kW での周波数の変化は 53 kHz であった。このことから結合リングを外せばデューティー 20%位までは現在の冷却系で十分であることが分かった。平均入力電力 16 kW での冷却水の温度上昇は 0.9°C であった。ただし内導体の局部的な温度上昇については調べる必要がある。

第五章では、加速テストスタンドの説明と加速テストの結果について述べる。即ちビーム輸送系の具体的な設計方法、ビームモニター、真空系、加速テスト及びその評価について二次元ヴェインの加速性能への影響を含めて詳しく述べる。以下に、この章での筆者の研究内容と成果を簡単に述べる。

1. ビーム輸送系を入射側と出射側についてそれぞれ設計した。入射側は RFQ アクセプタスとビームエミッタスの整合がとれるように、出射側はビームの透過効率を正確に測定できるように、さらにエネルギースペクトルを出来るだけ精度良く測定できるように設計を行なった。またビームの輸送に必要な入射側のアインツェルレンズ、イオンセパレータ、静電ステアラー、出射側の Q ダブレットの設計製作をした。
2. ビームの性質及び加速性能を評価するためのビームモニターとして入射側一台、出射側三台のファラデーカップ、SCRFQ の入口と出口にはエミッタスモニター、輸送系末端にはエネルギースペクトルを測定するためのビームスリットがそれぞれ取り付けてある。空洞及びビーム輸送系は計 3 台のターボ分子ポンプによって  $2 \times 10^{-6}$  Torr 以下の高真空に引かれている。
3. 加速テストでは入射及び出射エミッタスを RFQ 入口及び出口のエミッタスモニターで測定、ヴェイン間電圧を変えたときのビームの透過効率を入口のファラデーカップと偏向電磁石直前のファラデーカップとの電流比として測定した。またエネルギー分析系で測定した。これらの測定を  $N_2^+(\epsilon=1/28)$ 、 $N^+(\epsilon=1/14)$ 、 $Ne^+(\epsilon=1/20)$  についてそれぞれ行なった。
4. 1 keV/u の重イオンビーム ( $N_2^+$ ) を用いた加速テストで設計値 (45.4 keV/u) までの加速に成功した。しかし二次元加工したヴェインの影響は透過効率に顕著に現れ、80%以上の透過効率を得るにはヴェイン間電圧を設計値より 30%上げなければならなかった。計算コード PARMTEQ に二次元加工したヴェインの影響を考慮したもの (Modified PARMTEQ) での透過効率の計算値は PARMTEQ による計算値よりも測定値に近い事が分かった。また出射ビームエミッタスには二次元加工の影響は見られず、ヴェイン間電圧を変化させた時の出射エミッタスの変化は PARMTEQ での計算結果とよく一致した。

5. ビームの透過効率をさらに上げるために低エミッタансビームによる加速テストを行なった。イオン源のビーム引出孔の口径を小さくして規格化エミッタанс  $0.2\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$  のビームを作り透過効率を測定した。測定の結果 3%程度最大透過効率が上昇した。またこのビームを使ってビームをビーム軸からずらして入射したときの出射ビームの振動を調べた。この結果は計算値とよく一致した。さらに結合リングの有無による加速性能の変化をエミッタансと透過効率から調べたが結合リングの有無による加速性能の変化は見あたらなかった。このことから SCRFQ では結合リングは必要ないことが分かった。

第六章ではまとめとして、本研究の研究成果及び、今後の課題について述べる。  
付録では、第五章で述べたビーム輸送系周辺機器の設計製作について、また設計及び解析に用いた計算プログラムについて簡単に述べる。

## 0.1 目次

1. 序論 .....	1
2. 分割同軸型 R F Q の概要 .....	8
2.1. 分割同軸型 R F Q のビームダイナミクス .....	8
2.1.1. ビームダイナミクス .....	8
2.1.2. ベータトロン振動 .....	10
2.1.3. エネルギーゲイン .....	12
2.1.4. シンクロトロン振動 .....	12
2.2. R F Q 空洞の共振構造 .....	14
2.2.1. 分割同軸型空洞の共振原理 .....	14
2.2.2. G S I - S C R F Q の共振構造 .....	15
2.2.3. I N S - S C R F Q の共振構造 .....	16
2.2.4. その他の R F Q の構造 .....	20
3. 加速器の設計製作 .....	33
3.1. ヴェインの基本設計 .....	33
3.1.1. 基本パラメータの決定 .....	34
3.1.2. ヴェインの設計 .....	38
3.2. 二次元加工によるヴェインの製作 .....	42
3.2.1. S C R F Q の電極形状 .....	43
3.2.2. 二次元加工によるヴェインの製作 .....	45
3.3. 加速空洞の設計 .....	47
3.3.1. 近似計算による空洞計算 .....	47
3.3.2. 空洞設計 .....	50
3.3.3. 冷却系の設計 .....	52
3.4. 加速空洞の製作 .....	53
3.4.1. 構造と材料 .....	53
3.4.2. 組立と精度 .....	54
3.5. 高周波電源と高周波結合器 .....	55
3.5.1. 高周波電源 .....	55
3.5.2. 伝送線と高周波結合器 .....	56
4. 加速空洞の高周波試験 .....	73
4.1. 低電力試験 .....	73
4.1.1. 電極間静電容量の測定 .....	73
4.1.2. 共振周波数の調整と Q 値の測定 .....	74
4.1.3. 電場強度分布の測定 .....	77
4.2. 高電力試験 .....	78
4.2.1. モニターループの較正 .....	78
4.2.2. 空洞のエージング .....	79

4.2.3. 入力電力と共振周波数の変化 .....	80
5. ビーム加速テスト .....	88
5.1. ビーム輸送系 .....	88
5.1.1. 入射側ビーム輸送系 .....	88
5.1.2. 出射側ビーム輸送系 .....	92
5.1.3. ビームモニター .....	93
5.1.4. 真空系 .....	96
5.2. 予備テスト .....	97
5.2.1. ビームの整合 .....	97
5.2.2. ビームエネルギー測定 .....	98
5.2.3. ビームサイズの測定 .....	99
5.3. ビーム加速テスト及びその評価 .....	99
5.3.1. エミッターンスの測定 .....	99
5.3.2. エネルギースペクトルの測定 .....	101
5.3.3. 透過効率の測定 .....	102
5.3.4. 低エミッターンスピームでの加速テスト .....	107
6. まとめ .....	131
謝辞 .....	133
参考文献 .....	134
付録 .....	138
A.Kapchinskij-Teplyakov の電位関数 .....	138
B.smooth approximation .....	143
C. ベータ関数と Twiss parameter .....	150
D. 空間電荷効果 .....	156
E. 電極先端の円近似 .....	160
F. 共振回路の整合と Q 値 .....	165
G. ビーム輸送系の周辺装置 .....	171
G.1. イオン源 .....	171
G.2. アインツエルレンズ .....	175
G.3. イオン弁別用偏向電磁石 .....	177
G.4. 静電ステアラー .....	187
G.5. 四重極電磁石ダブレット .....	189
G.6. 偏向電磁石 .....	193
H. 使用した計算コードとプログラム .....	194
H.1.SUPERFISH .....	194
H.2.PARMTEQ .....	195
H.3.MAGIC .....	197
H.5.TRACEP .....	198

# 第1章 序論

近年不安定原子核のビームを使った研究が急速に発展しつつある。半減期が0.1秒以上の短寿命核を加速し、ビームを供与することが出来れば、中性子過剰核、超重核など極限領域の核物理や、宇宙に於ける元素合成過程の研究など、他の手段では実現できない核物理、天体核物理を開拓できる他、物性物理、放射化学、原子物理など様々な分野でも新しい研究領域を広げることが出来る。これに伴い、これらの短寿命核を加速するための加速器への関心が急速に高まってきた。しかし、高エネルギー粒子による核破碎反応で生成され、イオン化された短寿命核は、多くの場合荷電数対質量数比( $\epsilon$ )が數十分の一であり、中には $1/100$ 以下という非常に小さいものもある。このような場合イオン源(通常引出し電圧は100 kV程度である)から得られるビームエネルギーは核子当り1 keV程度となり、この時の速度は光速の0.1%程度という非常に低い値となる。このような超低速重イオンを加速する場合には加速器の初段に特別の前段加速器が必要になる。RFQ線形加速器(以下RFQと略す)はこのような目的に最適であると考えられている。

RFQはRadio frequency quadrupoleの略で、高周波四重極電場を用いて粒子を集束させ、同時に加速も行う線形加速器のことである。通常のドリフトチューブ型線形加速器で光速の1%以下の超低速ビームを加速する場合を考える時、単位セル長が短くなることと合わせて問題になるのはビームの集束である。一般に低速ビームの集束には、磁場よりも電場を用いる方が有効であり、これについて、様々な工夫と提案がなされてきた。

高周波四重極電場を用いた粒子の集束の方法を初めて発表したのは、V.V.Vladimirskyである(1956)[1]。これは、図1.1のようにドリフトチューブの間の加速ギャップに方位方向に90°ずつに配置した、計4本の集束用の棒(focusing fingers)を取り付けることにより、電場の四重極成分を作り出すものである。しかしこの方法では集束用の棒をあまり長くする出来ないので集束力が弱く、かつ一様な集束力を与えることが出来ない。そこで、この考えを更に発展させ今日の形のRFQを確立したのはI.M.KapchinskijとV.A.Teplyakovであった(1969)[2]。彼らの論文は、図1.2のような4本の電極で作られる高周波四重極電場により粒子を集束させ、更に電極の形状をビーム軸方向に周期的に変えることにより加速電場成分を作り出すという、RFQの原理を初めて発表したものであった。電極設計の複雑さ等のためにしばらく大きな進展は見られなかったが、RFQに関するビーム力学的、マイクロ波工学的研究を進めRFQの設計、製作技術を確立したのは、ロスアラモス研究所(LANL,USA)であった[3]。彼らは1980年、図1.3のようなテスト機で陽子ビームの加速に成功し、これをきっかけにして以後急速にRFQは普及していった。

現在、目的・用途に応じ、様々な種類のRFQが提案、あるいは建設されているが、最も普及しているものは、LANLのテスト機と同じように、ビーム軸方向に周期的な波形をつけた板状電極(これをヴェインと呼ぶ)を用いた四翼型(four-vane)RFQである。一般的な四翼型RFQでは、運転周波数が100~400 MHzのものが多く、主に、ドリフトチューブライナックへの入射器として、陽子や軽イオン( $\epsilon$ が $1/7$ 程度のイオン)を加速する目的で建設されている。

RFQ の特徴としては、次のようなものが上げられる。

1. 電場による集束作用を持つため、低速度で小さい荷電数対質量数比 ( $\epsilon$ ) を持つイオンの加速が可能である。
2. 加速イオンの透過効率が高い。
3. バンチャーの機能を兼ね備えているので、後段のドリフトチューブ線形加速器などの入射効率が高い。
4. 入力電力の調整をするだけで  $\epsilon$  の異なるイオンを加速することが出来る。

このような特徴があるため、RFQ は陽子線形加速器などの前段加速器や重イオン線形加速器として用いられているのである。

RFQ は低速からのイオンの加速は最も得意とするところであるので、超低速重イオン(例えば  $\epsilon$  が數十分の一でエネルギーが 1 keV/u のイオン)を現在最も普及している四翼型 RFQ 等の TE モード共振器を用いた加速器で加速する場合を考えてみる。 $\epsilon$  が數十分の一であるような超低速重イオンを加速する場合の運転周波数は、 $\epsilon$ 、ビーム電流値、イオンの速度、共振空洞の製作の難易度などを考慮して決定されるが、およそ 10 ~ 30 MHz 程度である。一般の加速空洞では、空洞径と共振周波数が反比例するので、共振周波数が 100 MHz の空洞の直径が約 60 cm であるとすると、25 MHz の空洞では直径が約 2.4 m にも達し、製作が非常に困難になる。よって、超低速重イオンを加速する場合は、別の (TE モード以外の) 共振モードを持つ加速空洞を考える必要がある。

このような理由で開発された超低速重イオン加速器のうち現在最も開発の進んでいるものは、ドイツ重イオン研究所 (GSI) の R.W.Müller によって提案された分割同軸 (Split Coaxial) 型 RFQ である [4]。GSI では集束用の棒を取り付けたドリフトチューブ (drift tube with focusing fingers) に似た RFQ 電極を用いて全長約 9.5 m の 13.6 MHz SCRFQ を製作し、 $\text{Mo}^+(\epsilon = 1/96)$  を 2.4 keV/u から 45 keV/u まで加速する事に成功している [5]。しかし GSI の分割同軸型 RFQ はドリフトチューブの軸方向の配置に精度を出すのが難しい上、ビームアーチャー内の電位関数を簡単な式で表現することが出来ない。これに対して電極にヴェインを採用した場合はビームアーチャー内の電位関数を簡単な式で表現することが出来ることが実証されている [3]。従って分割同軸型 RFQ の電極にヴェインを採用すれば GSI のものよりも加速器の性能を向上できると考えられる。この時分割同軸型空洞の構造上ヴェインを空洞の一端面で支えるが、空洞長が長くなると電極がたわんでビームアーチャー内の電場分布がずれるので注意する。

わが国においては大型ハドロン計画において不安定核ビームファシリティの建設が構想されており、これに伴い入射エネルギーが 1 keV/u、 $\epsilon$  が 1/60 以上の超低速重イオンを加速できる RFQ の開発研究が行われている [6]。ここで研究されている RFQ は Müller らのものと異なり、世界で初めて電極にヴェインを採用した分割同軸型 RFQ である。

原子核研究所の新井らの考案した分割同軸型 RFQ(SCRFQ) は、電極にヴェインを採用するためにマルチモジュール構造と呼ばれる方式を採用した [7]。マルチモジュール構造

を採用することによってヴェインを複数点で支えることが出来るので、電極を空腔内に精度良く取り付けることが出来る。また、モジュール間のステム(電極を支えるためのもの)の周りのインダクタンスのために共振周波数を低くすることが出来る。これらの原理を検証するため内直径 40 cm、長さ 50 cm のモジュール空腔を四台つないだ低電力テスト器を製作し [8][9]、これを 50 MHz の加速モデルに転換して 2 keV の陽子を 60 keV まで加速する事に成功した [10]-[12]。

これらの SCRFQ でのテストにより、次のことが明らかになった。

1. マルチモジュール構造の採用によって、ヴェインの設定を 1%以下の精度で行なうことが出来た。
2. 電極間で、軸方向にはほぼ一定の電圧平坦度が得られた。
3. ヴェイン間電圧を変えたときの透過効率は PARMTEQ の計算結果とよく一致した。計算コード PARMTEQ は LANL で開発された RFQ シミュレーションコードである。
4. 共振空腔の高周波特性を定性的に説明する等価回路解析を考案した [13]。

これらのテストの結果をふまえて、筆者らは超低速重イオン用 SCRFQ の実機モデルの開発研究を行った。この実機モデルは内直径 90 cm、長さ 70 cm のモジュール空腔を三台つなぎ合わせた全長 2.1 m のマルチモジュール型共振空腔であり、運転周波数は 25.5 MHz、 $\epsilon$  が 1/30 以上のイオンを 1 keV/u から 45.4 keV/u まで加速出来るものである [14][15]。空腔の完成図を図 1.6 に示す。この時、kilpatrick factor(高周波最大電場強度を示す量) や平均ボア半径に実機の最終目標値を用いているので、この実機モデルの高周波特性テストや加速テストの結果から実機の設計に関する評価を行うことが出来る。

本研究において筆者の目指す開発研究の目標をまとめると以下の通りである。

1. 超低速重イオンの加速の実証。  
荷電数対質量数比が 1/30 程度のイオンを 1 keV/u から加速できる線形加速器は世界でもほとんど例が無い。ヴェインを用いた SCRFQ での大電力加速モデルの実証は今回が世界で初めてとなる。従って、ビーム加速テストで得られたデータは今後の重イオン加速器の設計の際の有益な資料と成り得るであろう。
2. 加工・組立の容易な構造の開発。  
内導体(ヴェイン、背板、支柱、システムフランジ等)と外導体(タンク)の加工・組立を独立に行える空腔構造を開発する。このような構造が可能となれば内導体を外で精度良く組立ててからタンク内に収める事が出来るので、組立精度が飛躍的に向上するはずである。また、空腔組立後のヴェインの交換も容易に行うことが出来る。
3. ヴェインの二次元加工の加速性能への影響を調べる。  
RFQ ヴェイン先端の加工は三次元加工で行なうことが望ましい。これは四電極内に生じるボテンシャルを Kapchinskij-Teplyakov の電位関数(第 2 章)の最低次の

項だけで表わすには三次元加工でヴェインを製作する必要があるからである。しかし、二次元加工でヴェインを製作することは、時間と経費の節約になり、現在までの所、それによる加速性能への影響は少ないとみられている。筆者の調べたところ1988年にローレンスバークレー研究所(LBL)で四翼型RFQのヴェインを二次元加工で製作し、実際に陽子を加速したとする文献があるが[16]、この中ではヴェインの二次元加工による加速性能への影響については全く触れられていない。筆者らは二次元加工を施したヴェインで加速テストを行い、それによる加速性能への影響を詳細に調べる。これは初めての実験的試みである。

#### 4. 効率のよい冷却系の設計と評価。

実機では、デューティー10%で運転するとして1ユニット(3モジュール)当り最大10kW程度の電力を空洞で消費する。冷却系の設計は空洞各部での発熱量を考慮して行われるが、最終的には大電力モデルでの実証が不可欠となる。入力パワーによる共振周波数の変化量から、冷却が効率的に行われているかどうかを評価し、周波数チューナーに必要な補正量を実験的に決定する。また高デューティー高電力運転時には冷却を行なっていない結合リングの熱膨張による共振周波数の変化が問題となる。今回高電力試験及び加速テストを通して結合リングの必要性について調べる。

#### 5. SCRFQ 空洞の設計手法の確立。

空洞のパラメータは第三章で述べるような近似計算で決定されるが、製作される実機モデルでの実験から計算結果の精度の向上を図る。これには内導体の静電容量、特にヴェインと他の内導体との間に生じる静電容量、空洞内のインダクタンス計算法などがある。従って、製作した加速空洞の調整時のデータを詳細に取り、近似計算による結果と比較検討する事により、計算結果にある信頼度を調べ、計算結果の信頼度をさらに上げるために改良を行う。

本論文の第二章では、RFQの加速集束原理を説明し、続いてSCRFQの共振構造を四翼型RFQと比較して説明する。

第三章では加速器の設計製作として、ヴェインパラメータの決定方法、ヴェインの設計、製作、共振空洞の設計製作について具体的に述べる。

第四章では低電力試験及び高電力試験の測定方法と結果、即ち空洞の共振周波数の調整法、空洞のエージングの効果や入力電力による共振周波数の変化について述べる。

第五章では、加速テストスタンドの説明と加速テストの結果について述べる。即ちビーム輸送系の具体的な設計方法、ビームモニター、真空系、加速テスト及びその評価について二次元加工されたヴェインの加速性能への影響を含めて詳しく述べる。

第六章ではまとめとして、本研究の研究成果及び、今後の課題について述べる。

付録に、ビーム輸送系の周辺機器の設計概要と設計及び解析に用いた計算プログラムについて述べる。

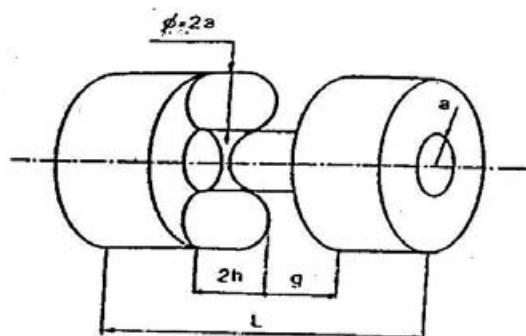


図 1.1 ドリフトチューブ両端に集束用フィンガーを取り付けたもの。ref.1.による。

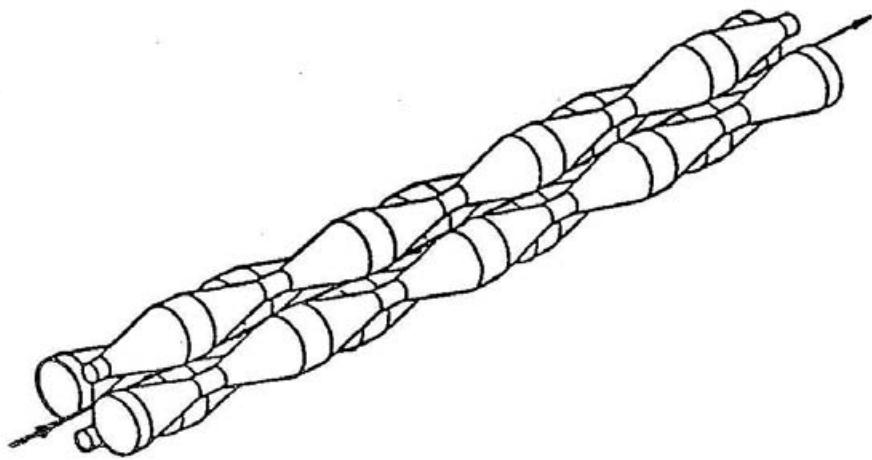


図 1.2 RFQ 電極構造の例。実線はビーム軸、波形一周期の長さは高周波電圧一周期の間にビームが進む距離と等しい。

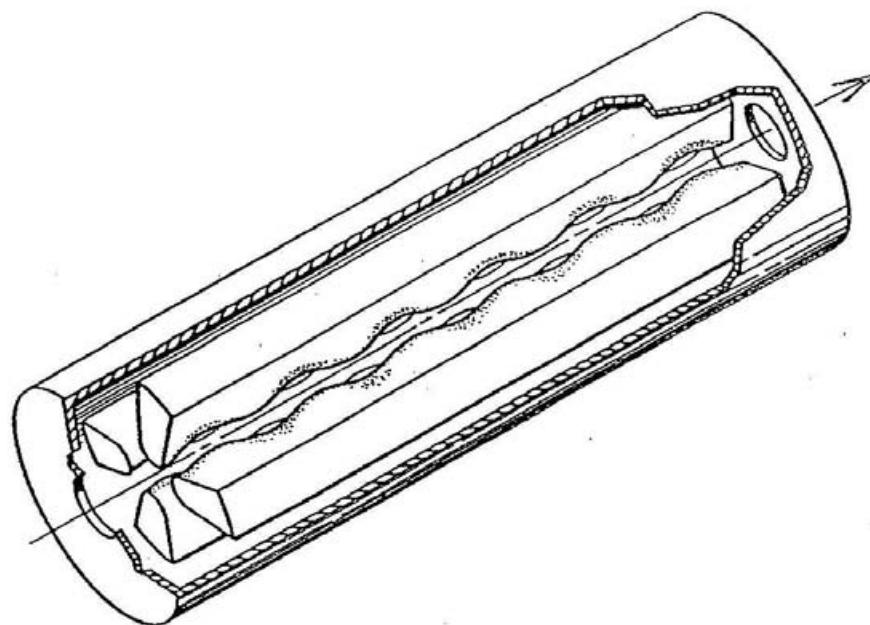


図 1.3 ロスアラモス研究所で開発された四翼型 RFQ。ref.3 より。

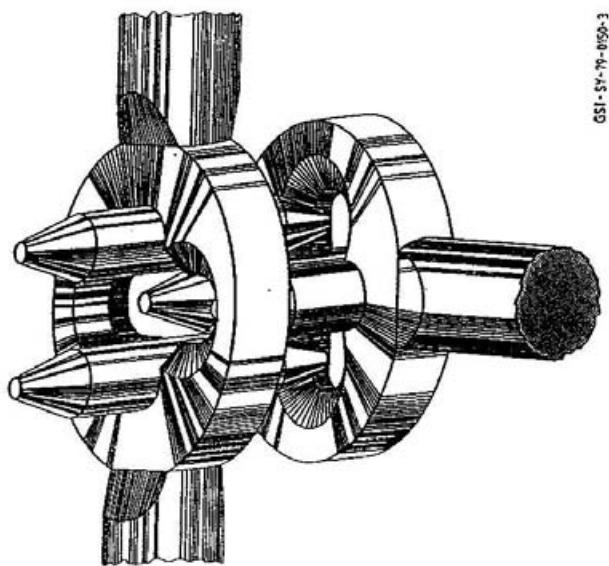


図 1.4 GSI の SCRFQ で採用された集束用指付きドリフトチューブ。ref.5 より。

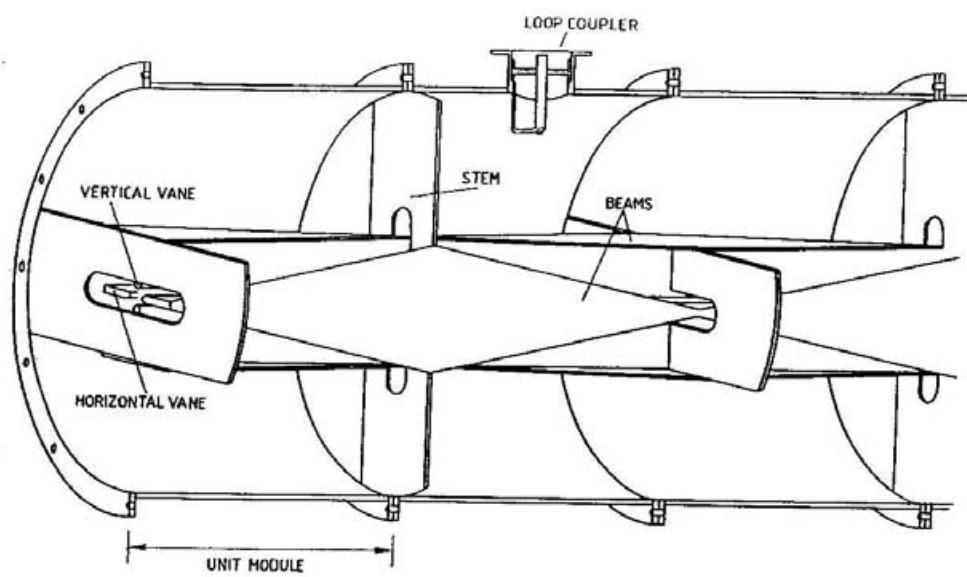


図 1.5 新井らの考案したマルチモジュール SCRFQ の初期のデザイン。ref.7 より。

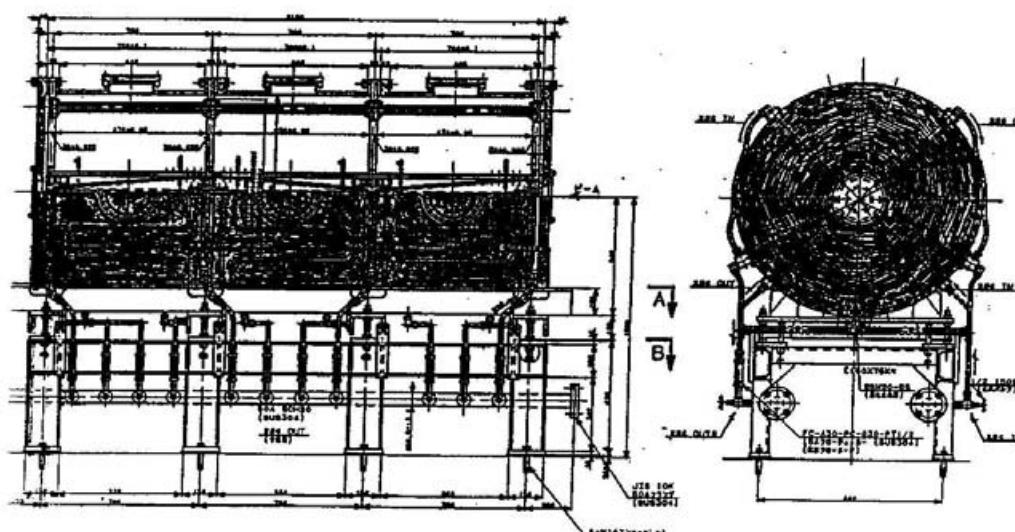


図 1.6 筆者らが研究開発を行なった 25.5 MHz SCRFQ 実機モデルの完成図。内直径 90 cm 長さ 70 cm のモジュール空腔 3 台で構成されている。

## 第2章 分割同軸型RFQの概要

本章では前半のビームダイナミクスで Kapchinskij-Teplyakov(以下 K-T と略す) の電位関数に含まれる係数を電極の形状との関係から求める。また K-T の電位関数から導かれる横方向及び縦方向の粒子の運動について述べる。これらの式の導出は次章で述べる分割同軸型 RFQ(以下 SCRFQ と略す) の設計に必要なものである。なお式の記述は必要最小限にとどめ詳細計算は付録につける。後半の RFQ の共振構造では SCRFQ の共振原理について説明した後、筆者らが研究開発を行なっているマルチモジュール式 SCRFQ の空洞構造について GSI の SCRFQ と比較をしながら説明をする。さらに電極にヴェインを採用した RFQ の代表的存在である四翼型 RFQ をはじめ各種の RFQ について簡単に説明をする。

### 2.1 分割同軸型RFQのビームダイナミクス

#### 2.1.1 ビームダイナミクス

図 2.1.a のようにビーム軸に沿って断面形状が一様な四電極を考える。各々の電極には、周期  $T = 1/f$  の高周波電圧が印加され、対向電極は同電位、隣合う電極は、極性が逆になっている。その時四電極に囲まれた空間(ビームアーチャー)には四回対称の四重極電場が発生し、その極性は、半周期  $T/2$  で変わる。この時ビームアーチャーを通る粒子は、集束・発散を交互に受けながら進むことになる。図 2.1.b のように、ビーム軸に沿って四電極に波形をつける場合を考えてみる。この時ビームアーチャーには、ビーム軸に垂直な四重極電場成分(集束・発散に関与)の他に、軸方向の電場成分(加速に関与)が発生する。よって、粒子が波形一波長分を通過する時間と高周波電圧の周期  $T$  が等しくなるように電極を加工すれば、粒子は、集束・発散を繰り返しながら加速されることになる。これが RFQ の加速集束の基本原理である。

このように、ビーム軸に沿って電極電圧が一定で、その形状が周期的に変化する四電極によって作り出される電位分布は、K-T の電位関数によって表わされる。その電位関数はビーム軸を  $z$  軸に取り、円筒座標系で表わすと付録 A より次式のようになる。

$$U(r, \psi, z) = \frac{V_0}{2} \left[ F_0(r, \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(r, \psi) \cos nkz \right] \quad (2.1)$$

$$F_0(r, \psi) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{0m} r^{2m} \cos 2m\psi \quad (2.2)$$

$$F_n(r, \psi) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} I_{2m}(nkr) \cos 2m\psi \quad (2.3)$$

ここで、

$$k = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{\beta_s \lambda} \quad (2.4)$$

$\beta_s$ は粒子の速度の光速比、 $\lambda$ は高周波の自由空間波長、 $V_0$ は電極間電圧、 $L$ は電極の一周期の長さ、 $I_{2m}$ は変形ベッセル関数である。 $A_{nm}$ は電極形状によって決まる係数である。一般にRFQにヴェイン型電極を用いるとき、上式の低次の項をとった式に合わせてヴェインが加工される。この時(2.1)～(2.3)は、

$$U(r, \psi, z) = \frac{V_0}{2} [A_{00} + A_{01}r^2 \cos 2\psi + A_{10}I_0(kr) \cos kz] \quad (2.5)$$

と書く事が出来る。

いまヴェインの単位セル(unit cell)を $\beta_s \lambda / 2$ と定義し、単位セルでの最小ボア半径 $a$ 、電極のモジュレーション $m$ 、平均ボア半径 $r_0$ を図2.2のように定義する。この時水平及び垂直電極表面での境界条件は、次式で示される。

$$U(a, 0, 0) = U(ma, 0, \frac{\beta_s \lambda}{2}) = V_0 \quad (2.6)$$

$$U(a, \pi/2, 0) = U(ma, \pi/2, \frac{\beta_s \lambda}{2}) = 0 \quad (2.7)$$

次節で述べるようにSCRFQではヴェイン間電圧が $V_0$ の時、空洞入口からみた隣合う電極のポテンシャルは0と $V_0$ となるので、セル中心( $z = \beta_s \lambda / 2$ )でのビーム軸上のポテンシャルは電極の四回対称性から $V_0/2$ となる。この条件を式で示すと次のようになる。

$$U(0, 0, \frac{\beta_s \lambda}{4}) = V_0/2 \quad (2.8)$$

上の三つの条件より、係数 $A_{00}$ 、 $A_{01}$ 、 $A_{10}$ は次のように決まる。

$$A_{00} = 1 \quad (2.9)$$

$$A_{01} = \frac{1}{a^2} \frac{I_0(ka) + I_0(mka)}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (2.10)$$

$$A_{10} = \frac{m^2 - 1}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (2.11)$$

ここで $A_{10} = A$ 、 $a^2 A_{01} = X$ という置き換えを行うと(2.5)は、

$$U(r, \psi, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + X \left( \frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\psi + AI_0(kr) \cos kz \right] \quad (2.12)$$

となる。これがSCRFQの四電極内のポテンシャルを表わす電位関数である。ここで $A$ 、 $X$ は、

$$A = \frac{m^2 - 1}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (2.13)$$

$$X = 1 - AI_0(ka) \quad (2.14)$$

を満たす。またセル中心での電極の四回対称性から、平均ボア半径  $r_0$  は次式で与えられる。

$$r_0^2 = \frac{a^2}{X} \quad (2.15)$$

電位関数が (2.12) で与えられるとき、ビームアパーチャー内の電場は、時間項  $\sin(\omega t + \varphi)$  を省略した形で、次のように書ける。

$$E_x = -\frac{XV_0}{a^2} r \cos 2\psi - \frac{kAV_0}{2} I_1(kr) \cos kz \quad (2.16)$$

$$E_\psi = \frac{XV_0}{a^2} r \sin 2\psi \quad (2.17)$$

$$E_z = \frac{kAV_0}{2} I_0(kr) \sin kz \quad (2.18)$$

ここで、 $A$  は主に加速に関係するパラメータであり、 $X$  は集束に関係するパラメータである。 $(2.16) \sim (2.18)$  で表わされる SCRFQ 電極内の電場は四翼型 RFQ の電極内の電場と同じとなる。このことは四翼型 RFQ のビームシミュレーションのために開発された計算コードを用いて SCRFQ でのビームシミュレーションを行なうことを可能とする。これについては第 3 章で述べる。

(2.14) より  $A$  と  $X$  を同時に大きくすることは出来ないことが分かる。従って目的とする性能に合わせて  $A$ 、 $X$  の値を決めることが設計のポイントになる。

### 2.1.2 ベータトロン振動

粒子の横方向の運動 (transverse motion) を直交座標系の  $x$  座標で考える。 $(2.16)$  で  $\psi=0$  と置き、一次の変形ベッセル関数  $I_1$  を展開する。粒子の横方向の振動の周期が単位セル長  $\beta_s \lambda / 2$  に比べて非常に長ければ、右辺第二項の高調波成分の平均は 0 となるのでその一次の項だけをとることにする。この時時間項を含めた  $x$  方向の電場  $E_x$  は次のようになる。

$$E_x = - \left( \frac{XV_0}{a^2} \sin \omega t + \frac{k^2 AV_0}{4} \cos kz \sin \omega t \right) x \quad (2.19)$$

ここで  $\omega t = kz + \varphi$  により、

$$\cos kz \sin(kz + \varphi) = \frac{1}{2} (\sin \varphi + \cos \varphi \sin 2kz + \sin \varphi \cos 2kz) \quad (2.20)$$

第一項のみをとると (2.19) は、

$$E_x = - \left( \frac{XV_0}{a^2} \sin \omega t + \frac{k^2 AV_0}{8} \sin \varphi \right) x \quad (2.21)$$

となる。よって粒子の x 方向の運動方程式は次式のようになる。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left( \frac{\epsilon e X V_0}{\gamma m_0 a^2} \sin \omega t + \frac{\epsilon e k^2 A V_0}{8 \gamma m_0} \sin \varphi \right) x = 0 \quad (2.22)$$

$\gamma$ は  $1/\sqrt{1 - \beta_s^2}$ で表わされる。 $m_0$ は核子の静止質量、 $\epsilon$ は荷電数対質量数比、 $e$ は素電荷である。変数 t の代わりに  $\eta = z/\beta_s \lambda$ を用いて上式を変形すると、

$$v_s dt = dz, \quad \beta_s \lambda d\eta = dz, \quad v_s = \beta_s c \quad (2.23)$$

より、

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{v_s^2}{(\beta_s \lambda)^2} \cdot \frac{d^2x}{d\eta^2} \quad (2.24)$$

ゆえに、

$$\frac{d^2x}{d\eta^2} + (B \sin 2\pi\eta + \Delta_{rf})x = 0 \quad (2.25)$$

となる。 $B$ は集束係数、 $\Delta_{rf}$ は高周波発散係数を表し、それぞれ次式のようになる。ただし  $c$  は光速である。

$$B = \frac{\epsilon e \lambda^2}{\gamma m_0 c^2} \cdot \frac{X V_0}{a^2} = \frac{\epsilon e \lambda^2}{\gamma m_0 c^2} \cdot \frac{V_0}{r_0^2} \quad (2.26)$$

$$\Delta_{rf} = \frac{\pi^2 \epsilon e A V_0 \sin \varphi}{2 \gamma m_0 c^2 \beta_s^2} \quad (2.27)$$

(2.25) はマシュー (Mathieu) 方程式として知られ、括弧内第一項は集束力  $X$  に比例した量を表し、第二項は位相  $\varphi$  が同期粒子 (synchronous particle: 同期位相と等しい位相を持った粒子のこと) に対して第 3 章で述べる様に常に  $-90^\circ < \varphi < 0^\circ$  に選ばれるために常に負となり、即ち発散力を示す (高周波発散力)。集束係数  $B$  は粒子のエネルギーや高周波位相に無関係な量で、ボア半径  $r_0$  を各セルで一定に保てば (2.26) より粒子は各セルで同じ集束力を受けて加速される事になる。これを B-constant の手法と呼び、現在の RFQ はほとんどこの手法を採用して設計を行っている。

良く知られているように (2.25) は  $B$  と  $\Delta_{rf}$  を適当に選ぶと振動解が得られる。図 2.3 はマシュー方程式の第一安定領域である。この領域内に  $B$  と  $\Delta_{rf}$  がある時、粒子は一周期 ( $\beta_s \lambda$ )あたり  $\sigma$  の位相の進みで、擬周期的振動 (pseudo harmonic oscillation) をしながら進む。このような振動がベータトロン振動である。

付録 B より、安定領域内での  $\sigma$ 、一周期当たりの  $\beta$  関数の最大値  $\beta_+$ 、集束周期に対する  $\beta$  関数の最大値の割合  $\Gamma_+$  は以下のようになる。

$$\sigma^2 = \frac{B^2}{8\pi^2} + \Delta_{rf} \quad (2.28)$$

$$\beta_+ = \frac{L}{\sigma} \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \right)^2 \quad (2.29)$$

$$\Gamma_+ = \frac{\beta_+}{L} = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{B}{4\pi^2} \right)^2 \right]^2}{\sigma} \quad (2.30)$$

$\Gamma_+$ はヴェイン設計時に  $B$  および  $\Delta_{rf}$  の最大値を決定する際に必要となる。この時粒子群のビーム軸に沿ったエンベロープの一周期内での最大値  $a_{beammax}$  は次のようになる。

$$a_{beammax} = \sqrt{\frac{\beta_+ \epsilon}{\pi}} = \sqrt{\frac{\beta_+ \epsilon_n}{\gamma \beta_s \pi}} = \sqrt{\frac{\Gamma_+ L \epsilon_n}{\gamma \beta_s \pi}} = \sqrt{\frac{\Gamma_+ \lambda \epsilon_n}{\pi}} \quad (2.31)$$

$\epsilon$  はビームのエミッタンス、 $\epsilon_n$  は規格化エミッタンスである（付録 C 参照）。

またライナックで受け入れられる規格化エミッタンスの最大値を規格化アクセプタンスと言うが、これはビーム半径がビームアーチャー半径に等しくなったときの値である。即ち、RFQ の最小ビームアーチャー半径を  $a_{min}$ 、そこでビーム半径を  $a_{beam}$ 、規格化エミッタンスを  $\epsilon_n$  とすると、規格化アクセプタンス  $A_n$  は次のようになる。

$$\frac{A_n}{\pi} = \left( \frac{a_{min}}{a_{beam}} \right)^2 \cdot \frac{\epsilon_n}{\pi} = \zeta^2 \frac{\epsilon_n}{\pi} = \frac{a_{min}^2}{\Gamma_+ \lambda} \quad (2.32)$$

この時  $\zeta = a_{min}/a_{beam}$  をビームマージンと呼ぶ。

### 2.1.3 エネルギーゲイン

ビーム軸上における平均加速電場の最大値  $E_0$  は (2.18) で  $r = 0$  としたものを単位セル内で積分して得られる。

$$E_0 = \frac{2}{\beta_s \lambda} \int_0^{\beta_s \lambda / 2} E_z dz = \frac{2AV_0}{\beta_s \lambda} \quad (2.33)$$

また、ビーム軸上の同期粒子が単位セルで得る核子あたりのエネルギー増加はセル入口での同期位相を  $\varphi_s$ 、粒子の荷電数対質量数比を  $\epsilon$ 、素電荷を  $e$  とすると、

$$\Delta W = \epsilon e \int_0^{\beta_s \lambda / 2} E_z \sin\left(\frac{2\pi}{\beta_s \lambda} z + \varphi_s\right) dz = \epsilon e \frac{\pi}{4} AV_0 \cos \varphi_s \quad (2.34)$$

となる。従って  $AV_0$  を大きくすれば加速効率が上がることになる。

### 2.1.4 シンクロトロン振動

同期粒子と非同期粒子のエネルギー差 ( $\Delta W = W - W_s$ ) のビーム軸に沿った変化は、RFQ の適用エネルギー領域が  $\beta_s \ll 1, \gamma \sim 1$  であるとき付録 B より、

$$\frac{d}{dz}(\Delta W) = -\frac{\pi \epsilon e A V_0}{2\beta_s \lambda} \{I_0(kr) \cos \varphi + \cos \varphi_s\} \quad (2.35)$$

となる。また同期粒子と非同期粒子の位相差 ( $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_s$ ) に関する単位セルでの運動方程式は  $|\Delta\varphi| \ll 1$  であるとき  $dz = (\beta_s \lambda / 2) dn$  より以下のように表わせる。

$$\frac{d^2}{dn^2}(\Delta\varphi) + \Omega_l^2 I_0(kr) \Delta\varphi = \frac{\Omega_l^2}{\tan \varphi_s} \{I_0(kr) - 1\} \quad (2.36)$$

$$\Omega_l^2 = -\frac{\pi^2 \epsilon e A V_0 \sin \varphi_s}{4m_0(\beta_s c)^2} = -\frac{1}{2} \Delta_{rf} \quad (2.37)$$

$\varphi_s$  はセル入り口での同期粒子に対する高周波位相であり、上式は  $-90^\circ < \varphi_s < 0^\circ$  の範囲である時、単振動を表す式となり、粒子がセル当たり  $\Omega_l$  の位相の進みで位相振動（シンクロトロン振動）することを示している。ただし、 $|\Delta\varphi| \ll 1, r \ll 1$  の条件を満たしているものとする。 $|\Delta\varphi| \ll 1$  ではない時は、次のような  $\Delta W$  と  $\Delta\varphi$  の関係が得られる。

$$(\Delta W)^2 = \left( \frac{2W_s \Omega_l}{\pi} \right)^2 \frac{2}{\sin \varphi_s} \{\sin \varphi - \Delta\varphi \cos \varphi_s\} + C \quad (2.38)$$

上式は定数  $C$  に対応して、 $\Delta W - \varphi$  平面上で図 2.4 のような軌跡を描く。式 (2.35) より、 $\Delta W$  が常に 0 となる  $\varphi$  が二つある。一つは  $\varphi = \varphi_s$  で同期粒子を意味し、もう一点は  $\varphi = -\varphi_s$  で、この点にいる粒子は、わずかな外力によって、不安定領域に行ってしまうため、この点を unstable fixed point と呼ぶ。この点を通る曲線をセパラトリクスと呼び、これより内側では粒子の軌跡は閉曲線を描き、粒子は加速されながら閉曲線上を回転するため、安定に加速される。これに対して、セパラトリクスの外側の粒子は、加速力と減速力を交互に受けるために加速されずに RFQ から出てくることになる。セパラトリクスを表す曲線の定数  $C$  は、 $\varphi = -\varphi_s$  の時に  $\Delta W = 0$  である条件から、

$$C = \left( \frac{2W_s \Omega_l}{\pi} \right)^2 \frac{2}{\sin \varphi_s} \{\sin \varphi_s - 2\varphi_s \cos \varphi_s\} \quad (2.39)$$

となる。これよりセパラトリクスの曲線の式は次式で与えられる。

$$(\Delta W)^2 = -W_s \epsilon e A V_0 \{\sin \varphi - \Delta\varphi \cos \varphi_s\} - W_s \epsilon e A V_0 \{\sin \varphi_s - 2\varphi_s \cos \varphi_s\} \quad (2.40)$$

セパラトリクスの  $\Delta W$  の最大値  $\Delta W_{max}$  は  $\Delta\varphi = 0$  の時に与えられるので、

$$\begin{aligned} \Delta W_{max} &= \frac{4W_s \Omega_l}{\pi} \sqrt{1 - \varphi_s \cot \varphi_s} \\ &= \sqrt{W_s \epsilon e A V_0 \{\varphi_s \cos \varphi_s - \sin \varphi_s\}} \end{aligned} \quad (2.41)$$

また、セパラトリクスの位相長  $\Psi_c$  と同期位相  $\varphi_s$  との関係は、 $\Delta W = 0$  の時に  $\Delta\varphi = -\varphi_s$ 、 $\Delta\varphi = -\Psi_c - 2\varphi_s$  と置くことによって、(2.41) から得られる。

$$\tan \varphi_s = \frac{\sin \Psi_c - \Psi_c}{1 - \cos \Psi_c} \quad (2.42)$$

となる。イオン加速器での同期位相の値としてよく用いられる  $\varphi_s = -30^\circ$  近辺では、 $\Psi_c \sim 3\varphi_s$  が成り立つことがよく知られている。なお空間電荷効果については付録 D で述べる。

## 2.2 RFQ 空洞の共振構造

超低速重イオン用 RFQ は短寿命核の加速や、慣性核融合の入射器として現在いくつかの研究所で研究開発が行なわれている。超低速重イオン用 RFQ を開発する上で最も重要なことは共振空洞の周波数をおよそ 10 ~ 30 MHz に下げなければならないことである。このため静電容量やインダクタンスが大きい空洞の開発が必要となるが、静電容量が大きいと空洞の電力損失も大きくなるので Q 値が下がる。また電極にヴェインを採用した RFQ では静電容量は電極間に集中しているのでその大きさを大幅に変更することはできない。従ってインダクタンスが大きい空洞構造を超低速重イオン用 RFQ に採用する事が望ましい。現在開発されている重イオン用共振空洞には Frankfurt や ITEP で研究開発されているスパイラル空洞と GSI や東大核研 (INS) で研究開発されている分割同軸型空洞とがある。このうち開発の進んでいるものは分割同軸型空洞である。分割同軸型空洞の原理は GSI の Müller によって発案されたもので、筆者らの開発している SCRFQ はこの空洞原理に基づいて開発したマルチモジュール構造を採用している。以下に分割同軸型空洞の共振原理と筆者らが研究開発している INS-SCRFQ の空洞構造について述べる。

### 2.2.1 分割同軸型空洞の共振原理

分割同軸型空洞は GSI の Müller によって発案されたもので、この空洞が考案された過程を図 2.5 に示す。最初に図 2.5.a の様に  $2 \times \lambda/4$  同軸型共振空洞 (coaxial cavity) の内導体を図 2.5.b のように一方は上下に、他方は左右に分割し、内導体を軸方向に延ばして空洞の長さとほぼ同じにする。これを図 2.5.c の様に再び組み合わせると四重極線が作られる。このとき一組の対向電極は左の空洞端面 (エンド板) に、もう一組の対向電極は右の空洞端面に取り付けたまま、他端はうかせておく。これが分割同軸型共振空洞で、電極間に分布した静電容量と空洞のインダクタンスによって決まる共振周波数で励振する。電界は電極間に集中し、四電極を取り巻くように高周波磁場が発生する。高周波磁場による電磁誘導のために空洞の端面間に電位差が生じ、軸方向に沿って電極間電圧が一定になるような高周波電場が電極間に生じる。この電場は四重極電場の極性を持つので、この電極の軸方向に周期的な波形 (モジュレーション) をつけると RFQ になる。共振モードは TM10 モードに近い基本モードで励振するので、隣接した他のモードが存在せず、四翼型 RFQ の様に隣接モードの分離や各アドラントでの磁場調整等を行なわなくても励振は非常に安定であり、電極間の電圧平坦性が良い。従って四翼型 RFQ ほど電極部分に対して厳しい据付精度及び加工精度を要求する事はない。

図 2.6 に示すように空洞の一端面で電極を見た場合、一組の対向電極は空洞端面に取り付けてあるが、もう一組の対向電極は同じ空洞端面で開放になっている。高周波で空洞を励振し、磁力線が矢印の向きに進んでいる場合を考える。この時高周波磁場による誘導起電力のため、空洞の両端面間には電位差  $V_0$  が生じる。四電極間には静電容量が一様に分布していることから、隣合う電極間に軸方向に沿って一様な  $V_0$  なる高周波電圧が生じることになる。空洞端面の一方を 0 電位とすれば、他端面の電位は  $V_0$  (または  $-V_0$ ) と

なり、この端面に取り付けた電極の電位は軸方向に沿って  $V_0$  で一定となる。このように SCRFQ では入口からみた隣合う電極の電位が 0 と  $V_0$  になり、ビーム軸上の電位はモジュレーションのある電極の場合、電極が四回対称となる各セル中央で  $V_0/2$  となる。

SCRFQ 両端面の外部ではビーム軸上の電位は 0 であるので、軸上の粒子は RFQ の入口と出口でこの電位差の分だけ加減速を受けることになる。この影響を最小限にとどめるために、入口側ではラジアルマッチングセクション（第3章参照）を介してビーム軸上の電位が  $V_0/2$  まで滑らかに立ち上がるようになっており、出口側では最終セル末端でのヴェインのモジュレーション及び高周波位相を考慮した時のビーム軸上の電位が、出来るだけ 0 に近くなるようにヴェインの配置がなされている。四翼型など四電極とも空洞の両端面と接触していない RFQ では、高周波励振によって隣合う電極間に  $V_0$  なる高周波電位が生じた時、隣合う電極のポテンシャルは  $\pm V_0/2$  となり、ビーム軸上の電位は 0 となるので上のような問題は起こらない。

SCRFQ 空洞は、四翼型 RFQ 等の TE-like モード共振器（以下 TE モード共振器と略す）に比べて小さい空洞径で低い共振周波数を得ることが出来るという特徴を持っている。同じ共振周波数 25.5 MHz で四翼型 RFQ と実機モデルの SCRFQ の空洞直径を比較すると、四翼型 RFQ では約 2.4 m となるのに対し、実機モデルの SCRFQ では約 0.9 m となり SCRFQ のほうが明らかに小さいことが分かる。これは次のような理由による。共振空洞の静電容量は電極間に集中していて、軸方向にはほぼ一様に分布している。この電極間の静電容量は電極の形状を変えても余り変化しない。従って、共振周波数を変えるためにはインダクタンスを変える事になる。共振周波数を下げる場合、TE モード共振器では磁場が軸方向に走っているために、空洞径を大きくしてインダクタンスを増やすことになる。これに対し分割同軸型空洞のような TM-like モード共振器では図 2.6 のように、空洞内の磁場は方位方向に走っているので、インダクタンスはもともと大きく、インダクタンスを増やすにも径方向か軸方向どちらかに空洞を大きくすれば良い。ただし空洞径を小さくするために空洞を長くすると、電極の機械的な安定性が悪くなり、電場が歪むことも考えられる。

## 2.2.2 GSI-SCRFQ の空洞構造

GSI の SCRFQ では図 2.5.c の電極の間に図 1.4 で示したような左右あるいは上下に集束用の棒の付いたドリフトチューブ（drift tube with focusing fingers）を使っている。このドリフトチューブのステムで向かい合う電極同士をつなぐ。集束用の棒が上下または左右にくるようにドリフトチューブを軸方向に交互に並べ、高周波で励振すると、四本の集束用棒の間に四重極電場が発生し、ビームの集束が可能になる。軸方向に並べたドリフトチューブの間には電位差があるので、ドリフトチューブ間でビームが加速される。ドリフトチューブについてのシステムは対向電極を等しいポテンシャルにすることから、電場の二重極成分の混入を防ぎ電圧を安定化する効果を持っており、電極の機械的強度を強化するのにも役だっている。共振周波数は 13.6 MHz で、一つの加速空洞は直径 1.2 m 全長は約 2 m である。1985 年に 5 台のモジュール空洞（全長 9.5 m）が完成し、設計上は  $\epsilon$  が

$1/132$  以上のイオンを核子当り  $2.3 \text{ keV}$  から  $45 \text{ keV}$  まで加速できる。最も重いイオンとして  $\text{Mo}^+(\epsilon = 1/96)$  の加速に成功している [5]。

しかしこの SCRFQ には次のような問題点がある。

- ドリフトチューブの位置出しが非常に難しく、ビームの透過効率を上げるのが困難である。
- ビームアバーチャー内のポテンシャルが K-T の電位関数の低次の項で表すことが出来ないので解析が難しい。

これらの問題点を解決するために GSI の SCRFQ とは異なった加速構造を持つ SCRFQ の研究開発が東大核研 (INS) で行われている。

### 2.2.3 INS-SCRFQ の空洞構造

筆者らが研究を行なっている INS の SCRFQ では、図 2.5.d の様に電極にヴェインを採用している。ヴェインを採用した理由は、四電極内の電場が K-T の電位関数から導かれる式 (2.16) ~ (2.18) で表わされる理想的なものに近いからである。しかし GSI-SCRFQ のような空洞構造ではヴェイン型電極を据え付けることが出来ない。新井は SCRFQ にヴェインを精度良く据え付けられるようにマルチモジュール構造を考案した。マルチモジュール構造の概念図を図 2.7 に、製作した分割同軸型空洞の構造を図 2.8 に示す。マルチモジュール構造とは長さの短い (今回の設計では  $70 \text{ cm}$ ) 共振空洞を単位モジュールとし、この単位モジュールを 3 個以上つないで、一つの共振空洞にすることである。この構造を採用すれば各々の電極を複数のモジュール端で固定できるので、電極の機械的安定性が非常に良くなる。さらにこの SCRFQ では各モジュール間を支柱で連結することにより内導体を一体化できる構造を採用した。内導体は図 2.8 のシステムフランジ、ヴェイン、ヴェイン背板、結合リング、支柱によって構成されている。これにより内導体を外部で精度良く組み立てた後、そのままタンクに組み込むことが出来る。従って電極の精度のよい組付けを容易に行なうことが出来る。空洞を長くする必要がある場合でも、マルチモジュール構造を採用することによって、機械的強度の減少による電場の歪みを減らすことが出来る。

複数個の単位モジュールで空洞を構成すれば、モジュール端のシステムを流れる電流によってシステムフランジの窓 (図 2.8) に磁場が生じる。システムは水平及び垂直のヴェインを交互に精度良く支えるためのものである。この磁場によるインダクタンス (これをシステムインダクタンスという) により、マルチモジュール化した共振空洞の共振周波数を単位モジュールの時より下げることが出来る。このとき図 2.7 のように電極を流れる表面電流の向きが隣合うモジュール空洞で反転し、空洞に励起される電磁場の位相は  $180^\circ$  ずれる。この実機モデルには直径  $90 \text{ cm}$  、長さ  $70 \text{ cm}$  の単位モジュール三台で構成されている共振空洞を採用することにした。空洞の構造及び寸法は実機と全く同じに作られているので、この空洞の高周波特性から実機の設計を評価することが出来る。以下 SCRFQ 空洞の評価

に用いた静電容量及びインダクタンスの近似計算、及び基本的な高周波定数の導出について簡単に述べる。

### SCRFQ 空洞の静電容量及びインダクタンス

製作したマルチモジュール SCRFQ 共振空洞の共振周波数は基本的には単位モジュールの寸法で決まる。空洞の共振周波数は空洞の静電容量  $C$  とインダクタンス  $L$  によって決まるが、静電容量  $C$  は、電極にウェインを使っている限り内導体の径によって大幅に変わることはない。単位モジュールの静電容量は内導体に集中しているので、単位モジュールの静電容量は内導体の静電容量で置き換えられる。即ち単位モジュールの静電容量  $C$  は、ウェイン間の静電容量  $C_v$ 、ウェインとシステムの間の容量  $C_s$ 、ウェイン背板と結合リングとの間の容量  $C_r$  の和で決まるものとする。

$$C = C_v + C_s + C_r \quad (2.43)$$

結合リングは対向ウェインのボテンシャルを等しく保ち、ウェインの位置精度を出すために対向するウェインの背板に取り付けた幅 12 mm のアルミ製のリングである。この 3 モジュール空洞では結合リングを各モジュールに二個ずつ計六個取り付けており、システムは各モジュール端、全部で 4 個所ある。図 2.9 は内導体で特に電場強度が大きい場所を斜線で示した。静電容量はこの斜線の間及び、システムまたはカップリングリング側面とウェイン(背板)との間に発生しているものとして、二つの静電容量を近似的に求め、これをそれぞれ  $C_s$ 、 $C_r$  とした。全静電容量の大部分を占めるウェイン間の静電容量  $C_v$  は計算コード SUPERFISH を使って計算で求めた。これについては次章で述べる。また共振空洞をマルチモジュール化した場合は、単位モジュールの静電容量をモジュール数倍すればマルチモジュール空洞の静電容量が得られる。

マルチモジュール空洞のインダクタンス  $L$  は、空洞内の方位方向の磁束によって出来るタンクインダクタンス  $L_t$  とシステムの周りの磁束によって出来るシステムインダクタンス  $L_s$  から決まる。我々の研究している 3 モジュール空洞の等価回路を図 2.10 に示す。ここでは単位モジュールのインダクタンスとタンクインダクタンス  $L_t$  は等しいと考えている。システムフランジの窓が閉じている時は、システムインダクタンスが無く、我々の研究している 3 モジュール空洞のインダクタンス  $L$  は、次のようになる。

$$L = \frac{L_t}{3} \quad (2.44)$$

ここで 3 はモジュール数である。システムフランジの窓が開いている時の空洞のインダクタンスは空洞の等価回路より次のようになる。

$$L = \frac{L_t(L_t + 3L_s)}{L_s + 3L_t} \quad (2.45)$$

タンクインダクタンス  $L_t$  は同軸線のインダクタンスで近似すると、

$$L_t = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot Z_L \cdot \ln \left( \frac{r_b}{r_a} \right) \quad (2.46)$$

となる。ここで  $Z_L$  は単位モジュールの長さ、 $r_b$  はタンクの内半径、 $r_a$  は内導体の半径である。しかし実際の内導体の断面形状は図 2.8 にも示したように背板があるため正方形に近い形状であり、さらに各辺の間には比較的広い隙間が開いている。そこで、内導体を同軸線で近似した場合よりさらに精度の良い  $L$  の近似計算を行なうこととした。このとき数値計算の簡略化のために次のような仮定をした。

1. 内導体の断面形状は背板が菱形をしているためビーム軸方向に沿って変化していくが、これを単位モジュール中央での断面形状を持ち、ビーム軸方向に一様な形であるとする。
2. 電極を流れる電流は背板の外側を一様な電流密度で流れるものとする。
3. 内導体周辺の磁場は、無限に長い導体の周辺に出来る磁場で近似できるものとする。

これらの仮定を取り込んだ近似計算によって、マルチモジュール空腔のタンクインダクタンス  $L_t$  及びシステムインダクタンス  $L_s$  を求める。

前節で述べたように RFQ 空腔の特性から空腔の寸法は、共振周波数が決まっている時には主にインダクタンス  $L$  から決まることが分かる。空腔径  $r_b$  は製作する上で出来るだけ小さいほうが良いが、空腔径をあまり小さくすると、システムが短くなり、その結果システムインダクタンス  $L_s$  が小さくなるために、システムフランジの窓の開閉による共振周波数の変化量は小さくなる。空腔完成後の共振周波数の粗調整はシステムフランジの窓の大きさを変えて行なうので、設計の不確定さを考慮に入れてこの調整量がある程度 ( $\pm 2$  MHz 程度) とれるように設計を行なった。

また空腔径  $r_b$  を小さくすると式 (2.46) より、 $r_a$  を小さくするか  $Z_L$  を長くするのだが、RFQ では  $r_a$  即ち電極の断面形状の大きさはそれほど大きく変えることは出来ないので単位モジュール長  $Z_L$  を長くすることになる。しかし、 $Z_L$  をあまり長くすると、今度はヴェインのたわみが大きくなり、さらにヴェインの精度良い設定が難しくなるので、 $r_b$ 、 $Z_L$  の値が適当になるように考慮した。

### 共振抵抗の計算

共振抵抗とは並列共振回路のシャントインピーダンスに対応する量であり、電極、空腔タンク及びシステムの表面抵抗から求めることが出来る。単位モジュール当たりの共振抵抗  $R_p$  はシステムフランジの窓が閉じているとき、3 モジュール空腔の静電容量  $C$ 、空腔のインダクタンス  $L$  を用いて以下のように表わせる。但し単位モジュール当たりの静電容量は  $C_0 = C/3$ 、単位モジュール当たりのインダクタンスは  $L_t = 3L$  である。

$$R_p = \frac{9L}{C}(R_1 + R_2 + R_3)^{-1} \quad (\Omega/module) \quad (2.47)$$

$R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  はそれぞれ電極、タンク、システムの表面抵抗である。

$$R_1 = \frac{Z_L \cdot R_s}{2(W_{max} + W_{min})} \quad (2.48)$$

$$R_2 = \frac{Z_L \cdot R_s}{2\pi r_b} \quad (2.49)$$

$$R_3 = \frac{r_b \cdot R_s}{S_w + S_t} \quad (2.50)$$

$Z_L$ は単位モジュールの長さ、 $R_s$ は単位長さ当たりの表面抵抗、 $W_{max}$ 、 $W_{min}$ はヴェイン背板の幅の最大値と最小値、 $r_b$ はタンクの半径、 $S_w$ 、 $S_t$ はシステムの幅及び厚さを示す。得られた共振抵抗  $R_p$ と単位モジュール当たりの静電容量  $C_0$ を使って、無負荷の Q 値  $Q_0$ は次式により求まる。

$$Q_0 = \omega C_0 R_p \quad (2.51)$$

また単位モジュール当たりの電力損失  $P$ は、

$$P = \frac{V^2}{2R_p} \quad (2.52)$$

より求めることが出来る。 $V$ は電極間電圧である。

### 実効シャントインピーダンスの計算

実効シャントインピーダンス  $Z_{eff}$ は加速器の加速の効率を示す目安であり以下のように表わせる。

$$Z_{eff} = ZT^2 \quad (2.53)$$

$Z$ は単位長当たりのシャントインピーダンスで単位は ( $\Omega/m$ ) である。 $T$ はトランジットタイムファクターと呼ばれる無次元数である。一般に線形加速器では粒子が加速ギャップを通過する間に高周波位相は変化する。単位セルでの粒子のエネルギーゲインはこの高周波位相の変化によって影響を受ける。この影響の度合を示すものがトランジットタイムファクターであり次のように定義される。

$$T = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} E_z \cos \frac{2\pi}{\beta_s \lambda} z dz}{\int_{-L/2}^{L/2} E_z dz} \quad (2.54)$$

ここで  $z$  軸はビーム軸にとり、ギャップ中心に原点 ( $z = 0$ ) をとっている。

単位セル当たりのシャントインピーダンス  $Z_c$ は単位セルでの平均加速電場  $E_0(V/m)$ 、単位セルでの空腔の電力損失  $P_c(W)$ 、単位セル長  $L_c(m)$  を用いて次式で定義される。

$$Z_c = \frac{(E_0 L_c)^2}{P_c} \quad (2.55)$$

従って単位セルでの単位長当たりのシャントインピーダンス  $Z_l$ は、

$$Z_l = \frac{Z_c}{L_c} = \frac{E_0^2}{\left(\frac{P_c}{L_c}\right)} \quad (2.56)$$

となる。単位セルでの核子当たりの粒子のエネルギーゲイン  $\Delta W$  は次式で表わせる。

$$\Delta W = \epsilon e E_0 T L_c \cos \phi \quad (2.57)$$

(2.53) で  $Z = Z_l$  と置き、(2.56)、(2.57) より  $\Delta W$  と  $Z_{eff}$  の関係式が得られる。

$$\Delta W = \epsilon e \sqrt{Z_{eff} P_c L_c} \cos \phi \quad (2.58)$$

これより

$$Z_{eff} = \frac{\Delta W^2}{(\epsilon e)^2 P_c L_c (\cos \phi)^2} \quad (2.59)$$

を得る。

一方空洞全体の実効シャントインピーダンス  $Z_t$  は空洞全体の電力損失を  $P$ 、加速器の全長を  $L$ 、セル数を  $n$  とすれば、

$$Z_t = \sum^n Z_c = \sum^n \frac{(E_0 L_c)^2}{P_c} = \frac{(E_{0t} L)^2}{P} \quad (2.60)$$

$$\sum^n L_c = L \quad (2.61)$$

$$\sum^n P_c = P \quad (2.62)$$

となる。ここで核子当たりの全エネルギーゲインを  $W$  とする時、空洞の平均加速電場  $E_{0t}$  は次式で与えられる。

$$W = \sum^n \Delta W = \epsilon e \sum^n E_0 T L_c \cos \phi = \epsilon e E_{0t} T L \cos \phi \quad (2.63)$$

ここでトランジットタイムファクター  $T$  と高周波位相  $\phi$  は空洞全体で一定値をとるとした。単位長当たりのシャントインピーダンス  $Z_{lt}$  は、

$$Z_{lt} = \frac{Z_t}{L} = \frac{E_{0t}^2}{\left(\frac{P}{L}\right)} \quad (2.64)$$

である。(2.53) で  $Z = Z_{lt}$  と置き、(2.63)、(2.64) よりより  $W$  と  $Z_{eff}$  の関係式が得られる。この時空洞全体での実効シャントインピーダンス  $Z_{t,eff}$  は、

$$Z_{t,eff} = \sum^n Z_{lt} T^2 = \frac{1}{(\epsilon e)^2 P L} \sum \left( \frac{\Delta W}{\cos \phi} \right)^2 \quad (2.65)$$

となる。 $\phi$  が一定値の時上式は次のようになる。

$$Z_{t,eff} = \frac{1}{(\epsilon e)^2 PL} \left( \frac{W}{\cos \phi} \right)^2 \quad (2.66)$$

ここで加速電圧  $V_{acc}$  を

$$V_{acc} = \frac{1}{\epsilon e} W \quad (2.67)$$

と定義すれば、 $Z_{t,eff}$  は以下のようになる。

$$Z_{t,eff} = \frac{\left( \frac{V_{acc}}{\cos \phi} \right)^2}{PL} \quad (2.68)$$

RFQ のように高周波位相が各セル毎に変化している加速器の場合は (2.65) に

$$\Delta W = \epsilon e \frac{\pi}{4} A V_0 \cos \phi \quad (2.69)$$

を代入して、

$$Z_{t,eff} = \left( \frac{\pi}{4} \right)^2 \frac{1}{PL} \sum^n A V_0 \quad (2.70)$$

となる。この時 (2.68) は近似的な結果を与える。表 2.1 の実効シャントインピーダンスの計算には (2.68) を用いた。

## 2.2.4 その他の RFQ の構造

RFQ はこの他にも加速するイオンの種類、目的に応じて様々なものが考案、開発されている。このうちいくつかの代表的な RFQ について簡単に説明し、最後に筆者らの SCRFQ と同じく電極にヴェインを用いている四翼型 RFQ にの共振構造について述べる。なお現在研究されている主な重イオン加速器のパラメータを表 2.1 に示す。

### 1. double H 型

double H 型 RFQ は、1972 年に V.A.Teplyakov によって考案されたものである。構造は図 2.11.a のように四本の電極を二本ずつ Y 型の電極支え板で固定したものであり、磁力線は図のように走っている。四電極のバランスをとるのが非常に難しく、また電力損失も四翼型と比べて大きいため、現在は全く開発されていない [17]。

### 2. 四翼型 (4-vane type)

図 2.11.b のようにヴェイン電極を空洞内に 90° おきに配置したものであり、1980 年に LANL で開発されて以来最も普及した RFQ である [3]。励振モードは TE210-like であるが、いくつかの TE11n モードや TE21n モードが TE210 モードと隣接したところに存在している。これらのモードの分離や電場分布の調整の手法もかなり確立している [29]。TE モードの共振器の場合、構造上共振周波数を下げるには空洞径を大きくしなくてはならないので、これらの共振器はおよそ 100 MHz 以上で使うのが一般的である。空洞径を非常に大きくしなければならないので、共振周波数の非常に低い低速重イオンの加速には向いていない。

### 3. クローバー型

図 2.11.c のように断面形状がクローバーのような形をしている共振空洞であり、励振モードは四翼型と同じ TE210 である。空洞は四本のパイプを溶接して作るので、磁場の通る面の周囲が丸くなっている。これは Q 値を上げる効果がある。しかし空洞を作るのが大変な割に四翼型と比べてずば抜けた性能を持っているわけではないので、最近はほとんど開発されていない。

### 4. 4-rod 型

図 2.11.d のように電極にヴェインではなく四本の棒を用いているもので、1982 年以降 Frankfurt で開発が進められている [18]。空洞の静電容量は四電極間で、またインダクタンスはシステム及び電極を流れる電流のために生じる磁場で得る。空洞の共振周波数はこれらの静電容量とインダクタンスで決まる。この共振器は構造が簡単で、電極の冷却も容易に出来る。最近は四翼型と同程度の加速性能を持つものも出来、徐々に普及しつつある [19]。

### 5. 螺旋型 (Frankfurt タイプ)

螺旋型空洞は 1974 年にドリフトチューブに採用した物がカリフォルニア工科大学で発案、製作された [20]。RFQ では 1979 年に Frankfurt 大学で RFQ にスパイラル空洞を採用したものが考案されたのが最初であり [21]、図 2.11.e のように四ロッド型 RFQ 電極を支えている支柱がビーム軸と垂直な面内でビーム軸を中心とした渦を巻いており、ここを流れる電流によって生じるインダクタンスと電極間の静電容量で空洞を励振している [22]。現在は GSI で 27 MHz の重イオン用スパイラル RFQ が研究されている [23][24]。

### 6. 螺旋型 (ITEP タイプ)

ITEP では 1980 年から重イオン核融合反応のためのドライバーの研究を行なっている。このドライバーはパルス当り 500 mA の  $\text{Bi}^{2+}$  ( $\epsilon = 1/105$ ) を 200 keV(0.93 keV/u) から 20 GeV まで加速するものであり、初段にスパイラル型 RFQ が用いられている [25]。この RFQ の空洞構造を図 2.12 に示す。運転周波数は 6.19 MHz であり、電極間の静電容量  $C$  と空洞内の方位方向 3 個所に配置したコイルのインダクタンス  $L$  によって得られる。従って Frankfurt のものとは構造が全く異なる。長さ 12 m、直径 1.2 m のプロトタイプによる加速テストの結果  $\text{Xe}^{2+}$  ( $\epsilon = 1/68$ ) を 1 keV/u から 34 keV/u まで加速することに成功している [26]。この加速器は表 2.1 より明らかのように Q 値が極端に低い。

ここで我々の SCRFQ と同じく電極にヴェインを用いている四翼型 RFQ について話を進める事にする。図 2.13 に四翼型 RFQ の断面図を示す。円筒空洞は四枚のヴェインによって 90° 間隔に仕切られるが、ヴェインの両端は空洞側板から離されエンド空間が設けられる。磁束がヴェインで仕切られた空間 (クアドラント) をビーム軸方向に進めば、ヴェイン間隔がビーム軸に沿って一定の時、軸に沿って一様なヴェイン間電圧が得られる。さらに磁束密度が四つのクアドラントで等しく、方向が図のようであれば、電極内にはビ

ム軸に沿って一様の四重極電場が得られる。このモードは TE210-like モードであり、これが四翼型 RFQ の共振原理である。この時電場は四回対称でありヴェイン間電圧が  $V_0$  ならば、隣合うヴェインのポテンシャルは  $\pm V_0/2$  となる。円筒外壁から見た軸方向に沿ったヴェインのポテンシャルを図 2.13 に併せて示す。

この共振器で注意しなければならないことは、四つのクアドラントの電気的結合が弱いために、それらの高精度の機械的対称性が強く要求されることである。また、他のモード特に二重極モードの接近にも注意する必要がある。さらに、これは一般的なことだが、ビーム軸に沿ったヴェイン間電圧を一定に保つために、精度のよいヴェイン加工、据付が要求される。

四翼型 RFQ の静電容量は、電極間に集中しているので、単位長さ当たりの静電容量は、電極の配置でほとんど決まる。インダクタンスは、磁場分布が空間内で一様なときは真空中での透磁率を  $\mu_0$  として、 $L = \mu_0 S$  と表わせるので、クアドラントの断面積で決まる。いま共振空洞の 1/4 断面を考えると、単位長さ当たりの静電容量を  $C_0$ 、インダクタンスを  $L_0$ 、クアドラントの面積を  $S$ 、空洞の長さを  $Z_L$  とすると、空洞全体での静電容量は  $C = 4C_0 Z_L$ 、インダクタンスは  $L = L_0/(4Z_L)$  と表わせる。従って共振周波数  $f_0$  と空洞半径  $r$  の関係は次のようになる。

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{L_0}{4Z_L} \cdot 4C_0 Z_L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{\mu_0 S}{Z_L} \cdot C_0 Z_L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0 S C_0}} \propto \frac{1}{r} \quad (2.71)$$

但し  $S \propto r^2$  であるとする。これより四翼型 RFQ 空洞の共振周波数を変えるには、 $S$  か  $C_0$  を変えれば良いことが分かる。RFQ の場合、空洞の静電容量は電極間に集中しているので電極間隔ではほぼ決まる。電極間の静電容量は電極形状と平均ボア半径によって決まるが、その値を大幅に変えることはできない。従って RFQ では空洞の周波数を変えるにはインダクタンスを増減させて共振周波数を変える。四翼型 RFQ では空洞の径を変えることによってインダクタンスを増減させて、共振周波数を変えることになる。低速重イオンを加速するためには次節で述べる理由により共振周波数を下げる必要がある。四翼型 RFQ では上式より共振周波数を下げるためには空洞径を大きくしなければならない。低速重イオンの加速に必要な共振周波数 10 ~ 30 MHz に対して空洞の直径は数メートルに達し、製作は非常に困難なものとなる。従って低速重イオンを加速するためには別の共振構造を持った空洞を開発する必要がある。

Table 2.1: 現在開発されている低速重イオン RFQ の主なパラメータ

研究所	東大核研	GSI	Frankfurt	ITEP
空腔構造	分割同軸型	分割同軸型	Spiral	Spiral
共振周波数 (MHz)	25.5	13.6	26.6	12.4(6.19)
モジュール数	3	5	-	-
荷電数対質量比 $\epsilon$ (設計値)	28(30)	96(132)	-(130)	65(105)
加速イオン	$N_2^+$	$Mo^+$	-	$Xe^{2+}$
入射エネルギー $T_{in}$ (keV/u)	1	2.3	(2.3)	0.96
出射エネルギー $T_{out}$ (keV/u)	45.4	45	(20)	33.8
全長 $L$ (m)	2.1	9.5	0.71	12
直径 $D$ (m)	0.9	1.2	~ 0.5	1.2
無負荷の Q 値 $Q_0$	6400	-	3200	600
共振抵抗 $R_p$ (kΩ)	182	600	414	80
ヴェイン間電圧 $V_0$ (kV)	109	158	180	190
キルバトリック値	2.2	2.0	2.5	2.5
加速電圧 $V_{acc}$ (MV)	1.36	5.94	-	3.55
平均加速勾配 $E_{0t}$ (MV/m)	0.65	0.63	-	0.3
電力損失 $P$ (kW)	70	198	56	3000
実効シャントインピーダンス $Z_{t,eff}$ (MΩ/m)	16.8	27.7	-	0.52
透過効率最大値 (%)	91	60	-	50
参考文献	[31] ~ [39]	[27][28]	[23][24]	[25][26]

( ) 内は設計値その他は測定値。但し Frankfurt はハイパワーモデル。

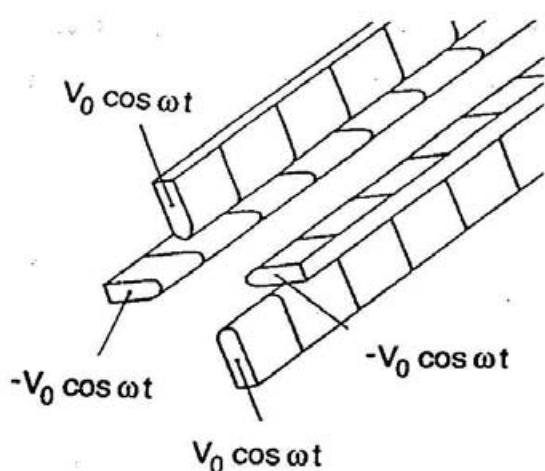


図 2.1.a 無変調四重極電極。電極電圧は一般の RFQ の場合。四電極内を通る粒子は集束・発散のみを繰り返す。

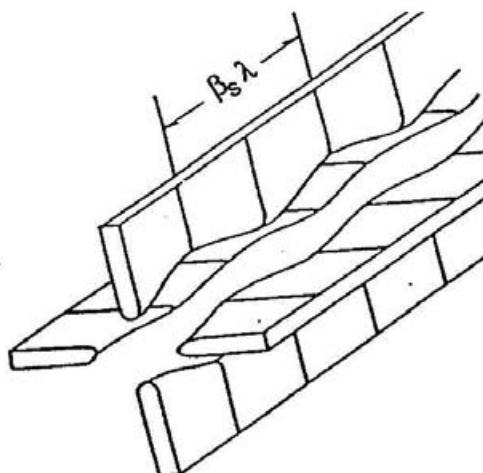


図 2.1.b 変調四重極電極。 $\beta_s \lambda$  は高周波一周期の間にビームが進む距離に相当する。四電極内を通る粒子は電極の波形によって生じる軸方向の電場成分のために、集束・発散を繰り返しながら加速される。

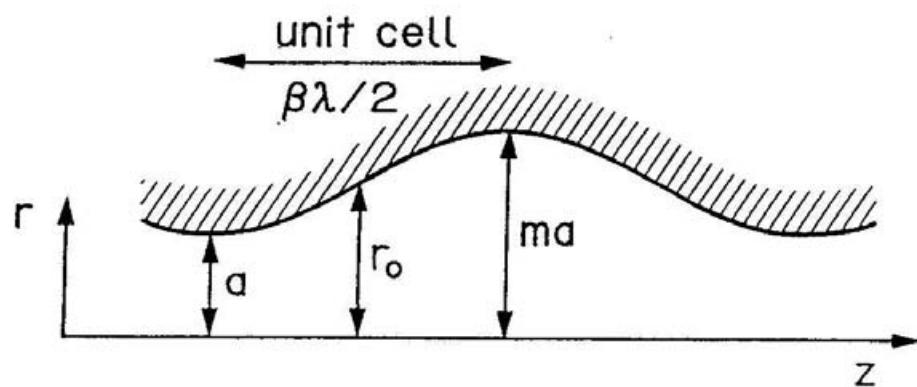


図 2.2 RFQ 電極パラメータの定義。 $a$ : ボア半径、 $r_0$ : 平均ボア半径、 $m$ : モジュレーション、 $z$ : ビーム軸。単位セルは  $\beta_s \lambda / 2$  とする。

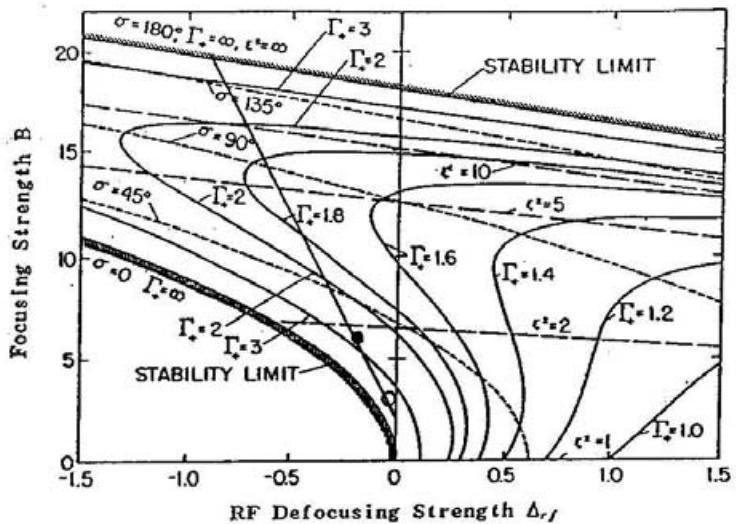


図 2.3 Mathieu 方程式の第一安定領域。ref.30 による。図中の白丸及び黒丸はそれぞれ実機と実機モデルにおける集束係数  $B$  と高周波発散係数  $\Delta_b$  の設計値を示している。また図中の実線は経験式 (3.9) を示している。これらについては 3.1.1 で述べる。

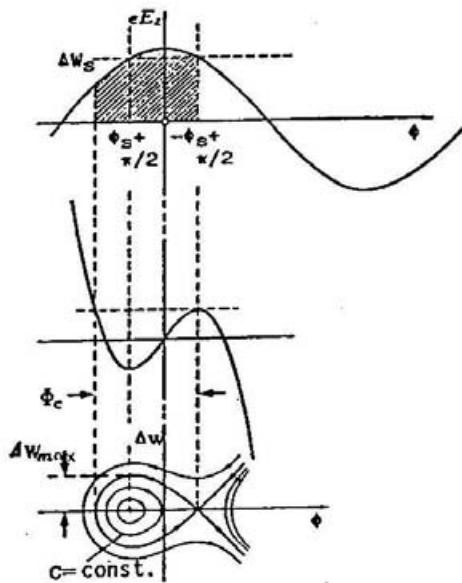


図 2.4 粒子の安定領域とセパラトリクス。ref.30 による。

- (上): セル中心での加速電場。
- (中): 同期粒子より見た静電ポテンシャル。
- (下):  $\Delta W$ - $\phi$  平面上での粒子の軌跡。

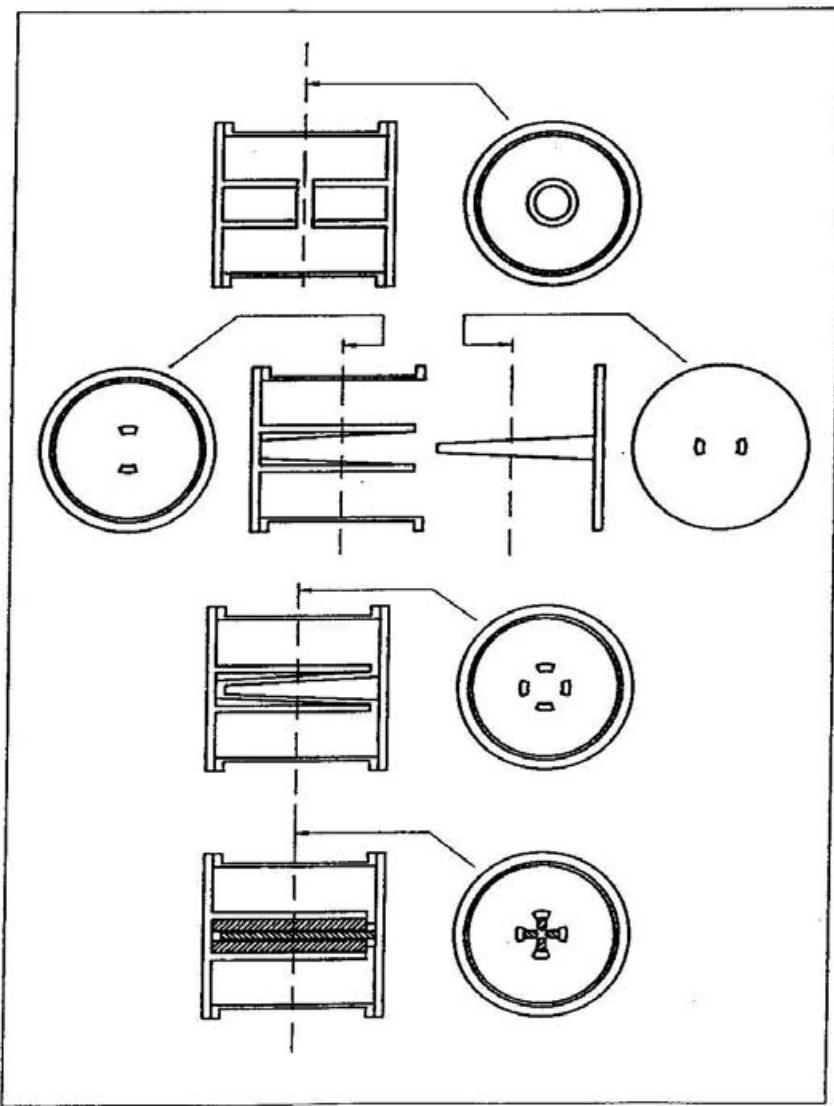


図 2.5 分割同軸型空洞への発展。

a:  $2 \times \lambda/4$  共振器の断面図。

b: 左右のエンド面に取り付けてある電極を正面から見て上下あるいは左右に分割し、空洞長とほぼ等しくなるまで電極をのばす。

c: 互いの電極を深く差し込んで四重極線を作る。この時電極は一方のエンド面でのみ接触している。(SCRFQ 空洞)

d: 電極にウェインを採用した SCRFQ 。

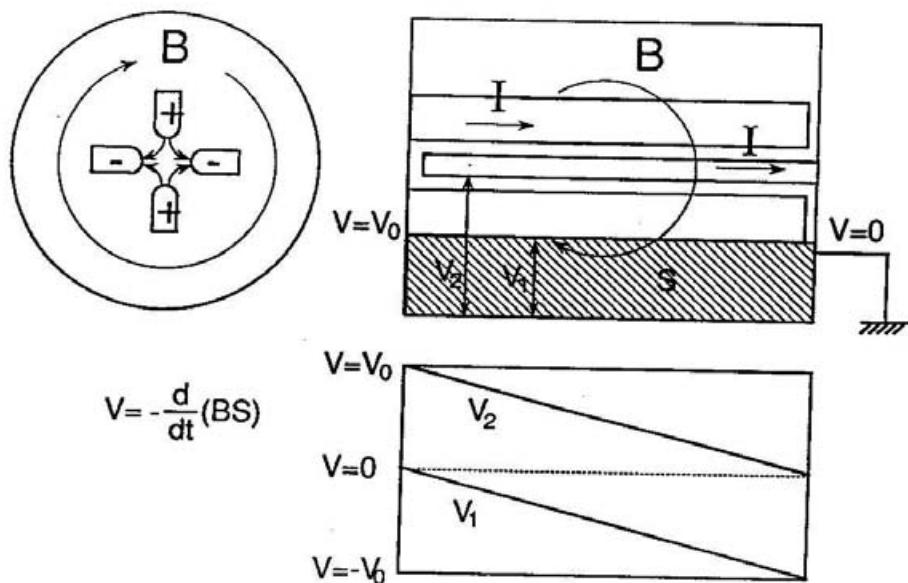


図 2.6 SCRFQ 単位モジュールの構造図。 $V_1$ 、 $V_2$ は空腔壁からみた水平及び垂直電極のボテンシャルの変化を示す。 $B$ は磁束密度、 $S$ は磁束が横切る面積、 $I$ は電極を流れる表面電流。

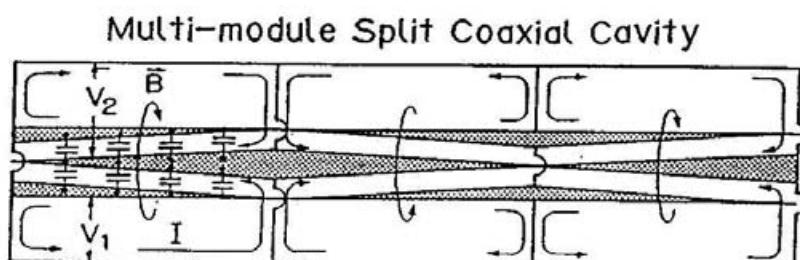


図 2.7 マルチモジュール型 SCRFQ の概念図。この図は 3 モジュール SCRFQ についてのものである。 $V_1$ 、 $V_2$ は空腔壁から見た電極のボテンシャル、 $B$  は磁束密度  $I$  は電極を流れる表面電流を示す。

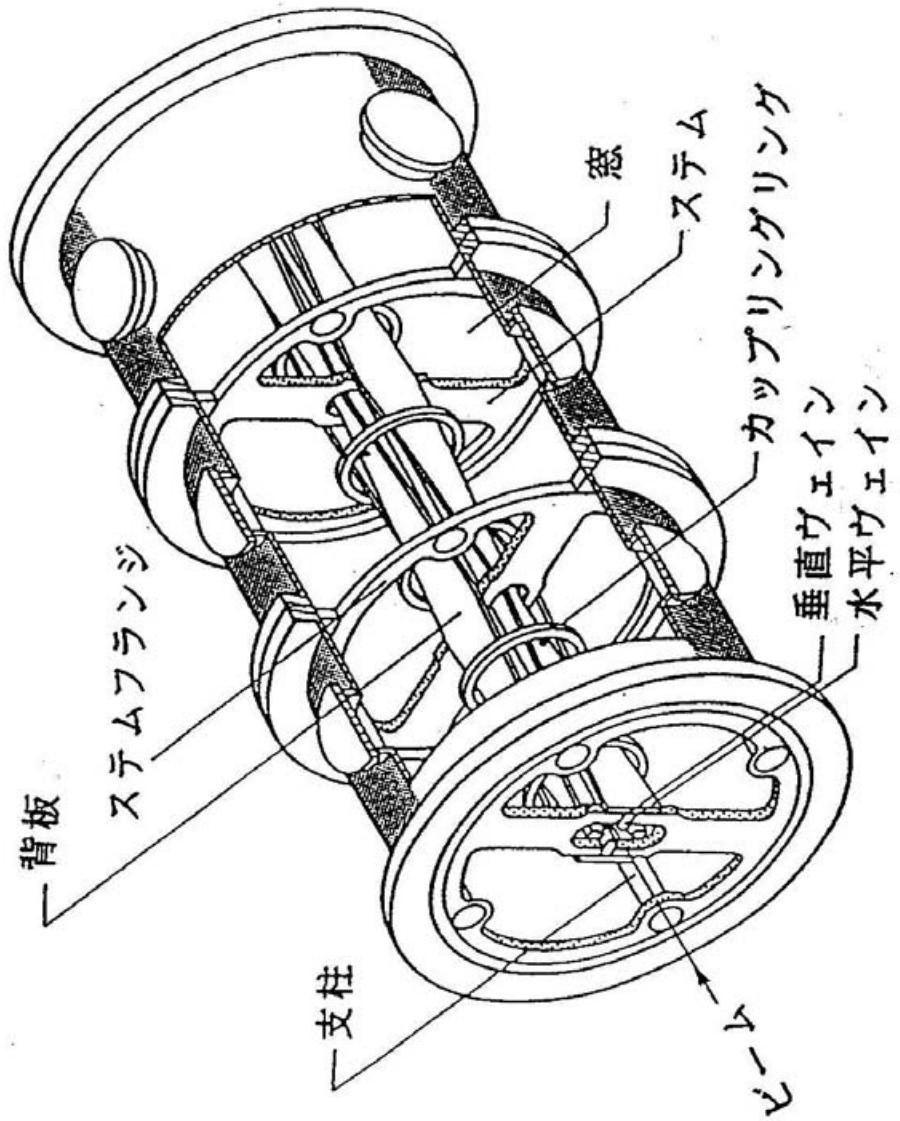


図 2.8 SCRFQ 実機モデルの構造図。ステム、ステムフランジ、ウェイン、背板、結合リング、支柱で構成される内導体はこのままの状態でタンクとの脱着が可能である。

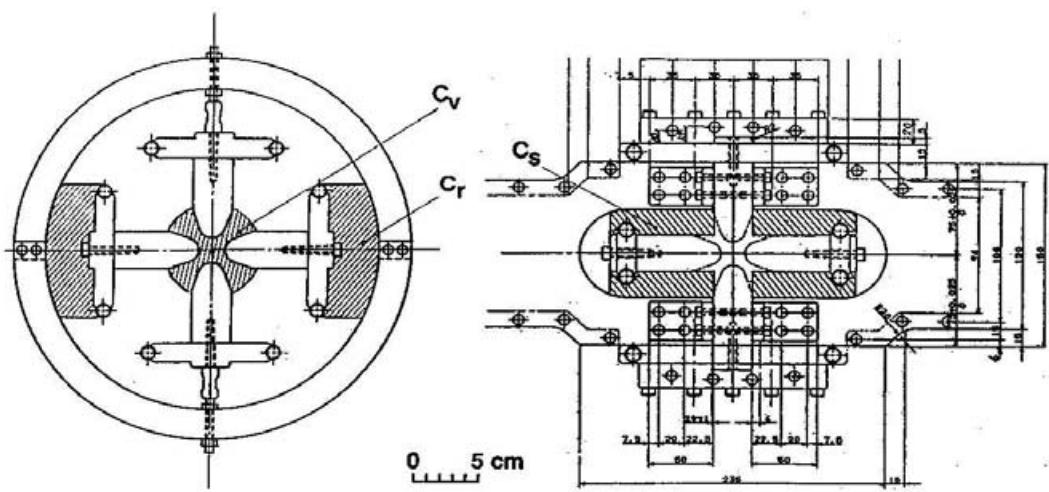


図 2.9 内導体及びステム断面図。斜線部は特に静電容量が多い所を示す。空洞の静電容量  $C$  は  $C = C_v + C_r + C_s$  の和で表わされる。

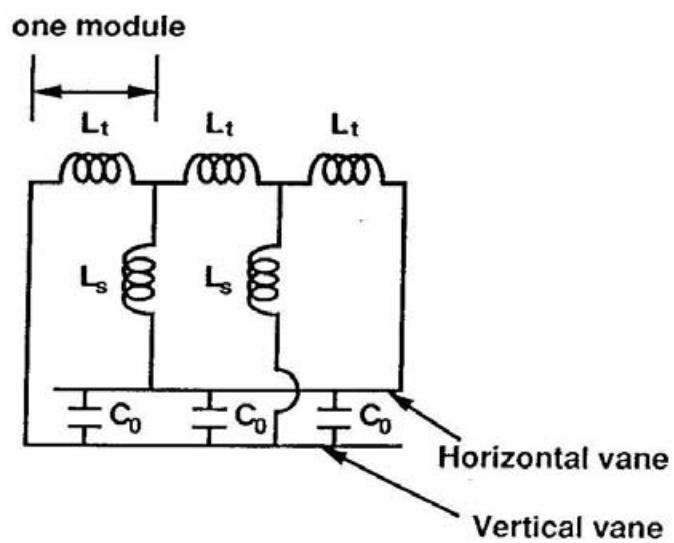


図 2.10 SCRFQ 空洞の等価回路。 $C_0$  は単位モジュールの静電容量、 $L_t$  は単位モジュールのタンクインダクタンス、 $L_s$  はシステムインダクタンス。

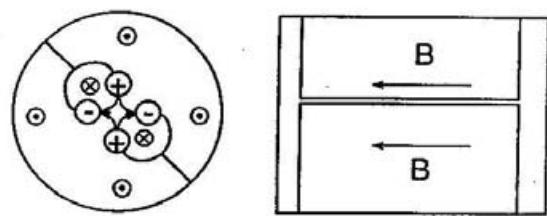


図 2.11.a double H 型 RFQ の断面図。  
B は磁束密度、○、⊗ は磁力線を示す。

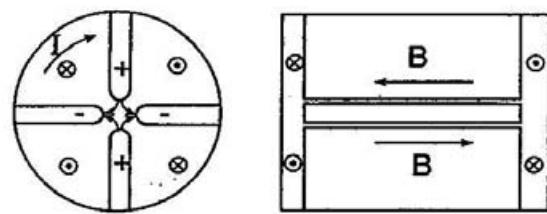


図 2.11.b 4 翼型 RFQ の断面図。

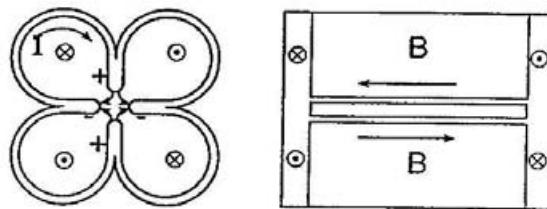


図 2.11.c クローバー型 RFQ の断面図。

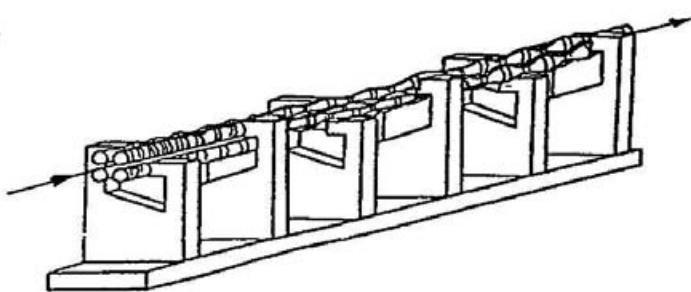


図 2.11.d 4 ロッド型 RFQ の断面図。  
ref.19. による。

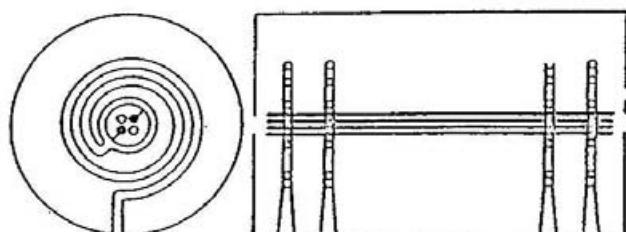


図 2.11.e Frankfurt タイプ螺旋型 RFQ の構造。ref.22. による。静電容量 C は電極間で、  
インダクタンス L はステムを取り巻く磁場及び電極を流れる電流によって生じる。

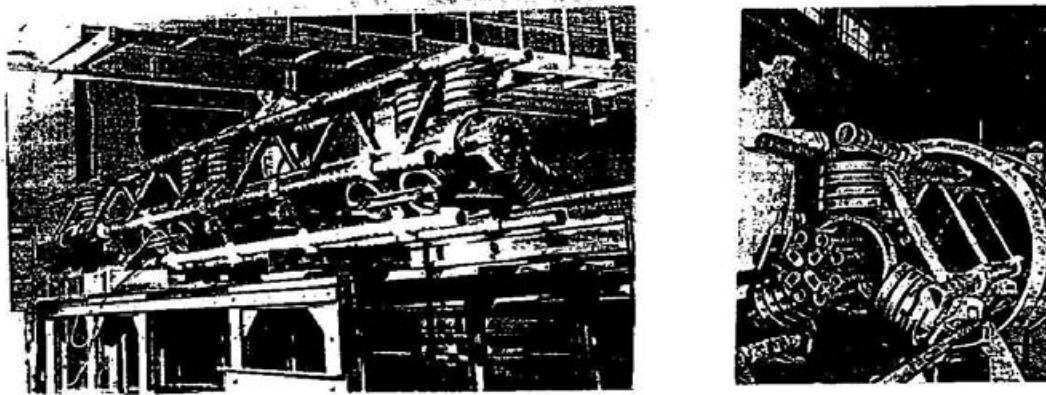


図 2.12 ITEP タイプ螺旋型 RFQ の構造。ref.25 による。 $C$ は電極間で  $L$  は 3 方に配置したコイルによって得る。共振周波数は 6.2 MHz である。

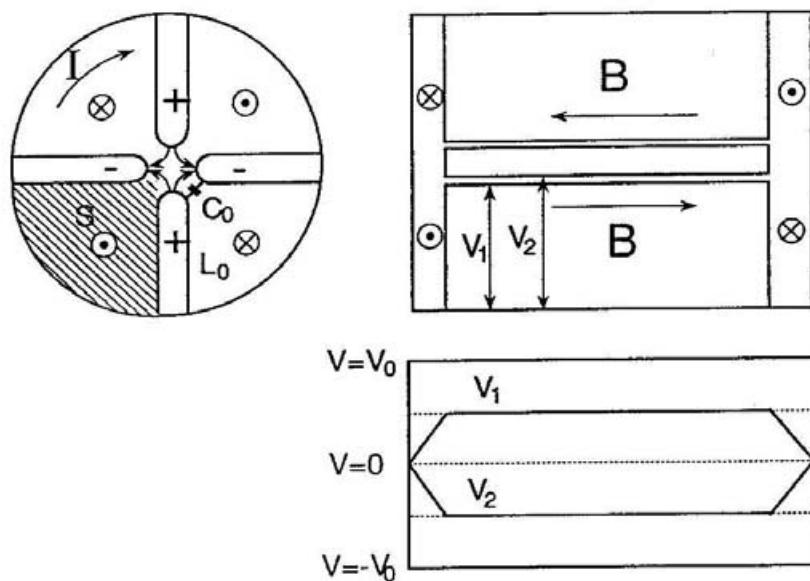


図 2.13 4 翼型 RFQ の断面図。 $C_0$ 、 $L_0$ はクアドラントの静電容量、インダクタンスを、 $S$ はクアドラントの断面積を表わす。 $V_1$ 、 $V_2$ は円筒空腔壁から見た水平及び垂直電極のポテンシャルである。

# 第3章 加速器の設計製作

## 3.1 ヴェインの基本設計

我々の設計した実機モデルでは、全長約2mのヴェインで $\epsilon > 1/30$ のイオンを1keV/uから45.4 keV/uまで加速することができる。一般にRFQのヴェインの設計は以下のような手順で行なわれる。

### 1. 基本パラメータの決定

ヴェインの設計に先立ち、設計目的に合わせて加速器の基本的なパラメータを決める。基本パラメータには入射ビームの規格化エミッタス、入射エネルギー、ヴェイン長、荷電数対質量数比、ビームマージン、共振周波数、最大電場強度の選択、等がある。

### 2. ヴェインパラメータの決定

ヴェインパラメータには集束係数 $B$ 、高周波発散係数の最大値 $\Delta_b$ 、平均ボア半径 $r_0$ 、ヴェイン間電圧 $V_0$ がある。これらの値は基本パラメータから決まる。

### 3. ヴェインの設計

一般にRFQの電極設計を行なう際には電極をいくつかのセクションに分け、ビームを捕獲し加速するまでの役割を分けて考える。このSCRFQのヴェインの設計はGENRFQで行なった。GENRFQは、東大核研で開発されたPARMTEQへの適切な入力データを作り出す計算コードで、以下のことに重点を置いてヴェインの設計を行なう計算コードである。[40]

- 粒子の加速効率を上げるために、ビームのパンチングを短いセル内で行なう。
- ゼロ電流ビーム（空間電荷効果を無視できるビーム電流）に対する設計電圧でのビームの透過効率が90%以上になるようにする。

GENRFQによるヴェインの設計方法は3.1.2で詳しく述べる。

### 4. PARMTEQによるビームシミュレーション

PARMTEQは四翼型RFQのヴェインの設計、ビームシミュレーションのためにLANLで開発された計算コードである[3]。PARMTEQでは、ビーム軸に沿って入力したモジュレーション $m$ 、同期位相 $\phi_s$ 、集束係数 $B$ を使ってセル長及びボア半径 $a$ を計算し、式(2.16)～(2.18)で与えられる電場を使って粒子の軌跡を計算する。

本節では上の手順で行なわれたヴェインの設計の詳細について述べる。本節最後に設計ヴェインでのビームシミュレーションの結果を示す。

### 3.1.1 基本パラメータの決定

ヴェインの設計に先立ち、設計目的に合わせて加速器の基本的なパラメータを決める。以下にこれらのパラメータの選定の手順を述べる。

#### 1. 規格化エミッタنس $\epsilon_n$

規格化エミッタنسは、イオン源からの出射ビームの一般的な値として  $0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad} \sim 1\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  程度にとるのが適当である。この実機モデルでは規格化エミッタنسを  $0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  とした。

#### 2. 入射エネルギー $T_{in}$

入射エネルギーを低くできればイオン源と直結して、ビームを加速することも可能である。また、AINツュエルレンズ等のビーム輸送機器の電極電圧を下げるこ出來る。しかしその反面、入射エネルギーを下げると共振周波数を下げなくてはならないので、一般に空腔径が大きくなる。また  $\beta$  に反比例してビームのエミッタنسが大きくなることや、 $\beta^3$  に反比例して、空間電荷の影響が大きくなるという欠点もある。この SCRFQ では、核子当たり  $1 \text{ keV}$  でビームを入射することにした。これは実機に  $\epsilon$  が  $1/60$  以上の不安定核ビームを供給するイオン源の印加電圧を最大  $60 \text{ kV}$  にするという理由から決めた。

#### 3. ヴェイン長

モデルとしての適正規模を考慮し、ヴェインの長さは約  $2 \text{ m}$  とする。

#### 4. 荷電数対質量数比 $\epsilon$

$\epsilon$  が  $1/30$  以上のイオンを加速出来るように設計する。このイオンに対して、 $2 \text{ m}$  の加速装置によってビーム特性が充分検証出来るエネルギーまで加速することが出来る。またこれにより実機モデルの加速テストに供するイオン源用高圧電源は  $\epsilon = 1/30$  のイオンに対して  $30 \text{ kV}$  で済む事になる。加速テストは一価の窒素分子イオン ( $\epsilon = 1/28$ ) 等を使って行う。

#### 5. ビームマージン $\zeta$

RFQ ではビームアーチャー内の電場を加速成分と集束成分に振り分けている。ビームの透過効率に重点を置いて規格化アクセプタンス  $A_n$  を大きくとるとボア半径  $a$  も大きくなり、その結果 (2.13) で表わされる加速効率が下がってしまう。従って設計の際、 $A_n$  を透過効率も加速効率も最大となるように適當な大きさに決めなくてはならない。規格化アクセプタンス  $A_n$  は (2.32) のようにビームの規格化エミッタنس  $\epsilon_n$  とビームマージン  $\zeta$  の自乗との積で表される。ビームマージン  $\zeta$  は、RFQ の最小ボア半径とそこでの最大ビーム半径との比  $a_{min}/a_{beammax}$  で決まるいわば安全ファクターであり、 $\epsilon_n$  を決めた時、 $A_n$  は  $\zeta$  によって決まる。但し、ビームの損失を防ぐためには  $\zeta > 1$  でなければならない。 $\zeta$  を小さく ( $\sim 1.0$ ) 取ると計算上  $A_n$  は  $\epsilon_n$  とほぼ等しく出来るが、実際にはヴェインの取付誤差などにより  $a_{min}$  が  $a_{beammax}$  より小さくなってしまい、その結果ビームアーチャー内でビームの損失が生じる恐れがあ

る。これに対し、 $\zeta$ を大きく取ると(2.32)より $A_n$ も大きくなり、加速効率が下がってしまう。我々の設計では、 $\zeta$ は1.2とし、その結果実機モデルの規格化アクセプタス $A_n$ は $0.86\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$ となる。

#### 6. 共振周波数 $f_0$

共振周波数は、加速イオンの $\epsilon$ 、空洞径、ビームの入射エネルギー、RFQアクセプタス、ビームの安定条件等から決定するが、他のイオン加速器と組み合わせてビーム加速を考える場合は、他の加速器の共振周波数との関係も考慮に入れなくてはならない。SCRFQ実機モデルの共振周波数は、以下の理由によって25.5 MHzに決定した。

- (a) 実器が $\epsilon > 1/60$ のイオンを1 keV/uから加速出来るために、共振周波数は、10～30 MHzが適当である。
- (b) 実機は102 MHzの中重イオン用四翼型RFQと組み合わせて運転する予定なので、総合運転の容易さを考えると共振周波数は17 MHzか25.5 MHzとなる。
- (c) 電極の据付精度、製作技術やコストを考慮して、空洞直径を1 m以内に収めるために共振周波数の高い方即ち25.5 MHzとした。

#### 7. 最大表面電場強度 $E_s$

最大表面電場強度は隣合うヴェインの間隔が最も狭くなる場所での電場強度であり、そこは各セル中央すなわちビームアーチャーが平均ボア半径 $r_0$ に等しい所にある。最大表面電場強度は、次に述べるヴェイン先端での電場強度 $V_0/r_0$ と比例関係にある。加速効率と集束力を上げるために最大表面電場強度は、出来るだけ高い方が良いが、その上限は放電限界電場強度によって決まっている。実際の放電限界電場強度は材料の処理や形状によって異なるが、Kilpatrickは、高周波による放電限界電場強度を周波数の関数として実験的に定式化した[42]。実際の最大表面電場強度とKilpatrickの放電限界強度との比をKilpatrick値( $f_k$ )と呼び、放電限界の目安として使う。実機モデルではKilpatrick値を2.2とした。この値は、周波数25.5 MHzで15.71 MV/mである。GSIにおける実験結果(周波数20 MHz付近では18 MV/m位)[30]から、この値は妥当な値と考えられる。

#### 8. ヴェイン先端での電場強度 $V_0/r_0$

各セル中央でのヴェイン先端の電場強度は(2.16)より平均ボア半径 $r_0$ とヴェイン間電圧 $V_0$ によって $V_0/r_0$ と表わせる。また、最大表面電場強度 $E_s$ とは次式の関係にある。

$$E_s = \kappa V_0/r_0 \quad (3.1)$$

ここで $\kappa$ はfield enhancement factorと呼ばれるもので、最大表面電場強度 $E_s$ と各セル中央でのヴェイン先端の電場強度 $V_0/r_0$ との比を表す。 $\kappa$ の値はヴェインの形状に

依存し、計算コード SUPERFISH によれば一般的な電極先端の断面形状を持つ無変調ヴェインでは  $\kappa$  は 1.36 ~ 1.38 となる。一般的な電極先端の断面形状については次節で述べる。実機モデルで使うヴェインの  $\kappa$  には、SUPERFISH による計算の結果 1.36 を用いることにした。この結果  $V_0/r_0$  は 11.55 MV/m となった。

### ヴェインパラメータの決定

上記の基本パラメータが決まれば、順次ヴェインパラメータを決定する事が出来る。最大表面電場強度  $E_s$  から集束係数  $B$  と高周波発散係数の最大値  $\Delta_b$  を決めることが出来、その結果平均ボア半径  $r_0$  とヴェイン間電圧  $V_0$  を決めることが出来る。以下これらのパラメータの決定理由について述べる。

#### 1. 集束係数 $B$ 、最大高周波発散係数 $\Delta_b$

今回の設計で集束係数  $B$  はラジアルマッチングセクション以降一定値をとる。 $B$  を一定とすると、横方向の運動の取り扱いが容易になり、平均ボア半径  $r_0$  も一定になるので、電極間キャパシタンスが  $m$  の値によらず軸方向にほぼ一様になる等の利点がある。この時  $B$  と高周波発散係数の最大値  $\Delta_b$  の値は以下のようにして決める。

最小ボア半径  $a_{\min}$  は式 (2.31)、(2.32) より以下のように表わせる。

$$a_{\min} = \zeta a_{beammax} = \zeta \left[ \frac{\beta + \varepsilon}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} = \zeta \left[ \frac{\varepsilon_n \lambda}{\pi} \Gamma_+ \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

ここで  $\zeta$  はビームマージン、 $\varepsilon$  はビームのエミッタンス  $\varepsilon_n$  は規格化エミッタンスを示す。また  $\Gamma_+$  は付録 B で得られた  $\beta$  関数の最大値と粒子が高周波の一周期で進む距離との比で以下のようになる。

$$\Gamma_+ = \frac{\beta_+}{\beta_s \lambda} = \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \right)^2 \left( \Delta_{rf} + \frac{B^2}{8\pi^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

ここで、

$$B = \frac{\epsilon e \lambda^2}{\gamma m_0 c^2} \cdot \frac{X V_0}{a^2} = \frac{\epsilon e \lambda^2}{\gamma m_0 c^2} \cdot \frac{V_0}{r_0^2} = \frac{\epsilon e \lambda^2}{\gamma m_0 c^2} \cdot \frac{E_s}{\kappa r_0} \quad (3.4)$$

$$\Delta_{rf} = \frac{\pi^2 \epsilon e A V_0 \sin \varphi}{2 \gamma m_0 c^2 \beta_s^2} \quad (3.5)$$

である。(3.4) の最後の関係式は (3.1) を用いて導ける。一般に加速セクションでは  $a_{\min}$  が最小値のまま最終エネルギーまで加速を行なう。従って (3.2) が成り立つ場所は加速セクション付近であるとし、またそこでは  $\Delta_{rf} \sim \Delta_b$  であるとする。従って  $B$  と  $\Delta_b$  の値は、まず加速セクションでの  $B$ 、 $\Delta_b$  のおおよその値を求め、これらの数値をわずかずつ変えて PARMTEQ によるシミュレーションを行い、その結果透過効率が最も高い組合せを選ぶ。以下具体的な計算を示す。

RFQ の集束パラメータ  $X$  は、

$$X = \frac{I_0(ka) + I_0(mka)}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (3.6)$$

$$k = \frac{2\pi}{\beta_* \lambda} \quad (3.7)$$

で与えられるが、ここで  $a_{\min}$  付近での  $X$  の値は  $X \sim 2/(m^2 + 1)$  と近似できる。この時、加速セクション付近での  $m$  のおよその値 2 に対して  $X = 0.3 \sim 0.4$  となる。

次に無次元変数  $Y$  を以下のように定義する。

$$Y = \left( \frac{\epsilon e \lambda E_s}{\gamma m_0 c^2 \kappa} \right)^2 \frac{\pi \lambda}{\epsilon_n} \quad (3.8)$$

$E_s$ 、 $\kappa$  は先に決定した最大表面電場強度と field enhancement factor である。 $X$ 、 $Y$  と (3.3)、(3.4) から式 (3.2) は次のようになる。

$$\frac{YX}{\zeta^2} = B^2 \Gamma_+ \quad (3.9)$$

これより  $B^2 \Gamma_+$  の値を求めることができる。与えられた  $B^2 \Gamma_+$  に対して  $\Delta_b$  ができるだけ高い値になるように  $B$  と  $\Delta_b$  を決めるが、次式を満たすような  $B$  と  $\Delta_b$  を選ぶとより高い透過効率が得られることが経験的に知られている。

$$B \sim 2.2 + 20 \times |\Delta_b| \quad (3.10)$$

実際には上式を満たす  $B$  と  $\Delta_b$  をわずかに変えて PARMTEQ によるシミュレーションを行い、その結果透過効率が最も高い組合せを選ぶ。実機の設計では  $B = 3$ 、 $\Delta_b$  は -0.035 となる。式 (3.4) より、 $r_0$  を固定した場合  $B$  と  $\epsilon$  及び  $f_k$  は比例関係にある。このモデルでは  $r_0$  と  $f_k$  は実機と同じにしてあるので  $B = 6$  となり、その結果  $\Delta_b$  は -0.20 となる。実機及び実機モデルの  $B$  と  $\Delta_b$  の値と (3.10) を図 2.3 の Mathieu 方程式の第一安定領域に示す。

## 2. 平均ボア半径 $r_0$

平均ボア半径は、最大表面電場強度  $E_s$ 、field enhancement factor  $\kappa$  と集束係数  $B$  から式 (3.4) を用いて求められる。 $B = 6$ 、 $E_s = 15.71$  MV/m、 $\kappa = 1.36$  を使って計算した結果、 $r_0 = 0.946$  cm となる。

## 3. ヴェイン間電圧 $V_0$

ヴェイン間電圧は (2.26) より  $E_s$ 、 $r_0$  等より求められる。計算の結果  $\epsilon = 1/30$  のビームを加速する時ヴェイン間電圧は 109.3 kV となる。また、異なる  $\epsilon$  のビームに対するヴェイン間電圧の設計値は  $109.3/(30\epsilon)$  となる。

#### 4. 同期位相 $\phi_s$

加速セクションでの同期位相は $-30^\circ$ とした。この近辺では、加速電圧  $V_0 \cos \phi_s$  も比較的大きく、またセパラトリクス位相長が  $90^\circ$  位あるので粒子の縦方向の安定領域も大きい。ほとんどの線形加速器の同期位相はこの周辺にある。

### 3.1.2 ヴェインの設計

基本パラメータ及びヴェインパラメータの決定後ヴェインの設計を GENFRQ で行なう。GENRFQ は、PARMTEQ への適切な入力データを作り出す計算コードである。PARMTEQ による電極の設計に際しビーム軸に沿った適切な  $m$ 、 $\phi_s$ 、 $B$  を決めるには、電極をいくつかのセクションに分けビームを捕獲し加速するまでの役割を分けて考えた方がよい。LANL では大電流加速のために図 3.1 のように 4 つのセクションに分けて考えた。一方核研・山田はゼロ電流ビームを考えた場合、6 分割法によってより短い電極長でビームをパンチする事が出来ることを示した [41]。GENRFQ は、この方法に従ってビーム軸に沿った適切なヴェインパラメータの計算を行なう計算コードである。

4 分割法の特徴は gentle buncher(図 3.1) においてビームの電荷密度を一定にしてパンチする事である。これに対して 6 分割法ではその制約を外し gentle buncher を prebuncher と buncher に分けさらに buncher と accelerator の間に booster を設け、ビームを急速にパンチし加速効率の高いヴェインの設計が行なえる。

PARMTEQ では、ビーム軸に沿って入力した  $m, \phi_s, B$  を使ってセル長とボア半径  $a$  を計算し、式 (2.16) ~ (2.18) で与えられる電場を使って、粒子の軌跡  $(x, x', y, y', W, \phi)$  を計算する。各セルでの粒子座標は計算コード OUTPROC を使って図で出力できる。PARMTEQ の概要については付録 H で述べる。

ところでプレバンチャー (prebuncher) を GENRFQ 法で設計するとヴェインの加工を二次元 (次節参照) で行なう時、ヴェイン先端の軸方向の曲率  $\rho_L$  の最小値が加工可能な限界を越えて小さくなる場合がある。そこで今回新しい手法をプレバンチャーで採用することにした。その他のセクションは従来の GENRFQ 法によって設計を行なった。以下に各セクションの役割と設計手法について述べる。

#### 1. Radial Matching Section

RFQ に入射されるビームのエミッタスは時間的に不变であるが、RFQ のアクセプタンスは高周波集束のために時間的にその形を変える。従って、何らかの工夫をして入射ビームのエミッタスと RFQ のアクセプタンスとの整合をとる必要がある。これは RFQ の入口で集束係数  $B$  を 0 から一定値まで滑らかに立ち上げることで実現できる。このような理由で設計される RFQ 入口にある最初のセクションを ラジアルマッチングセクション (RMS) という。RMS がある時と無いときの高周波位相による RFQ アクセプタンスの変化を図 3.2 に示す。この図から RMS をつけることにより RFQ アクセプタンスの高周波位相による変化はほとんど無くなることが分かる。

RMS での集束係数  $B$  の立ち上げ方としては直線的に立ち上げる場合と正弦曲線

状に立ち上げる場合とがある。この SCRFQ では  $B$  を直線的に立ち上げる方法を採用する。一般に RMS を長くすると、RFQ のアクセプタンス椭円の傾きを小さくすることが出来、入射ビームとのマッチングが取り易くなる。しかしその反面、長くすることにより大電流ビームでは透過電流値が下がり、また RMS はボア半径が大きいので長くすると静電容量が下がり、共振周波数を上げる原因になる場合もある。

一般にアクセプタンスを大きくとれば高い透過電流を得ることが出来る。しかし、アクセプタンスの設計値を大きく取ると、入射ビームの規格化エミッタンス  $\epsilon_n$  も大きくしなければならず、その結果入射ビームの整合に必要な RMS を長く取らなければ、ビームの整合が難しくなる。例えば、 $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  であるビームと  $\epsilon_n = 1\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  のビームの RFQ 入射時の入射角をほぼ同じにするには、後者の RMS の長さは前者の約 2 倍必要になる。

ところで RMS はビームのパンチングや加速に全く寄与しないので、できるだけ短い方がよい。また入射ビームの傾きが小さい程、入射系の集束レンズの口径が小さくて済むので、入射系の設計及び入射ビームの整合が容易になる。

以上のこと考慮して RMS の設計を行い、このセクションはセル数 34、全長 29.18 cm とした。この時  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  であるビームに対して、入射ビームの傾き ( $\sqrt{\gamma\varepsilon/\pi}$ ) が 65 mrad となる。これは数台のアインツェルレンズを用いれば比較的容易にマッチングが取れる量である。

## 2. Shaper Section

ここで初めてセパラトリクスを形作る。高い捕獲効率を得るために、同期位相を  $-90^\circ$  (セパラトリクス位相長  $\Phi = 360^\circ$ ) から  $-88^\circ$  (経験的によい結果を与える) までゆっくりと変化させる。また、Shaper 出口でのセパラトリクスの面積は、粒子を損失なくスムーズにパンチングするために次の Prebuncher、Buncher で保存される。セル数は 23、このセクションの全長は 19.76 cm である。

## 3. Prebuncher Section

GENRFQ で採用されている考え方では、このセクションでは高周波発散係数  $\Delta_{rf}$  の絶対値が粒子速度に対して上に凸な放物線になるように急激に立ち上げている。この事はモジュレーション  $m$  も早く立ち上がる意味を意味し、その結果ビームのパンチングを早く行うことによって粒子の捕獲効率を上げることができる。しかし粒子の速度が小さいうちに  $m$  が大きな値を取るので、ヴェイン先端の軸方向の曲率  $\rho_L$  の最小値が加工可能な限界を越えて小さくなる場合がある。これに対し本設計では軸方向の曲率を増やすために、高周波発散係数をプレバンチャーの最初の数セルで急増させて、後は、緩やかに増加させるという手法をとることによって軸方向の曲率の最小値が小さくなりすぎるのを食い止めることにした。

しかし新しい考え方で設計されたプレバンチャーは次のような欠点を持っている。一つはプレバンチャーの全長が従来の設計より約 20 cm 長くなることであり、もう一つはビームの縦方向の捕獲効率が下がり、透過効率が幾分低下することである。従来の設計ではプレバンチャー出口での同期位相が  $-60^\circ$  になるように、またプレバ

ンチャーノ内でのビームのパンチングを位相振動の半周期で行なうように(縦方向の捕獲効率を上げ粒子の損失を少なくするには、位相振動の約半周期でパンチングをするのがよいことは経験的に知られている) $m$ 、 $\phi_s$ 、 $\Delta_{rf}$ を変化させている。しかし、新プレバンチャーノでは後半の $m$ の増加が緩やかなため全長が延びて、パンチングを位相振動の約半周期で終えることが出来ない。その結果粒子の捕獲効率が下がり、ゼロ電流ビームの設計電圧に対する透過効率が従来と同じ90%以上になるように再設計を行なったところ、空間電荷効果制限によるビームの最大電流値が4 mAから2.5 mAに低下した。新プレバンチャーノでは同期位相 $\phi_s$ は-87.9°から-46.5°まで変化し、プレバンチャーノ内での位相振動の回数は1.234、セル数38、長さ35.63 cmとなる。

#### 4. Buncher Section

このセクションでは、同期位相を最終値 $\phi_s = -30^\circ$ にまでもって行き、パンチングを終える。 $\phi_s = -30^\circ$ としたのはセパラトリクス(安定に粒子が加速される領域)の位相長が90°と比較的大きいからであり、一般の高周波線形加速器でも同期位相を-30°近辺にもってくる場合が多い。また、このセクションでは捕獲した粒子の損失をなくすためにセパラトリクスの面積及び高周波発散係数の値を一定に保つ。セル数は12、長さは17.39 cmとなる。

#### 5. Booster Section

ここでは $\Delta_{rf}$ 、 $\phi_s$ を一定にして、 $\zeta$ (ビームマージン)が1.2になるまで、 $m$ を大きくする。このセクションの最後で、ビームアーチャー径が最小になるので、RFQのアクセプタンスはここで決まる。セパラトリクスの面積は保存されないが、常に増える方向にあるため、捕獲した粒子の損失はない。セル数は11、長さは27.72 cmである。

#### 6. Accelerator Section

ビームアーチャー径と同期位相を一定にしたまま、最終エネルギーまで加速する。セル数は18、長さは83.84 cmとなる。

### ビームシミュレーション結果

最終的なSCRFQの諸パラメータを図3.3に示す。1 keV/uで入射されたイオンビームは全長2.135 mのヴェインを通り45.4 keV/uまで加速される。計算コードPARMTEQで計算した出力ビームのシミュレーション結果を図3.4に示す。0.6π mm·mradの規格化エミッタノスを持つ入射粒子に対する透過効率は空間電荷効果を無視した場合の設計電圧での計算で92.6%となった。加速されたビームのエネルギー幅は全幅で±3.3%となった。出射ビームのパンチ幅は全幅で33°、時間で3.6 nsであるので、高周波位相の違いによるエミッタノスプロファイルの変化は非常に小さいものとなった。出射ビームのエミッタノスは61π mm·mradであり、ビームの直徑は約5 mm、傾きは約±25 mradである。なおビームは水平方向に集束し、垂直方向には発散している。表3.1にSCRFQの諸元を示す。

Table 3.1: 25.5 MHz SCRFQ の諸元

共振周波数 ( $f_0$ )	25.5 MHz
加速エネルギー ( $T$ )	1 → 45.4 keV/u
荷電数対質量数比 ( $\epsilon$ )	$\geq 1/30$
規格化エミッタス ( $\epsilon_n$ )	$0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$
ウェイン長 ( $L$ )	213.5 cm
セル数	136
キルバトリック数 ( $f_k$ )	2.2
ウェイン間電圧 ( $V_0$ )	109.3 kV
平均ボア半径 ( $r_0$ )	0.946 cm
最小ボア半径 ( $a_{\min}$ )	0.521 cm
ビームマージン ( $a_{\min}/a_{\text{beam}}$ )	1.2
モジュレーション最大値 ( $m_{\max}$ )	2.50
集束係数 ( $B$ )	6.0
最大高周波発散係数 ( $\Delta_b$ )	-0.20
空間電荷効果制限電流 ( $I_{\lim}$ )	2.5 mA
透過効率 (入射 0 mA)	92.6 %
ラジアルマッチングセクション	34 cells
入射ビームサイズ ( $\sqrt{\beta\varepsilon/\pi}$ )	0.824 cm
入射ビーム発散 ( $\sqrt{\gamma\varepsilon/\pi}$ )	64.0 mrad

### ウェイン間電圧に対する透過効率

ウェイン間電圧を変化させたときの粒子の透過効率を図 3.5 に示す。ここで粒子の透過効率を入射粒子数に対する出射エネルギーの設計値±10%のエネルギーを持った粒子数の比として定義する。図はゼロ電流ビームに対する透過効率を示す。また、図の横軸は実際のウェイン間電圧と設計電圧との比である規格化ウェイン間電圧  $V_n$  で示してある。 $\epsilon = 1/30$  の粒子ではウェイン間電圧が 109.3 kV の時  $V_n=1$  となる。RFQ では位相振動の性質からウェイン間電圧を変えて同期粒子に対する各セルでのエネルギー増加は一定に保たれ、同期位相  $\phi_s$  が変化する。電圧を上げた場合同期位相は  $-90^\circ$  の方向にずれるので、セパラトリクスは大きくなり、粒子の捕獲効率はより高くなる。集束係数  $B$  も電圧に比例して大きくなるので、空間電荷が無視できれば透過効率はほとんど 100% となる。しかし、電圧をさらに上げていくとベータトロン振動の位相の進みが  $\sigma = 180^\circ$  となる不安定領域に近づきビームの包絡線は急速に増大して、透過効率は 0 になる。Mathieu 方程式の第一安定領域の図 2.3 より  $\Delta_{\text{rf}} = 0$  の時、境界点では  $B = 17.9$  である。この実機モデルの設計値は  $B = 6$  であることから、規格化ウェイン間電圧  $V_n = 3.0$  でシェイパー以降

の各セクションで不安定領域になるので粒子が透過する事が出来ず透過効率は0になる。このことは PARMTEQ による計算で確かめられる。 $V_n = 3.04$  の時の PARMTEQ での計算結果を図 3.6 に示す。計算に用いた入射粒子の数は 500 個、 $\epsilon$  は  $1/30$ 、入射エミッタنسは設計値に合わせた。上図は各粒子の垂直方向での中心軸からの位置のずれを示している。縦軸は中心軸からのずれを cm 単位で示しており、横軸は入口からのセル数を示す。図中の点線はビームアーチャー  $a$  を示す。中図は各粒子のセル毎の位相の変化を示しており、縦軸は粒子の位相と同期位相との差  $\Delta\phi_s$ 、横軸は入口からのセル数を示す。図中の点線は設計電圧でのセパラトリクスの幅を示す。下図はイオンの設計エネルギーとのずれを示したものであり、縦軸は設計エネルギーとのずれ  $\Delta W$  を MeV で示す。横軸は入口からのセル数である。点線は設計電圧でのセパラトリクスの高さを示す。この 3 つの図から入口から約 50 セルめ（シェイパーの出口付近）までに、全ての粒子が横方向の運動の不安定性のため止まってしまうことが分かる。

逆にヴェイン間電圧を設計値より下げていくと同期位相  $\phi_s = -30^\circ$  であるブースター及び加速セクションで  $\phi_s$  が急激に 0 に近づき、 $V_n = 0.82$  でセパラトリクスが消滅し、入射粒子のはほとんどが加速されずに出て来る事になる。これを図 3.7 に示す。

## 3.2 二次元加工によるヴェインの製作

ヴェイン先端の加工方法については二次元加工と三次元加工とがある。三次元加工とは四電極内のポテンシャルが K-T の電位関数 (2.12) で表わせるとき、垂直ヴェインについては  $U = V_0$ 、水平ヴェインについては  $U = 0$  なる境界条件の下で得られる等電位面に沿ってヴェインの先端面を円近似で加工することである。この時、ヴェイン先端の軸方向及び断面の形状は各セル毎に異なった値をとるので、切削にはボールエンドミルを三次元的に動かす方法が従来広く使われてきた（図 3.8.a）。しかし、切削機には、ヴェインの形状に沿って動くボールエンドミルの位置についてのデータを与える必要はないが、このデータ量が膨大になり、かつ切削時間が長くなるという欠点がある（50 MHz 陽子モデルの三次元加工によるヴェインの切削には、20 cm 当り 7 時間かかった）。

このような問題を解決するために、総形バイトを二次元的に動かす切削方法が近年採用されるようになった（図 3.8.b）。総形バイトを使用すればビーム軸と垂直な面 ( $x-y$  面) でのヴェインの断面形状が軸方向に一様となるように加工できるので、切削時間の短縮が可能となる。今回実機モデルのヴェインにも切削時間を短縮し、製作コストを下げるために二次元加工を施すことにした。

ヴェインの設計に用いた計算コード PARMTEQ では、粒子の運動の計算に K-T の電位関数で導かれる理想的な電場を用いている。二次元加工で作られたヴェインの形状は三次元加工と比べて K-T の電位関数で表わされる理想的な等電位面からのズレが大きくなることも予想されるが、実験結果が PARMTEQ のシミュレーション結果と一致すればヴェインの二次元加工による電場のズレは無視出来ることになる。以下に一般的なヴェインの形状と二次元ヴェインの加工について述べる。

### 3.2.1 SCRFQ の電極形状

ヴェインの加工は前述の理由により本来三次元加工が望ましい。以下ヴェインを三次元加工する場合の軸方向 ( $x, y - z$ 面) 及び断面 ( $x - y$ 面) での形状を、変調ヴェインとラジアルマッチングセクションについて述べる。ここでは一般的な SCRFQ ヴェインの電極形状について述べることにし、今回行なった二次元加工によるヴェインの切削については次節で詳しく述べる。

#### 変調ヴェインの電極形状

SCRFQ では四電極内に作られる電場ポテンシャルが式 (2.12) で表わせるように電極先端部の加工が行なわれる。

$$U(r, \psi, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + X \left( \frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\psi + AI_0(kr) \cos kz \right] \quad (3.11)$$

ここで  $A$ 、 $X$  は、

$$A = \frac{m^2 - 1}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (3.12)$$

$$X = 1 - AI_0(ka) \quad (3.13)$$

である。上式を円筒座標系からデカルト座標系へ変換し、垂直ヴェイン表面での境界条件  $U = V_0$  を代入すると、垂直ヴェイン表面の等電位面は次の関数で与えられる。

$$x^2 - y^2 = r^2 \cos 2\psi = \frac{a^2}{X} [1 - AI_0(kr) \cos kz] \quad (3.14)$$

ただし、

$$x = r \cos \psi$$

$$y = r \sin \psi$$

である。ここで座標系の変換の結果  $x$  は垂直方向、 $y$  は水平方向、 $z$  はビーム軸方向を表すことになる。 $z$  の位置での垂直ヴェインの断面形状 ( $x, y$ 面) は次のようになる。

$$x^2 - y^2 = \frac{a^2}{X} \left[ 1 - AI_0(k\sqrt{x^2 + y^2}) \cos kz \right] \quad (3.15)$$

また、垂直ヴェインの軸方向 ( $x, z$ 面) の電極形状は  $\psi = 0$  即ち  $y = 0$  と置くことにより、

$$x^2(z) = \frac{a^2}{X} [1 - AI_0(kz) \cos kz] \quad (3.16)$$

となる。ところで垂直ヴェイン先端の断面( $x-y$ 面)形状は理想的には(3.15)のような関数で与えられるが、実際の加工では電極先端の断面を円近似して加工を行なう。理由は隣合う電極間隔を出来るだけ広げてヴェイン間電圧を上げるためにある。この時の電極断面の曲率半径 $\rho_x(z)$ は付録Eより次式で与えられる。

$$\rho_x(z) = x(z) \cdot \frac{P - Q}{P + Q} \quad (3.17)$$

ここで $x(z)$ は(3.16)の解、 $P, Q$ は次式で表わされるものである。

$$P = I_0(ka) + I_0(mka), \quad Q = \frac{ka^2}{2x(z)}(m^2 - 1)I_1(kx(z))\cos kz \quad (3.18)$$

よって、セル毎の $a, m$ を与えると(3.16)、(3.17)、(3.18)より垂直ヴェインの加工形状が決まる。

水平ヴェインについても全く同様にして、電極表面の等電位面は次のように示される。但し、水平ヴェイン表面でのポテンシャルを $U = 0$ とする。

$$x^2 - y^2 = -\frac{a^2}{X}[1 + AI_0(kr)\cos kz] \quad (3.19)$$

軸方向( $y, z$ 面)の形状は $\psi = \pi/2$ 即ち $x = 0$ と置くことにより、

$$y^2(z) = \frac{a^2}{X}[1 + AI_0(ky)\cos kz] \quad (3.20)$$

となる。また、ヴェイン先端の断面( $x-y$ 面)形状は

$$\rho_y(z) = y(z) \cdot \frac{P + Q}{P - Q} \quad (3.21)$$

となる。軸方向の形状も円近似を行なう場合があるがこれについては付録Eで述べる。このように加工された変調ヴェインの電極形状を図示すると図3.9.aのようになる。

### ラジアルマッチングセクションの電極形状

ラジアルマッチングセクション(RMS)は時間に無関係な入射ビームエミッタスと時間によって変化するRFQのアクセプタンスとの整合をとるためのセクションである。そのためには集束係数 $B$ を0から一定値まで滑らかに立ち上げる。またSCRFQの場合はビーム軸上のポテンシャル $V_0/2$ によってRFQ入射時にビームの受ける加減速を無視できるほどに小さくする役割も持っている。RMSの長さ $d$ はRMSでの粒子の加減速を無くすために $\beta_s \lambda$ の整数倍にとればよい。

RMSでの電極内のポテンシャルは集束パラメータ $B$ をRMSで直線的に立ち上げる時と正弦関数的に立ち上げる場合で異なるがこれらについては付録Aで述べる。実機モデルでは $B$ をRMS内で直線的に立ち上げる方法を採用している。この時長さ $d$ のRMSで作られるビームアーチャー内のポテンシャルは、時間項 $\sin(\omega t + \phi)$ を省略して次のように表わされる。

$$U(r, \psi, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + \frac{r^2}{a^2} \cos 2\psi \right] \frac{z}{d} \quad (3.22)$$

上式に円筒座標系から一般座標系への変換を行なうと、

$$U(x, y, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + \frac{x^2 - y^2}{a^2} \right] \frac{z}{d} \quad (3.23)$$

となる。前項と同じく  $x$  は垂直方向、 $y$  は水平方向、 $z$  はビーム軸方向である。この時水平ヴェイン、垂直ヴェインの電極形状はそれぞれの電極上での境界条件  $U = 0$ 、 $U = V_0$  を上式に代入することによって求められる。

従って水平ヴェインでは  $y-z$  面及び  $x-y$  断面の式は次のようになる。

$$y^2 = a^2, \quad \rho_y(z) = y \quad (3.24)$$

ここで、RMS 内ではヴェインのモジュレーションが無い ( $m = 1$ ) ので  $Q = 0$  とした。垂直ヴェインでは

$$x^2 = a^2 \cdot \left( \frac{2d}{z} - 1 \right), \quad \rho_x(z) = x \quad (3.25)$$

となる。RMS での軸方向の加工形状を図 3.9.b に示す。SCRFQ では四翼型 RFQ のように、RMS での水平ヴェインと垂直ヴェインの軸方向の形状は対称にならない。

### 3.2.2 二次元加工によるヴェインの製作

#### ヴェインの電極形状

ヴェインを二次元加工する場合ヴェインの断面形状は一定となる。このヴェインでは  $x-y$  断面の曲率半径は平均ボア半径  $r_0$  に等しくとったので、ヴェインの全ての場所で、

$$\rho_x(z) = \rho_y(z) = r_0 = 0.946 \text{ cm} \quad (3.26)$$

となる。軸方向の形状は三次元加工の場合と同じ形状となる。まとめると、水平ヴェイン（変調ヴェイン）

$$y^2(z) = \frac{a^2}{X} [1 + AI_0(ky) \cos kz] \quad (3.27)$$

#### 水平ヴェイン (RMS)

$$y = a \quad (3.28)$$

#### 垂直ヴェイン（変調ヴェイン）

$$x^2(z) = \frac{a^2}{X} [1 - AI_0(kx) \cos kz] \quad (3.29)$$

### 垂直ヴェイン (RMS)

$$x^2 = a^2 \cdot \left( \frac{2d}{z} - 1 \right) \quad (3.30)$$

という式でヴェインの軸方向の形状が表わせるように加工を行なう。

### ヴェインの製作

ヴェインの切削は粗加工と仕上げ加工の2段階で行なった。バイト刃面の最小半径  $R_B$  は仕上げ加工用で 10 mm、粗加工用にはそれより大きい  $R_B = 12.5$  mm のバイトを用いた。仕上げ用バイト刃面の最小半径はバイトの強度を考慮して決めた。この時変調ヴェインの窪みの部分でオーバーカット (余計に削り込んでしまうこと) しないように、窪みの部分における軸方向の曲率半径  $\rho_L$  が  $R_B$  よりも小さくならないように設計の段階で配慮した。GENRFQ 法によるヴェインの設計を行なった結果  $\rho_L$  の最小値はプレバンチャーで 6.5 mm となることが判った。このためプレバンチャーの設計手法を変更し  $\rho_L$  の最小値が 10.6 mm となるように設計変更をした。なお軸方向の移動ステップは 0.2 mm とした。

ヴェインを加工する前に以下の手順に従って NC 切削用データを作る。

1. PARMTEQ で得られた各セルの  $m$ 、 $a$  を用いて、上式から変調ヴェイン各セルでの水平、垂直ヴェインの先端の座標を数値で求める。
2. 上で求めた各セルでの座標をそのまま用いて NC 加工を行なうと、隣り合うセル間で  $m$ 、 $a$  の差の大きい場合は段差が出来る場合があるので、各セル間で  $m$ 、 $a$  の平滑化を行なう。具体的には図 3.10 のようにセルの継目で  $a$ 、 $ma$  の連続条件を継目の両側のセルでの  $a$ 、 $ma$  の平均をとることにする。また各セルで一定値をとる  $m$ 、 $a$  を、セル内でも軸方向への距離に対して正弦関数的に変化する変数と考え、セル内の各セグメント (切削バイトの軸方向の移動ステップと考える) についての  $m$ 、 $a$  を求める。最後にこれらを (3.27)、(3.29) に代入し、各セル、各セグメントでの水平、垂直ヴェインの先端の座標を数値で求める。
3. ヴェイン先端の数値座標からバイトの中心軸の移動座標を決定する。
4. RMS での各セルの水平、垂直ヴェインの先端の座標を (3.28)、(3.30) より数値で求め、バイトの中心軸の移動座標をオーバーカットしないように、計算機でシミュレーションをしながら決定する。

仕上げ加工時、バイトの中心軸は図 3.11 のように  $R_B$  だけヴェインの切削面より離れた所をヴェインの切削面に沿って移動する。この時オーバーカットしないように設計の段階で配慮したことは上で述べた。これに対し、粗加工時は  $\rho_L$  の最小値が  $R_B$  よりも小さいので、粗加工用バイトを仕上げ用バイトと同じように動かすとオーバーカットの可能性がある。そこでヴェイン先端の数値座標からバイトの中心軸の移動座標をヴェインのオーバー

カットがないように計算機でシミュレーションをしながら決定した。

垂直ヴェインの RMS 先端部の加工について以下に述べる。垂直ヴェインの RMS は(3.30)に従って加工されるが先端部に行くに従って切削面の曲率が小さくなってくる。この時オーバーカットを防ぐために RMS 先端部へ行くほど切削面とバイトの中心軸との距離を広げていく。さらに垂直ヴェインの RMS 先端部は、計算では空洞のアース板に接する状態になるが、放電の防止のため入口から 2 セル分(約 17.16 mm)切ることにした。これによるビーム軸への影響はほとんど無いと考えている。

二次元切削に要した時間はヴェイン一本当たり粗加工 12 時間、仕上げ 8 時間の計 20 時間であった。これは同程度の精度に仕上げた三次元ヴェインの切削時間のおよそ 1/3 である。なお総形バイトの製作にはテストピースによる切削テストの時間を含めて三ヵ月程度かかる。コスト的には総形バイトはボールエンドミルより若干高い程度であるので、切削時間の違いがそのままコストの違いとなる。使用した総形バイトの写真を図 3.12 に、二次元加工によるヴェイン切削時の写真を図 3.13 に示す。

### 3.3 加速空洞の設計

第 2 章で述べたようにこの空洞ではヴェインを精度良く設定するために 3 台の単位モジュール空洞で構成されるマルチモジュール構造を採用している。我々はヴェインの精度良い設定を実現するために内導体を外部で組み立てた後にタンクに組み込めるような構造をもつ加速空洞を開発した。この空洞の設計は以下のような手順で行なわれた。

1. 空洞寸法の概算。
2. 内導体の形状及び寸法の決定。
3. 空洞寸法の決定。
4. 冷却配管及び流量の決定。

また空洞の設計に関連して以下の項目についても検討した。

- 空洞材料の選定。
- 空洞の組立手順の決定。
- 高周波電源の仕様の決定。
- 高周波結合器の設計製作。

本節では空洞の設計手順及び関連項目の検討について詳しく述べる。以下近似計算を用いて行なった空洞の詳細設計及び製作について述べる。

### 3.3.1 近似計算による空洞計算

空洞の設計を行なうために、基本的な SCRFQ 空洞の高周波特性を第 2 章で述べた計算原理を用いて近似的に計算できるようなプログラム CADSCRFQ を開発した。このプログラムでは空洞の寸法と内導体の各寸法ならびに単位長当たりのヴェイン間の静電容量を入力すると、近似計算でタンク及びシステムのインダクタンス  $L_t$ 、 $L_s$ 、システムとヴェイン間、カップリングリングとヴェイン背板間の静電容量  $C_s$ 、 $C_r$  の計算を行い、その結果から単位空洞及びマルチモジュール空洞での共振周波数を計算することが出来る。また、空洞内での電力損失、共振抵抗値、Q 値を計算することが出来る [13]。

**静電容量の計算** 空洞の静電容量  $C$  は第 2 章で述べたように、ヴェイン間の静電容量  $C_v$ 、ヴェインとシステムの間の容量  $C_s$ 、ヴェイン背板と結合リングの間の容量  $C_r$  の和で決まる。 $C_v$  は SUPERFISH の助けを借りて求めることが出来る。ここでは  $C_s$  と  $C_r$  の値を近似計算によって求める。図 3.14 に近似計算の概念図を示す。ヴェインとシステム間、ヴェイン背板と結合リング間の単位長さ当たりの静電容量は、左図に示すように対向する電極面とアース面で生じる  $C_1$  と電極側面とアース面との間に生じる  $C_2$  の和で表わされる。ここでアース面はヴェインあるいはヴェイン背板、電極はシステムあるいは結合リングを表わしている。 $C_1$  は右図に示すように電極の幅を  $w$ 、電極とアース面の距離を  $h_0$  とすれば、

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 w}{h_0} \quad (3.31)$$

と表わせる。一方  $C_2$  は電極側面をアース面と垂直な薄板に置き換えて考える。この時薄板は無限に長く表面電荷密度が一様であるとすると電極表面での電場の  $x$  成分は鏡映法により以下のように表わせる。

$$E_x = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{h_1 - h_0} \int_{h_0}^{h_1} \left\{ \frac{h-x}{a^2 + (h-x)^2} + \frac{h+x}{a^2 + (h+x)^2} \right\} dh \quad (3.32)$$

ここで  $Q$  は単位長さ当たりの電荷、 $a$  は電極の厚さの半幅、 $h_0$ 、 $h_1$  は電極側板の下辺及び上辺までのアース面からの距離を示す。電極中央のボテンシャルは、

$$V = \int_0^{(h_0+h_1)/2} E_x dx \quad (3.33)$$

と表わせるので、 $C_2$  は

$$C_2 = \frac{Q}{V} \quad (3.34)$$

より求めることが出来る。

システム及び結合リングの形状及び寸法決定後、上の結果を用いて  $C_s$  及び  $C_r$  を求めた。

**インダクタンスの計算** 第 2 章で述べた原理に従い計算を行なう。以下具体的な計算について説明する。

タンクインダクタンス いま電極の断面形状を図 3.15 左図の様に考え、 $x$ 、 $y$ 軸を図の様にとる。この時電極表面  $(x_i, y_i)$  を軸方向に流れる電流密度  $\Delta I$  によって方位方向に発生する磁束密度の  $(0, y_j)$  での  $x$  成分  $\Delta B_x$  は次式で与えられる。

$$\Delta B_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \Delta I \cdot \frac{\Delta S_i(y_j - y_i)}{(y_j - y_i)^2 + x_i^2} \quad (3.35)$$

ここで  $\Delta S_i$  は軸方向の微小線素、 $\mu_0$  は真空中の透磁率を示す。この時単位モジュール当たりの磁束  $\Phi$  は  $\Delta B_x$  と  $y$  軸上の線要素  $\Delta y_j$  を用いて以下のように表わされる。

$$\Phi = \sum_i \sum_j \Delta B_x \cdot \Delta y_j \cdot l \quad (3.36)$$

ここで  $l$  は単位モジュール長である。従ってタンクインダクタンス  $L_t$  は、電極形状及び寸法が決まったとき次式により求まる。

$$L_t = \frac{\Phi}{I} \text{ H/module} \quad (3.37)$$

ここで  $I$  は内導体を流れる総電流である。

システムインダクタンス 加速空洞がマルチモジュール構造をとるとき、システムを流れる電流によってシステムインダクタンス  $L_s$  が生じる。システムインダクタンスの近似計算は次のような方法で行なった。電極及びタンクと二つのシステムとの関係を図 3.15 右図に示す。この時  $x$ 、 $y$ 、 $z$  座標は図の様にとるものとする。システムを流れる表面電流密度  $\Delta I$  は一様であり、システムインダクタンスはシステムとシステムフランジで囲まれた部分（窓）に生じるものとする。ビオサバールの法則よりシステム表面  $(x_i, y_i)$  を流れる表面電流による磁束密度の  $(0, y_j)$  での  $x$  成分  $\Delta B_x$  は次式で与えられる。

$$\Delta B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \Delta I \cdot \frac{\Delta S_i(y_j - y_i)}{R_1^2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (3.38)$$

ここで  $R_1$ 、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  は次式で与えられる。

$$R_1 = \sqrt{(y_j - y_i)^2 + z_i^2} \quad (3.39)$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left( \frac{R_1}{\sqrt{b^2 - y_i^2 - z_j^2}} \right) \quad (3.40)$$

$$\alpha_2 = \pi - \tan^{-1} \left( \frac{R_1}{z_j - z_0} \right) \quad (3.41)$$

$\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  は磁束密度の積分領域を示す。また  $b$  はシステムフランジの内半径、 $z_0$  はシステムの厚さの半幅を示す。この時図の斜線部分に生じる磁束  $\Phi$  は  $\Delta B_x$  と  $y$  軸上の線要素  $\Delta y_j$  及び  $z$  軸上の線要素  $\Delta z_j$  を用いて以下のように表わされる。

$$\Phi = \sum_i \sum_j \Delta B_x \cdot \Delta y_j \cdot \Delta z_j \quad (3.42)$$

システムインダクタンス  $L_s$  は二つのシステムによって生じるインダクタンスの和として表わせる。即ち内導体を流れる電流が二つのシステムに等しく流れ込むとき  $L_s$  は一本のシステムによるインダクタンスの半分となる。従って、

$$L_s = \frac{\Phi}{2I} \text{ H/module} \quad (3.43)$$

と表わせる。ここで  $I$  は内導体を流れる総電流である。

**共振抵抗の計算** 第2章で述べた計算式より単位モジュール及び3モジュール空腔の共振抵抗及び無負荷のQ値が計算できる。

### 3.3.2 空腔設計

#### 空腔寸法の概算

空腔寸法の概算値を得るために、まず、50 MHz 陽子加速用 SCRFQ の電極の静電容量 216.5 pF/m を用いて、タンクの内径  $r_b$ 、単位モジュールの長さ  $Z_L$  と、共振周波数の関係を上述の近似計算プログラムを用いて調べた。この時ビーム軸からヴェイン背板外面までの距離は 82 mm である。いまタンク径  $r_b$  が小さくモジュール長  $Z_L$  が長い場合を考える。この時システムが短くなり、システムインダクタンス  $L_s$  が小さくなるために、システムフランジの窓の開閉による共振周波数の変化量は小さくなる。共振周波数の粗調整はシステムフランジの窓の大きさを変えて行なうので、設計の不確定さを考慮に入れるにこの調整量はある程度とらなくてはならない。また、単位モジュール長  $Z_L$  を長くすると先の機械的な問題以外にも、空腔内の電力損失が主に内導体で発生するようになり、Q 値が悪くなる等の電気的な問題も発生する。逆に  $r_b$  を大きく  $Z_L$  を短くすると、SCRFQ の特徴の一つである空腔径を小さく出来るというメリットを失うばかりでなく製作費も上昇する。以上のことから考慮し、 $Z_L=70$  cm、 $r_b=40$  cm 程度の大きさの単位モジュール 3 台で共振空腔を作ることにした。

#### 詳細設計

##### 内導体の形状、寸法の決定

図 3.16 に内導体の形状を示す。ヴェインの断面形状を決めるとき、まず問題となるのが電極の機械的強度である。方位方向に四分割された全長 213.5 cm のヴェインは、各々、システムによって、最大 140 cm の間隔で支えられている。この時にヴェインが受ける重力によるたわみ量が 30 μm 以内に収まるように電極の断面形状を決定した。ヴェインのたわみ量の許容範囲はヴェインのたわみとヴェインの設定誤差による電場のズレが 1% 以下になるように、即ち ±75 μm 以内に決めた。その結果、ヴェインの厚さは 30 mm とした。

ヴェインの背板は凸型になっていて、中央の厚さが 20 mm、両端の厚さが 15 mm、ビーム軸から背板の中央外面までの距離が 95 mm である。この時のヴェインのたわみ量は、計算機での数値計算によると、垂直ヴェインで最大 32.7  $\mu\text{m}$ 、水平ヴェインで最大 29.6  $\mu\text{m}$  であった。

この内導体寸法に基づいて、ヴェイン間の静電容量  $C_v$  の計算をした。静電容量は、計算コード SUPERFISH を用いて、四翼型 RFQ の空洞設計で使われる手法を使って概算した。計算時空洞内の磁束密度は均一であると仮定した。具体的には四翼型 RFQ のような TE モード共振器は軸対称ではないので、図 3.17 のように軸を共振器の外に取り、その軸を中心としたドーナツ状共振器を考える。この時ドーナツの半径を共振器の半径に對してはるかに大きく (10000 倍くらいに取れば十分である) 取れば無限に長い共振器の TE モードが計算できる。従って、共振器の断面形状がビーム軸に沿って一様である場合についての計算を行なうことになる。この計算で分割したメッシュと計算によって得られた電気力線を図 3.18 に示す。いま、この電極を装着した四翼型 RFQ 空洞の半径を 30 cm とした時、共振周波数は、88.62 MHz であった。この時の空洞の四分の一円 (クアドラン) のインダクタンスを

$$L = \mu_0 S$$

から計算すると 82 nH·m であったので、これより四枚のヴェイン間の静電容量として 157.3 pF/m が得られた。

次にシステムフランジの構造の決め方について述べる。システムフランジの構造図を図 3.19 に示す。システムフランジの厚さは、電極冷却用の水路が窓の内壁に取り付けられるように 30 mm とした。ヴェインを取り付けるためのシステムの幅は、電極の断面形状で決まり 15 cm となった。システムフランジのリング部の幅は、方位方向に四つ配置した支柱が取り付けられるように 8 cm とした。支柱は、ビーム軸方向に対し、システムフランジを等間隔で連結し、タンクに組み込む前に内導体を精度良く組み立てるために必要なものである。

内導体寸法が決定したので、空洞の静電容量の具体的な計算を行なった。計算で得られた 4 個所のシステムによる  $C_s$  は、全部で 45.4 pF であり、また各モジュールに二個ずつ計六個のカップリングリングによる  $C_r$  は、全部で 41.3 pF であった。よって 210 cm のヴェインを用いたときの空洞の静電容量はさきの SUPERFISH による計算結果 330.3 pF と足し合わせて 417 pF となった。これにコールドモデル及び陽子モデルでの測定結果から得られた実験的ファクター 1.034 をかけて 431 pF(205 pF/m) とした。

## 空洞寸法の決定

単位モジュール長を 70 cm としたときの空洞内直径と共振周波数の関係を図 3.20 に示す。この結果から、設定周波数 25.5 MHz が可変周波数帯のほぼ中央に来るよう空洞内直径は 90 cm と決めた。また 25.5 MHz が可変周波数帯の中央にくる様な空洞径と単位モジュール長を決めたときに得られた高周波特性を図 3.21 に示す。この条件を満足する空洞で到達可能な Q 値の範囲と調節可能な周波数の範囲が斜線で示されている。この結果

を見ると Q 値に関しては、空洞径が 100 cm 以下になるとステムフランジの窓が開いていくとき、Q 値の減少が顕著になることが分かる。最終的に決定した空洞のパラメータを表 3.2 に示す。なお最終図面決定後の電極寸法 (213.5 cm) で計算した静電容量は  $C = 430.7$  pF ( $C_v = 335.8$  pF,  $C_s = 45.9$  pF,  $C_r = 34.9$  pF) であった。

Table 3.2: 25.5 MHz SCRFQ 空洞のパラメータ。

	単位空洞のパラメータ	3 空洞構造のパラメータ
周波数	27.8 MHz	24.1 MHz
空洞長	70 cm	210 cm
空洞内径	90 cm	←
ヴェイン厚さ	3 cm	←
ステム幅	15 cm	←
ステム厚さ	3 cm	←
ステムリングの開口半径	37 cm	←
ヴェイン背板の厚さ	1.5 cm	←
ヴェイン背板の平均幅	9 cm	←
電極の静電容量	144 pF	431 pF
インダクタンス	229 nH	101 nH
共振抵抗	429 kΩ	116 kΩ
無負荷の Q 値	10750	7600
電力損失	14 kW	51 kW

### 3.3.3 冷却系の設計

冷却水路には、タンク側壁を冷却する系と、内導体を冷却する系の二系統がある。タンク側壁の冷却系は内径 14 mm 肉厚 1 mm の銅パイプを各モジュールタンクの周囲にロー付けした三本の水路から出来ている。各モジュールタンクの冷却配管を図 3.22 に示す。

一方内導体の冷却系は図 3.23 に示すようにステムフランジから入り、支柱の中を往復してステムにロー付けした内径 10.7 mm 肉厚 1 mm の銅パイプを通り、ヴェイン背板の縁に沿ってロー付けした内径 10.7 mm 肉厚 1 mm の銅パイプを通って電極を冷却した後、再びステムにロー付けしたパイプ、支柱を通って、ステムフランジから外に出る八本の水路から出来ている。中央のステムフランジから入る水路は、ヴェインの背板の所で、ひし形の背板を囲むように二本の水路に分かれ、再び合流して、ステムフランジから出ているが、両端のステムフランジから入る水路は、一本のままで三角形の背板の二辺を冷やして外に出る。これに、ループ結合器冷却用の一本の水路を合わせて合計九本の冷却水路がある。これらの冷却水路のうちループ結合器冷却用の一本を除いた計 11 本の各水路出口に

は精度 5% の流量計が取り付けてある。またメイン水路の入口と出口に水温計を取り付けてるので冷却水の平均的な温度上昇をモニターできる。

近似計算によると、デューティーを 10% とするとタンクの電力損失は 5.1 kW である。実際の Q 値が計算値の 60% 程度であるとすれば、電力損失は 8.9 kW である。この熱を冷却水で奪うために必要な流量は冷却水の入口と出口での温度変化を 1°C とするとおよそ 130 l/min である。この値に少し余裕を持たせて実際の冷却水の総流量は 150 l/min とした。

内導体への冷却水量はヴェイン背板の温度分布が 1°C 以内で一様になるように決めた。簡単なモデルで考えるとヴェインの周りに付けられた水路の温度分布が入口から出口に沿って直線的に 1°C 変化すると、背板の三角形の二辺の熱膨張の差から横方向に 28 μm の歪みが生じる。このことがヴェインの設定精度を悪くするので、これ以上の温度差を作らないように冷却水路の流量を決めた。ヴェイン背板での電力損失の計算値はヴェイン間電圧が 110 kV の時単位モジュールあたり約 10 kW である。デューティーが 10 % の時、一枚の背板での平均損失は 250 W であるから、入口と出口の温度差を一度にする為に必要な冷却水量は 60 cc/sec となる。よって、両端のシステムフランジからは 1 水路当り 60 cc/sec の水を、中央の二つのシステムフランジからは、一水路当り 120 cc/sec の水を流せば良い事になる。この値に Q 値の低下による電力損失の上昇分と若干の余裕を持たせることにより冷却水量は両端のシステムフランジでは 1 水路当り 10 l/min 、中央の二つのシステムフランジでは、一水路当り 20 l/min と決めた。モジュールタンクの冷却水量は一水路当り 10 l/min とした。この時の流速は背板冷却水路で 0.75 m/s 、モジュールタンク冷却水路で 1.5 m/s になる。パイプの中の流速は管の振動を防ぐために 1.5 m/s 以下ぐらに抑えることが必要である。

## 3.4 加速空洞の製作

### 3.4.1 構造と材料

25.5 MHz の SCRFQ の空洞構造は図 2.9 に示した通り三台のモジュール空洞から成り、空洞内径は 90 cm 、全長は約 2.1 m である。この共振空洞の構成要素は大きく分けて、空洞タンク、ヴェインと背板から成る内導体、内導体を支えるシステムフランジである。3 台のモジュールタンクは軟鋼 SS41 の厚さ 18 mm の胴板と、厚さ 55 mm のフランジから出来ており、厚さ 100 μm のシアン化銅メッキが内側に施されている。各モジュールタンクには、真空引き口、周波数チューナー、真空ゲージ、高周波結合器、高周波モニター、空洞組立時の作業用窓、覗き窓、四重極質量分析計等の取付に使えるように、ICF253 フランジ付き窓が方位方向に四個所 90 度おきに配置されている。

内導体はクロム銅製の厚さ 30 mm の四枚のヴェインとひし形ないしは三角形の厚さ 15 mm の銅 C1020 製の背板から出来ている。内導体のうち表面電流が流れる部分は無酸素銅で作り、その他の部分特に機械強度の必要な部分にはクロム銅を用いている。背板はヴェインの機械的強度を補強すると同時に、内導体に流れる表面電流をできるだけ均一に

し、内導体の表面抵抗を減らす役割を持つ。背板はヴェインに 30 mm 間隔でネジ止めされている。四枚のヴェインをタンクの中心軸の周りに十字形に配置するために、背板を付けた水平ヴェインと垂直ヴェインは各々 140 cm の間隔で一支点につき二本の垂直システムと水平システムで支えられている。ヴェインの背板をシステムにネジ止めし、さらに、ヴェインとシステムを L 金具でネジ止めする事によって、機械的固定と電気的結合を果たしている。これらのシステムはタンクとの間の電気的接触を確実にし、さらに内導体の精度よい組立を容易にするために、システムフランジと一体で作られている。このシステムフランジは銅 C1020 で作られており、内導体を冷却するための水路を通すために厚さは 30 mm ある。システムフランジの窓の周りにはシステムインダクタンス調整用の厚さ 3 mm の C1020 製銅板を充分な電気接触で取り付けるために、ネジ穴が 26.2 mm 間隔で開けられている。これらのシステムフランジは、内導体を機械的に一体構造とし、タンクの外で組まれた内導体の組立精度を維持したままタンクの中に組み込めるようにする為に、システムフランジは四本の支柱によって固定されている。支柱には両端に真空シールと電気的接触用のフランジを持った外径 38 mm、内径 20 mm のステンレスパイプに厚さ 100 $\mu\text{m}$  の銅メッキをしたもののが使われている。

その他システムフランジ窓の仕切板や入口側アース板等のタンク内部品は銅 C1020 で、ボルト、ネジ類はクロム銅で作られている。また、部品間の高周波接触を良くする為に、使用個所に応じて四種類の rf コンタクターを使用している。タンク間、およびタンクとエンドフランジ間では 10  $\mu\text{m}$  で銀メッキされたステンレスチューブが使われ、タンクとシステムフランジ間では、銅板の細帯が両者の間にネジ止めされている。システムフランジ支柱間ではシールドスパイラル SS-04 が使われ、真空ポートに取り付ける高周波シールド格子にはフィンガーコンタクターが使用されている。

### 3.4.2 組立と精度

RFQ で最も重要なことは、四重極電場強度のバランスを充分に取る事である。SCRFQ では共振モードが非常に安定しているので、電極間の電圧はほぼ等しく、電場強度のアンバランスは四重極電極の位置精度によってのみ決まる。この実機モデルはヴェインの平均ボア半径  $r_0$  を 9.46 mm としてある。また単位セル中央での電極先端の  $x-y$  断面形状は一定値  $r_0$  で二次元加工するので、隣合う電極間の最短距離は 7.87 mm となる。従って四重極電場のアンバランスを土 1% 以内に抑えるためには、電極間距離のズレを土 75  $\mu\text{m}$  以下の精度で取り付けなければならない。空洞の全ての部品がこの仕様を最終的に満たすのに充分な加工精度で製作された。

空洞の組立は次のような手順で行なわれた。

1. V 型架台の上で四枚のシステムフランジを十二本の支柱で固定し、フランジ間の距離とシステムの水平、垂直度の精度を出した。
2. システムフランジを載せた V 型架台を定盤の上に置き、さらにビーム軸に平行に他の定盤を垂直に立て、これら二つの定盤を基準にして、ヴェインと背板をシステムに固

定し、ダイアルゲージで測定しながら、ヴェインの位置出しを行なった。位置出し終了後のビーム入射側から見たヴェインの左右方向と上下方向の組立精度を図 3.24 に示す。

3. 空洞のタンクの外で内導体を精度よく組み立てた後で、内導体はクレーンで垂直に吊り上げられ、タンクの中に挿入され、ステムフランジとタンクのフランジを順次結合しながら組み上げられた。この時タンクとステムフランジの間のクリアランスは直径に対して約 0.1 mm とてある。

## 3.5 高周波電源と高周波結合器

### 3.5.1 高周波電源

荷電数対質量数比が 1/30 のイオンを設計値通りに加速するためにはヴェイン間に 109 kV の高周波電圧を発生させなければならない。この時必要な高周波電力は、マルチモジュール空洞の共振抵抗を  $R_p$  ヴェイン間電圧を  $V_0$  とする時、

$$P = V_0^2 / (2R_p) \quad (3.44)$$

で与えられる。共振抵抗は第 2 章で述べたように、空洞の無負荷の Q 値  $Q_0$ 、静電容量  $C$ 、共振周波数  $f$  と次の関係を持っている。

$$Q_0 = 2\pi f C R_p \quad (3.45)$$

空洞の設計の段階では、ヴェイン間電圧が 109 kV のときの最小必要電力の計算値は  $R_p = 116 \text{ k}\Omega$  として 51 kW であった。通常の RFQ の場合実際に製作をすると  $Q_0$  の値は設計値の 6 ~ 7 割になる。従って安全ファクターとしてその分電力容量を増し、さらにヴェイン間電圧の放電限界をテストする為に余裕を持たせて、最高ピーク出力 100 kW の電源を製作することにした。デューティーファクターは高デューティー運転試験のためには高いほど良いが、製作コストの制約から仕様は 10 % とした。

電源の系統図を図 3.25 に、性能を表 3.3 にまとめる。この高周波電源の主な特徴は次の三つである。

1. 1/30 以上の荷電数対質量数比を持つ様々なイオンを加速するために、出力が 1 ~ 100 kW まで変えられる。
2. デューティーファクターもパルス幅、繰り返しを変えて、10 %(短時間では 20%) 以内で可変である。
3. 空洞の rf コンディショニングが円滑に行えるように、放電時における反射波対策として、二種類の電源保護装置を付けてある。一つは全パルス内での反射レベルの増大を監視するモニターとあるレベル以上で高周波電力を落とすインターロックである。もう一つは、ヴェイン間電圧が高くなり空洞内での放電によって全反射が起きた時、放電の起こった時点からそのパルスだけを遮断するワンパルス遮断回路である。

Table 3.3: 25.5 MHZ 高周波電源の主な仕様。

周波数	25.5 ± 1.0 MHz (手動可変による同調式)
バンド幅	100 kHz (出力変化が 5%以下の幅)
高調波成分	-30 dB 以下
出力可変	1 ~ 100 kW (ピーク値)
出力安定度	1 ~ 5 kW の範囲では 2%以下、 5 ~ 100 kW の範囲では 1%以下とする (電圧表示において)。
位相設定安定度	±1°以下
可変位相	±180°
出力取合い	50Ωの同軸管 WX-120D (NF)
デューティー	最大 10% (パルス幅と繰り返しを変えて可変にする。)
パルス幅	50μs ~ 3ms
繰り返し	20 ~ 200 Hz(デューティーの範囲内、外部トリガーも可能)
外部トリガー	入力レベル 0 ~ 5 V 入力インピーダンス 50Ω パルス幅 10μs 入力コネクタ BNC
立上り時間	2μs 以下
rf 入力	CWで 3 mW

### 3.5.2 高周波結合器

高周波電源から共振空洞に電力を供給するために、空洞に高周波結合器を取り付けなければならない。ここで採用する高周波結合器は、ループ結合器と称する物で、空洞と電源からの伝送線 (WX-120D) はこの結合器を介して磁場結合される。伝送線側から見た空洞の入力インピーダンスはループ結合器のループを回転させることによって、電源の出力インピーダンスに整合することが出来る。必要なループの形状を次のようにして求めた。

負荷と結合した空洞共振器の等価回路は図 3.26.a のように直列共振回路で表わすことが出来る。この中で  $L$ 、 $C$ 、 $R$  は共振空洞のインダクタンス、静電容量、インピーダンスで、 $R'$  は電源の出力インピーダンス、 $L_p$  はループの自己インダクタンス、 $M$  はループと空洞との間の相互インダクタンスである。電源のインピーダンスが空洞のインピーダンスと等しい時、空洞と電源とのインピーダンスが整合された事になる。この時の関係は次式で与えられる。

$$R = \frac{\omega^2 + M^2 + R'^2}{R'^2 + \omega^2 L_p^2} \quad (3.46)$$

Table 3.4: ループの大きさ a,b の関係。

ループの二辺		相互インダクタンス		
a(cm)	b(cm)	M1(H)	M2(H)	(M1 - M2) <sup>2</sup>
8.0	17.2	0.25687E-8	0.25646E-8	0.16620E-22
10.0	14.3	0.25493E-8	0.25414E-8	0.63533E-22
12.0	12.3	0.25543E-8	0.25491E-8	0.27013E-22
14.0	10.9	0.25887E-8	0.25814E-8	0.53630E-22
16.0	9.8	0.26199E-8	0.26253E-8	0.29476E-22

$Q_0 = \omega L/R$ を上式に代入すると、空洞とループの間の相互インダクタンス  $M$  とループの自己インダクタンス  $L_p$ との間に成り立つ関係は次のようになる。

$$M^2 = \frac{L}{Q_0} \cdot \frac{R'^2 + (\omega L_p)^2}{\omega R'} \quad (3.47)$$

また空洞とループの位置関係を図 3.26.b のように採れば、空洞とループとの間の相互インダクタンス  $M$  は次式で表わされる。

$$M = \frac{a\mu_0}{6\pi} \ln \frac{c}{d} \quad (3.48)$$

この時、空洞内方位方向に生じる磁束は同軸伝送線内に生じる磁束で近似した。一方図 3.26.c で考えた矩形ループの自己インダクタンス  $L_p$  は、ループ管の半径を  $g$  とすると、

$$L_p = \frac{\mu_0}{\pi} \left\{ a \ln \frac{2ab}{g(a + \sqrt{a^2 + b^2})} + b \ln \frac{2ab}{g(b + \sqrt{a^2 + b^2})} - (a + b) + 2(\sqrt{a^2 + b^2} + g) \right\} \quad (3.49)$$

となる。ここで空洞のインダクタンス  $L = 101$  nH、無負荷のQ値  $Q_0 = 6000$ 、共振周波数  $f = 25.5$  MHz、空洞の内半径  $d = 0.45$  m、電源の出力インピーダンス  $R = 50\Omega$ 、ループ管の半径  $g = 0.57$  cm を使って、(3.47)、(3.48)、(3.49) よりループの大きさ a,b の関係を求めた。これを表 3.4 に示す。但しここで  $M_1$  は (3.47) の解を、 $M_2$  は (3.48) の解をそれぞれ示す。また  $(M_1 - M_2)^2$  は  $M$  の誤差を示す。最終的に決めた値は 1 cm ずつの安全ファクターを入れ、 $a=9$  cm,  $b=20$  cmとした。製作されたループ結合器を図 3.27 に示す。

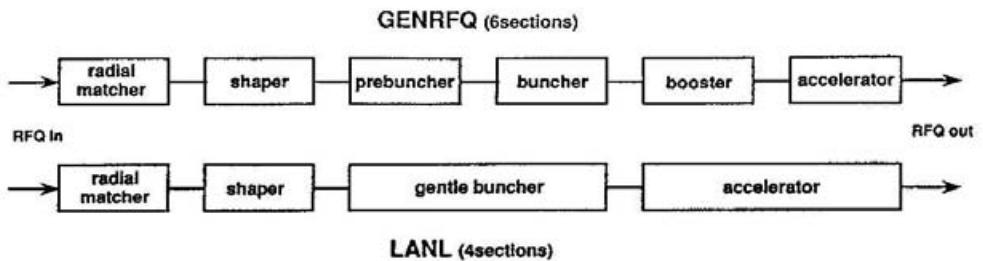


図3.1 RFQ ヴエインの各セクションへの分割例。上は GENRFQ に採用されている 6 分割法、下はロスアラモス研究所で考案された 4 分割法である。

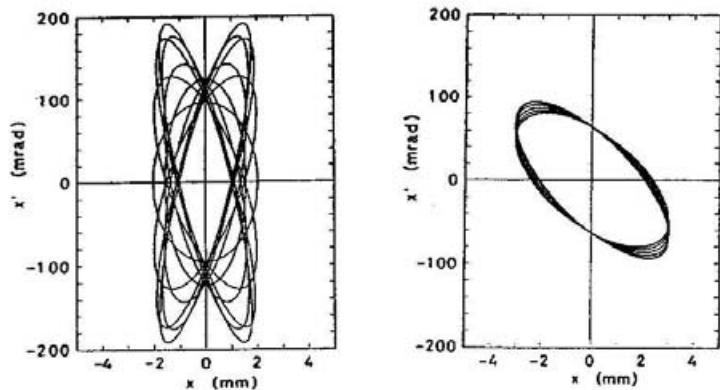


図3.2 高周波位相により変化する RFQ アクセプタンス (左) とラジアルマッチングセクションをつけた場合の高周波位相に対する RFQ アクセプタンス (右)。ref.30による。

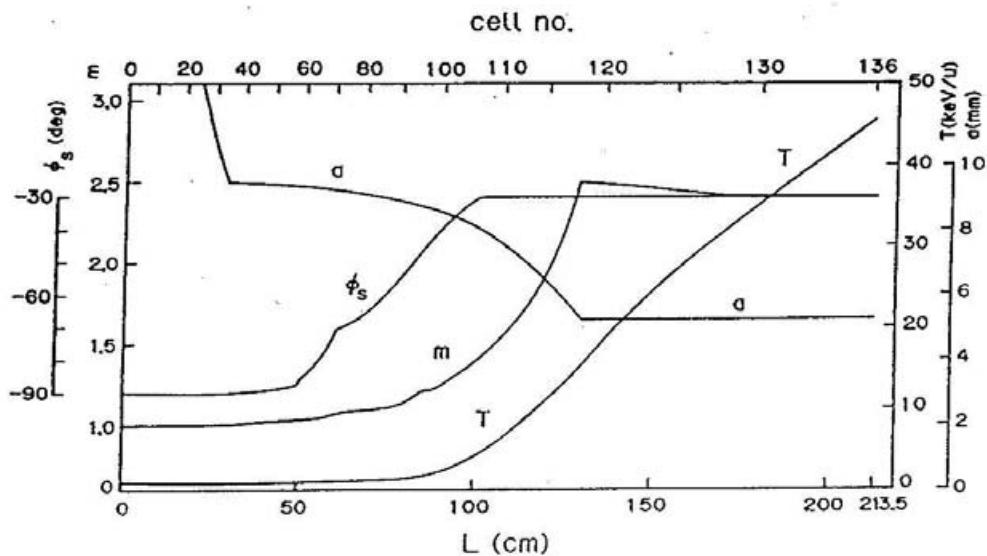


図3.3 RFQ の諸パラメータの関数形。 a:ボア半径、 m:モジュレーション、  $\phi_s$ :同期位相、 T:核子当たりの運動エネルギー。

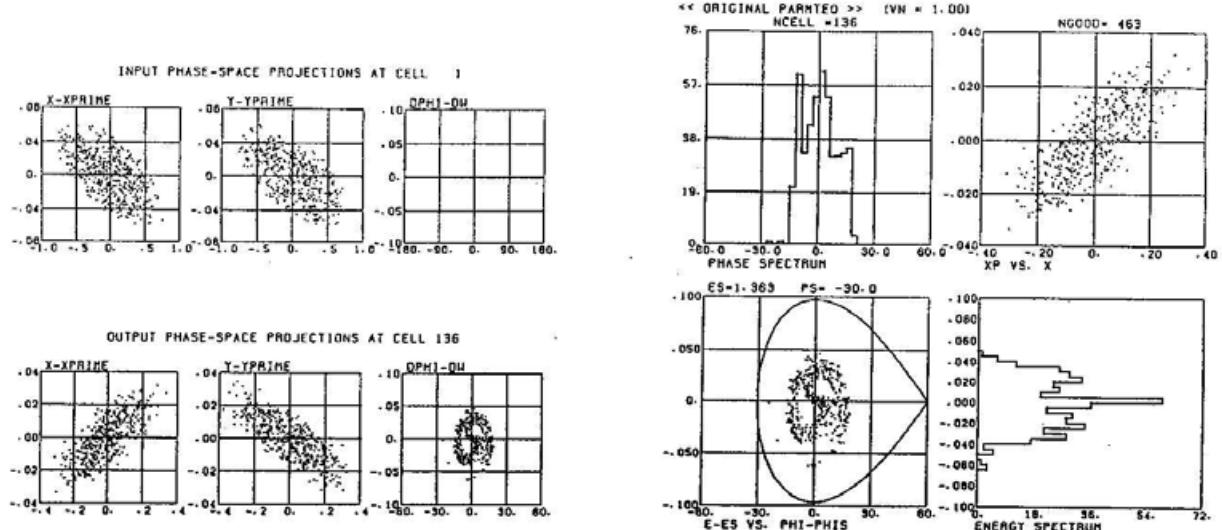


図 3.4 最終デザイン案での設計電圧での PARMTEQ シミュレーション結果。左上の 3 つのグラフは横方向(垂直、水平)及び縦方向の入射エミッタスを示す。左下の 3 つのグラフは出射エミッタスを示す。右上の 2 つグラフは粒子の位相分布と垂直方向の出射エミッタスを示す。右下の 2 つのグラフは、 $\Delta W - \varphi$  空間での粒子の分布と粒子のエネルギー分布を示す。 $\Delta W - \varphi$  空間の実線は設計電圧でのセパラトリクスを示している。入射粒子数 500 個、 $\varepsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 、 $\epsilon = 1/30$  で計算した。X: 垂直方向、Y: 水平方向。

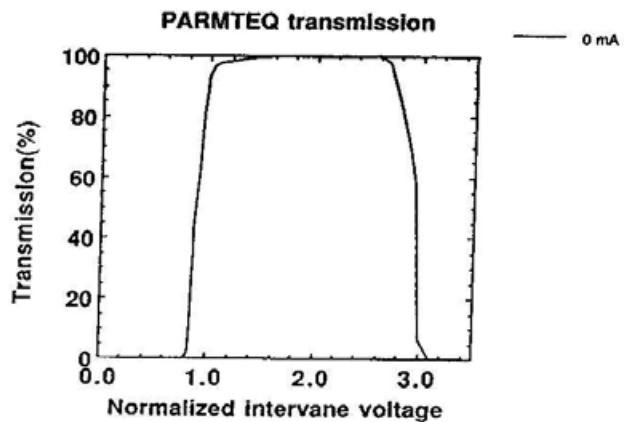


図 3.5 最終デザイン案での規格化ヴェイン間電圧に対するゼロ電流ビームに対する透過効率。規格化エミッタス  $\varepsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 、PARMTEQ による。規格化ヴェイン間電圧 = 電極間電圧 / 設計電圧。透過効率の定義は本文参照。

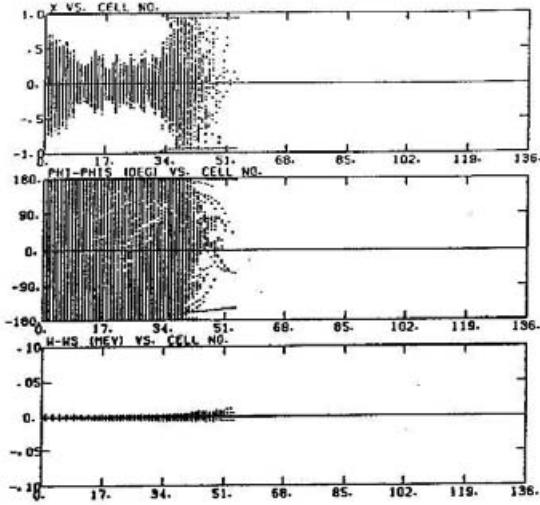


図 3.6 最終デザイン案での不安定領域(規格化ヴェイン間電圧  $V_n = 3.04$ )での PARMTEQ シミュレーション結果。入射粒子数 500 個。

- (上):セル番号に対する各粒子の広がり。点線はビームアーチャー。全ての粒子は 54 セルまでに消滅している。
- (中):セル番号に対する各粒子の位相の変化。点線はセパラトリクスの位相幅。
- (下):セル番号に対する各粒子のエネルギー変化。縦軸は各粒子と同期粒子とのエネルギー差を示す。

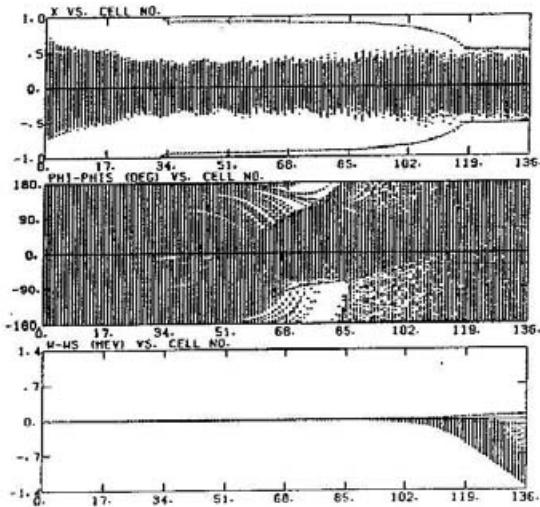


図 3.7 最終デザイン案での不安定領域(規格化ヴェイン間電圧  $V_n = 0.82$ )での PARMTEQ シミュレーション結果。入射粒子数 500 個。

- (上):セル番号に対する各粒子の広がり。点線はビームアーチャー。
- (中):セル番号に対する各粒子の位相の変化。点線はセパラトリクスの位相幅。
- (下):セル番号に対する各粒子のエネルギー変化。縦軸は各粒子と同期粒子とのエネルギー差を示す。全ての粒子がセパラトリクスから外れてしまうので加速されずに RFQ からでてくる。

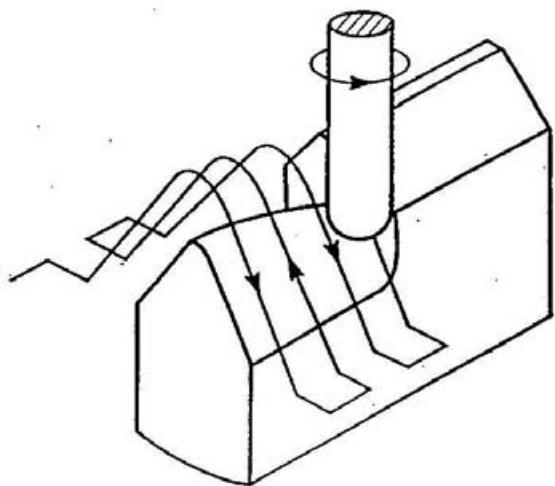


図 3.8.a ボールエンドミルによるヴェインの三次元加工。矢印はエンドミルの切削順序を示す。

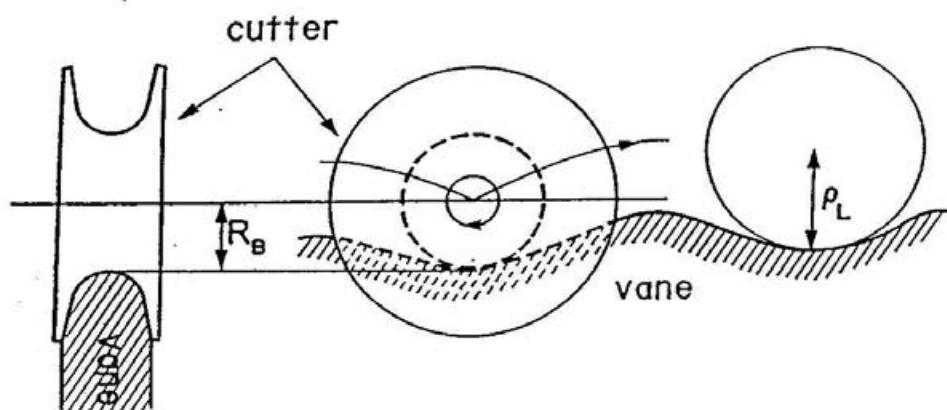


図 3.8.b 総形バイトによる RFQ ヴェインの二次元加工。 $R_B$ :バイト刃面の最小半径、 $\rho_L$ :ヴェインの窪みにおける軸方向の曲率半径。

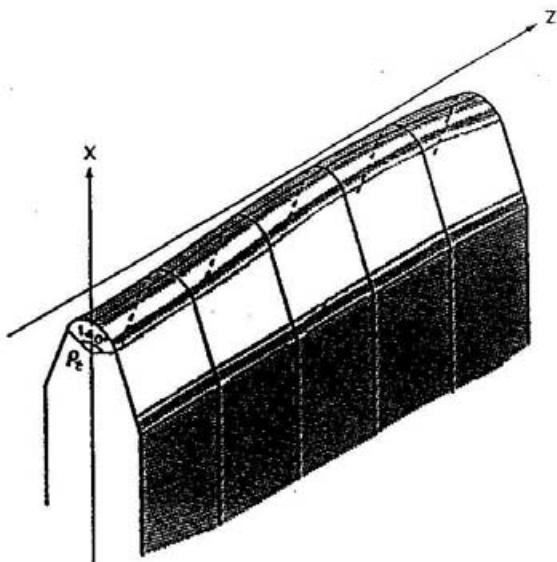


図 3.9.a RFQ 変調ヴェインの先端形状。ref.43. による。ヴェインの二次元加工では断面の曲率 $\rho_t$ が軸方向に対して一定になるように加工を行なう。

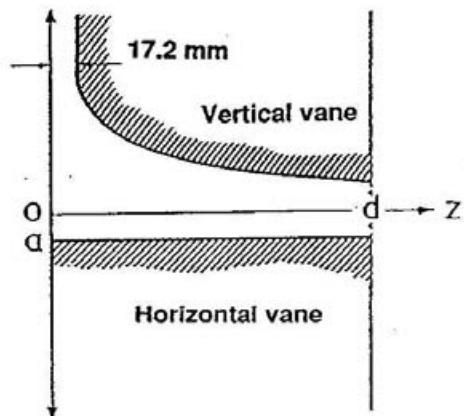


図 3.9.b SCRFQ の RMS 軸方向の先端形状。軸方向の先端形状は四翼型 RFQ のように対称とはならない。V は垂直方向、H は水平方向を示す。垂直ヴェインと空腔端面の間は放電を避けるため初めの 2 セル分 (17.2 mm) は切ってある。

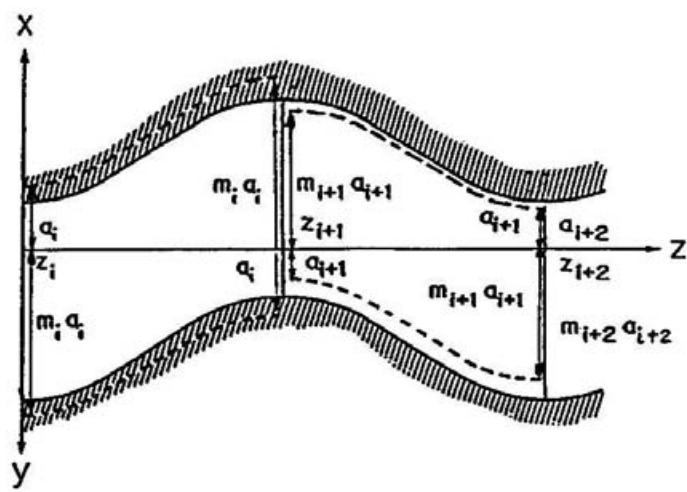


図 3.10 ヴェインの軸方向の断面形状。セル番号  $i$  は RMS 直後のセルに対して 1 の値を取る。点線は平滑化前、実線は平滑化後のヴェインの稜線を示す。

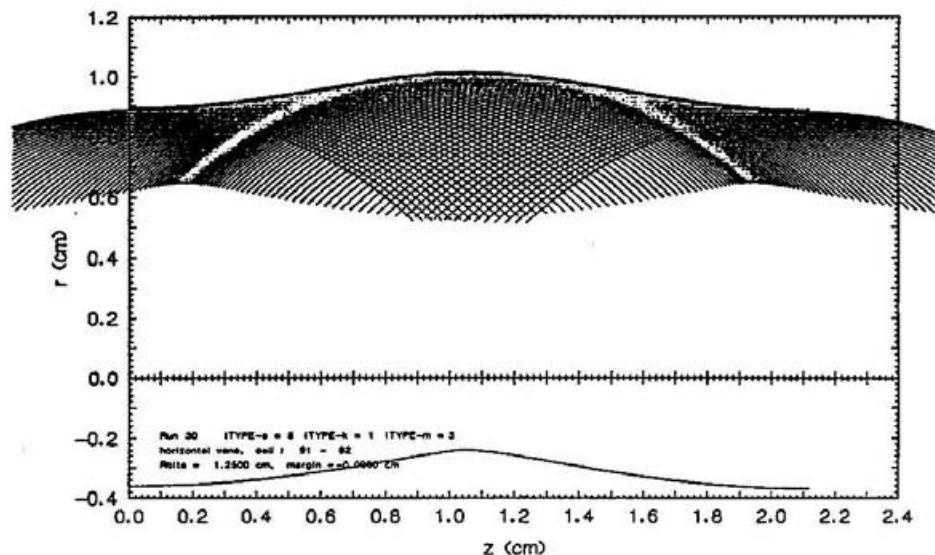


図 3.11 変調ヴェインの粗加工時のヴェイン面に対するバイトの刃面及びバイト軸の軌道。水平ヴェイン第 91 セルと 92 セル。縦軸は径方向、横軸は軸方向、 $r = 0$  はビーム軸を  $z = 0$  は第 91 セル入口を示す。粗加工時はヴェインのオーバーカットを防ぐために 50  $\mu\text{m}$  のマージンを取った。

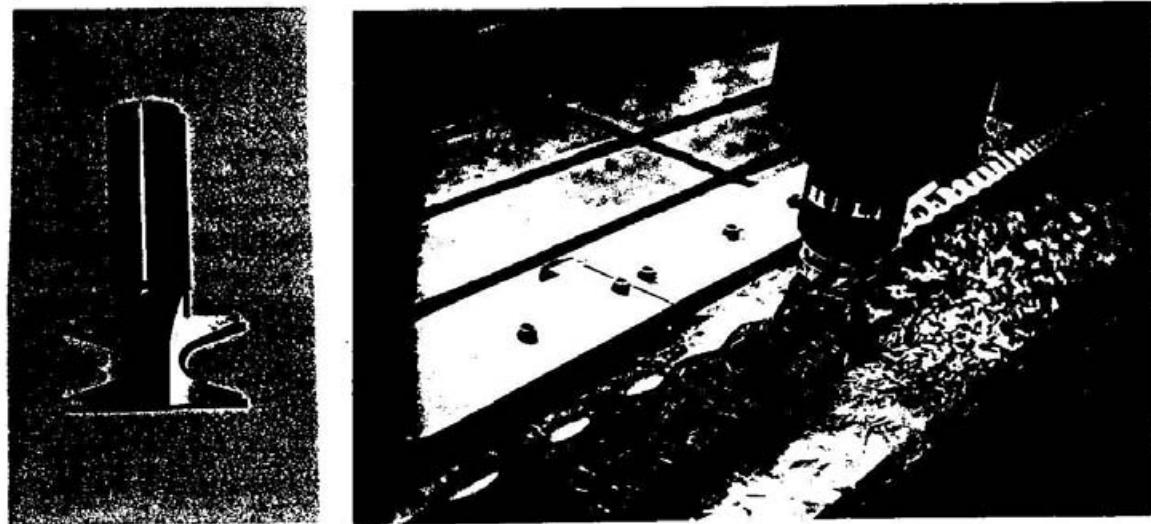


図 3.12 ヴェインの切削に使用した総形バイト。

図 3.13 ヴェインの二次元加工の様子。軸方向に対して 0.2 mm ステップでバイトを動かしていく。

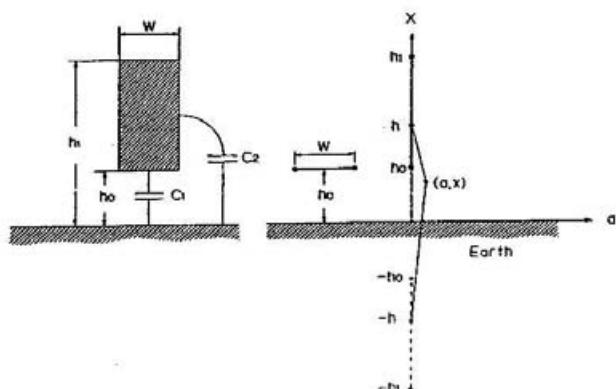


図 3.14 幅  $W$ 、高さ  $(h_1 - h_0)$  の導体とアース間の静電容量の概算に用いたモデル。ref.13.による。結合リング、ステムを導体、またヴェイン、背板をアースと見なして計算を行なった。

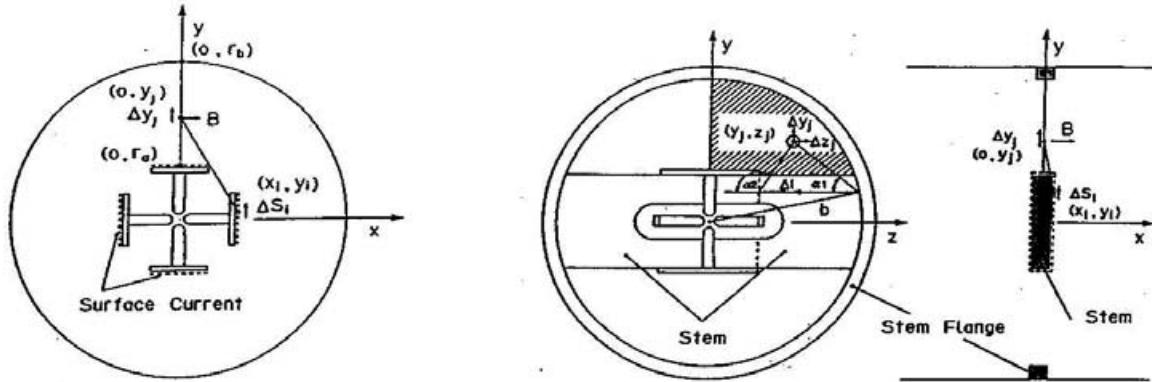


図 3.15 インダクタンスの概算に用いたモデル。ref.13. による。左はタンクインダクタンスの概算に、右はステムインダクタンスの概算にそれぞれ用いた。

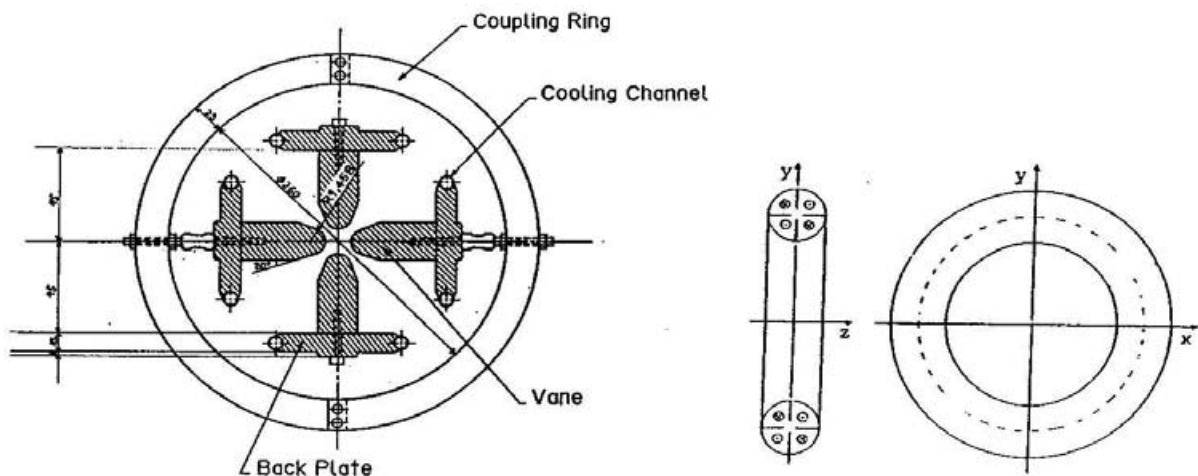


図 3.16 内導体断面とカップリングリング。ヴェイ  
ン背板の幅は結合リングの取付位置で異なる。

図 3.17 TE モード共振器を SU-  
PERFISH で計算するため  
の軸の取り方。ref.30. によ  
る。z 軸がビーム軸である。

25.5-MHZ SCRFQ (TAPERED BY 20 DEGREE) RTANK=30.0 CM

Freq. (MHz) = 25.500  
 $(Z_{\min}, R_{\min})$  (cm) = (- 0.05, 0.00)  
 $(Z_{\max}, R_{\max})$  (cm) = ( 21.21, 30.00)

25.5-MHZ SCRFQ (TAPERED BY 20 DEGREE) RTANK=30.0 CM

Freq. (MHz) = 25.617  
 $(Z_{\min}, R_{\min})$  (cm) = ( 0.00, 0.00)  
 $(Z_{\max}, R_{\max})$  (cm) = ( 21.21, 30.00)

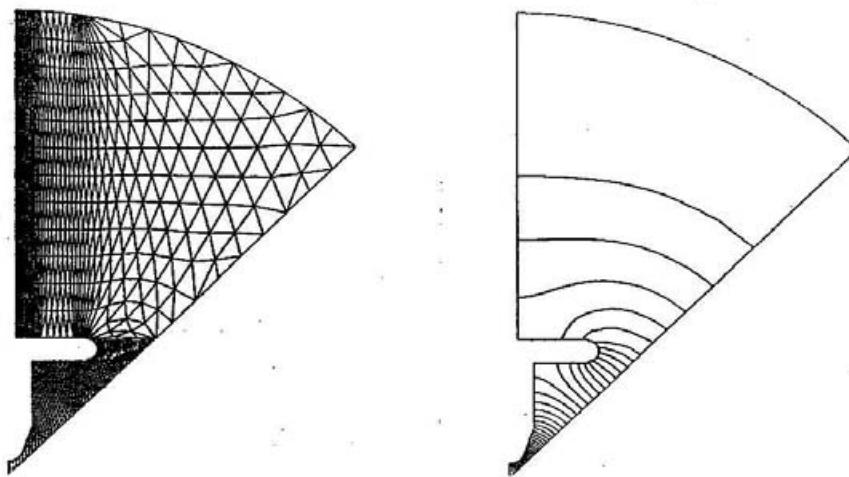


図 3.18 計算コード SUPERFISH による空洞内の電場分布。空洞半径を 30 cm として計算した。左:分割したメッシュ、右:計算結果

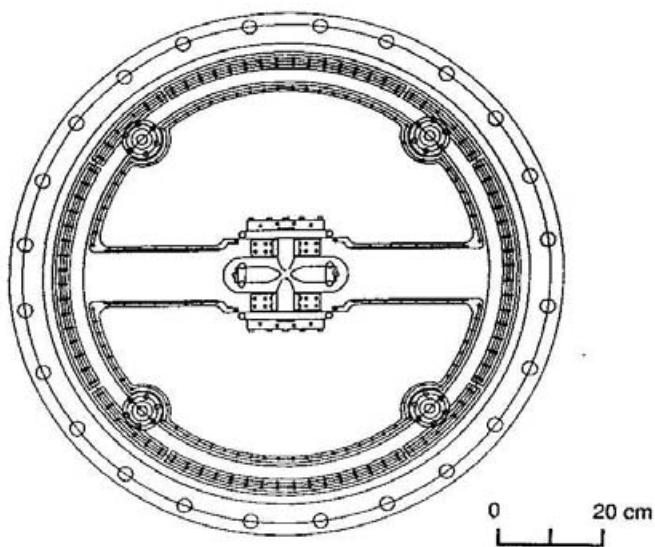


図 3.19 ステムフランジ断面図。実際にはステムフランジの窓の内側に電極冷却用水路がある。

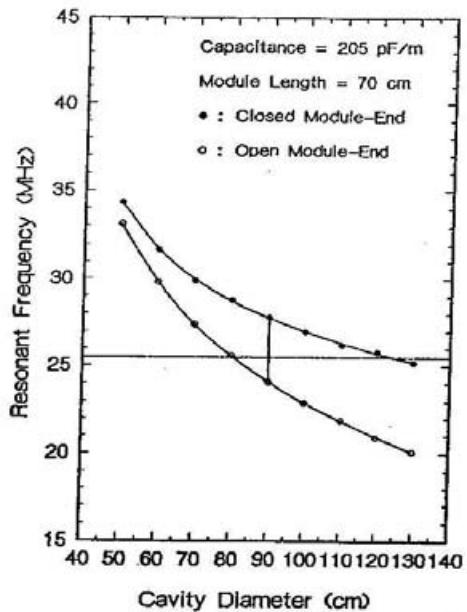


図 3.20 モジュール空腔長が 70 cm の時の共振周波数と空腔直径との関係。白丸はステムフランジの窓(図 3.8 参照)が開いているとき、黒丸はステムフランジの窓を塞いである時のそれぞれの関係を示している。空腔内径は 25.5 MHz が周波数調整範囲のまん中にくるように決めた。その結果空腔内径は 90 cm となった。

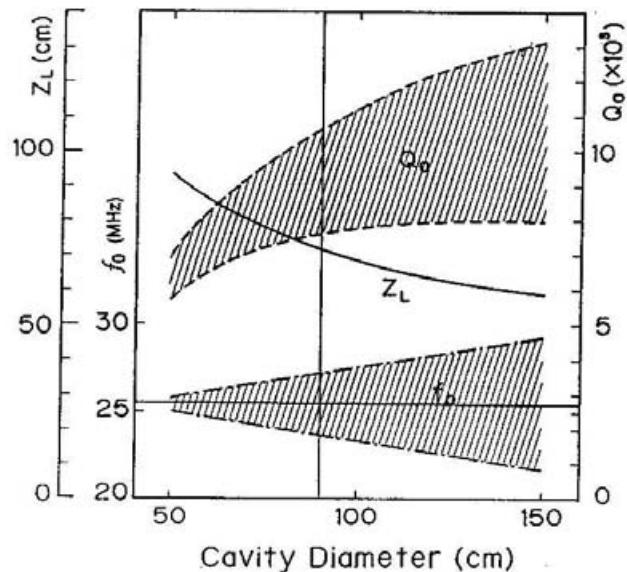


図 3.21 25.5 MHz が調整周波数帯の中央にくるときの空腔直径に対する、モジュール長、無負荷 Q 値の関係。空腔直径を小さくし過ぎると共振周波数の調整範囲が狭まり、Q 値が下がる。

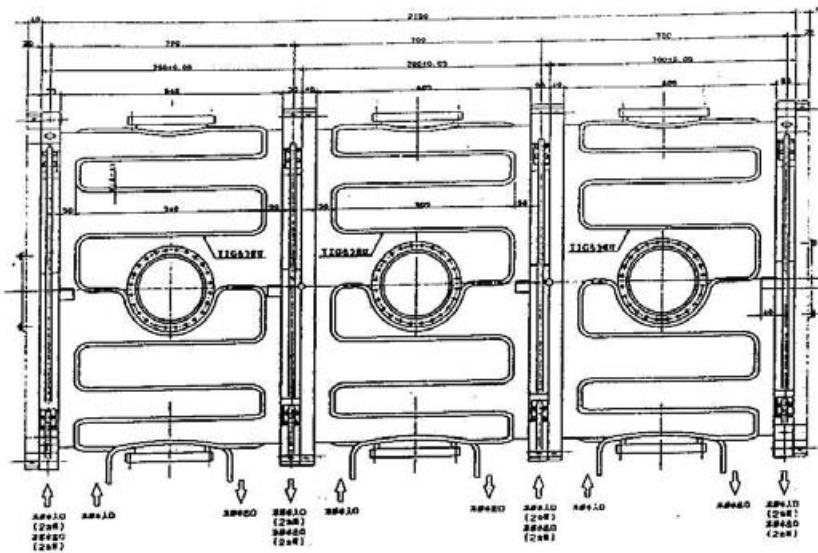


図 3.22 各モジュールタンクの冷却配管。冷却管は各モジュールの外側にロープ接されて  
いる。

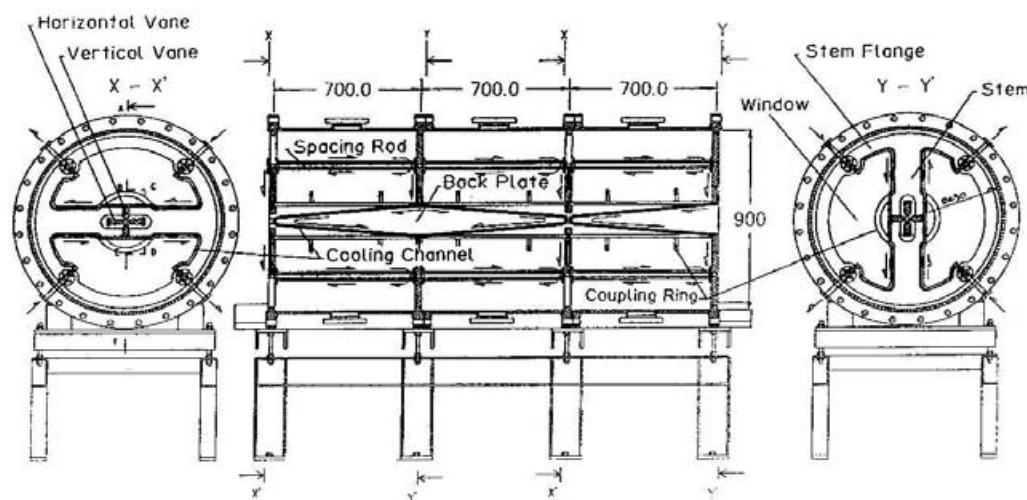


図 3.23 内導体の冷却配管。矢印は冷却水の流れる方向を示す。

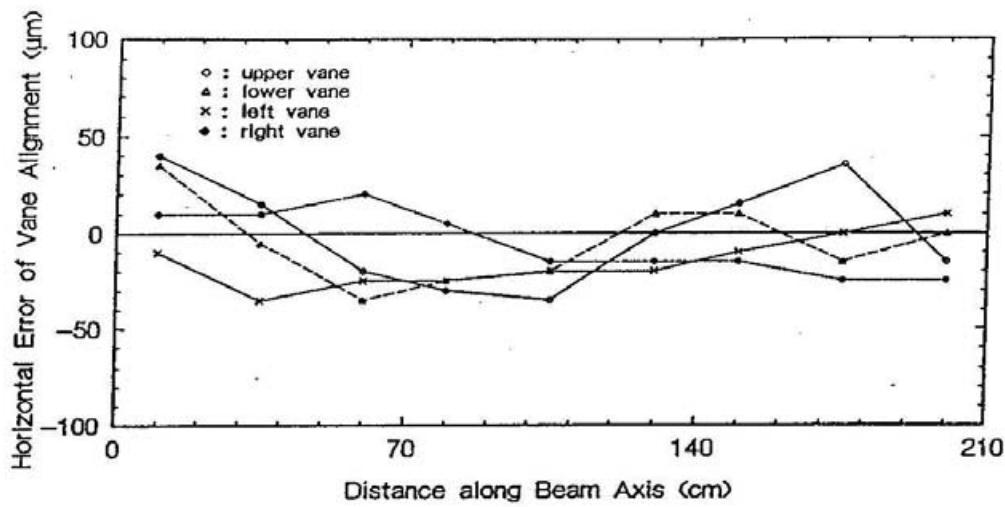


図 3.24.a タンク組み込み前の内導体四電極の左右方向の位置精度。ヴェインの上下左右は空洞入口から見たときの位置。

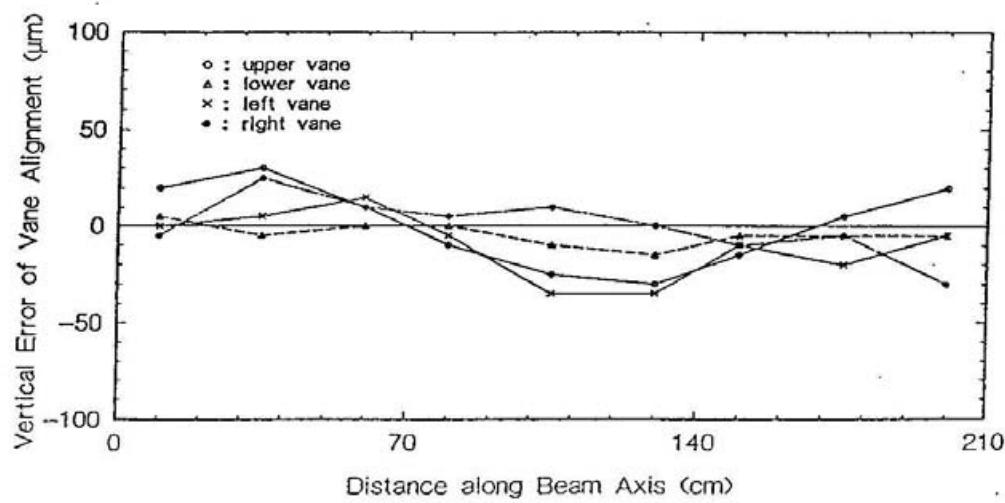
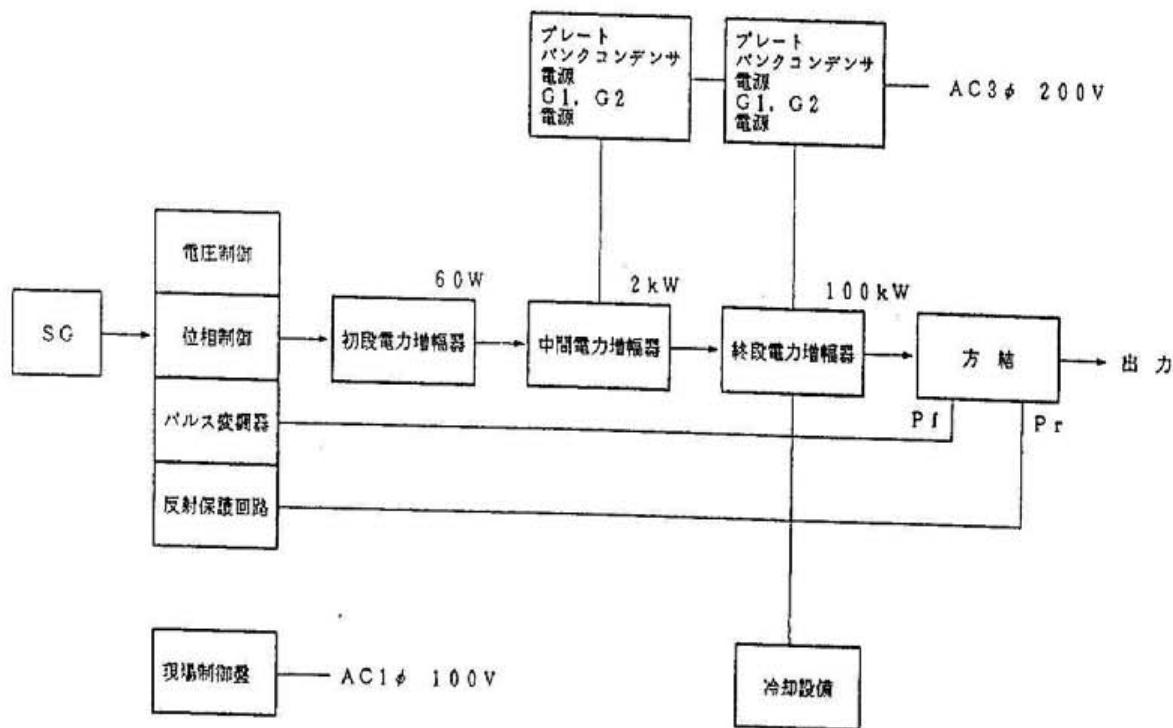


図 3.24.b タンク組み込み前の内導体四電極の上下方向の位置精度。

図 3.25 100 kW 高周波電源の系統図。



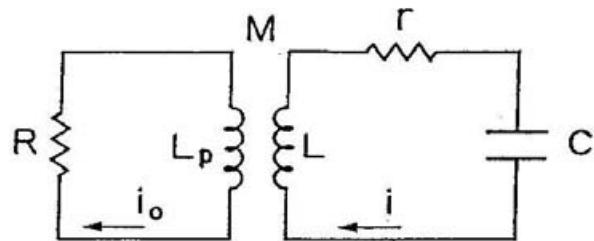


図 3.26.a 負荷と結合した空洞共振器の等価回路。

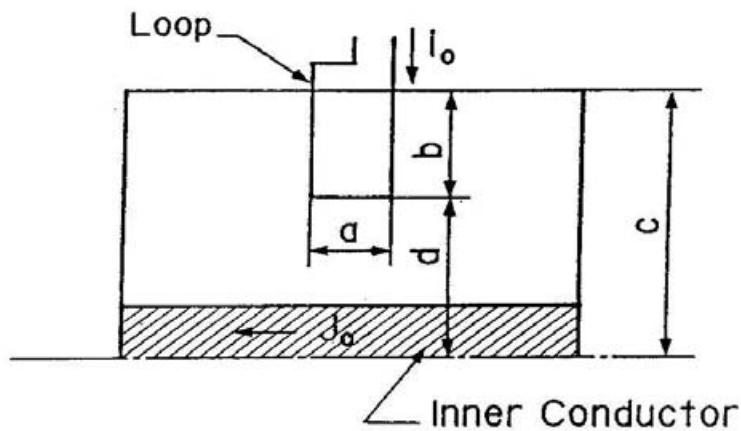


図 3.26.b 空洞とループ結合器の位置関係。

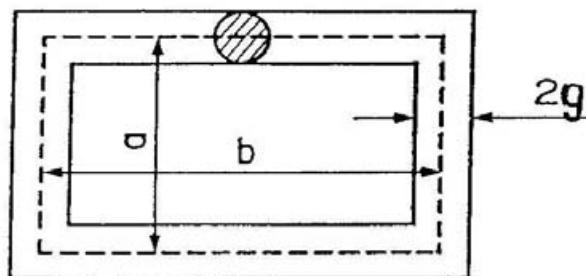


図 3.26.c 矩形ループの自己インダクタンスを求めるために与えたループの寸法。

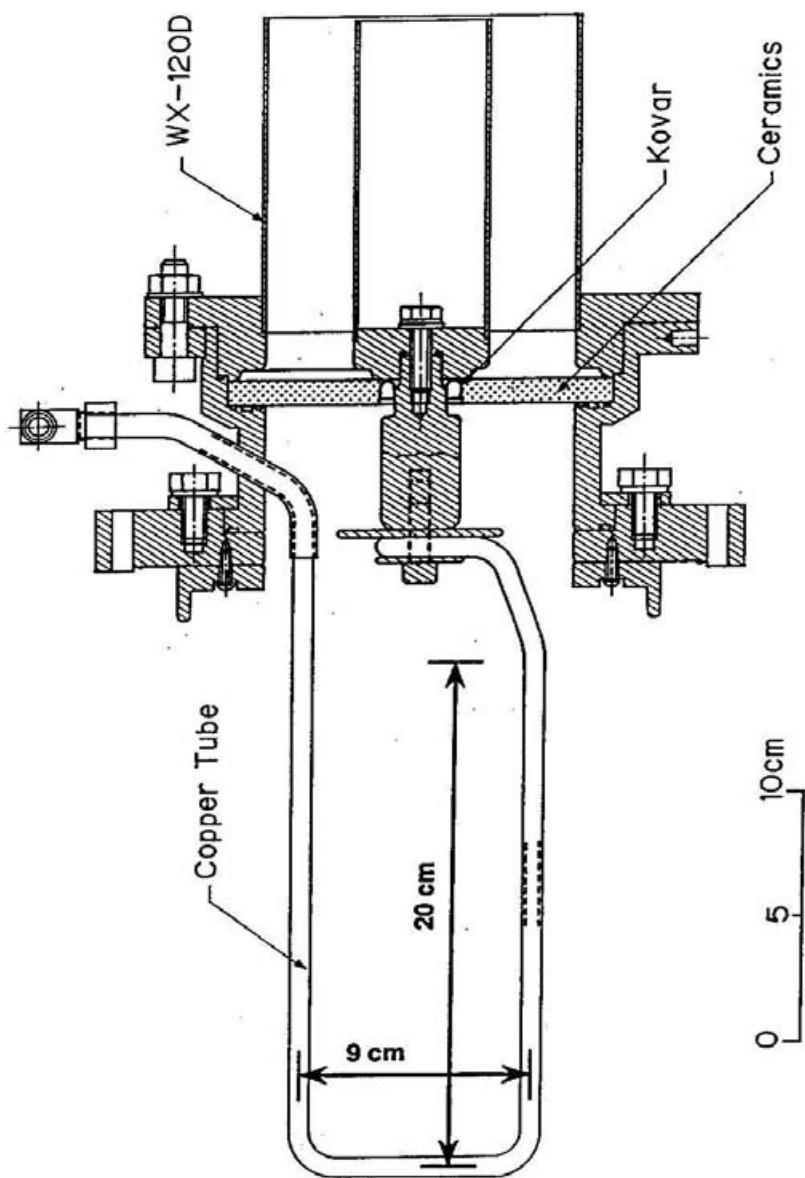


図 3.27 高電力用水冷式ループカップラー構造図。ループの中に冷却水を通す。往路と復路を作るために、ループは 2 本の銅パイプがロー付けされた構造になっている。

## 第4章 加速空洞の高周波試験

### 4.1 低電力試験

低電力試験の主たる目的は、完成した SCRFQ 空洞の基本的な高周波特性を測定して計算結果と比較し、空洞の評価を行なうことである。まず内導体の静電容量を測定し、ステムフランジの窓の面積を調整して共振周波数を 25.45 MHz にした。さらに誘導型チューナーを用いて共振周波数を設計値の 25.5 MHz に調整した。次にヴェイン近傍の電場分布の測定を撮動法によって行い、ヴェイン間電場強度が軸方向に沿って  $\pm 0.6\%$  の範囲で四回対称であることが判った。ビームアーバーチャー内の電場強度は設計時のセルパラメータ  $a, m$  を使った計算で定性的に再現できた。これらの測定結果から、マルチモジュール構造を採用することによって、ヴェインが非常によい精度で据付けられていることが分かった。以下低電力試験について述べる。

#### 4.1.1 電極間静電容量の測定

ステムフランジ、ヴェイン、背板、カップリングリング、アース板から成る内導体のタンクへの組み込みを行う前に、内導体の静電容量の測定を行った。この測定は内導体の静電容量の測定値を計算結果と比較することによって、モデル空洞の共振周波数を 25.5 MHz に調整することが可能かどうかを評価するためのものである。静電容量は結合リングの取付位置によって若干変化する。ここでは結合リングの位置を次のように三通りにえて測定を行なった。なお測定器は LCR メーター HP4276A を用い、励振周波数は 1,4,10,20 kHz とした。

1. リングの中心がステムフランジから 125 mm 離れている時、
2. リングの中心がステムフランジから 185 mm 離れている時、
3. リングを取り外した時。

測定位置 1 でのリングの組み込み図を図 4.1 に示す。また測定結果を計算結果と併せて表 4.1 に示す。測定した静電容量は計算結果より大きい方にずれている。この内導体をタン

結合リングの位置	測定結果 (pF)	計算結果 (pF)
(1) 125 mm	468.16 $\pm$ 0.13	430.7
(2) 185 mm	453.24 $\pm$ 0.15	426.9
(3) 無し	386.69 $\pm$ 0.28	394.7

Table 4.1: 電極間静電容量の測定結果と計算結果

クに組み込んで共振周波数を 25.5 MHz に調整する場合、システムフランジの窓を小さくしてインダクタンスを下げる方向で粗調整を行なえば周波数の調整は可能である。

静電容量  $C$  の計算は、電極間  $C_v$ 、電極とシステム間  $C_s$ 、電極背板と結合リング間  $C_r$  のそれぞれの静電容量の和  $C_v + C_s + C_r$  で表わせるものと考え、その計算方式は 3.3 で説明した通りである。測定結果と計算結果の比較をした結果、 $C_v$  および  $C_s$  は計算結果とよく一致したが、 $C_r$  は計算結果がかなり小さく評価されていることが判った。これは  $C_r$  を計算する際の近似が粗いために起こったものである。内導体の設計時は結合リングの位置を表 4.1 の (1) に合わせるものとして静電容量の計算を行なったので、設計値はこの時の値 430.7 pF となる。実際に内導体をタンクに組み込む時には、設計値に比較的近い静電容量が得られた (2) の位置に結合リングを合わせることにした。

#### 4.1.2 共振周波数の調整と Q 値の測定

内導体のタンクへの組み込みが終了した後、共振周波数の調整を行った。空洞に最大の電力を供給する（空洞からの反射電力を最小にする）ために、空洞と電源（伝送線）とのインピーダンス整合を取り、共振周波数の調整及び Q 値の測定を行った。この時、高周波結合器には銅線で製作した縦 18 cm、横 10 cm の長方形のループを用いた。整合をとった後ベクトル電圧計を用いて電圧定在波比 (VSWR) を測定したところ、1.03 であった（入力電圧 5 mV に対して反射電圧は 0.075 mV）。また整合時のループの実効断面積は 171 cm<sup>2</sup> であったが、同じような断面形状のループの面積を計算で求めたところ 152 cm<sup>2</sup> と 10% 程度低い値であった。これより高電力用ループカップラー製作の際にはループの断面積に若干のマージンをとることにした。

##### 粗調整

共振周波数の粗調整をする前に、図 4.2 のようにシステムフランジに取付けてある計四枚の銅の仕切板の共振周波数への影響を見るために、仕切板を一枚ずつ取り外したときの共振周波数を測定した。この結果を表 4.2 に示す。仕切板を外すごとに、システムに流れる電

	共振周波数 (MHz)	変化量 (MHz)
仕切板 4 枚 (CLOSE)	28.883	—
仕切板 3 枚	27.870	-1.013
仕切板 2 枚	26.637	-2.246
仕切板 1 枚	25.763	-3.121
仕切板無し (OPEN)	24.680	-4.203

Table 4.2: 仕切板の数と共振周波数の変化量の関係（大気中）

流によるインダクタンスが増加していくので共振周波数は下がっていく。このときの共振

周波数の変化は仕切板一枚あたり平均約 1.1 MHz であって、周波数の下がり方もほぼ一様であった。この結果から仕切板が一枚だけ付いている時に、つまりシステムフランジの窓がほとんど開いている時に目的とする 25.5 MHz に近い共振周波数が得られることが判った。そこで、半月状の仕切板を加工して図 4.2 の斜線で示すような幅の狭い四枚の帯板を作り、それをシステムに沿って取付ける事にした。上で得られた窓の面積と共振周波数との関係を使い、窓を横切る磁束の密度が全体に一様に分布していると仮定して、目的とする共振周波数を得るために帯板の幅を概算する事が出来る。この近似計算の結果を用いて、まず共振周波数が 25.6 MHz となるように帯板の幅を 74 mm に加工した。これを図 4.2 の斜線で示す。この時共振周波数の実測値は 25.8 MHz であった。次に共振周波数を 25.45 MHz にするために、帯板を更に切ることにした。この場合は帯板を切る面積が小さいので、上のように窓全体の磁束密度が一様であると仮定した計算の結果を用いて加工を行なうと誤差が大きくなる。従って磁束密度が帯板全体で一様と考え幅を決定し、加工を行なった。最終的な帯板の幅は図 4.2 の交差線で示すように 58.4 mm(システムより 45.5 mm はみだしている)で、共振周波数は 25.4488 MHz となった。

#### Q 値の測定

Q 値は付録 F より以下のようにして求めることが出来る。

$$Q = \frac{f_0}{f_+ - f_-} \quad (4.1)$$

ここで  $f_0$  は透過電圧が最大となる時の周波数(共振周波数)、 $f_+$ 、 $f_-$  はそれぞれ透過電圧が最大値の  $1/\sqrt{2}$  となるときの周波数を示す。ただし  $f_+ > f_-$  とする。この時の Q 値と無負荷の Q 値  $Q_0$  の関係は、

$$Q = \frac{Q_0}{1 + \beta} \quad (4.2)$$

と表わせる。ここで  $\beta$  は結合定数であり整合が取れているとき  $\beta = 1$  である。以下では  $\beta = 1$  と考える。

共振周波数および無負荷の Q 値  $Q_0$  を窓が CLOSE の時と、OPEN の時に、大気中で測定したところ表 4.3 のような結果が得られた。ここで  $Q_0$  は共振周波数  $f_0$ 、空洞の静電容量  $C$ 、空洞の共振抵抗  $R_p$  を用いて以下のように表わされる。

$$Q_0 = 2\pi f_0 C R_p \quad (4.3)$$

この関係式を用いて、 $Q_0$  の同一周波数での測定結果と計算結果の比較を行なう。この時  $C$  と  $R_p$  を定数とみなし、 $Q_0$  と  $f_0$  は比例すると考える。このように考えたとき測定した  $Q_0$  は計算結果に対して close で 65%、open で 90% の値が得られたことになる。close で Q 値が低かった理由は空洞の実際のタンクインダクタンスが計算結果より小さかったためと考えられる。また粗調整後の無負荷の Q 値は 6100 であった。

	仕切板有 (CLOSE)		仕切板無 (OPEN)	
	測定結果	計算結果	測定結果	計算結果
共振周波数 (MHz)	28.883	27.776	24.680	24.145
$Q_0$	7250	10750	7050	7600

Table 4.3: 仕切板の有無における共振周波数と無負荷の  $Q$  値の測定結果と計算結果。

チューナーが入っているときの値であるが、チューナーの有無は  $Q$  値にほとんど影響しない。

### 微調整

上の粗調整で得た共振周波数を微調整して 25.5 MHz にするために、誘導型のチューナーを用いた。即ち金属のブロックを空洞中に挿入して、タンクインダクタンス  $L_t$  を減らすことにより共振周波数を上げた。

まず、チューナーの効果を見るために、アルミニウムで直径 188 mm、長さ 217 mm の円柱形のチューナーを三個作り、各モジュールに一個ずつ、ビーム軸からチューナー端面までの距離が 300 mm になるように取付けた。このチューナーによる共振周波数の変化について、上に述べた周波数の粗調整の前後で調べた結果を表 4.4 に示す。粗調整前後

	粗調整前 (CLOSE)	粗調整後
チューナー無し (MHz)	28.883	25.449
チューナー 3 個 (MHz)	28.986	25.522
1 個の効果 (kHz/tuner)	34.3	24.3

Table 4.4: 周波数粗調整前後でのチューナーの効果（大気中）

でチューナーの効きが変わっているが、これは以下のようにして考えられる。粗調整前後の空洞の全インダクタンスを  $L_1$ 、 $L_2$  とし、チューナーによるインダクタンスの変化量を  $\Delta L_1$ 、 $\Delta L_2$  とする。また粗調整前後の共振周波数を  $f_1$ 、 $f_2$  とし、チューナーによる共振周波数の変化量を  $f_1$ 、 $f_2$  とする。粗調整前後では

$$f_1 > f_2$$

より、

$$L_1 < L_2$$

となる。またシステムフランジの窓の開閉に関わらずタンクインダクタンスは同じ値であるとすれば、

$$\Delta L_1 = \Delta L_2$$

である。従って

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} > \frac{\Delta L_2}{L_2} \quad (4.4)$$

となる。チューナーによる共振周波数の変化の割合は

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta L}{2L}$$

で表わされるので、(4.4)より粗調整前の方がチューナーによる共振周波数の変化の割合は大きいことが分かる。

共振周波数の 25.5 MHz への微調整は、アルミ製チューナーの長さを調整して行った。チューナーの長さを実験的に求めるために、1 つのチューナーを適当な長さ (20 ~ 40 mm) に輪切りにして、チューナーの全長と共振周波数との関係を調べた。チューナーが無いときの共振周波数は、空洞据え付け後真空中での測定で 25.4702 MHz であったので、1 個あたり約 10 kHz 共振周波数が上がるよう長さを決定した (長さ 170 mm、即ちビーム軸からチューナー端面までの距離が 347 mm)。その結果、微調整後の共振周波数は大気中で 25.505 MHz、真空中で 25.513 MHz となった。二つの共振周波数の違いは、大気中と真空中での誘電率及び透磁率の違いによるものである。微調整後、真空中で無負荷の Q 値を測定したところ 6400 であった。

#### 4.1.3 電場強度分布の測定

電場の四回対称性を調べるために四個所のウェイン間とビームアパーチャー内の電場強度を調べるためにビーム軸上で測定を行なった。測定は摂動法によって行い、摂動体にはテフロンの円筒ピーズを用いた。以下測定について述べる。

#### 四重極電場対称性の測定

共振空洞内の電場分布は摂動法によって求めた。摂動体による共振周波数  $f_0$  のズレ  $\Delta f = f - f_0$  は摂動体の位置での電場  $E_a$  及び磁場  $H_a$  と次のような関係にある [44]。

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{2} \int (H_a^2 - E_a^2) dv \quad (4.5)$$

ここで  $f$ 、 $f_0$  はそれぞれ空洞内に摂動体がある時とないときの共振周波数を表わし、 $v$  は空洞の体積を 1 とした時の摂動体の体積を表わす。ビームアパーチャー近傍では  $H_a = 0$  であるので、摂動体が微小の時は電場強度  $E_a$  と共振周波数のズレの関係は以下のように近似できる。

$$\frac{\Delta f}{f_0} \propto -E_a^2 \quad (4.6)$$

摂動体が空洞内に有る時と無い時とでは、モニターループからの透過波と入射波との間の位相差に違いが生じる。この位相差の変化を $\theta$ とした時、これと空洞の無負荷 Q 値  $Q_0$  から、

$$-\tan \theta \propto 2Q_0 \left( \frac{\Delta f}{f_0} \right) \propto -E_a^2 \quad (4.7)$$

という関係が成り立つ。以下に述べる実験では、この位相差の変化  $\theta$  を測定した。

測定系の構成を図 4.3 に示す。信号発生器より出た rf 出力は-20 dB 方向性結合器で、ループカプラーから共振空洞に入る入射波と、ベクトル電圧計に入る参照波に分けられる。一方、共振空洞からの透過波もベクトル電圧計に入れて、二つの波の位相差の変化  $\theta$  を測定した。摂動体は、空洞のビーム軸に沿って張ったナイロン糸に取付け、この糸をステッピングモーターで軸に沿って動かした。ステッピングモーターはコンピューターで制御し、ベクトル電圧計で測定したデータは A-D コンバータを介してコンピュータに取り込んだ。ナイロンの糸は空洞の入口と出口に取り付けた治具によって±0.1 mm の精度で張ることが出来る。

RFQ のヴェイン間電場の四回対称性を測定するために、図 4.4 に示すように、テフロン製摂動体（直径 20 mm、長さ 10 mm）を隣合う二つのヴェインに常に当たるようにしてビーム軸方向に動かした。四つのヴェイン間の電場強度の測定結果を図 4.4 に示す。各々のヴェイン間の電場強度は、それらの平均値（軸方向の任意の位置での、四つのヴェイン間電場強度の平均値）に対して、±0.6%以内に収まっている。この値は、ヴェインの組立精度（実測値で±40 μm 以内）より求められる電場のズレ（±0.67%）とも一致している。

### ビームアーバーチャー内電場強度の測定

摂動体をビーム軸上で動かして、ビームアーバーチャー内の電場強度を測定した。この時、最小アーバーチャー半径（5.12 mm）を考慮して直径 9.5 mm、長さ 7.5 mm のテフロン製摂動体を使った。結果を図 4.5 に太線で示す。電場強度が波打っているのは、ヴェインのモジュレーションによって軸方向の電場強度が変化するためである。

一方、計算でこの測定結果を再現できるか試みた。K-T の三項電位関数 (2.12) から導いた電場成分に、ヴェインの各セルでのパラメータ  $a$ 、 $m$  及びセル長  $L_s = \beta_s \lambda / 2$  の設計値を代入して、摂動体の体積内で電場エネルギーを積分した。このとき、ヴェイン間電圧は軸方向に一様であると仮定した。計算結果を図 4.5 の細線で示す。計算の中でヴェイン間電圧は、ビーム入口のラジアルマッチャーパー部の終わりの所（入口から約 30 cm の所）で測定結果と一致するように決めた。ラジアルマッチャーパー部を含め、計算結果は測定結果と全く一致している。これは仮定通りヴェイン間電圧が軸方向に沿ってほぼ一様であることを示している。今回の測定結果は摂動体が大きいために軸方向の電場強度より横方向の電場強度に強く影響されている。このことから測定結果と計算結果の一致は、高次の項まで含めた二次元加工時のアーバーチャー内の横方向の電場強度は、三次元加工時のそれと等しいことを表わす。なお軸方向の電場成分は入口からパンチングセクションまで横方向の電

場成分と比べて非常に小さいので、軸方向の運動に影響を及ぼす二次元加工の影響は測定できなかった。

## 4.2 高電力試験

高電力試験および加速テストの為の高周波源としては最大ピーク出力 100 kW、デューティー 10% の高周波電源を用いた(3.5 参照)。高周波電力の伝送には  $50\Omega$  の同軸導波管 WX-120D を使い、入射波及び反射波のモニター用に方向性結合器(方向性 20 dB 以上、結合度 -48 dB)が途中に取り付けている。空洞からの反射波を直接吸収する為の回路(サーキュレーターと模擬負荷)は取り付けていないので、空洞内での放電などによって全反射が起こったときの電源への影響をできるだけ少なくするために、同軸導波管の全長は基準周波数 25.5 MHz の半波長(5.88 m)の長さに加工している。長さを確保するために同軸管は天井に向けてコの字形に曲げてある。水冷式ループ結合器は入射側のモジュール空洞上に取り付けた。ループ角は整合の結果ビーム軸に対して  $19^\circ$  になった。この時ループの実効断面積は  $170\text{cm}^2$  であり、電圧定在波比は 1.01 であった。

高電力試験により、荷電数対質量数比  $1/30$  のイオンの加速に必要な 109 kV のヴェイン間電圧を越える 118 kV を達成し、この電圧レベルで空洞を安定に運転できることも確かめた。また、安定にヴェインに印加出来る電圧の範囲から、加速できるイオンの荷電数対質量数比は、 $1/2 \sim 1/32$  であることが判った。

### 4.2.1 モニターループの較正

運転中にヴェイン間電圧を測定するために、モニターループを出射側のモジュールに取付け、モニター電圧がヴェイン間電圧の約  $10^{-4}$  倍になるように、モニターループの大きさを決めた。較正は、信号発生器からの高周波電圧を隣合うヴェインに直接かけ、この時空洞に取り付けてあるモニターループからの透過電圧を測定して入力電圧との比を調べた[43]。最終的にヴェイン間電圧 1 V に対して、モニターループ電圧は 0.1225 mV となるようにした。

この時、同時に共振抵抗を測定した。ヴェイン間電圧  $V_v$  と、 $50\Omega$  で終端した入力カプラーにかかる電圧  $V_c$  を直接測定して、次式

$$R_p = 50\Omega \times \left(\frac{V_v}{V_c}\right)^2 \quad (4.8)$$

から求めた共振抵抗値は、 $V_v = 1 \text{ V}$ 、 $V_c = 24 \text{ mV}$  より  $86.8 \text{ k}\Omega$  となった。他の方法として、無負荷の Q 値  $Q_0$  と内導体の静電容量  $C$  を用いて(4.3) から共振抵抗を求めた。低電力試験で得た値  $f_0 = 25.5 \text{ MHz}$ 、 $Q_0 = 6400$ 、 $C = 453 \text{ pF}$  を用いて、 $88.2 \text{ k}\Omega$ を得た。

一方入力電力とヴェイン間電圧との関係式は

$$P = \frac{V_v^2}{2R_p} \quad (4.9)$$

で与えられる。共振抵抗の測定結果を用いて、入力電力とヴェイン間電圧の関係を求めた結果を図 4.6 に実線で示す。また Q 値と静電容量から求めた関係を図 4.6 の点線で示す。図中の白丸は、モニターループ出力から求めたヴェイン間電圧と、高周波電源についている電力計から読みとった入力電力との関係を示す。これらの値は、±1.1%以内で一致している。このことから加速器運転中のヴェイン間電圧はモニターループの値から求めることにした。また電源の電力計の較正は特に行なっていないが現状でも実際の出力電力との差異はほとんど無いと言える。

#### 4.2.2 空洞のエージング

##### エージング

新しい空洞にいきなり高電力を加えようとしても、マルチパクタリングレベルに引っかかると空洞内で多量の二次電子が発生し、真空間度が急激に悪くなるとともに、空洞入口で全反射が起きそれ以上空洞に電力が入らなくなってしまう。また高電力を加えられる場合でも、空洞内で放電が起こりヴェイン間に必要な高電圧がかからないばかりか、放電によって電極を傷つけてしまうこともある。そのため空洞には真空間度が悪くならないように、また激しい放電が起こらないように、少しずつ高い電力を供給していく。この過程をエージングという。この空洞にも最初は全くパワーが入らなかったが、一時間後位からモニターループで 0.8 V、ヴェイン間電圧で 6.5 kV の電圧がかかるようになった。この時電源のメーター読みで入射電力は 2 kW であり、またパルス幅 910 μs、繰り返し 20 Hz(デューティー 1.8%) で運転していた。また (4.9) よりこの時の空洞への入力電力は 200 W であった。このような低電力でのエージングの時、空洞の真空間度はパワーが入っている時でおよそ  $1 \times 10^{-5}$  Torr、パワーが入らなければ  $7 \times 10^{-6}$  Torr 位になる。また最初のうちは入力電力を上げてもほとんど全反射するため、メーターリレーが作動してすぐに電源が落ちたが、数時間のエージング後にはパワーが入る、真空間度が悪くなる、パワーが入らなくなる、真空間度が良くなる、再びパワーが入るようになる、というサイクルを繰り返しながら徐々にパワーが入っていった。ヴェイン間電圧が 20 kV 程度、入力電力が 2 kW 程度まではこのようにマルチパクタレベル(次節参照)が多く存在しているために、入力電力を上げるのに相当な時間をかけた。一方ヴェイン間電圧が 20 kV を越えてからはマルチパクタ放電も少なくなり比較的容易に入力電力を上げていくことが出来た。ただしヴェイン間電圧が上がってくると今度はスパーク放電が電極間で起こるようになる。このとき空洞の真空間度が  $7 \times 10^{-6}$  Torr より悪くならないように、また連続的な放電を起こして電極を傷つけないように注意しながら入力電力を上げていった。運転はヴェイン間電圧が設計電圧 109.3 kV に達するまで 0.6 ~ 3% の低いデューティーで行なった。CW に換算したエージングの時間と到達ヴェイン間電圧との関係を図 4.7 に示す。

荷電数対質量数比 1/30 のイオンを加速するのに必要なヴェイン間電圧 109 kV(ピーク電力で 70 kW) が達成された後、高電力時のエージングの効果を見るためにヴェイン間電圧 114 kV(ピーク電力で 75 kW) の時の、rf 電力を入れ始めてからの時間と 10 分間あたりの放電の頻度の関係を測定した。結果を図 4.8 に示す。空洞に高電力を入れ続けること

によって(ヴェインに高電圧をかけ続けることによって)放電の頻度が明らかに減り続けている。

### マルチパクタレベルの測定

マルチパクタ放電とは、高周波放電の一つである。放電によって発生した二次電子が電極間を通過する時間と高周波の周期が等しい時、二次電子は電極間で捉えられ、その周期で往復運動を始める。二次電子により、電極から更に多数の電子が叩き出されて、真空度が急激に悪くなり、この状態はかなり長時間持続する。この状態をマルチパクタ放電、このような状態を起こすヴェイン間電圧の範囲をマルチパクタレベルと呼ぶ。

モニターループからの出力電圧をオシロスコープで見ながら入力電力を徐々に上げていくと、ヴェイン間電圧で 6 kV の点で突然電圧がかかり、さらに電力を上げていくと、波形が歪むと同時に、真空度が急激に悪くなる電圧レベルが数カ所みられた。これはマルチパクタ放電によるものであり、ヴェイン間電圧が 8.9 ~ 12.2 kV, 13.9 ~ 18.0 kV, 39.2 ~ 56.3 kV の時に発生した。電圧が低いほどその現象は顕著であった。図 4.7 からマルチパクタレベルの存在が読み取れる(図の平坦な部分がマルチパクタレベルに相当する)が、これらのレベルはエージングによってかなり抑えることが出来るので現在はその存在はほとんどない。この実験結果から、ヴェイン間にかけられる電圧の可変範囲は、現在のところ、約 10 kV ~ 118 kV であるので、1/2 ~ 1/32 の荷電数対質量数比を持つイオンを加速できることがわかった。

### 4.2.3 入力電力と共振周波数の変化

空洞への入力電力を増やしていくと、電極の加熱による膨張の為に共振周波数が高いほうにずれていく。このずれがあまり大きいと周波数チューナーによる調整範囲を越えてしまい、特に他のライナックと同期して使用するときには非常に厄介になる。今回高電力高デューティ運転における共振周波数の変化量を調べるために、デューティー 10%(パルス幅 1 ms、繰り返し 100 Hz) で RFQ を運転した時の入力電力と共振周波数の変化量との関係を測定した。結果を図 4.9 の黒丸で示す。実線は最小自乗法を用いて 2 次関数でフィットしたものである。エージング不足のため、デューティー 10%での運転時に空洞に安定して供給できる最大電力は 8.5 kW であった。この時ヴェイン間電圧は 112.7 kV であり、図から最大電力 8.5 kW を空洞に入れたときの共振周波数の変化は約 127.6 kHz であることが分かる。また冷却水の総流量は 281 l/min(精度 5%) であり、最大電力を空洞に入れた時冷却水の入口と出口での温度差は 0.5°C であった。流量と温度変化より計算した冷却水の吸収熱量は 9.8 kW となるので、入力電力はほとんど全て冷却水によって吸収されていることになる。従って周波数上昇の原因が電極自身の熱膨張によって生じた静電容量の変化であることは考えにくい。ここで問題となるのは内導体周辺で局所的な発熱が無かったかということである。空洞内にはアルミ製の結合リングとチューナーがあるがいずれも冷却をしていない。周波数上昇の原因の一つに結合リングが熱膨張して対向電極を外側に引っ張るために、電極間隔が広がって電極間の静電容量  $C_v$  が減ったことが考えられ

る。例えば電極間の静電容量  $C_v$  を平行平板に置き換えた簡単な計算によれば、電極間隔が結合リングの膨張で 0.1 mm 広がれば電極間の静電容量  $C_v$  は 1% 減り、その結果共振周波数は 0.45% 即ち 114 kHz 上がることになる。アルミの線膨張率は 20° で  $2.5 \times 10^{-5}$  であるから結合リングの温度が冷却水温より 30°C 高ければ内直径 26 cm の結合リングは直径に対し 0.1 mm 伸びる。この程度の結合リングの温度上昇は充分考えられる。

そこで結合リングによる周波数上昇の影響を調べるために、結合リングを図 4.10 のように分割した時にデューティー 10%(パルス幅 1 ms、繰り返し 100 Hz) で RFQ を運転し、入力電力と共振周波数の変化量との関係を測定した。結合リングを外さずに分割して電極に取り付けておいた理由を以下に述べる。結合リングをすべて外してしまうと電極背板と結合リング間の静電容量  $C_r$  が失われるので共振周波数が 2 MHz 程度上昇する。この時共振周波数が電源の可変周波数帯から外れてしまうので電力の供給が出来なくなる。従って結合リングを外さずに分割することにした。高電力試験の結果、入力電力 8 kW(ウェイン間電圧 106 kV) の時の共振周波数の変化量は 28.6 kHz であった。この時の冷却水の流量及び温度差は結合リングがある時と同じく、それぞれ 281 l/min、0.5°C であった。さらにデューティーを 20%(パルス幅 1 ms、繰り返し 200 Hz) に上げて測定した結果、入力電力 16 kW(ウェイン間電圧 106 kV) の時の共振周波数の変化量は 56.1 kHz であった。この時冷却水の流量及び温度差はそれぞれ 281 l/min、0.9°C であり、これらの値から計算した冷却水の吸収熱量は 17.7 kW となった。この事から現在の冷却系でも約 20 kW までの入力電力は十分吸収出来ることが分かる。結合リングを分割した時の入力電力と共振周波数の変化量との関係を図 4.9 の白丸で示す。点線は最小自乗法を用いて直線でフィットしたものである。この図から入力電力を上げていったときの共振周波数の変化が結合リングを分割したことにより著しく減ったことが分かる。結合リングを分割したことにより低電力での共振周波数は 25.480 MHz から 25.440 MHz に 40 kHz 下がった。これは図 4.10 のように結合リングを分割した時、結合リングと電極背板の距離は縮まったためにここで生ずる静電容量  $C_r$  が増え、共振周波数が下がったものと考えられる。

ところで図 4.9 でリング分割前の測定点が 2 次曲線上に分布しているように見えるのは以下ののような理由によると考えられる。結合リングを対向ウェインの背板の 2 点で固定している。従ってリングに熱膨張があった場合リングは同心円状に広がるわけではないので、静電容量の変化量  $\Delta C$  はリングの温度に対してリニアに変わるわけではない。一方リングを分割しておけばリングの半円は熱膨張によって同心円状に広がることが出来るので、 $\Delta C$  はリングの温度に対してリニアになると考えられる。熱膨張による静電容量の変化量  $\Delta C$  と共振周波数の変化量  $\Delta f$  の関係は  $\Delta C/C \ll 1$  の時、以下のように近似できる。

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta C}{2C} \quad (4.10)$$

従って静電容量の変化が温度に対してリニアならば共振周波数の変化もリニアになる。

これらの結果より結合リングを外した方が高電力高デューティー運転時の共振周波数の変化量は低く抑えられることが分かった。また結合リングを外せば、現状の冷却系でも 20 kW までの電力の投入は可能である。

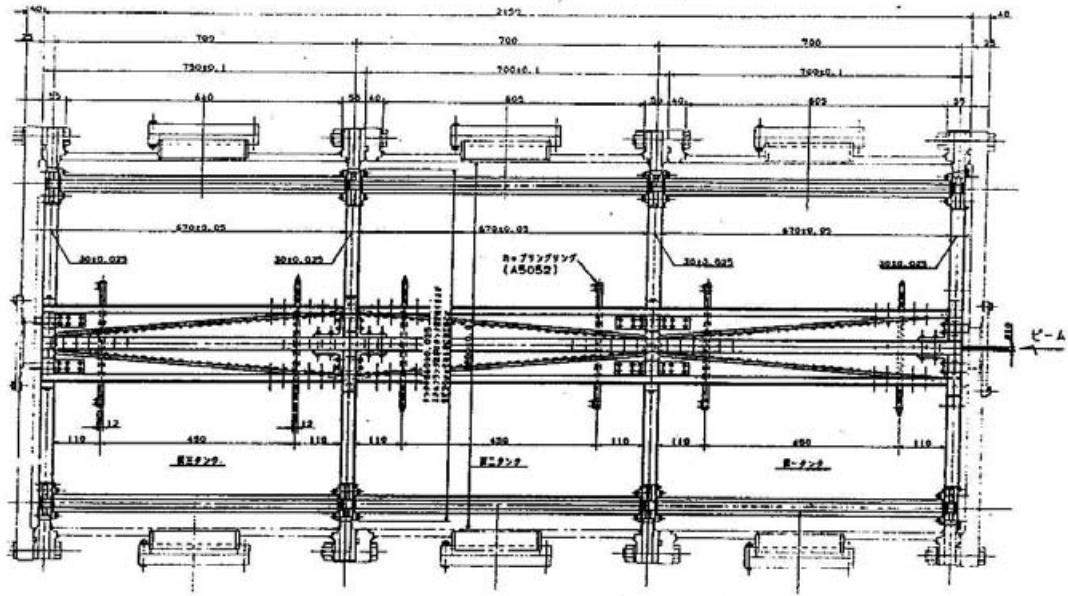


図 4.1 カップリングリングの内導体への取り付け。図中の寸法はステムフランジ中心から 125 mm の位置に取り付けたときのものである(表 4.1 の 1)。結合リングの最終的な位置はステム外側から 170 mm の所である(表 4.1 の 2)。

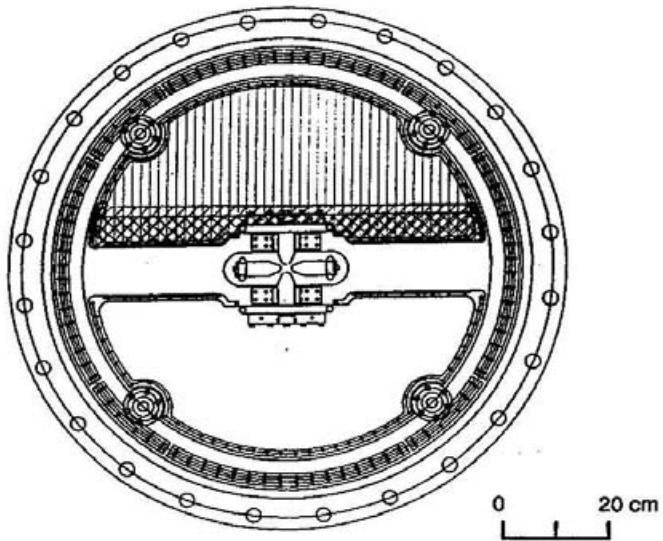


図 4.2 ステムフランジに取り付けられた仕切板。これは縦線で示すような半月状の銅板である。仕切板を最初斜線(厚さ 70 mm)のように加工し、最終的に共振周波数が 25.45 MHz となるように交差線の大きさ(厚さ 58.5 mm)に加工した。

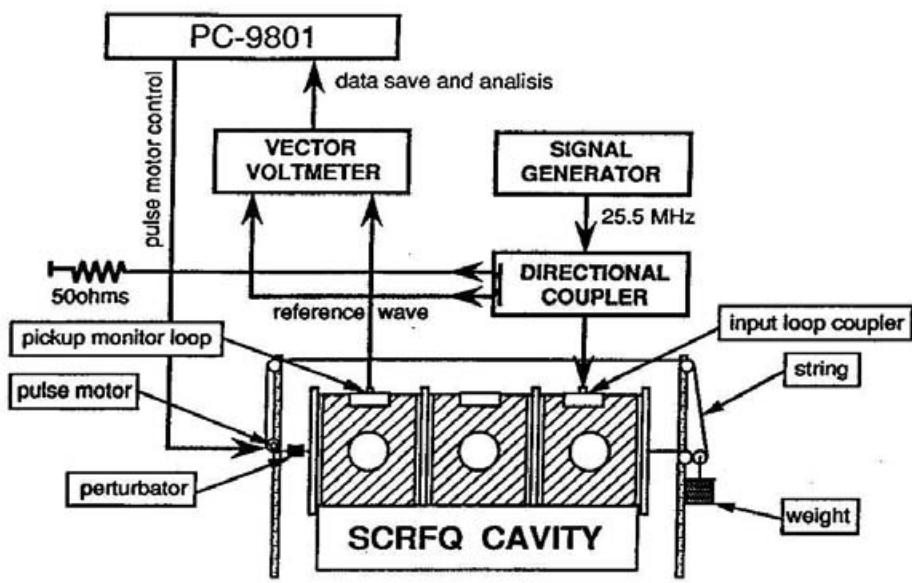


図 4.3 電場強度測定時の実験のセッティングと測定系のブロックダイアグラム。摂動体はテフロン、糸はナイロン糸を使用した。

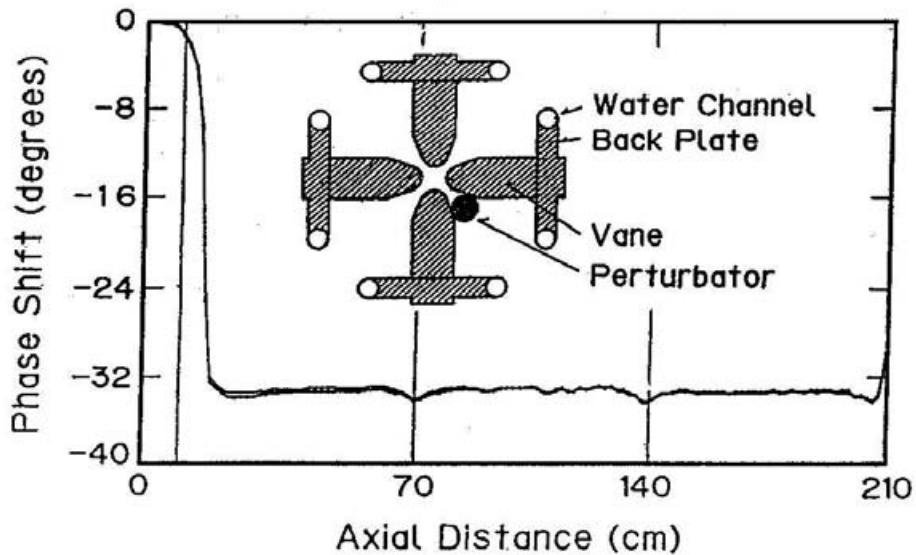


図 4.4 ヴェイン間電場強度の測定位置と測定結果。軸方向にわたっての 4 個所での測定に対する相対的な電場強度のズレは最大 0.67% であった。

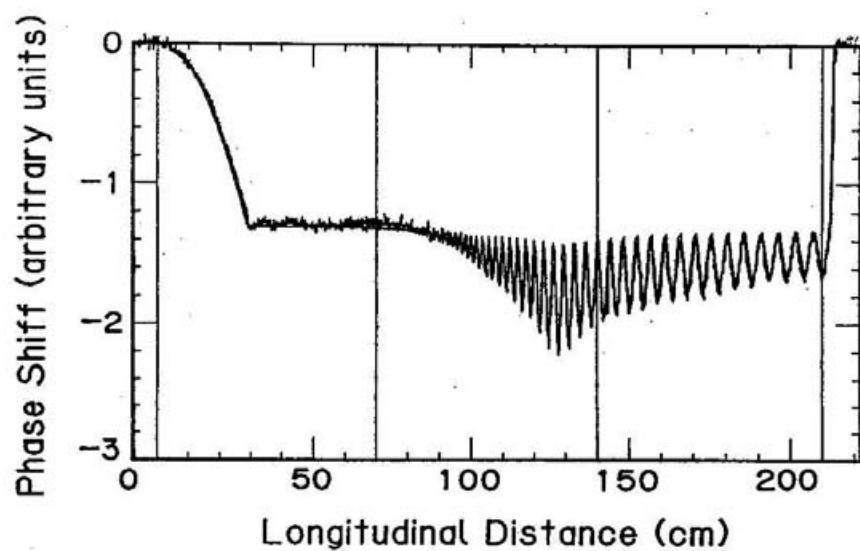


図 4.5 ビーム軸に沿ったビームアバーチャー内の電場強度の測定結果(太線)と計算結果(細線)。電場強度の振動はヴェインのモジュレーションによるものである。

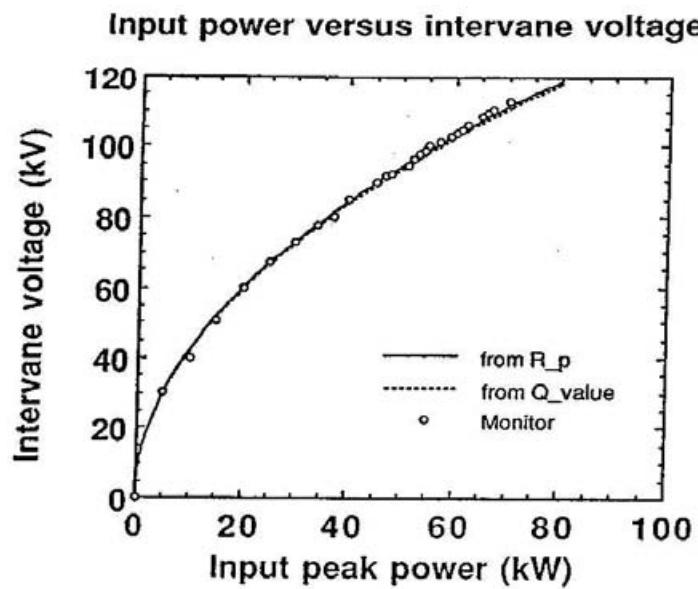


図 4.6 入力パワーとヴェイン間電圧との関係。実線:共振抵抗の測定値を用いて計算、点線:Q 値と静電容量の測定結果を用いて計算、白丸:モニターループの電圧から計算。

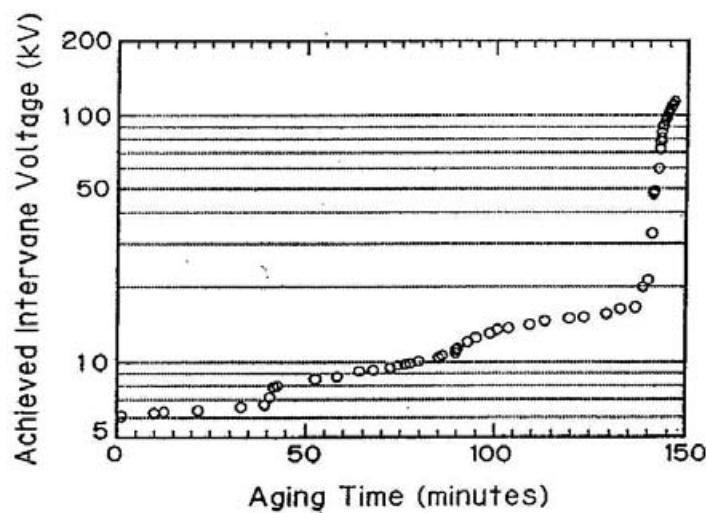


図 4.7 エーティングの時間と到達ヴェイン間電圧との関係。  
エーティング時間=実際の所要時間×デューティー

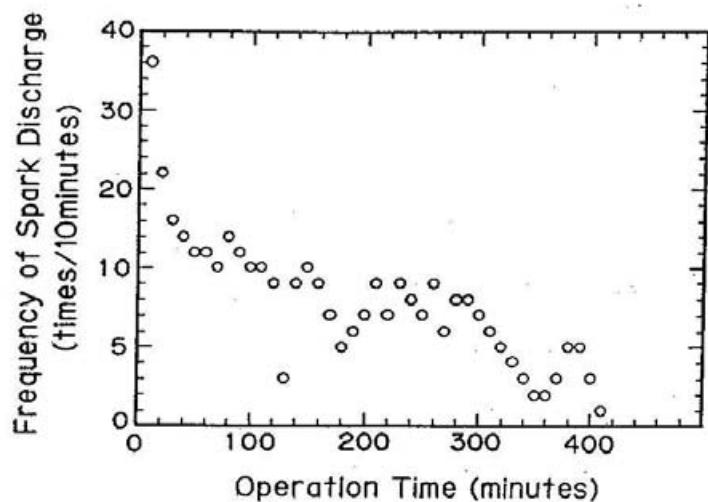


図 4.8 長時間エーティングによる放電頻度の減少。ヴェイン間電圧 114 kV、デューティー 6%で運転。

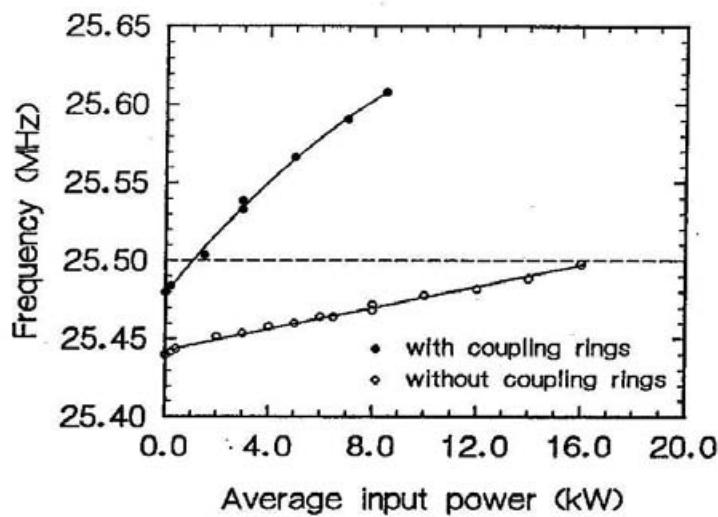


図 4.9 空洞への入力電力と共振周波数の変化。黒丸は結合リング分割前、白丸は分割後の測定結果を示す。実線は最小自乗法による計算結果。デューティーは最大 20% で運転。

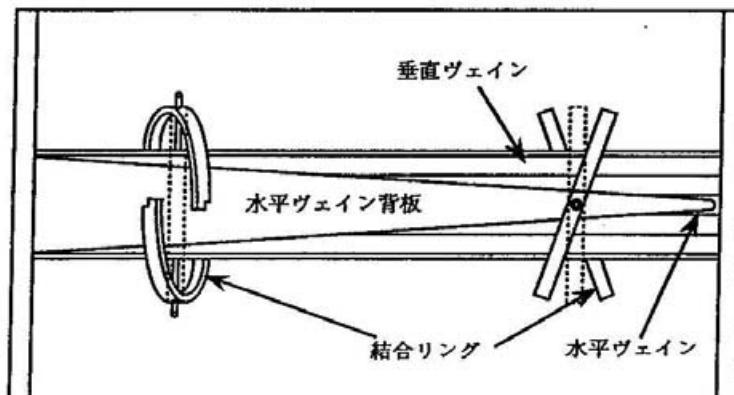


図 4.10 結合リングの分割の様子。点線のように取り付けてあったリングを図のように分割した。

## 第5章 ピーム加速テスト

### 5.1 加速テストスタンド

図 5.1 に加速テストスタンドの構成を示す。小型 ECR イオン源（付録 G 参照）から引き出されたビームは、二台のAINツェルレンズ（E1,E2）、イオンセパレーター、静電ステアラー、二台のAINツェルレンズ（E3,E4）を通って RFQ に入射される。この時ビームのエミッターンス梢円が、RFQ のアクセプタンスと相似になるようにAINツェルレンズの電圧を調整する。RFQ 入口には入射ビームのエミッターンスプロファイルを測定するためのエミッターンスマニターとファラデーカップ（FC1）が取り付けてある。RFQ 出口には出射ビームのエミッターンスプロファイルを測定するためのエミッターンスマニターおよびファラデーカップ（FC2）が取り付けてある。RFQ から出射したビームは四重極電磁石ダブレットおよびエネルギー分析用偏向電磁石を通り、ビームの集束点に設置してあるビームスリットを通って終端のファラデーカップ（FC4）に到達する。なお透過効率の測定には偏向電磁石直前にあるファラデーカップ（FC3）を用いる。

入射側ビーム輸送系（LEBT）は RFQ 入口でのビームエミッターンスと RFQ アクセプタンスの整合が取れるように、出射側ビーム輸送系（HEBT）はビームの透過効率が正確に測定出来、かつエネルギースペクトルも精度良く測定出来るように輸送系の構成要素の配置の最適化を行なった。この時偏向電磁石や静電レンズ、四重極電磁石など輸送系の構成要素の数は出来るだけ少なくなるように配慮した。要素の配置はビームモニターや真空配管の位置も考慮して決定をした。AINツェルレンズの電圧は、LEBT 構成要素の配置を決定した後、ビームシミュレーションを行い決定した。以下に LEBT および HEBT の設計手順について述べる。

#### 5.1.1 LEBT(Low Energy Beam Transport)

LEBT の設計に先立ち、設計目的に合致するような構成要素の決定をした。入射ビームの断面形状は軸対称であることが望ましいので集束レンズにはAINツェルレンズを用いた。同一元素で価数の異なるイオンの分離が出来るように偏向角 22.5° の偏向電磁石をイオンセパレータとして用いることにした。偏向角は出来るだけ小容量電源を用いて  $N_2^+$  と  $N^+$  の分離を行なう条件から 22.5° にした。またイオン源の空間的な配置の問題からビームの入射は垂直入射で行なうこととした。これらの LEBT の構成要素の配置は、計算プログラム MAGIC でAINツェルレンズを薄肉レンズとして取り扱った近似計算によって決定した。以下に要素の配置の設計手順を示す。ここで  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  は Twiss parameter と呼ばれるものでビームの性質を表わす変数である。詳細は付録 C に示す。

1. イオン源からのビームが以下のようないくつかの条件で出射されているものと仮定して、軌道計算を行った。この時ビーム軸の原点は図 5.2 のようにビーム引出孔出口にとった。
  - (a) ビームの規格化エミッターンス  $\varepsilon_n$  は  $0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  である。この時  $1 \text{ keV/u}$  のビームのエミッターンス  $\varepsilon$  は  $409.5\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  である。

- (b) ビーム引出孔の半径が 2 mm であることから原点での  $\beta$  は  $\sqrt{\beta\varepsilon/\pi} = 2 \text{ mm}$  より  $\beta = 0.9979 \text{ cm}$  である。
- (c) イオン源から出たビームのエミッタンスは正立楕円である。これより  $\alpha = 0$ 、  
 $\gamma = 1.0274 \text{ cm}^{-1}$ 、ビームの出射角は  $\sqrt{\gamma\varepsilon/\pi} = 205 \text{ mrad}$  である。
2. アインツェルレンズ E1 ~ E4 のおよその位置を決定した。E1 の位置はビームが発散しないようにイオン源直下に取り付ける。また E4 は RFQ 入口に出来るだけ近い方がよいがビームモニターを取り付けるスペースを考慮してその位置を決定した。E2、E3 の位置はそれぞれ E1、E4 の間でそれぞれビーム径があまり大きくならないように決めた。
  3. イオン源からのビームには、様々な荷電数対質量数比のイオンが混ざっているので、ビームの加速テストをする際にはイオンを選別して RFQ に入射出来るようにしなければ加速器の性能を正しく評価する事が出来ない。加速テストでは窒素ガスを用いるが、この時  $N^+$  と  $N_2^+$  の弁別を行うために、起磁力 3 kG 程度の偏向電磁石をイオンセパレーターとして E2 と E3 の間に垂直に入れる事にした。ビームの偏向角は  $22.5^\circ$  とし、E3 での水平方向と垂直方向の Twiss parameter が等しくなるように、磁極両端に集束エッヂを付けた電磁石を想定して計算を行った。計算の結果、セパレーターのエッヂ集束力は  $\tan\epsilon/\rho = 0.246$  となった。ここで  $\epsilon$  はエッヂ角、 $\rho$  はイオン軌道の曲率半径を示す。
  4. ビーム半径を出来るだけ小さくするために、E3 と E4 の  $\beta$  の値がほぼ等しくなるようにセパレーターと E3 との距離を調節した。
  5. RFQ 入口での入射ビームエミッタンスと PARMTEQ で計算した RFQ のアクセプタンスの整合をとるために、各レンズの集束力と位置関係を最終的に決定した。この時アインツェルレンズの焦点距離が短すぎたり、ビーム半径がビームパイプの半径を越えないように注意した。

最終的に決定した LEBT の構成を表 5.1 に、イオン源を出た所でのビームパラメーターと RFQ 入口でのビームパラメーターを表 5.2 に示す。上の LEBT の構成をもとに、イオンセパレーター、アインツェルレンズ、真空チャンバー、ビームモニター等の具体的な設計を進めていった。アインツェルレンズ、イオンセパレーターについては付録 G に、ビームモニターについては本章次節で述べる。

LEBT の各構成要素の詳細図面を決定した後、個々のアインツェルレンズにかける電圧を適正化した。計算コード TRACEP[45] を用いて、LEBT でのビームシミュレーションを行い、アインツェルレンズの収差による影響を見ながら電圧の適正化を行なった。この時 TRACEP での計算に使用したレンズ中の電場分布には、計算コード SUPERFISH で計算した結果を用いた。SUPERFISH による計算で得られたレンズ内の電気力線を図 5.3 に示す。図は上からアインツェル 1、2、3 および 4 を示す。アインツェル 3 と 4 は同型である。また TRACEP で行なったビームシミュレーションの例を図 5.4 に示す。図中の

Table 5.1: LEBT の構成

element		length(cm)	L <sub>total</sub> (cm)	L <sub>focus</sub> (cm)
1)	drft	4.80	4.80	
2)	enzl	0.00	4.80	6.061
3)	drft	4.80	9.60	
4)	drft	5.00	15.60	
5)	enzl	0.00	15.60	25.000
6)	drft	5.00	19.60	
7)	drft	4.04	23.64	
8)	edge	0.00	23.64	40.65
9)	bend	16.37	40.01	41.841
10)	edge	0.00	40.01	40.65
11)	drft	4.04	44.05	
12)	drft	3.50	47.55	
13)	drft	4.00	51.55	
14)	drft	2.50	64.05	
15)	drft	0.00	74.05	
16)	enzl	0.00	74.05	82.10
17)	drft	20.4	94.45	
18)	enzl	0.00	94.45	27.10
19)	drft	3.60	98.05	
20)	drft	2.40	100.45	
21)	drft	6.80	107.25	
22)	drft	5.20	112.45	

bend : bending magnet (bending angle=22.5°, radius=41.68 cm)

drft : drift space

edge : edge focusing (edge angle=5.85°)

enzl : einzel lens

Table 5.2: ビームパラメーター

イオン源出口 水平・垂直共通	RFQ 入口 (計算値)		RFQ 入口 (設計値)	
	水平・垂直共通	水平方向	垂直方向	
$\alpha$	0	0.805	0.8049	0.8052
$\beta(\text{cm})$	0.987	16.515	16.513	16.537
$\gamma(\text{cm}^{-1})$	1.013	0.09979	0.09979	0.09967

$$\epsilon=1/30, \quad T=1\text{keV/u}, \quad B\rho=0.137082\text{T}\cdot\text{m}, \quad \beta\gamma=0.00146,$$

$$\epsilon_n=0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}, \quad \epsilon=409.5\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad} (1 \text{ keV/u})$$

E1、E2、E3、E4 はAINツェルレンズを示す。計算した LEBT 各位置での水平及び垂直のエミッタنسプロファイルはほとんど等しいので、図では水平方向のみを示す。以下に個々のレンズ電圧の適正化の手順を述べる。

1. E4 の適正電圧を RFQ 入口でのビームエミッタスと RFQ のアクセプタンスとの整合条件から決めた。
2. E1、E2 の電圧を E3 入口でのエミッタスのプロファイルを見ながら決定した。E1 の電圧を上げすぎるとビームのフィラメンテーションが大きくなるので、E1 の適正電圧は  $\epsilon = 1/30$  のイオンに対して 20 kV 程度にするのが良い。
3. E3、E4 の電圧を決定した。E4 の電圧が低く出来れば E4 のアベレーションが少ないので、RFQ アクセプタンスとの一致がよい。シミュレーションの結果 E4 のアベレーションを抑えるためには、E3 の適正電圧を大体 10 ~ 16 kV 程度に調整すれば良い事がわかった。また E1 で発生するフィラメンテーションを削り落とし RFQ 入射ビームを梢円に近づけるために E3 入口に口半径 15 mm 程度のビームコリメータを取り付けることにした。
4. 最後に全体の電圧を変えながら RFQ 入口でのエミッタスプロファイルを調整し、PARMTEQ でビームの透過効率が最大になるようにレンズの電圧の組み合わせを求めた。

PARMTEQ による計算の結果 RFQ 透過効率が 90% を越えるようなAINツェル電圧の組み合わせを表 5.3 に示す。図 5.4 は表 5.3 の 2 番目の電圧の組み合わせの時のビームシミュレーションの結果を示している。この時 LEBT でのビームの損失は 30% 程度であった。整合の取れたビーム ( $\epsilon_n = 0.6\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ ) に対する PARMTEQ による透過効率の計算値は 92.6% であるので、表 5.3 に示すように AINツェル電圧を設定すれば、入射ビームのアクセプタンスに対する整合は取れていることになる。

Table 5.3: RFQ 透過効率が 90%を越えるときのAINツェル電圧の組み合わせ

E1(kV)	E2(kV)	E3(kV)	E4(kV)	LEBT 透过効率 (%)	RFQ 透过効率 (%)
21	15	14	17	69.6	90.4
22	14	13	17	72.2	90.7

表の値は  $\epsilon=1/30$  における電圧であるので、異なる  $\epsilon$  のイオンを入射する場合には各レンズの電圧は表の値を  $30\epsilon$  で割った値になる。

RFQ 入口にはファラデーカップ(FC1)と、二つのスリットとその直後にある集電板によって構成されるエミッターンスマニターが取り付けてある。また、セバレーターとAINツェル3との間には軌道補正用の静電ステアラーが取り付けてあり、入射ビームの軸合わせが容易に行えるようになっている。

イオン源から出射されたビームのエミッターンスを RFQ 入口で設計値に合わせるために、E1 の直後、E3 の直前及び RFQ 入口側モニター・ボックス入口にコリメータが入っている。最初のコリメータは E1 で発生したビームのフィラメンテーションを削り入射エミッターンスを楕円形にする役割がある。2番目のコリメータは価数の異なる同一イオンの分離を行い、FC1 に余計な粒子が入るのを防ぐ役割を持つ。3番目のコリメータは設計値  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$  よりエミッターンスの大きいビームを落とす役割を持つ。これらのコリメータの直径はそれぞれ 20、27.5、30 mm である。

### 5.1.2 HEBT(High Energy Beam Transport)

HEBT は図 5.1 に示すように一組の四重極電磁石ダブレット(Q ダブルット)と運動量分析用偏向電磁石(BEND)によって構成されている。BEND は最大磁場 9 kG(400 A)、偏向角 45°、軌道半径 1.333 m の既存のものを用い、Q ダブルットは新たに製作した。Q ダブルット及び BEND の位置は、計算プログラム TRNSPRT1 によって決定した。TRNSPRT1 は核研徳田によって作られたビームの軌道計算プログラムである。以下に構成要素の配置の設計について述べる。

- まず Q ダブルット一組と 45° の BEND でビーム集束点での測定系の分解能  $x_H/\eta \frac{\Delta p}{p}$  を 10% 以下にする事が可能であるか検討する事にした。ここで  $x_H$  は設計値のエネルギーを持ったビームの水平方向の幅、 $\eta$  は分散関数、 $\frac{\Delta p}{p}$  は PARMTEQ で計算した運動量の広がりを示す。
- BEND 内の真空チャンバーは断面が上下士 2.25 cm、左右士 9.5 cm の長方形であるので、特に垂直方向のビームの広がりに気をつけながら軌道計算を行った。
- ビームは BEND を損失なく通過し、ビーム焦点で水平方向のビーム径は出来るだけ小さく、垂直方向のビーム径はビームパイプ径よりも小さくなるように設計した。

Q ダブレットは入口側からみて水平方向に対して発散、集束 (QD、QF) となるように励磁する。理由は QF、QD となるように励磁すると焦点での水平方向のビーム半径を小さくすることが難しく、また出来たとしても電磁石の磁場強度が非現実的な値になってしまうからである。

4. 実験室の広さの制限から、BEND 出口からビームの焦点までの距離を 2 m 前後にすることにした。この条件を満たすビームの QF 出口での  $\alpha, \beta$  の取り得る範囲を水平垂直両方向について求めた。垂直方向については、さらに BEND 内でのアパー・チャーパー ( $\pm 2.25$  cm) と焦点でのビーム半径の制限 ( $\pm 5$  cm) を満たすように、水平方向についてはビーム焦点でのビーム径が出来るだけ小さくなるように条件を加えた。一方、RFQ 出口から QD を通って QF までの輸送系は RFQ 出口での梢円パラメータから計算した QF 出口での  $\alpha, \beta$  が上で求めた範囲に入るように決められた。この時 Q ダブレットの磁場勾配は 1.5 kG/cm 以下、磁極長 20 cm、磁極間隔は 30 ~ 35 cm とした。

最終的なビーム輸送系の要素の配置と出射ビームのエンベロープを図 5.5 及び図 5.6 に示す。この時、ビーム集束点は BEND 出口より約 1.9 m 下流にあり、そこでの測定系のエネルギー分解能は、 $x_H/\eta_{\text{P}}^{\Delta P} = 0.102$  となった。Q ダブレットの磁場勾配は QD が 1.10 kG/cm、QF が 0.5 kG/cm となった。集束点にはビームスリットが置かれ、水平・垂直両方向のビームサイズ及びビームのエネルギー(運動量)スペクトルが測定出来るようになっている。

HEBT のビームモニターにはファラデーカップ、エミッタスモニター、ビームスリットがある。ファラデーカップとして、RFQ 出口に FC2 が、BEND 入口に FC3 及び輸送系末端に FC4 が取り付けである。透過効率の測定は FC3 で、エネルギースペクトルの測定は FC4 で行なった。エミッタスモニターは基本的には入射側と同じ構造をしている。エミッタスの測定分解能を上げるために二枚のスリットは 59.44 cm 離れており、前段のスリットは RFQ の出口の直後に、集電板付きの後段のスリットは Q ダブレットの中央にある。従って出射側エミッタス測定時には、四重極電磁石はどちらも励磁しない。

### 5.1.3 ビームモニター

現在 SCRFQ のビーム輸送系には、二組のエミッタスモニターと四基のファラデーカップ、一組のビームスリットが取り付けられている。これらのビームモニターの構造について簡単に述べる。

#### エミッタスモニター

一組のエミッタスモニターは、前段部と後段部に分けられる。前段部はビームを横切って移動するスリットで、後段部は同様のスリットとその直後に置かれた集電板によって構成されている。集電板には二つのスリットを通過したイオンのみが当たり、集電板での電流値と両スリットの位置関係から、ビームのエミッタスを測定する事が出来る。測

定された電流値は二次電子の影響を受けているが、各測定点でのビーム強度の比がわかれればエミッターンスの形は測定できるので、二次電子対策は特に行なわない。ちなみに二次電子の影響は、実験的測定によればピーク電流に対して2～3%以内である。なお前段部のみをスウェーブさせ、スリットを通過したビームをファラデーカップで受けければビームのプロファイルを測定することも出来る。RFQの入口側と出口側に各々一組のエミッターンスマニターを置くが、両者の構造は基本的に同じである。これを図5.7に示す。入射側のモニターは前段部と後段部が直結しているが、出射側ではエミッターンス $\varepsilon$ が  $61\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  と小さいので、精度良くエミッターンスを測定出来るように前段部と後段部は分離されている。後段部はQダブル렛の中央に置かれている。スリット板は厚さ3mmのステンレス板で、これにワイヤーカットによる幅0.5mmの二本のスリットが切られている。二本のスリットは、軸に対して±45°に切られているが、駆動軸が水平面に対して45°であるので、スリットは、水平または垂直となる。即ち一つの駆動機構で、水平垂直両方向のエミッターンスを測定することが出来る。二本のスリットの中心間の距離は、その位置でのビーム半径計算値の2.8倍にとってある。スリット板の駆動軸への設定精度は、駆動軸を垂直にした時上下方向に±0.15mm以下、左右方向に±0.6mm以下であった。この上下左右へのスリット板のズレはスリットの位置のズレに対応する。しかしトランシット等を用いてビーム軸上でのスリットの位置合わせを行なえば、このズレを補正することが出来る。また、スリットの角度に対する加工精度は、±0.1°であった。

テストスタンドに据え付けたモニタースリットのビーム軸に対する位置合わせは、ビーム軸に合わせたトランシット内の十字線上に各々のスリット板の水平または垂直スリットの中心を合わせることによって確認した。この時スリットのトランシットの十字線に対する回転も目視レベル(およそ0.1°)以下であることを確認した。この時の外部スケールの目盛りを同時に読んでおき、これを今後の測定基準とした。この目盛り数字は組立前に測定したスリットの寸法と図面の寸法から計算して求めた値と0.7mm以下で一致している。また、駆動軸に対するスリット板の回転、駆動軸のビーム軸に対する直角度は据え付け前の測定でそれぞれ±0.125°、±0.04°以下であった。

### エミッターンス測定システム

測定されたビームエミッターンスはエミッターンスマニターを構成している二枚のスリット板の後段部の位置でのエミッターンスである。モニターの制御はパーソナルコンピュータによって行なわれ、モーターの駆動命令はコンピューターからモーターコントローラーを経て、モータードライバーへ伝わる。集電板からの電流値はデジタルボルトメーターでデジタル信号に変換され、GP-IBインターフェースでコンピュータに送られ、データとして読み込まれる。駆動系の暴走を防ぐために、モニターの全ストロークの両端にはリミットスイッチが付けられており、これらの信号はモーターコントローラーに送られコンピューターで常に監視されていて、インターロックとして作用する。測定を行なうときは次のような手順で行なう。測定プログラムを走らせると、前後段のスリット板が共に上部リミットスイッチの位置まで持ち上がり、その状態で初期化される。そこからビーム軸までの距離、及びビーム軸からの測定範囲(半幅)を数値で入力し、各々のスリット板のエミッタ

ンス測定ステップ(0.1 mm 間隔で決定できる)、その他いくつかの実験パラメータをキーボードから入力すると自動的に測定が開始される。測定結果はリアルタイムで画面上に三次元表示される。これを図 5.8.a に示す。表示画面の座標原点は、ビーム軸上にとてあり、二つの座標軸はそれぞれ前段部と後段部のビーム軸からのスリット位置を示している。また山の高さはビームの強度を表わしている。ここでファラデーカップとエミッタースモニター後段部は同じ面内で動作するので、モニターの破損防止のためファラデーカップがビーム軸上にあるときはモニターのスリットを動かすことが出来ないように、リミットスイッチと電磁リレーで監視している。測定時間は 400 の測定点(20 点×20 点)に対して約 5 分である。測定終了後のデータのグラフィック表示には二種類の方法が選べる。一つはビーム強度を五段階に色分けし、二次元のカラー表示を行なうものである。これを図 5.8.b に示す。もう一つはビーム強度を山で示す 3 次元表示を行ない、最も高い山の最大値の、ある割合より高い山の境界線をドットで示すものである。これを図 5.8.c に示す。このドットで囲まれた橢円の面積がエミッタスについての情報を持っている。

### ファラデーカップ

ファラデーカップは、ビームの強度(電流値)を測定するもので、測定時にのみカップをビーム軸上に置き、通常は、ビームがカップに当たらないように、ストローク 75 mm のエアシリンダーによって上に持ち上げられている。ファラデーカップは図 5.1 に示すように RFQ 入口及び出口、Q ダブレット後方、ビーム輸送系末端に計 4 台取り付けられている。カップの口径はそこでのビームサイズの約 2 倍にとてある。

RFQ 入口と出口にあるファラデーカップは、同じものである。カップは内径 34 mm、深さ 17 mm、厚さ 3 mm のアルミ製である。これを図 5.9 に示す。また Q ダブレット後方のファラデーカップは、カップの内径が 50 mm と大きくなっているほかは上と同じ構造である。ビーム輸送系末端のファラデーカップは、ステンレス製ビームパイプに盲法兰をしたもので、内径 100 mm、深さは 300 mm である。直前にあるビームスリットに当たったビームによって発生する二次電子がカップに侵入するのを防ぐために、カップとスリットの間にバイアスリングが取り付けてある。

これらのファラデーカップには、カップの入口にアースリングとバイアスリングが付いている。ビームがカップの底に当たった時に発生する二次電子をカップから外へ出さないように、バイアスリングには負の電圧をかけておく。この電圧は高すぎても低すぎても良くない。電圧が高すぎるとリングとカップの間の絶縁が壊れる恐れがあり、低すぎると二次電子がカップから出て行ってしまうため、正確な電流を測定することが出来ない(電流を実際よりも多く表示してしまうことになる)。

バイアス電圧を 0 V から徐々にかけていった時、二次電子がカップから出られなくなるため、ファラデーカップの電流値は急激に減少していく。さらに電圧をかけていくと、電圧を増やしても電流値はほぼ一定の値を示す。この時の電流値が実際のビーム電流である。バイアス電圧はこの電流値が一定である領域のうち、電圧が低めのところに設定した。実際には、カップにビームを当てたときのバイアス電圧とその時のビーム電流値の関係を、電圧が -500 V になるまで測定し、バイアス電圧を決定した。その結果 FC1 に

は-300 V、FC2、FC3、FC4 には-400 V の電圧をかけることにした。

#### ビームスリット

ビームスリットは、HEBT 終端のファラデーカップの直前に取り付けである。これを図 5.10 に示す。これは上下左右についている四枚のスリット板をビーム軸から外側に 50 mm、各々独立に動かすことが出来る。上下のスリット板と左右のスリット板は、軸方向に 9 mm 離して取り付けであるので、全部のスリットを効かすと、ビームは長方形の断面を持つことになる。また、四枚のスリットは、ビームパイプと絶縁しており、各スリットに当たったビーム電流を測定することもできる。但し、この時二次電子が大量に出るので、絶対値での測定は出来ない。スリットの設置個所はビームの集束点、即ち水平方向のビームサイズ ( $\sqrt{\beta\epsilon}$ ) が最も小さくなる点である。この位置でエネルギースペクトルの測定を行なえば、エネルギー分解能が最もよい状態で測定できる。このスリットは軸方向に ± 80 mm 動かす事が出来るように設計されている。

#### 5.1.4 真空系

テストスタンドの真空排気装置は、図 5.11 に示すように全部で三ヶ所に設置してある。LEBT にはイオン源からのガスを排気するために、排気速度 1500 l/s のターボ分子ポンプ (TMP1) が E3 の脇に 10 インチの L 形パイプで接続している。空洞の中間モジュールには空洞の主排気用に 6 インチの L 形パイプで排気速度 520 l/s のターボ分子ポンプ (TMP2) が接続されている。HEBT の主排気用には BEND 後方に 6 インチの L 形パイプで 520 l/s のターボ分子ポンプ (TMP3) が接続してある。各 TMP の直上にはバタフライバルブ (V1 ~ V3) がついており、ビーム輸送系及び空洞の真空を封じ切ることが出来る。空洞の入口側にはゲートバルブ (GV) が取り付けられており、LEBT と空洞を互いに独立に真空にすることが出来る。LEBT の真空計として TMP1 の引き口にペニンギングゲージ (PeG) が取りつけてある。空洞の中間モジュール上部には電離真空計 (IG1) が、TMP3 引き口の L 形パイプには HEBT の真空計としてイオングージ (IG2) が取り付けてある。これらの真空ポンプはすべて真空コントロールシステムによって制御されており、不意の停電や真空のリークなどが起きた場合にはすべてのバルブが閉じるようになっている。

空気度は空洞に高周波電力を供給しない時は LEBT で  $5 \times 10^{-7}$  Torr、空洞内は  $2 \times 10^{-6}$  Torr、HEBT で  $1.2 \times 10^{-6}$  Torr であり、窒素ビーム加速テスト時には LEBT で  $5 \times 10^{-6}$  Torr、空洞内で  $3 \times 10^{-6}$  Torr、HEBT は  $2.5 \times 10^{-6}$  Torr である。但し、加速するイオンの種類によって空気度は異なる。またマルチパクタリングレベルでは空洞内で  $10^{-5}$  台にまで空気が悪くなることもある。

空洞のエージング後に四重極型マスフィルターで空気度  $2.0 \times 10^{-6}$  Torr での空洞内の残留ガスを調べた。図 5.12 にあるように大きなピークが電荷あたりの質量数  $A/q(1/\epsilon)=17 \sim 18$  の所 (水分子) に現れ、その他  $A/q=2, 16, 28$  などにピークが現れた。ピークの振幅比から計算した空洞内の主な残留ガスの存在比を表 5.1 に示す。

表から分かるように、90 年に測定した残留ガスの存在比と 91 年に測定したものでは、存

Table 5.4: 四重極型マスフィルターで測定した無負荷空洞内の残留ガスの存在比

$A/q$	90.8.22 測定値 (%)	91.6.10 測定値 (%)	IONS
2	2.3	2.9	$\text{H}_2^+$
14	$\leq 0.1$	2.2	$\text{N}^+, \text{N}_2^{++}$
16	2.1	2.2	$\text{O}^+, \text{CH}_4^+, \text{O}_2^{++}$
17	20.5	15.9	$\text{OH}^+$
18	71.7	56.5	$\text{H}_2\text{O}^+$
28	2.2	16.7	$\text{N}_2^+, \text{CO}^+$
32	$\leq 0.1$	3.6	$\text{O}_2^+$
44	0.6	$\leq 0.1$	$\text{CO}_2^+$
全圧	$2.0 \times 10^{-6}$	$2.2 \times 10^{-6}$	

在比や、残留イオンの種類がやや異なっている。 $A/q=17,18$  のイオンの存在比の減少はエージングによるもので、 $A/q=28,32$  のイオンの増加は、加速テストで用いた窒素ガスが空洞内に残留しているためであると考えている。空洞内の残留ガスの組成では水分子が多く、残留ガスの約 6 割を占めている。真密度は、90 年の測定では  $2 \times 10^{-6}$  Torr、91 年の測定時は  $2.2 \times 10^{-6}$  Torr であり、これらの測定はいずれも無負荷の状態で行なわれた。

## 5.2 予備テスト

以下のことを確かめるために本実験を行なう前に予備テストを行なった。

1. LEBT が設計通りに作られているか。入射ビームの整合はとれるか。
2. HEBT は設計通りに作られているか。エネルギースペクトルは正しく測定できるか。
3. ビームモニターは正確に稼働して正しい測定値を示すか。

予備テストの結果ビーム輸送系及びビームモニターなどの周辺機器はほぼ設計通りに出来ていることが分かった。以下に入射ビームの整合、ビームエネルギー測定、ビームサイズ測定について述べる。

### 5.2.1 ビームの整合

入射ビームのエミッタスと RFQ のアクセプタスとの整合を行う前に、まずビームの軸出しを行った。これは  $22.5^\circ$  のイオンセパレータの中心軌道を通るビームを RFQ の中心に通すために、コイル電流と Y-ステアラーの電圧を決定するため行った。パワー

を入れていない RFQ(RFQ を長さ 2 m のコリメータと考える)を通った加速されていないビームを、セパレータのコイル電流値および Y-ステアラーの電圧のみを変化させて、FC2 でビーム電流値を測定した。FC2 での電流値が最大の時にビーム中心がビーム軸上にあるとして、その時のコイル電流値および Y-ステアラー電圧に固定してビームの整合を行った。この結果  $1 \text{ keV/u}$  の  $\text{N}^+$  では  $4.5 \text{ A}$ 、 $\text{Ne}^+$  では  $6.8 \text{ A}$ 、 $\text{N}_2^+$  では  $8.9 \text{ A}$  となった。またこの時 Y-ステアラーの電圧は  $0 \text{ V}$  であった。

入射ビームの整合は次のように行った。まずAINツェルレンズの電圧を TRACEP での計算値に設定し、入射ビームのエミッタンスを測定したところ、計算値よりビーム径が小さいビームであったので、E2 の電圧を下げる、ビーム径を E3 の入り口にある口半径  $13.8 \text{ mm}$  のスリットいっぱいに大きくした。また、入射エミッタンスの傾き(集束力)の調整を E4 によって行い、これら 2 つのレンズでビームを集束しきれないときに E3 を使用することにした。最終的なレンズパラメータは粒子の透過効率が最大となる所に決定した。

### 5.2.2 ビームエネルギー測定

SCRFQ で加速されたビームのエネルギーを次のようにして測定した。まず出射側ビーム輸送系に設置してある Q ダブレットを励磁せずに、偏向電磁石の電流を、 $0 \sim 300 \text{ A}$  までスウェーブさせ、ビームスペクトルを FC4 で測定した。このスペクトルの測定結果より、加速されたイオンの種類及び価数を特定し、各加速イオンの荷電数対質量数比  $\epsilon$  に合わせて Q ダブレットの磁場を励磁して各イオンのビームスペクトルを測定した。これらのビームスペクトルの半値幅の中心での偏向電磁石の電流値に相当するエネルギーを偏向電磁石の励磁曲線から計算した。これをイオンの出射ビームエネルギーとした。窒素を加速した時のビームスペクトルとエネルギーを図 5.13 に示す。図のスペクトル測定時にはイオンセパレータ及びコリメータを取り付けてなかったので、 $\epsilon$  が  $1/18$  のイオン(核種は不明)や二価の窒素イオン等も加速されているが、セパレータ取付後に入射ビームスペクトルを測定したところ、これらのイオンはほとんど無くなっていた。図に示したように、SCRFQ で加速された一価及び二価の窒素イオンのエネルギーは設計値  $45.4 \text{ keV/u}$  に近く、この SCRFQ は設計通り加速していることを確認した。但し図中の  $\epsilon$  が  $1/18$  のイオン及び二価の窒素イオンについては一つのスペクトルのピークに幾つかの  $\epsilon$  のイオンが混合している可能性がある。従って図中のエネルギーは参考値を示している。また  $\text{Ne}^+$  の出射エネルギーを同様にして求めたところ  $45.5 \text{ keV/u}$  であった。

なお当初  $\epsilon$  が  $1/18$  のイオンは水であると思われていたが、水分子は残留ガスとして空腔内などに存在はしているが、イオン源から  $\text{H}_2\text{O}^+$  ビームとして引き出される可能性はほとんど無いということである [46]。

### 5.2.3 エネルギー分析系の集束点でのビームサイズ測定

$N_2^+$ ビームを使って、ビーム集束点での水平、及び垂直方向のビームサイズの測定を行なった。この時、Qダブレットの電流値は設計値に合わせておいた。ビームサイズの測定は、集束点に設けたビームスリットを用いて水平及び垂直方向について行なった。測定の結果垂直方向のビームサイズは土 25 mm 以上土 30 mm 以下であり、水平方向のビームサイズは全幅で 65 mm であった。計算プログラム TRNSPRT1 による軌道計算の結果、集束点での垂直方向のビームサイズの計算値は半幅で 28 mm、水平方向の計算値は半幅で 32.8 mm である。このとき計算ではビームの運動量の広がり  $\Delta P/P$  の半幅として PARMTEQ での計算値 0.017 を用いている。測定結果は水平垂直両方向について計算値とほぼ一致していることが分かる。

また、水平方向のビーム密度は水平スリットを片方ずつ移動させた時のビーム電流を測定しこれを微分することで得られる。この結果からビームは水平方向に左右対称ではなく、ビームの中心に対して左側、即ち低エネルギー側に偏っている非対称ビームであることが分かった。これはビームのエネルギースペクトルに対応するものであり、ヴェイン間電圧によって変化する。これを図 5.14 に示す。

## 5.3 ビーム加速テスト及びその評価

ビーム加速テストは以下の項目を評価する目的で行なわれる。

1. 設計通りの加速性能が得られているか。
2. 測定結果を PARMTEQ によるビームシミュレーションで説明できるか。
3. 二次元ヴェインの影響。
4. 高デューティー運転、加速性能への結合リングの影響。

加速テストではイオンの荷電数対質量数比とガスの取り扱い易さを考慮して窒素とネオングスを用いることにした。また測定は、入射及び出射ビームエミッタス、透過効率、エネルギースペクトルについて行なった。以下に測定結果及び評価について述べる。

### 5.3.1 エミッタスの測定

ビームの整合を取った時の  $N^+$ ビームの入射エミッタス及び規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  を 1.0, 1.28, 1.6, 2.08 とした時の出射エミッタスを測定した。測定結果を PARMTEQ での計算結果とあわせて図 5.15(a) に、また Modified PARMTEQ での計算結果とあわせて図 5.15(b) に示す。Modified PARMTEQ とはヴェインの二次元加工の影響を考慮した計算コードであり、詳細については透過効率の測定の項で述べる。これらの図で左の 2 列が測定結果であり右の 2 列が計算結果である。計算時の入射エミッタスの形は測定結果の

形と等しくとってあり、これを右図の最上段に示す。また規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  とは、実際のヴェイン間電圧を設計ヴェイン間電圧（荷電数対質量数比 1/30 のイオンに対して 109.3 kV）で割ったものである。測定されたエミッターンスの形は左図中の線分で示してある。入射側エミッターンスは、RFQ 入口より 6.7 cm 上流で測定したものを RFQ 入口でのものに再計算したものであり、図中の楕円は RFQ と整合の取れた規格化エミッターンス  $\epsilon_n = 0.6 \pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  の入射ビームエミッターンスの形を示す。測定結果は電流強度のピーク値の 5%以上の範囲（しきい値 5%）を細線で、10%以上の範囲を太線で示す。入射ビーム電流値は平均  $0.5 \mu\text{A}$ 、ビームデューティーは 1.5%（パルス幅  $300\mu\text{s}$ , 繰り返し  $50\text{Hz}$ ）であった。なおイオン源の引出電極に  $-6 \sim -10 \text{ kV}$  程度の負電圧を掛けるとイオン源は安定に保たれ、ビーム電流値も増える。

出射側エミッターンスの測定結果は、RFQ 出口より 71.3 cm 下流で測定したビームエミッターンスを RFQ 出口でのものに再計算したものである。 $V_n=1.0$  の時の図に示した楕円は、整合の取れた  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  のビームを入射したときの出射エミッターンスの計算値である。図 5.15(a) の図中の点は PARMTEQ での計算結果を、図 5.15(b) の図中の点は Modified PARMTEQ による計算結果を示している。

また  $\text{Ne}^+$  ビームの入射エミッターンス及び規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  を 1.12, 1.34 とした時の出射エミッターンスの測定結果を図 5.16 に示す。図の左側は測定結果を、右側の上段は PARMTEQ、下段は Modified PARMTEQ による計算結果をそれぞれ示す。入射ビーム電流値は平均  $1.8 \mu\text{A}$  で、デューティーは 1.5%（パルス幅  $300\mu\text{s}$ , 繰り返し  $50\text{Hz}$ ）であった。図中の楕円は  $\text{N}^+$  の図で示したものと同じである。またしきい値を 5%として示した測定結果を図中の線分で示す。PARMTEQ 及び Modified PARMTEQ による計算の初期値は入射エミッターンスの測定結果に合わせた。

入射ビームの整合が取れていない場合は、測定した入射エミッターンスから楕円パラメータを求め直し、これを使って PARMTEQ で再計算を行う。透過効率の測定結果をこの時の計算結果と比較することによって評価を行なう。

今回の入射エミッターンス測定では外部雑音及び二次電子の影響を考慮して、しきい値をビーム強度の最大値に対して 5%としている。しきい値を 5%として得られた  $\text{N}^+$  入射エミッターンスの面積は、設計値である規格化エミッターンス  $0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  とほぼ等しいことがわかる。従って  $\text{N}^+$  の実際の入射エミッターンスは設計値よりも若干大きいことが考えられる。またネオンの場合 RFQ アクセプタンスとの整合もよく取れていなかったので、測定した入射エミッターンスからビームの楕円パラメータを求め、これを使って PARMTEQ 及び Modified PARMTEQ での計算を行った。PARMTEQ と Modified PARMTEQ によるエミッターンス計算結果を比べてみると、水平・垂直両方向について両者の結果に差異はほとんど見られなかった。また透過効率が最大になるように入射パラメータを合わせると、入射ビームの垂直方向のエミッターンスの傾きが約  $10 \text{ mrad}$  上へずれていることがわかった。理由は加速イオンの  $\epsilon$  に近い  $\epsilon$  を持つ余計なイオンがビームの中に混ざっているために、透過効率を上げるためにこれら近傍のイオンを LEBT のコリメータで落としてからビームを入射しなければならないからである。真空系の項で述べたように、空洞内のガス分析でも  $\text{N}_2^+$ 、 $\text{N}^+$  のピークの近傍には酸素によると思われる  $\epsilon=1/16$ 、 $1/32$  に相

当するピークが現れている。また入射ビームの質量分析を行なったところ、 $N^+$ 近傍には  $\epsilon=1/16 \sim 1/18$  に相当するピークが存在していることが分かった。これらの余計なイオンは現在の入射系では窒素イオンと分けることはできないので、ビームの透過効率を上げるために、イオンセパレータの磁場を設計値から僅かに変えてビームの中心軌道をビーム軸から外し、余計なイオンを途中のコリメータで削り落としてからビームを RFQ に入射することになる。この時ビームは中心軸から外れて入射される。このように軸をずらして入射を行なっても完全に余計なイオンを取り除くことは出来ない。

一方、入射エミッタスの測定結果が TRACEP によるシミュレーション計算によって再現できるかどうか調べた。実験的に決めたAINツェルのパラメータを使って TRACEP で計算した RFQ 入口での  $N^+$  入射エミッタスを図 5.17 に、 $Ne^+$  の場合の計算結果を図 5.18 にそれぞれ点で示す。またしきい値を 5%としたときのエミッタス測定結果を図の実線で示す。エミッタスの計算結果が測定結果よりも小さいが、これは以下の理由によるものと考えられる。

1. 計算ではイオン源から出たビームの初期条件は  $\alpha = 0$  であるとした。
2. 計算ではイオン源から出射されるビームの規格化エミッタスは  $0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  であるとした。
3. ビーム軌道のずれによるエミッタスの増大。

図 2 に示したイオン源を用いると、イオン源から出たビームの初期条件が  $\alpha = 0$  であればビームエミッタスが規格化エミッタス  $0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  よりも大きくなることは考えられない。この理由を以下に述べる。図 5.19 にイオン源から引き出された  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  であるビームの包絡線の例を示す。この時出射ビームの傾きの最大値は 200 mrad である。ここで  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  以上のビームがイオン源から出射されているならば出射ビームの傾きの最大値は 200 mrad 以上になる。しかし図から分かるようにイオン源の構造上ビームの傾きが 200 mrad 以上のものはビームの縁がメガホン状の引出電極にぶつかってしまうために、ビームが削られてしまう。従って引出孔の径を変えない限り  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  以上のビームが出ていても、AINツェル 1 に入る時点で  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$  となってしまう。さらに、今回のビームエミッタスは AINツェル 1 の出口にある、口半径 10 mm のコリメータによって規定されているという理由により、その可能性はほとんどないといえる。

また、垂直方向の入射ビームの傾きのずれによる、測定された垂直方向の出射ビームエミッタスの形状は計算値と良く一致したが、水平方向の出射ビームエミッタスの非対称性の理由は今のところ良くわかっていない。

### 5.3.2 エネルギースペクトルの測定

規格化ヴェイン間電圧  $Vn=0.96 \sim 2.08(49.0 \sim 106.1 \text{ kV})$  の範囲で  $N^+$  のエネルギースペクトルを測定した。この時偏向電磁石の集束点に置かれたビームスリットの幅は  $\pm 3$

mm に設定された。この値は運動量分散を考えない時のビームサイズと同じ幅である。結果を図 5.20 に示す。 $\text{Ne}^+$  のエネルギースペクトルを  $V_n = 0.90 \sim 1.46$  (65.3 ~ 106.1 kV) の範囲で測定した結果を図 5.21 に示す。測定したエネルギースペクトルと計算値を比較してみると、PARMTEQ、Modified PARMTEQ のどちらとも高いヴェイン間電圧の時のスペクトルの微細構造は一致しなかったが、スペクトルの全幅では計算値と一致した。なおエネルギースペクトルの全幅は PARMTEQ と Modified PARMTEQ でほとんど同じであった。図中の点線は出射ビームエネルギーの設計値 (45.4 keV/u) を示している。

### 5.3.3 透過効率の測定

$1 \text{keV/u}$  の  $\text{N}_2^+$  を  $V_n = 0.8 \sim 1.1$  (81.6 ~ 112.2 kV) の範囲でヴェイン間電圧を変えて RFQ で加速した時の透過効率 (FC3/FC1) を図 5.22 の黒丸で示し、 $\text{N}^+$  を  $V_n = 0.8 \sim 2.1$  (40.8 ~ 107.1 kV) の範囲で加速した時の透過効率を同図の白丸で示す。この 2 つの測定データは立ち上がりの部分からほとんど一致していることが分かる。また、PARMTEQ での計算結果を実線で示す。縦軸は透過効率を、横軸は規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  を示している。同様に  $\text{Ne}^+$  を  $V_n = 0.8 \sim 1.5$  (58.3 ~ 109.3 kV) の範囲で加速した時の透過効率を図 5.23 に白丸で示し、PARMTEQ での計算結果を実線で示す。実験データは計算値に比べて、立ち上がりの部分が鈍くなっているのが分かる。また、二次元加工を考慮にいれた Modified PARMTEQ で計算された透過効率を図 5.22、5.23 の点線で示す。Modified PARMTEQ については以下に詳しく述べる。

窒素ビームの透過効率の測定値は、PARMTEQ での計算値に比べて、立ち上がりの部分が鈍く、透過効率が飽和して最大値になるヴェイン間電圧は、計算値よりかなり高くなっているのが分かる。また、FC3 で得られた各イオンの透過効率の最大値は計算値の 90 % 程度であった。

透過効率から RFQ の加速性能を評価する場合以下の項目のことを考慮に入れて解析を行なう必要がある。以下にそれぞれの場合について述べる。

#### 1. 入射ビームの整合。

入射ビームの整合については上で議論したが、測定値から精円パラメータ及びエミッターンスを計算して、これを初期条件として PARMTEQ で計算を行えば得られる透過効率から、入射ビームの不整合による透過効率への影響を無くすことが出来る。

#### 2. HEBT でのビーム損失。

透過効率を測定する場合には、HEBT でのビーム損失を無くす必要があるので、FC3 を使うことにした。TRNSPRT1 を使って軌道計算を行った結果、RFQ ~ FC3 でのビームの損失は PARMTEQ で得られた理想的な RFQ 出射エミッターンス内の粒子に関しては無いことがわかった。実際の RFQ 出射エミッターンスも測定の結果 PARMTEQ での計算値より大きいものはなかったので、ビームの損失は全く無いものと思われる。

### 3. 透過効率の最大値。

透過効率の最大値は  $N_2^+$  で 70%、 $N^+$  で 90%、 $Ne^+$  で 80% であった。ここで  $N_2^+$  についてはヴェイン間電圧が足りないために透過効率の最大値が低いものである。 $N^+$  や  $Ne^+$  ではヴェイン間電圧は最大透過効率を得るのに充分なものであった。しかし  $N^+$  の最大透過効率はおよそ 90% で、 $Ne^+$  のそれはさらに 10% 程度低い値にとどまった。この理由を以下に述べる。 $N^+$  の最大透過効率の低下はビームの整合の項及びビームエネルギー測定の項で述べたように  $N^+$  が  $O^+$  等の余計なイオンと十分に分離出来ないことが原因であると考えている。一方  $Ne^+$  を用いる場合はイオン源を安定にするためにガス流量を多くしなければならない。LEBT のイオンセパレータを使ってイオンビームの分析を行なったところ、ガスの流量が多いほどが 1 と  $1/18$  のピークが大きくなることが分かった。 $1/18$  のイオン（核種不明）がなぜ入射ビームに混ざってしまうのか原因不明である。

### 4. 測定値への非加速イオンの混入。

透過効率の計算値は加速された粒子に対するものである。規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  を 1.0 より下げていったとき、透過効率は縦方向の運動の不安定性のために、急激に 0 に近づいていくが、これは加速粒子の数が 0 に近づいていることを意味し、加速されていない粒子を含んだ RFQ 透過粒子の数は横方向の運動が不安定にならない限り 0 に近づかない。従って、透過効率が非常に少ないとろでは、RFQ を透過してくる非加速粒子の取扱いを考慮に入れなくてはならない。加速ビームの電流を偏向電磁石を含んだ系で測定した場合、偏向電磁石を透過できるのは加速粒子だけなので、測定された透過効率に対して非加速粒子のことを考慮する必要はなくなる。ビーム電流は偏向電磁石直前にある FC3 で測定する場合損失はほとんど無いが、ビーム軸付近にいる非加速粒子が FC3 に入ってくる可能性がある。この割合を PARMTEQ とビーム軌道計算プログラムを使って計算した。その結果規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  が 1 より大きい場合には非加速粒子が FC3 に入ってくる割合はほとんど 0 である。しかし規格化ヴェイン間電圧が 0.8 ~ 0.9 と低く、加速粒子が少ないとにはその割合は大きくなることが分かった。この補正を加えた窒素の透過効率曲線を図 5.24 に示す。非加速粒子を取り除くことによって Modified PARMTEQ による計算結果に非常に近くなった。

### 5. 加速イオンと残留ガスとの衝突による加速イオンの減少。

5.3 で述べたように空洞内には水や窒素などの残留ガスが多く残っている。これらの残留ガスと入射ビームとの衝突による透過効率の減少についてここで示す。ビーム経路に沿った長さを  $s$ 、イオンの個数を  $N$ 、荷電変換の断面積を  $\sigma$ 、残留ガスの密度を  $n$  とすると  $N$  の変化を記述する方程式は、

$$\frac{dN}{ds} = -n\sigma N \quad (5.1)$$

となる。 $s = 0$  での  $N$  の値を  $N_0$  とすると、距離  $L$  の間に粒子の荷電変換が起こる割合は、上式を積分することで得られる。

$$\frac{N}{N_0} = \exp \left( - \int_0^L n \sigma ds \right) \quad (5.2)$$

$n$  と  $\sigma$  が共に定数であれば、

$$\frac{N}{N_0} = \exp(-n\sigma L) \quad (5.3)$$

である。今回の加速テストでは加速イオンビームとして窒素 ( $N_2^+, N^+$ ) とネオン ( $Ne^+$ ) を用いた。また空洞内の残留ガスとして窒素と水があるので、それぞれの場合の荷電変換の断面積が分かっていなければ正確な評価は出来ないが、実験的に荷電変換の断面積が求められている場合は非常に少なく、今回は  $N^+$  ビームと  $N_2$  残留ガス、及び  $Ne^+$  ビームと  $N_2$  残留ガスとの荷電変換の断面積についてのみ評価を行なうものとする。

この RFQ で加速するビームのエネルギー領域では入射イオンが中性化する反応が最も支配的である。 $Ne^+$  イオンの荷電変換の断面積  $\sigma_{ij}$  ( $i$  価のイオンが  $j$  価に変化する断面積) の実験値を図 5.25 に示す。この図を用いて上式の計算を行ない透過効率に対する影響を調べてみると、真密度  $5 \times 10^{-6}$  Torr で空洞内でも HEBT でも ±1.5% 程度であった。加速テスト中の空洞内及び HEBT での真密度は  $3 \sim 4 \times 10^{-6}$  Torr であるので実際に荷電変換があっても無視できる程度の量である。ただしここでは、可能性が非常に少ないと思われる多重散乱については考慮していない。

## 6. ヴェインの二次元加工の影響。

我々の SCRFQ ではヴェイン先端の横方向(断面)の曲率半径が  $r_0=0.946$  cm の一定値になるように二次元加工を施した。このように加工すると、軸方向の電場強度が、Kapchinskij-Teplyakov(K-T) の三項電位関数から導かれる電場強度 (PARMTEQ ではこの式を用いている。) よりも小さくなる。この度合は、ヴェインのモジュレーションが小さくセルが短い所、即ちビームをパンチングする段階で大きい。従って、ビームをパンチする所でセパラトリクスが小さくなり、その結果捕獲効率が下がっていると考えることが出来る。そこで、PARMTEQ の計算に用いている電位関数の値をヴェインを二次元加工した場合の電位関数に置き換えることを考えてみる。但しこの場合電位関数は多次の項で表わされることになるが、簡単のため軸方向の運動に大きく寄与する項の係数を比較してみることにする。

RFQ ビームアーチャー内の電位関数は付録 A で示した通り、

$$U = \frac{V_0}{2} \left( \sum_{m=0}^{\infty} A_{0m} r^{2m} \cos 2m\psi + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{nm} I_{2m}(nkr) \cos 2m\psi \cos nkz \right) \\ = \frac{V_0}{2} (A_{00} + A_{01} r^2 \cos 2\psi + \dots + A_{10} I_0(kr) \cos kz + \dots) \quad (5.4)$$

と表わせる。 $m, n$  は  $A_{00}$  を除き  $m$  が偶数(奇数)の時  $n$  は奇数(偶数)となるような組合せで選ばれる。PARMTEQ では次式で表わされるような三項電位関数から導かれる電場が使われている。

$$U = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + X \left( \frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\psi + A I_0(kr) \cos kz \right] \quad (5.5)$$

ヴェインの加工はその表面が  $U = const.$  で与えられる等電位面に一致するように行なわれるのが理想的である。しかし実際のヴェインではその表面が等電位面に一致するようには加工されていないので、実際に作られる電場は  $U$  から導かれる電場に一致しない。この不一致はヴェインを二次元加工した時に大きくなる。よって実際に作られる電場を記述するには電位関数として高次の項まで展開したものを用いてはならない。電位関数を高次の項まで展開したときでも軸方向の運動に大きく寄与するのは、 $A_{10}$  の項である。

Crandall は三次元プログラム CHARGE3-D を用いていくつかのヴェイン形状について  $A_{01}, A_{10}, A_{12}, A_{03}$  等と変調ヴェインの field enhancement factor  $\kappa$  を計算し、その結果を表で与えている [47]。また Staples は、Crandall の表から任意のモジュレーションとセル長に対して、 $A_{10}/A$  を求めるプログラムを作った [48]。これを MOD12 と呼び、 $A_{10}/A$  の値を求める他に、 $A_{10} = A$  となるように、 $a, m$  の値を補正し、補正後の  $a, m, \kappa, \rho$  の値を出力する。MOD12 で求めた各セルにおける  $A_{10}/A$  の値を図 5.26 に示す。図には同期位相も示す。図から  $-90^\circ < \varphi_s < -60^\circ$  つまりビームの捕獲とパンチングを行なう過程で  $A_{10}/A < 0.7$  となっており、また加速セクションでは  $A_{10}/A \geq 1$  となっていることが分かる。

このことは次のようにして考えることが出来る。三次元でヴェインを加工する場合、垂直ヴェインの  $x-y$  断面形状の曲率半径  $\rho_t$  は付録 E の (E.35) で、水平ヴェインのそれは (E.39) でそれぞれ表わされる。セル入口 ( $z = 0$ ) では水平ヴェインのビーム軸からの距離は  $a$ 、垂直ヴェインのそれは  $ma$  であり、セル出口 ( $z = \beta_s \lambda/2$ ) では水平ヴェインのビーム軸からの距離は  $ma$ 、垂直ヴェインのそれは  $a$  である。ビームアーチャー内で電場の軸方向成分が最も強い場所は、セル入口の水平ヴェインとセル出口の垂直ヴェインの間と考えるのが適当である。ビームアーチャー内ではセル長が短いほど、 $\rho_t$  が大きいほど電場の軸方向成分は大きくなる。ここでパンチングセクションと加速セクションの 2 つのセクションでの電場の軸方向成分について考える。パンチングセクションでは、加速セクションよりも  $m$  は小さいので (E.35)、(E.39) より、図 5.28 の右図のようにセル入口では垂直ヴェインの  $\rho_t$  は小さくなり、軸方向の電場強度に関係する水平ヴェインの  $\rho_t$  は大きくなることが分かる。またセル長も加速セクションと比べて短い。一方、加速セクションではパンチングセクションと比べて  $m$  が大きいので、図 5.28 の右図のようにセル入口では垂直ヴェインの  $\rho_t$  は大きくなり、水平ヴェインの  $\rho_t$  は小さくなることが分かる。ここで三次元加工と二次元加工での軸方向の電場強度を比べてみると、パンチングセクションでは三次元加工の  $\rho_t$  と比べて二次元加工の  $\rho_t = r_0$  は、垂直ヴェインで大きく、水平ヴェインで小さくなる。また加速セクションでは三次元加工の  $\rho_t$  と比べて二次元加工の  $\rho_t$  は、垂直ヴェインで小さく、水平ヴェインで大きくなる。従って二次元加工時のビームアーチャー内の軸方向の電場強度はパンチングセクションでは三次元加工の時よりも小さくなり、加速セクションでは三次元加工の時よりも大きくなる。

セパラトリクスの高さは  $A_{10}$  に比例するから  $A_{10}/A$  が小さいパンチングセクションではビームの捕獲に大きな影響が現れることが予想できる。またセパラトリクスの面積について調べてみると  $A_{10}/A = 1$  のときはビームのパンチングが行なわれている過程ではセパラトリクスの面積がほぼ一定に保たれているのに対し、 $A_{10}/A < 1$  の時は面積が単調に減少し、ついには数セルにわたり 0 になるところが現れることができた。この様子を図 5.29 に示す。これは  $A_{10}/A < 1$  の時の同期位相  $\varphi_s$  が数セルにわたって  $0^\circ$  を越えるために起きる。これを以下に示す。 $A_{10}/A = 1$  のときの一セル当たりの運動エネルギーの増加は第 2 章で示したように、

$$\Delta W = \frac{\pi}{4} \epsilon e A V_0 \cos \varphi_s \quad (5.6)$$

となる。 $A_{10}/A < 1$  のとき、上式に対応する式を次のように書く。

$$\Delta W' = \frac{\pi}{4} \epsilon e A_{10} V'_0 \cos \varphi'_s \quad (5.7)$$

$\Delta W = \Delta W'$  であれば rf 加速の同期条件が満たされる。 $V_0 = V'_0$  とすると、同期条件は、

$$\varphi'_s = \cos^{-1} \left( \frac{A}{A_{10}} \cos \varphi_s \right) \quad (5.8)$$

と表わせる。この  $\varphi'_s$  を  $A_{10}/A < 1$  のときの同期位相と定義する。但し、 $-90^\circ < \varphi'_s < 0^\circ$  であるとする。上式右辺で  $A/A_{10} \cos \varphi_s > 1$  となる場合には  $\varphi'_s$  は虚数となりシンクロトロン振動の安定性は失われる。

この RFQ では  $\varphi_s$  と  $A_{10}/A$  は図 5.26 のように、 $\varphi_s$  と  $\varphi'_s$  は図 5.27 のようになっている。第 103 セルから 107 セルまで  $\varphi'_s$  は虚数である。 $\varphi'_s$  が実数と虚数の境界にあるとき ( $\varphi'_s = 0$ ) はセパラトリクスの高さを与える式 (2.41) より  $\Delta W = 0$  となり、セパラトリクスが消滅することが分かる。

また MOD12 で得られた  $A_{10}/A$  の計算結果を PARMTEQ で読み取り、計算したものを使い上 Modified PARMTEQ と呼び、得られた透過効率を図 5.22、5.23、5.24 の点線で示す。この図から実験結果は、PARMTEQ に  $A_{10}/A$  の補正を加えた計算結果により近いものとなっていることが分かる。

### 5.3.4 低エミッタスビームでの加速テスト

入射ビームエミッタスを  $0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  として行なわれた加速テストで、ヴェインの二次元加工による影響が透過効率に顕著に現れることが分かった。この理由は粒子をパンチングする過程でセパラトリクスが小さくなり、その結果捕獲効率が下がっていると解釈された。そこで低エミッタスビームを RFQ に軸上入射することによって、軸方向にのみ運動するようなビームを用いて二次元加工の影響を詳細に調べることにした。低エ

ミッタンスビームはイオン源の引出し電極の口径を小さくすることによって得ることが出来る。このためイオン源のビームホールの直径を 3 mm から 2 mm に、ビーム引出し孔の直径を 4 mm から 2.5 mm にそれぞれ変更した。さらにビーム半径を小さくするためにアインツェル 3 の入り口にあるコリメータの口半径は 10.5 mm とした。この結果エミッタスを約  $1/3$  ( $\epsilon_n = 0.2\pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$ ) に減らすことが出来た。加速イオンは最大ヴェイン間電圧と最大透過効率を考慮して  $N^+$  を用いる。

一方対向電極の背板間に取り付けてある結合リングを分割したことによる加速性能への影響について調べた。高電力試験の結果、高電力高デューティー運転時は結合リングが無い方が良いことが明らかになったので、結合リングの有無で加速性能に変化がなければ結合リングは不要なものとなる。

さらにビームを軸から外して入射した時のヴェイン間電圧に対する出射ビームの振動を調べ計算結果と一致することを確かめた。

なおエミッタスを小さくしたことによりビームの透過効率の最大値は 3%程度増加した。以下ビームテストの結果及び評価について述べる。

### ビームの整合とエミッタスの測定

測定に先立ち入射系の若干の改良を行なった。引出し電極とアインツェル 1 間で頻繁に放電が起こるようになったので、放電防止のために図 5.30 のようにイオン源とアインツェル 1 間に絶縁リングとアースリングを取り付けた。入射ビームの整合はまずアインツェルレンズ電圧を 5.4.5 の加速テスト時のパラメータに設定してからビームの透過効率が最大になるようにアインツェルレンズの電圧及びステアリング電圧の調整を行なった。

ビームの透過効率が最大となったときの  $N^+$  ビームの入射エミッタスの測定結果と、規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  を 1.0, 1.28, 1.6, 1.92 とした時の出射エミッタスの測定結果を図 5.31 の左図に示す。右側の図は初期値を入射エミッタスの測定値にあわせたときの Modified PARMTEQ での計算結果を示す。エミッタスの測定結果は左の図中の線分で示し、RFQ と整合のとれた  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  の入射エミッタスを楕円で示す。しきい値を 5%とした場合のエミッタスの測定結果を細線で、10%とした場合の結果を太線で示す。太線で示した範囲の面積は  $114\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  であり、これは規格化エミッタスで  $0.2\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  となる。計算時の初期値はこの太線の部分の楕円パラメータから求めた。測定結果の  $V_n=1.0$  の図に示した楕円は、RFQ と整合のとれた規格化エミッタス  $0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  の入射ビームについて PARMTEQ で計算した結果を示す。測定時の入射ビーム電流値は平均  $0.1\mu\text{A}$ 、デューティーは 3% (パルス幅  $300\mu\text{s}$ , 繰り返し  $100\text{Hz}$ ) であった。

出射エミッタスを示す図の右の 2 列の図中の点は実際の入射粒子の初期値からそれぞれの  $V_n$  について Modified PARMTEQ で計算した RFQ 出口での出射粒子のエミッタスを示している。この時測定結果と計算結果の比較はエミッタスの形の似ているものを選んで行なったため両者の間で  $V_n$  が若干異なっている。

結合リングを分割したときの  $N^+$  ビームの入射エミッタス及び規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  を 1.0, 1.28, 1.6, 1.92 とした時の出射エミッタスの測定結果及び Modified PARMTEQ

による計算結果を図 5.32 に示す。測定範囲および図中の楕円はリング分割前のテスト時と同じである。

今回の測定でも垂直方向の入射ビームがビーム軸からはずれた場合に透過効率の最大値を得た。理由については前節すでに述べたが、ビームを軸上に入射することが出来なかつたので、二次元加工による影響を  $0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  エミッタنسビームを使った実験以上に詳しく調べることは出来なかった。

結合リングがあるときと分割した時でビームの入射パラメータはほとんど一致していた。また図 5.31、図 5.32 からリングがある時と分割した時の入射及び出射エミッタスの変化は認められなかった。この結果から結合リングを分割してもビームアーチャー内の電場は変化しないことが確認された。

### ベータトロン振動の測定

ビームは RFQ 内でベータトロン振動をしながら加速される。ビームが同じ位相空間上に入射されるとき、ヴェイン間電圧を変えれば各セルでの位相の進みが変わるので出射ビームのエミッタスの形はビーム軸を中心として回転する。入射ビームがアクセプタンスいっぱいに整合されている時は、出射ビームのエミッタスの形からビーム軸を中心として回転する様子を見ることはできない。しかし低エミッタスビームをビーム軸から外して入射すれば、この回転の様子を見ることが出来る。このエミッタスの回転はヴェイン間電圧に対して非常に敏感なので、これを調べればビームの横方向の運動への二次元加工の影響を調べることが出来る。この振動の一周期を実験的に測定し Modified PARMTEQ での計算結果と比較した。出射ビームエミッタスの振動の測定結果を図 5.33 の左の図の実線で示す。この時結合リングは取り付けてある。また計算結果と測定結果との比較をエミッタスの形状に着目して行なったところ、規格化ヴェイン間電圧の計算結果が測定結果より 0.04(約 4% に相当する) 程度低かった。しかしこの程度の差異(モニター電圧で 0.2 V、ヴェイン間電圧で 1.6 kV) は、測定誤差に含まれてしまうので横方向の運動への二次元加工の影響はほとんど無いと言える。

### 透過効率の測定

測定した低エミッタスビームの透過効率を図 5.34 に示す。図中の白四角が今回測定した低エミッタスビームによる透過効率の測定結果である。黒丸は  $N_2^+$  白丸は  $N^+$  を示し、これらはエミッタスが大きいときの測定結果である(図 5.22 と同じもの)。これらの測定結果には非加速イオンに対する透過効率の補正がなされている。また点線は入射エミッタスを測定値に合わせて行なった PARMTEQ による計算結果であり、実線は Modified PARMTEQ の計算結果である。 $V_n$  は規格化ヴェイン間電圧を示す。図からエミッタスを小さくしたことによって透過効率が 2 ~ 3% 上がっていることが分かる。これはエミッタスを小さくするために径の小さいコリメータを E3 入口に入れたことにより入射イオンに近い  $\epsilon$  を持ったイオンとの分離がよくなつたためであると考えている。

また結合リングを分割したときの透過効率を図 5.35 に白丸で示す。図には結合リング

を付けたままで測定した透過効率も黒丸で示す。2つの測定結果の入射条件はほとんど等しい。これらの測定値には非加速イオンによる透過効率の補正がなされている。点線は入射エミッタنسを測定結果に合わせて行なった PARMTEQ による計算結果であり、実線は Modified PARMTEQ による計算結果である。この図からは結合リングの有無による透過効率の変化があるようにも読み取れるが、測定条件の違い（リングを分割すると運転周波数が約 40 kHz 下がる）と測定誤差を考慮すると結合リングの有無による透過効率の変化はほとんど無いといえる。

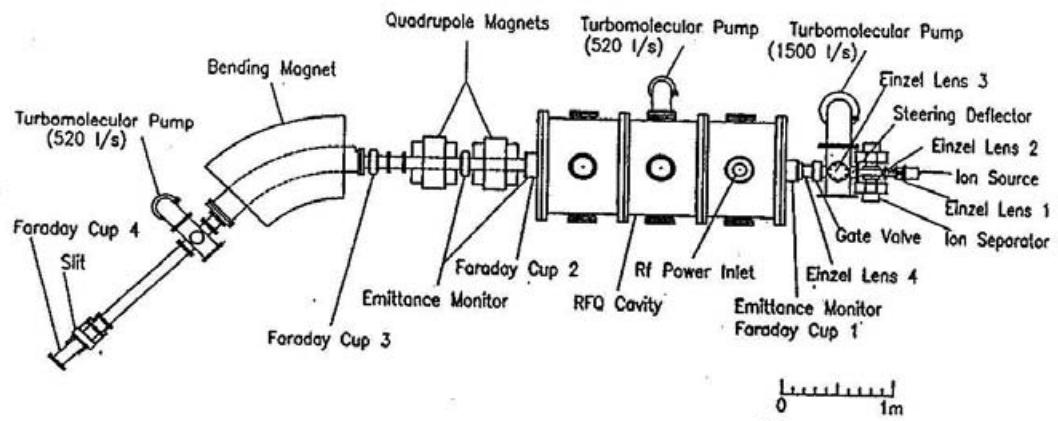


図 5.1 SCRFQ 加速テストスタンド全景。

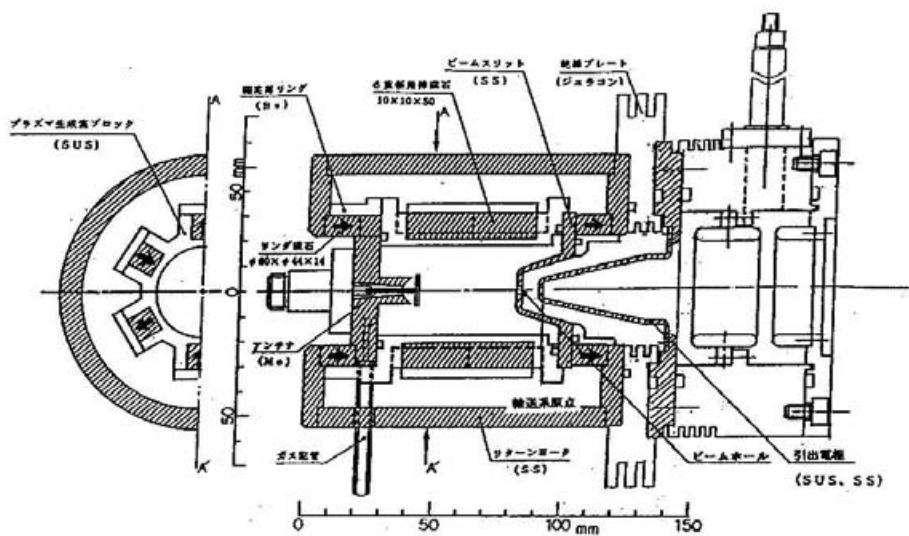


図 5.2 加速テストに用いたイオン源とAINツェル 1 の断面図。ビーム輸送系の原点は引出孔出口にとる。

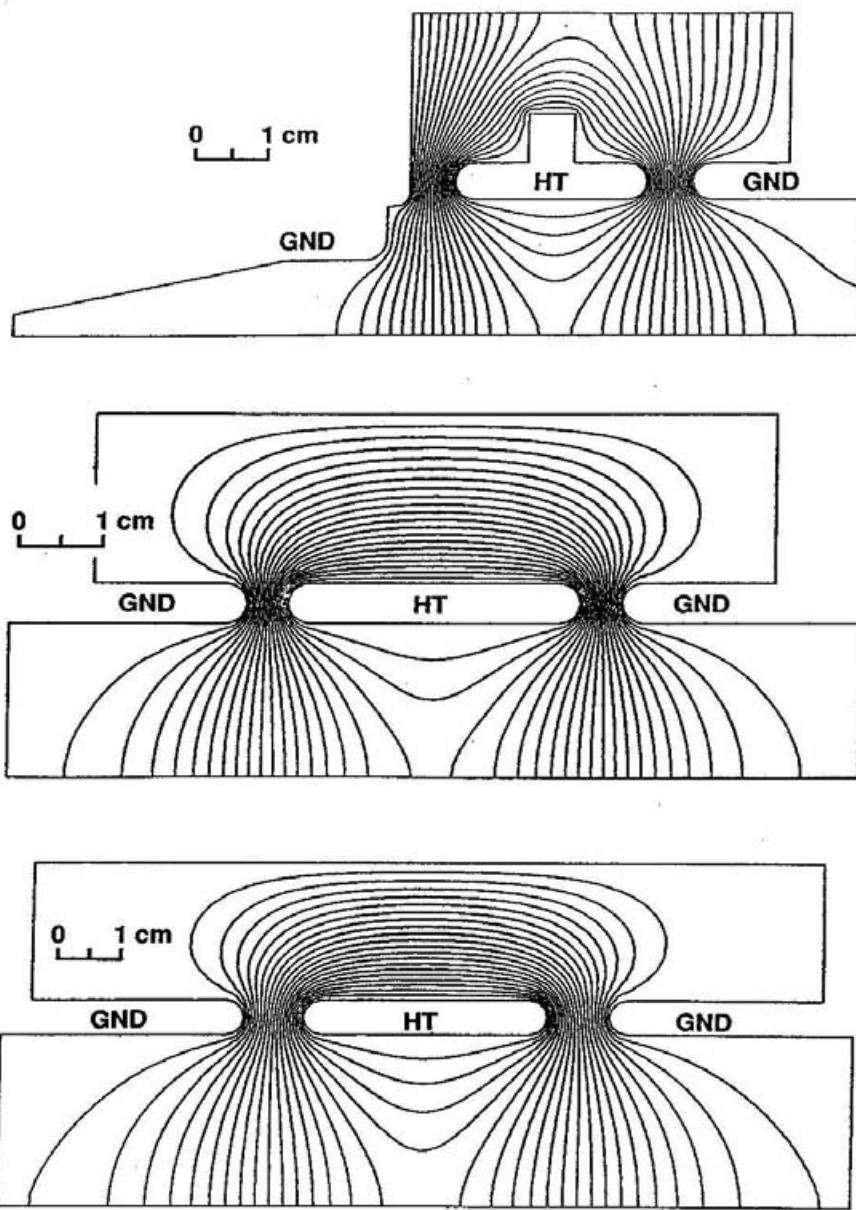


図 5.3 各インツェルレンズでの電場分布。計算は SUPERFISH で行なった。

- 上:インツェルレンズ 1 内での電場分布。
- 中:インツェルレンズ 2 内での電場分布。
- 下:インツェルレンズ 3、4 内での電場分布。

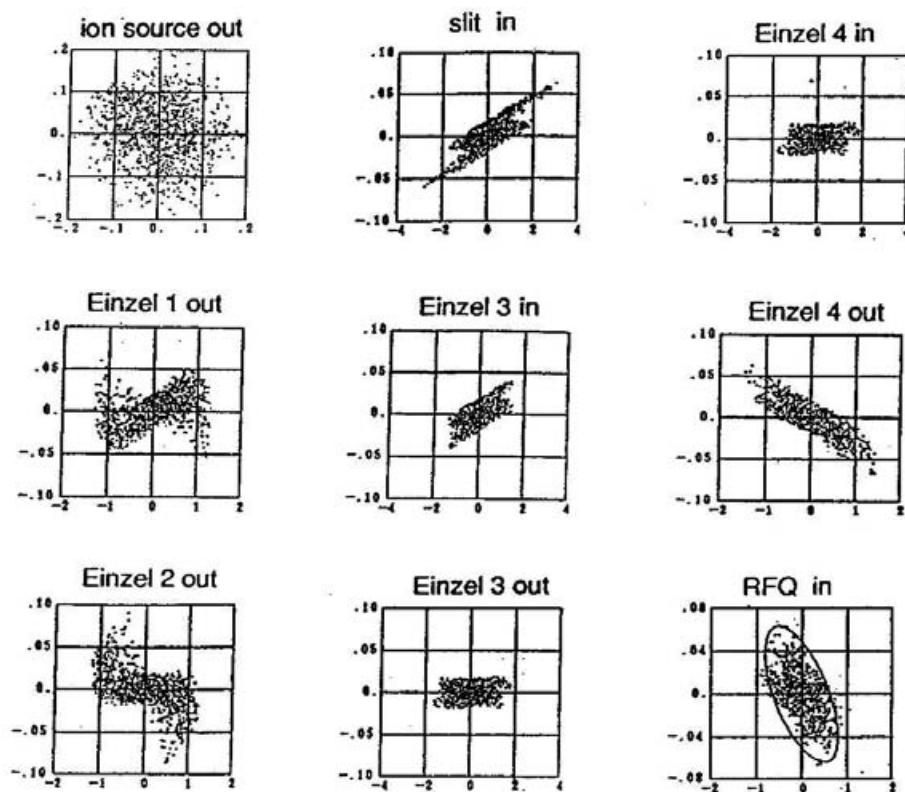


図 5.4 TRACEP によるビームシミュレーション結果。縦軸の単位は (rad) 横軸の単位は (cm) である。水平及び垂直エミッタスの形状は各レンズ出口でほとんど等しいので図には水平方向のみ表示してある。E1～E4 はアインツェルレンズ、レンズの電圧は表 5.3 の 2 番目のもの。入射粒子数 1000 個で計算。 $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 、RFQ 入口での粒子数 722 個。この時 RFQ の透過効率は PARMTEQ による計算で 90.7% となる。

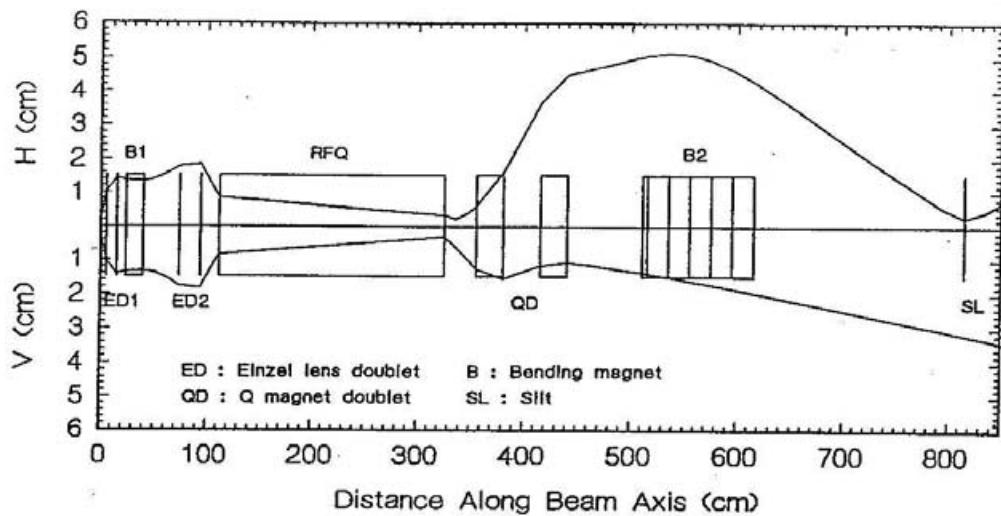


図 5.5 加速テストスタンドでのビームの包絡線。ただし RFQ 内の直線は入口と出口でのビームの幅の計算値を便宜上直線で結んだものなので、RFQ 内で実際にビームの包絡線が直線になっている訳ではない。

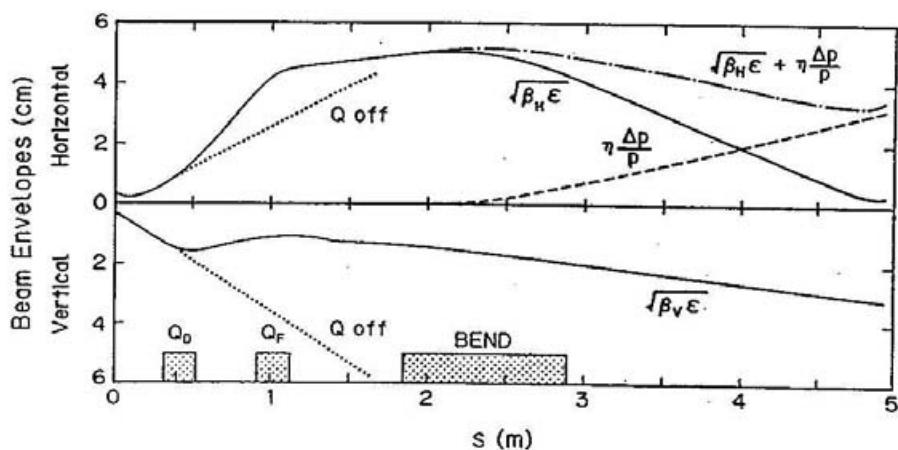


図 5.6 HEBT におけるビームの包絡線。出口側ヴェインの端を起点にとっている。 $\beta_{H(V)}$  は水平(垂直)平面におけるベータ関数、 $\epsilon$  はエミッタス横円の面積を  $\pi$  で割ったもの、 $\eta$  は運動量分散関数、 $\Delta p/p$  は PARMTEQ でのシミュレーションで得られたビーム運動量の広がりの半幅:  $\Delta p/p = 0.017$ 。

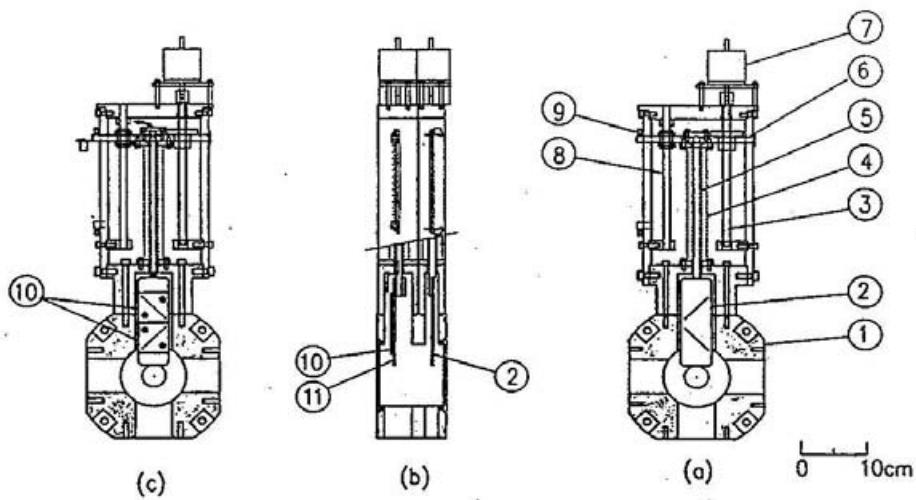


図5.7 エミッタスモニター構造図。(a)は正面図、(b)は側面図、(c)は背面図。1.モニター ボックス、2.前方スリット板、3.ボールネジ、4.ベローズ、5.シャフト、6.スリット移動板、7.パルスマーター、8.ガイド軸、9.リミットスイッチ、10.集電板、11.後方スリット板。

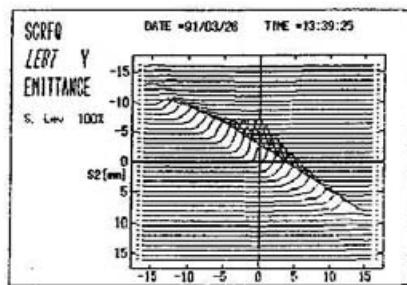


図5.8.a エミッタスモニター三次元表示画面。

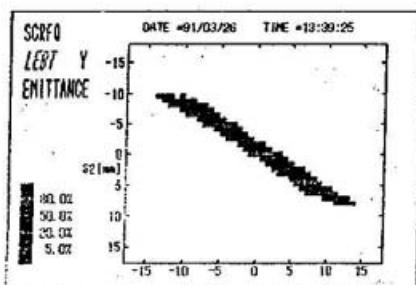


図5.8.b エミッタスモニター二次元表示画面。

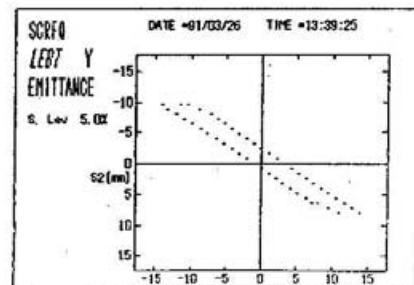


図5.8.c エミッタスモニター橢円表示。

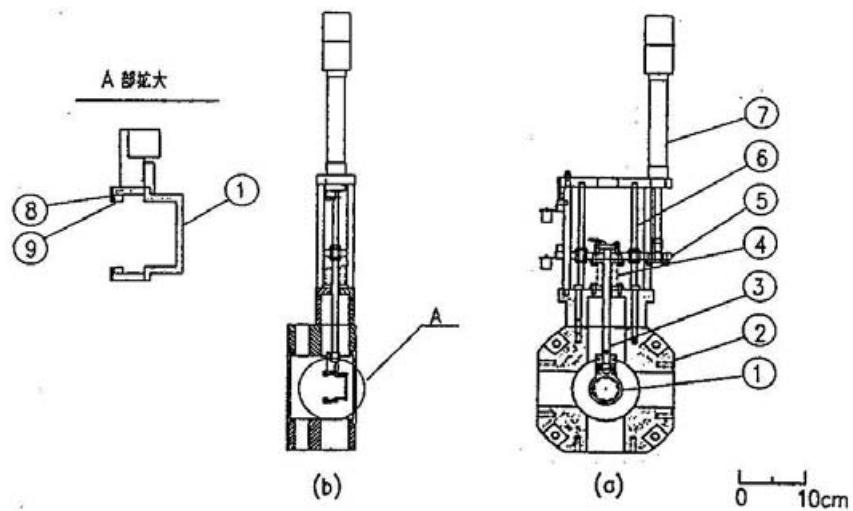


図 5.9 ファラデーカップ構造図。(a) は正面図、(b) は側面図。1. カップ、2. モニター ポッ クス、3. シャフト、4. ベローズ、5. カップ移動板、6. ガイド軸、7. エアーシリン ダー、8. アースリング、9. バイアスリング。

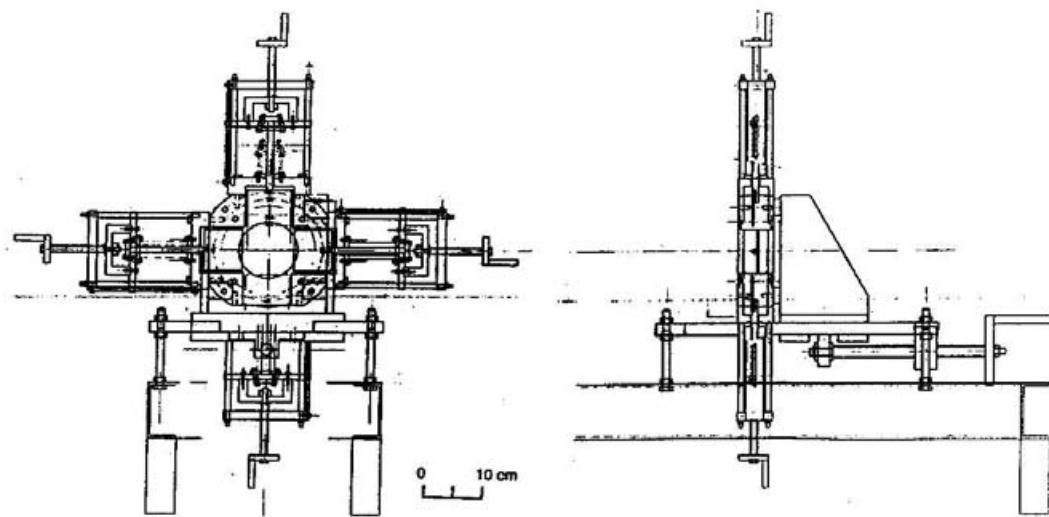
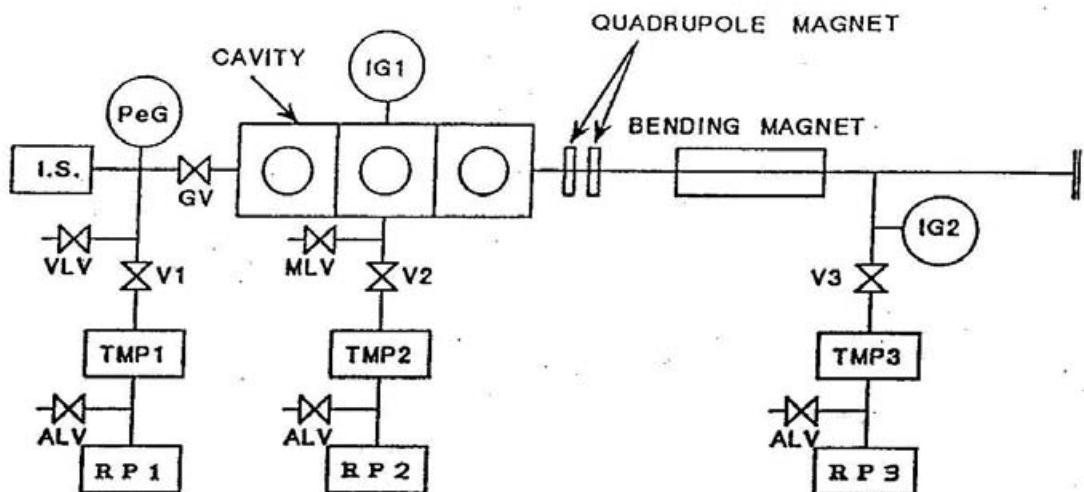


図 5.10 ビームスリット構造図。左は正面図、右は側面図。



GV: ゲートバルブ

VLV: 可変リーグバルブ

V: バタフライバルブ

PeG: ベニング真空計

ALV: オートリーグバルブ

RP: ロータリーポンプ

IG: 電離真空計

MLV: マニュアルリーグバルブ

TMP: ターボ分子ポンプ

I.S.: イオン源

図 5.11 真空排気系の構成図。

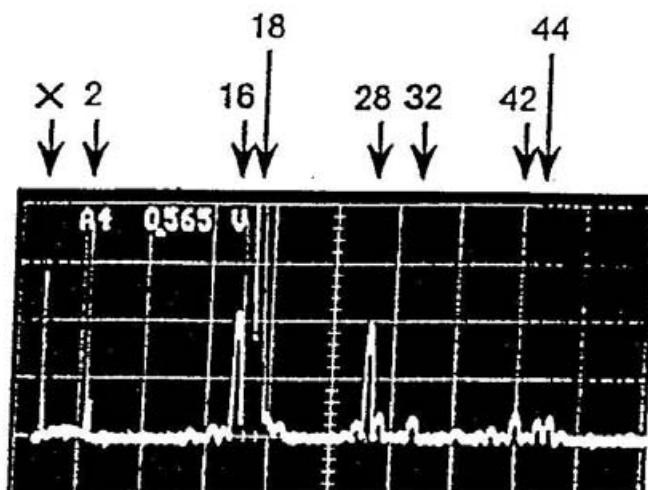


図 5.12 四重極質量分析装置で測定した残留ガススペクトル。上の数字は質量数対荷電数を示す。×印はノイズである。

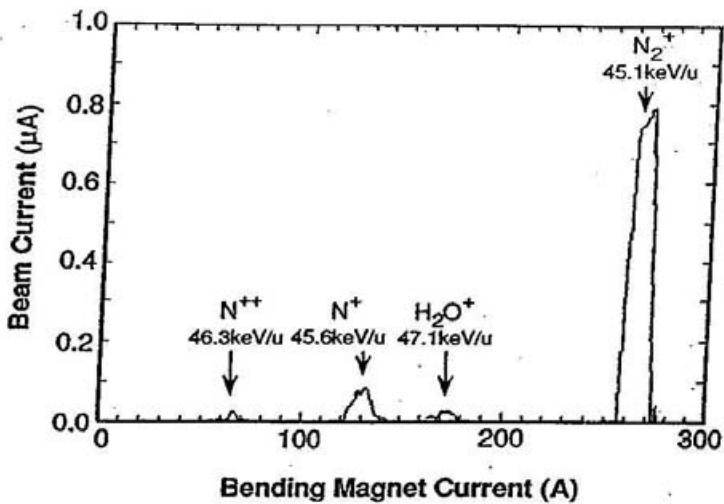


図 5.13 入射エネルギーを 28 keV としたときの SCRFQ 出射ビームの核子当たりのエネルギー。この時  $N_2^+$  に対して 1 keV/u となる。ただしイオンセパレータ及びコリメータは入っていない。出射ビームエネルギーは偏向電磁石電流から計算したもの。

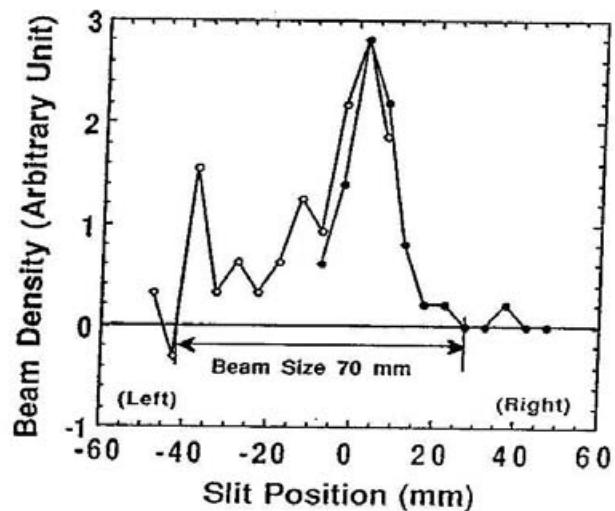


図 5.14 水平方向のビームの密度分布。測定した水平方向のビーム電流値を微分して求めた。ビームの密度は非対称でビームの水平方向の全幅は 70 mm であった。

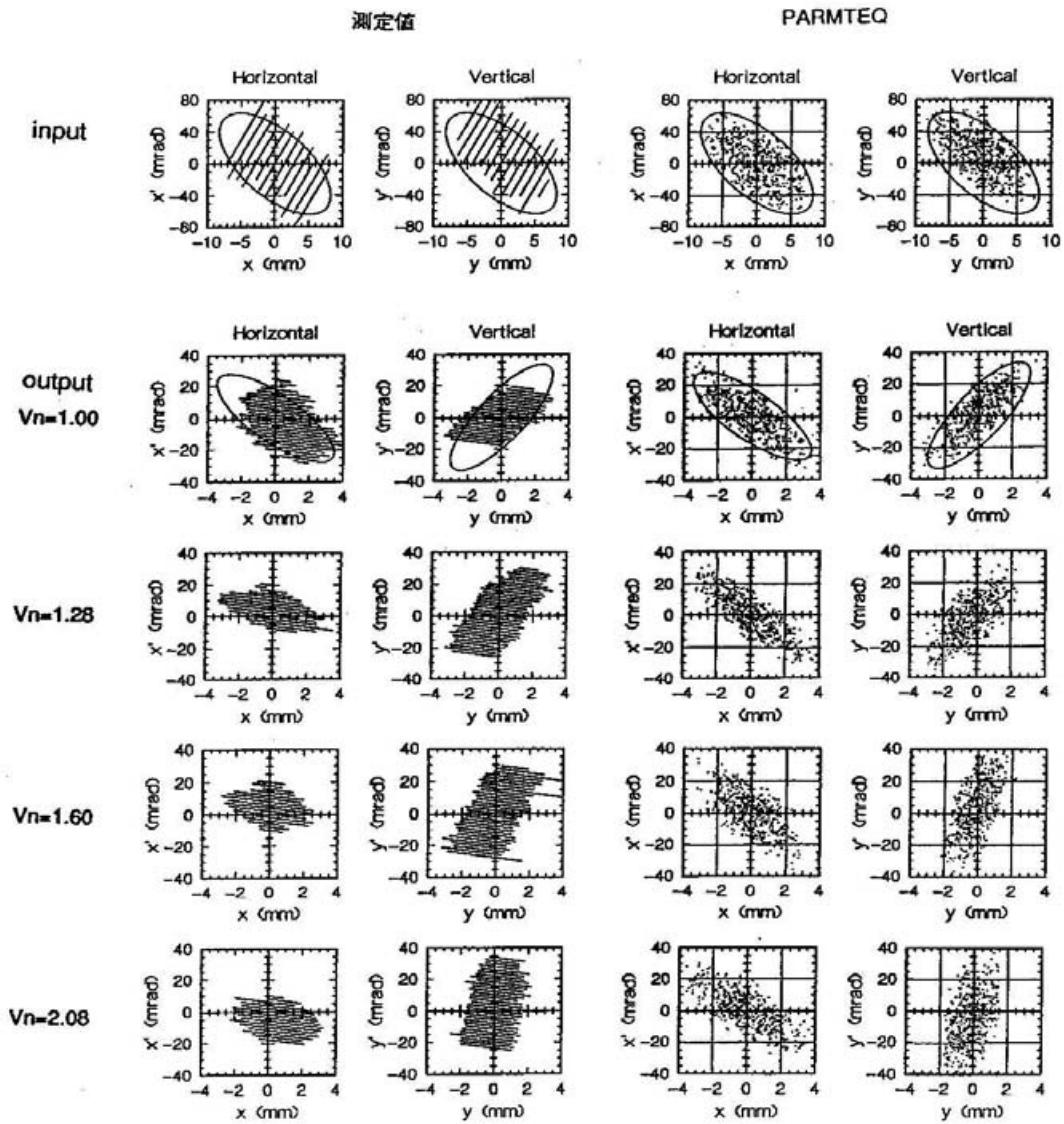


図 5.15(a)  $N^+$  エミッターンス測定結果。最上段は RFQ 入口での入射エミッターンス、2 段目以降は RFQ 出口での出射エミッターンスで規格化ヴェイン間電圧  $V_n$  がそれぞれ 1.00、1.28、1.60、2.08 のときのものである。左図が測定結果、右図はビームの入射条件を測定結果に合わせた時の PARMTEQ による計算結果を示す。

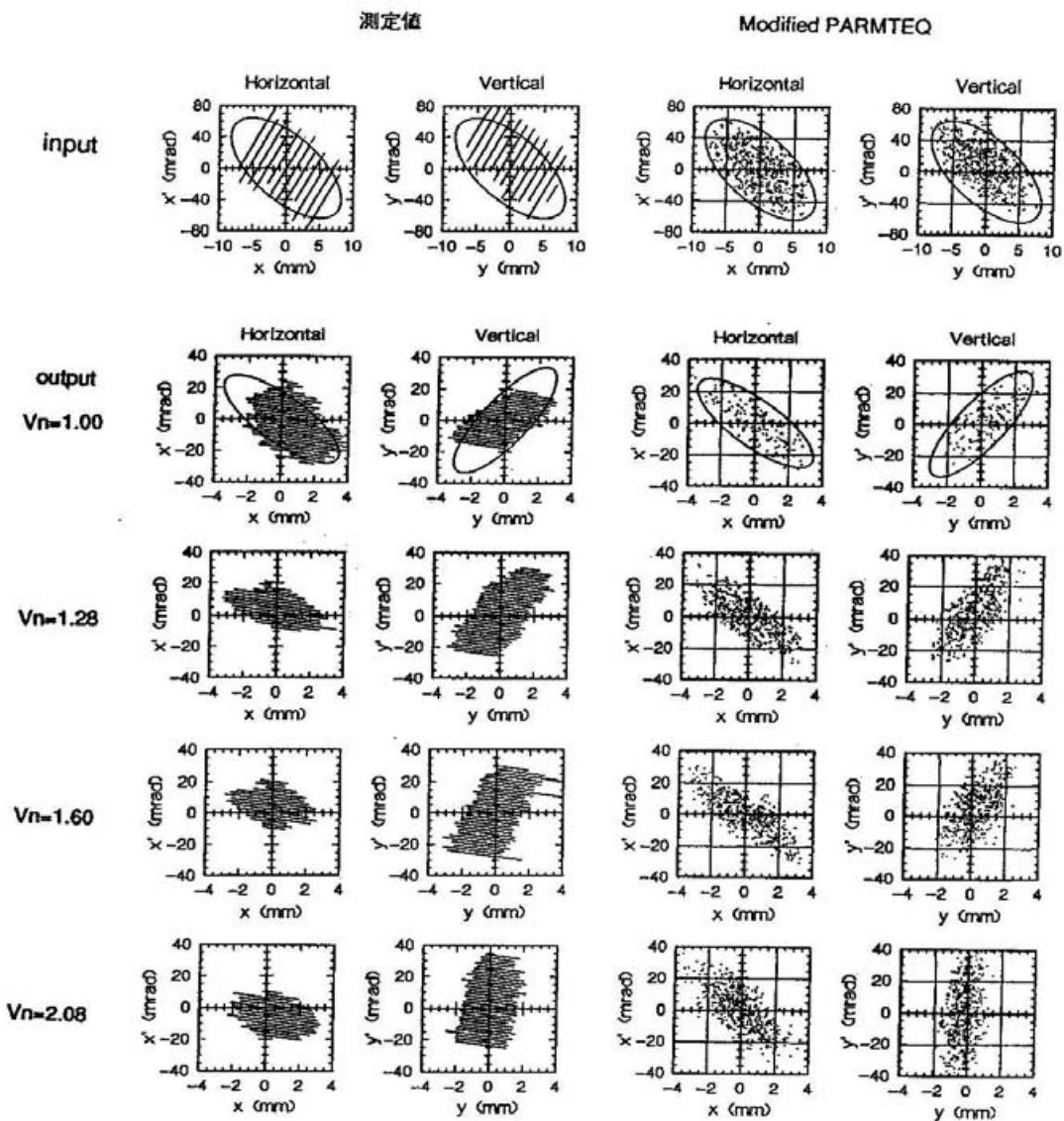


図 5.15(b)  $N^+$  エミッタス測定結果続き。最上段は RFQ 入口での入射エミッタス、2 段目以降は RFQ 出口での出射エミッタスで  $V_n = 1.00, 1.28, 1.60, 2.08$  のときのものである。左図が測定結果、楕円は  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$  の時のエミッタス計算値を示す。右図はビームの入射条件を測定結果に合わせた時の Modified PARMTEQ による計算結果を示す。Modified PARMTEQ については透過効率の測定の項で詳述する。2 つの PARMTEQ による計算結果に違いはほとんど無い。

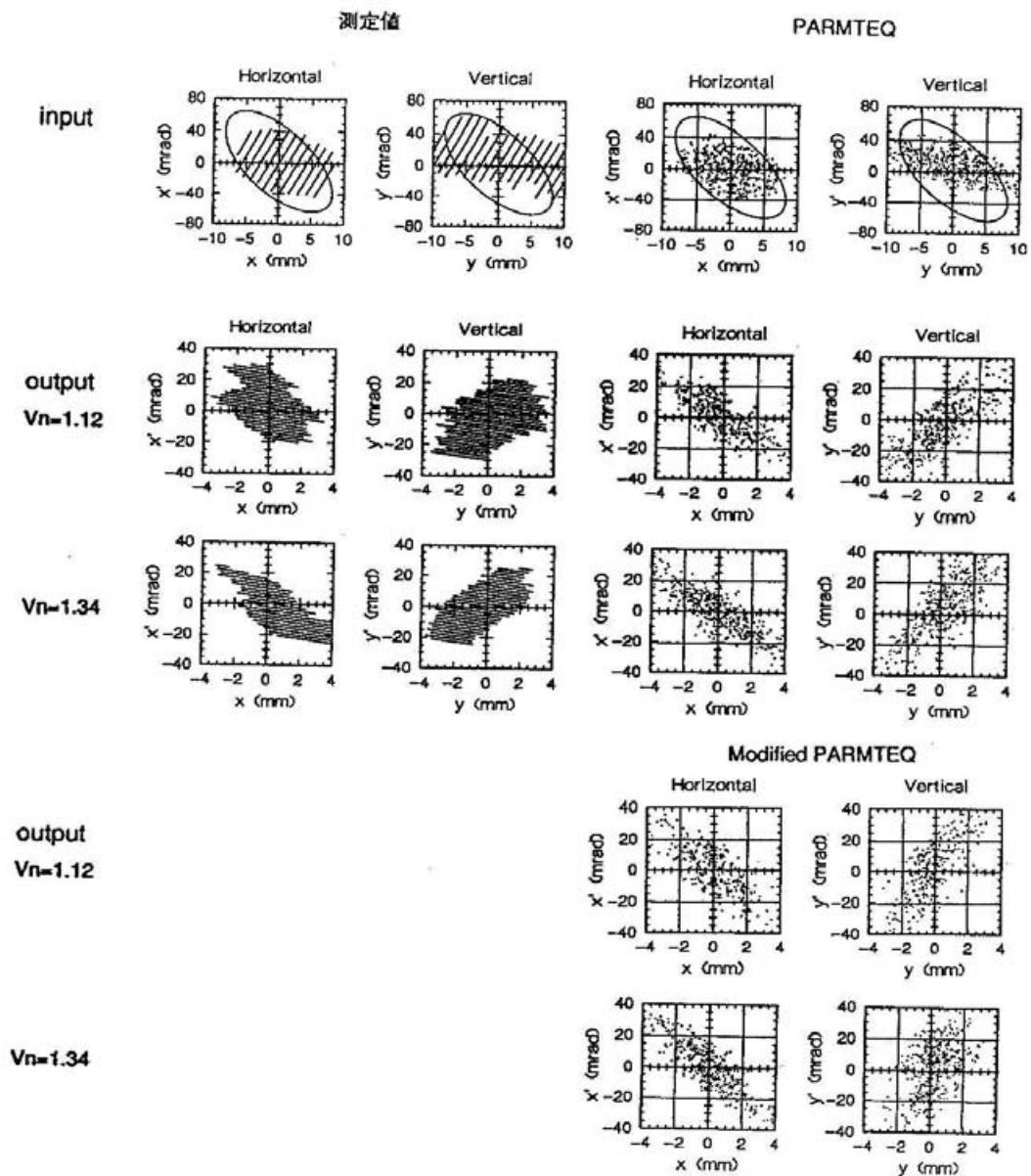


図 5.16  $\text{Ne}^+$  エミッタス測定結果。最上段は RFQ 入口での入射エミッタス、2 段目以降は RFQ 出口での出射エミッタスで  $V_n=1.12$ 、 $1.34$  のときのものである。左側が測定結果、右図上段は PARMTEQ、右図下段は Modified PARMTEQ での計算結果を示す。測定結果の楕円は  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$  の時のエミッタス計算結果を示す。計算の初期値は入射エミッタス測定結果に合わせてある。

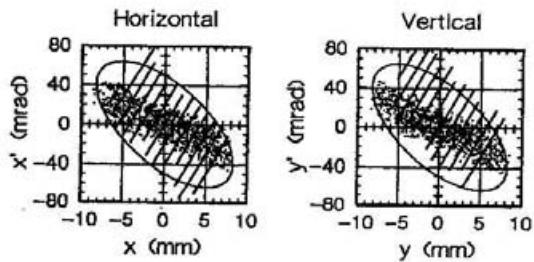


図 5.17 アインツェルレンズの電圧を測定値に合わせたときの TRACEP による  $N^+$  入射ビームエミッタンスの計算値(点)と測定値(実線)。但し測定エミッタンスのしきい値は最大電流値の 5%とした。

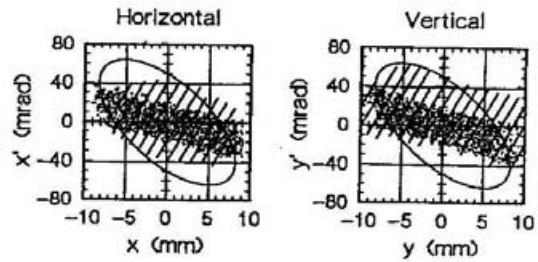


図 5.18 アインツェルレンズの電圧を測定値に合わせたときの TRACEP による  $Ne^+$  入射ビームエミッタンスの計算値(点)と測定値(実線)。但し測定エミッタンスのしきい値は最大電流値の 5%とした。

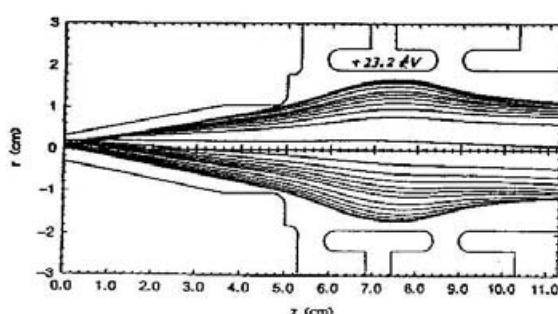
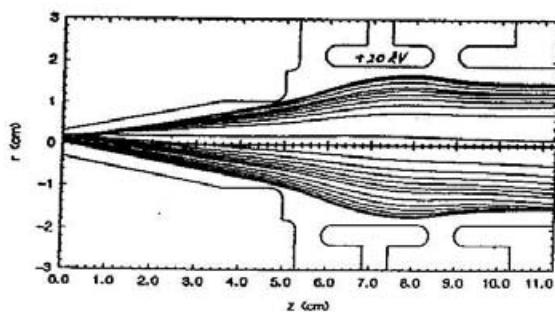


図 5.19 イオン源からのビームの出射の様子を TRACEP で計算したもの。右はアインツェル 1 の電圧が 23.2 kV 左は 20 kV である。右の電圧ではビームのフィラメンテーションが大きくなる。ビームの初期条件は  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$ 、 $\epsilon = 1/30$  である。

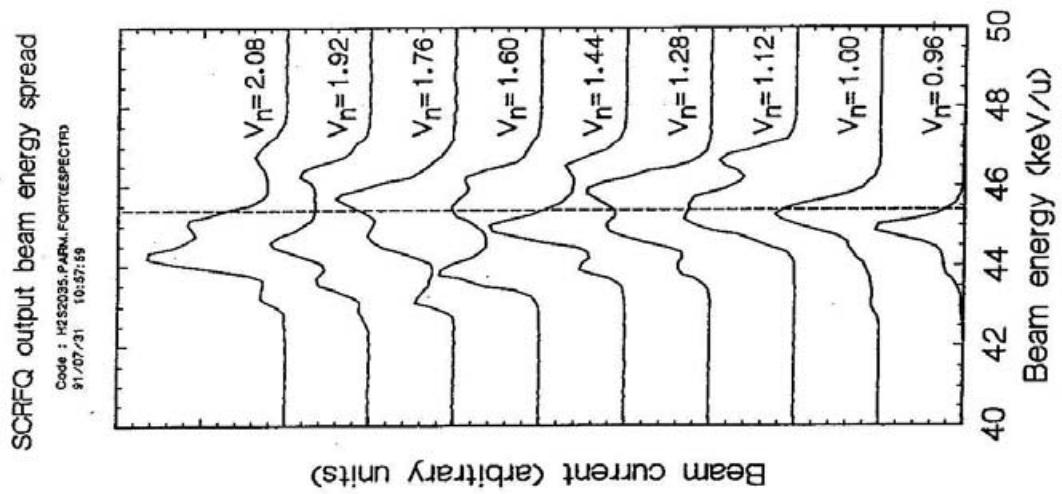


図 5.20 ヴェイン間電圧を変えたときの  $N^+$  ビームのエネルギースペクトル。 $V_n$  は規格化  
ヴェイン間電圧。点線はビームエネルギーの設計値。

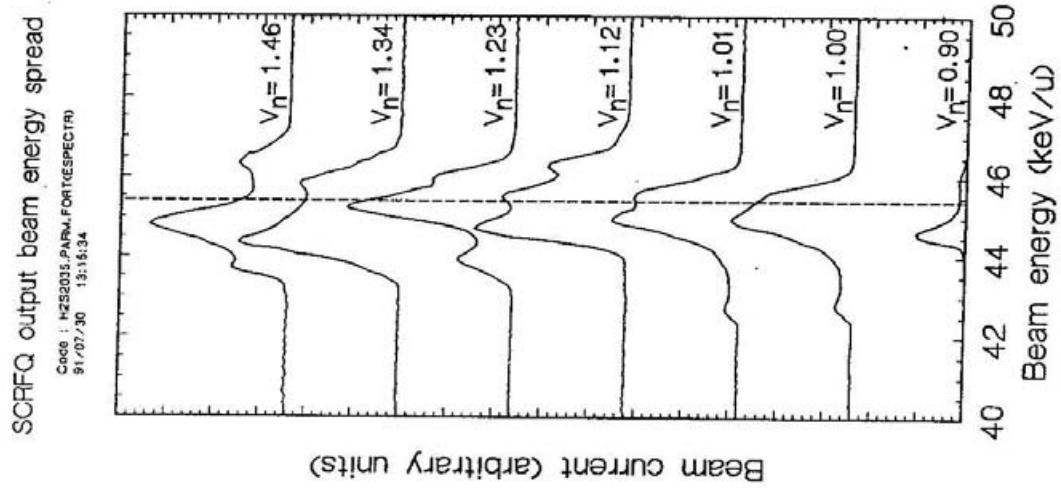


図 5.21 ヴェイン間電圧を変えたときの  $Ne^+$  ビームのエネルギースペクトル。 $V_n$  は規格  
化ヴェイン間電圧。点線はビームエネルギーの設計値。

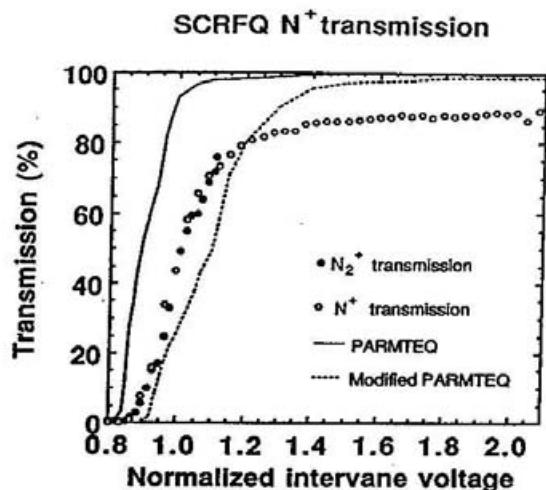


図 5.22 ヴェイン間電圧を変えたときの窒素ビームの透過効率。黒丸は窒素分子イオン  $N_2^+$ 、白丸は窒素原子イオン  $N^+$  の透過効率の測定結果。透過効率=FC3 での電流値/FC1 での電流値。実線は PARMTEQ、点線は Modified PARMTEQ による透過効率の計算結果。計算には測定した入射エミッタス 楕円のパラメータを用いた。Vn は規格化ヴェイン間電圧。Modified PARMTEQ については本文透過効率の測定の項を参照。

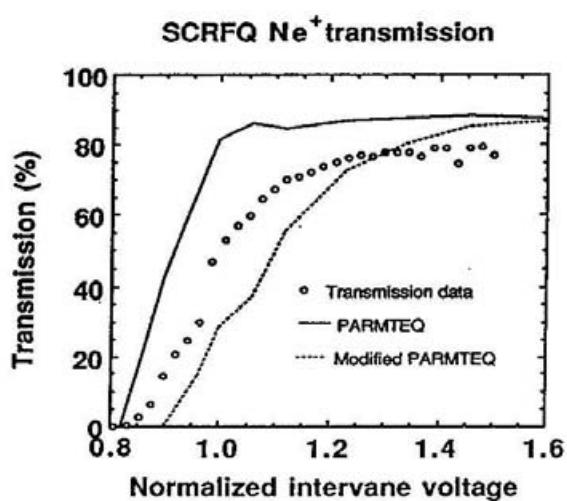


図 5.23 ヴェイン間電圧を変えたときのネオンビームの透過効率。白丸は測定結果。実線は初期条件を入射エミッタスの測定結果にあわせた PARMTEQ による透過効率の計算結果。点線は Modified PARMTEQ による透過効率の計算結果。Vn は規格化ヴェイン間電圧である。

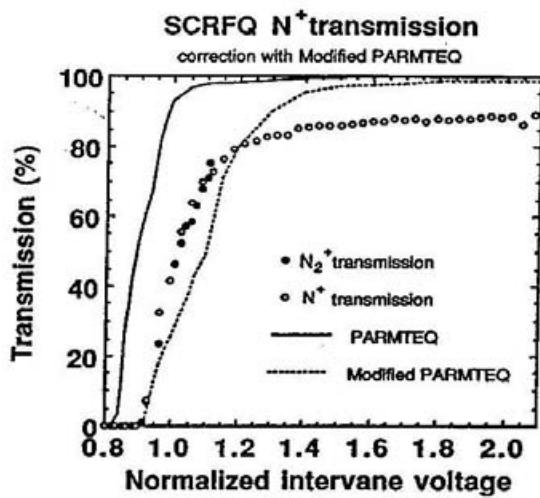


図 5.24 非加速粒子の補正を加えた窒素ビームの透過効率。黒丸は窒素分子イオン  $N_2^+$ 、白丸は窒素原子イオン  $N^+$  の透過効率の測定結果。実線は PARMTEQ、点線は Modified PARMTEQ による透過効率の計算結果。測定結果がより Modified PARMTEQ に近いことが分かる。

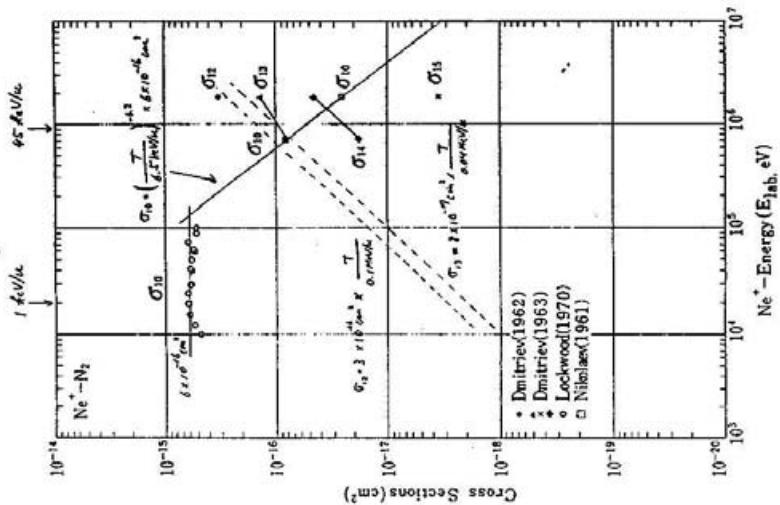


図 5.25  $Ne^+$  の  $N_2$ に対する荷電交換反応の断面積の実験データ。ref.49. による。加速ビームのエネルギー領域では  $\sigma_{10}$  反応が支配的である。

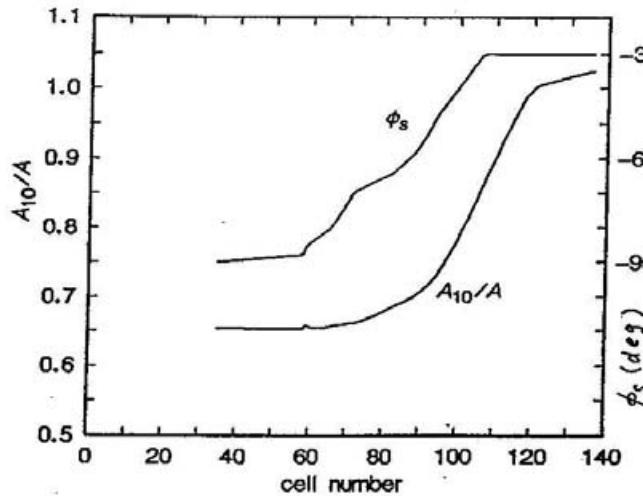


図 5.26 SCRFQ 実機モデルでの理想的な粒子 ( $A_{10} = A$ ) の同期位相  $\phi_s$  と  $A_{10}/A$ 。

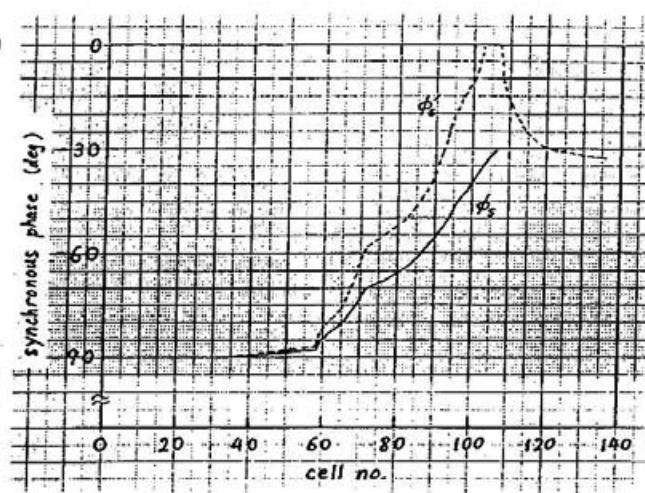


図 5.27 SCRFQ 実機モデルでの理想的な粒子 ( $A_{10} = A$ ) の同期位相  $\phi_s$  と ( $A_{10} \neq A$ ) の同期位相  $\phi'_s$ 。

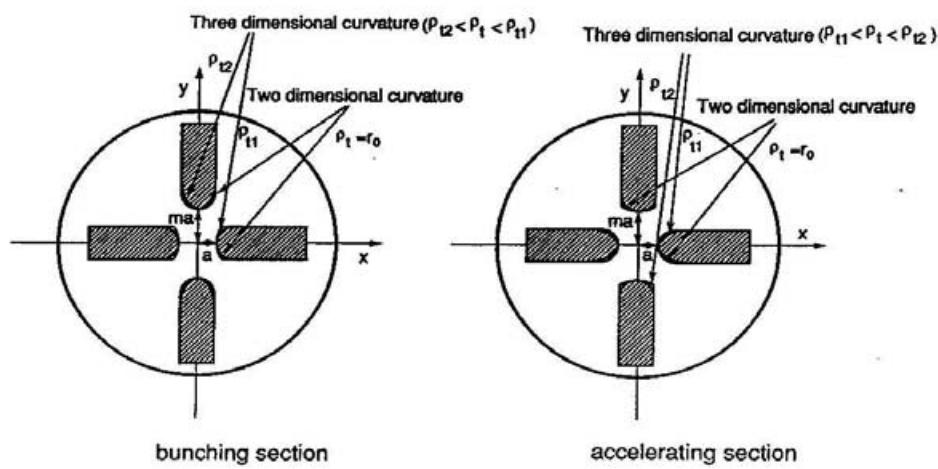


図 5.28 セル入口でのウェインの  $x-y$  断面形状。左はバンチングセクション、右は加速セクションでの形状を示す。実線は三次元加工の時のウェインの断面形状、点線は二次元加工の時の断面形状である。 $m$  の値によって二次元加工時と三次元加工時の断面形状の相対的な関係は変わってくる。

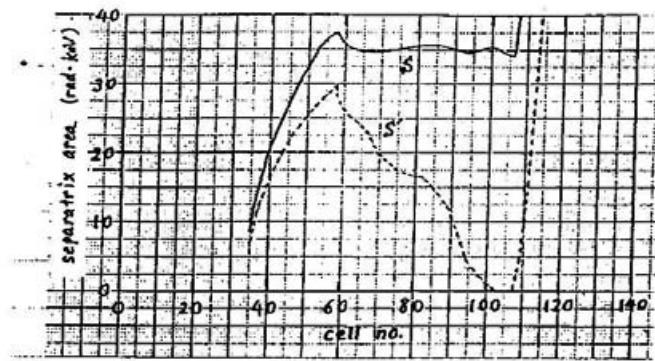


図 5.29 セバラトリクスの面積  $S(A_{10} = A)$  と  $S'(A_{10} \neq A)$ 。 $\epsilon = 1/30$ 、 $V_0 = 109$  kV として計算したもの。

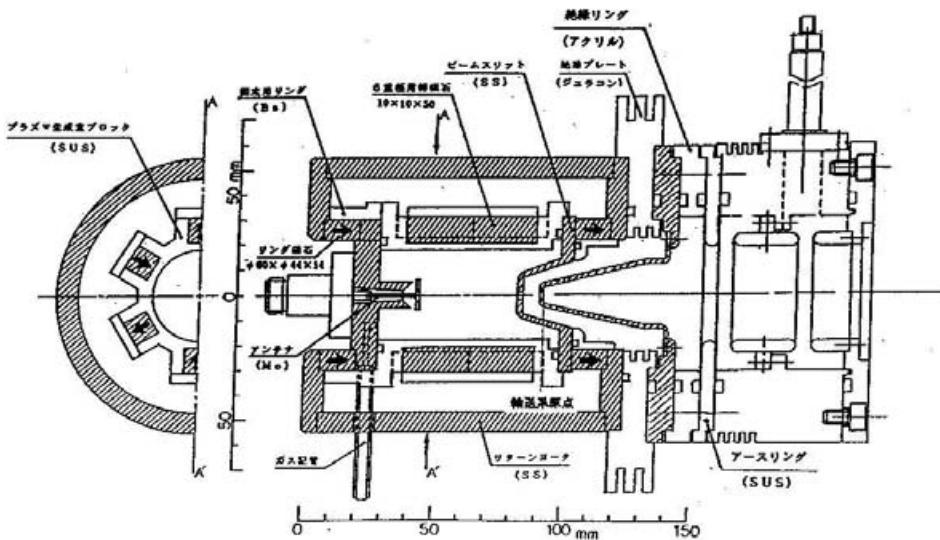


図 5.30 低エミッタンスビームテストに用いたビーム輸送系初段部。イオン源とアンツェル 1 の間に放電防止の絶縁リングとアースリングを取り付けた。ビーム輸送系の原点は引出孔出口とする。

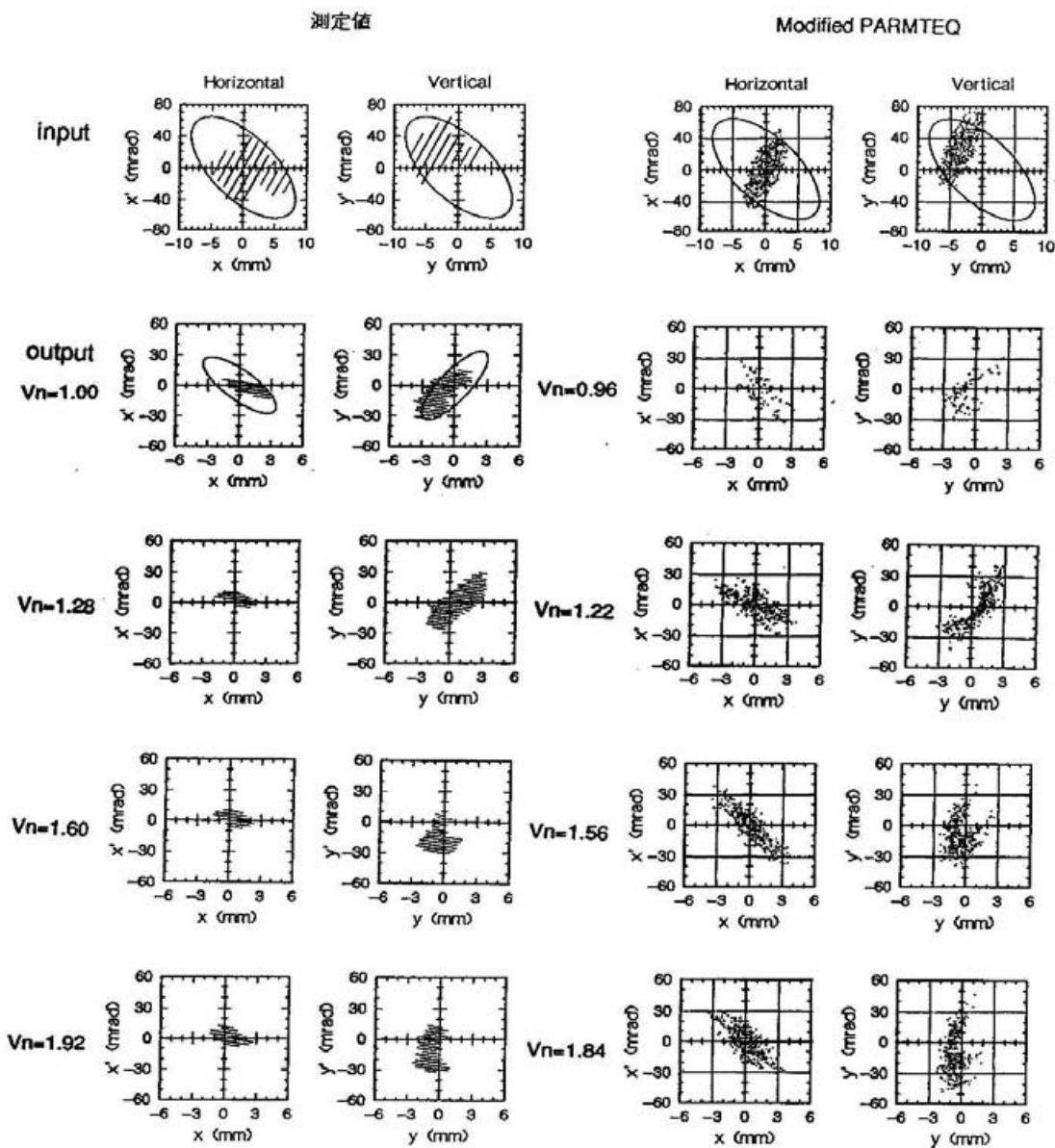


図 5.31 低エミッタントビーム測定結果及び Modified PARMTEQ での計算結果。結合リングは取り付けてある。イオンは  $N^+$ 。最上段は RFQ 入口での入射エミッタント、2 段目以降は RFQ 出口での出射エミッタントで  $V_n=1.00$ 、 $1.28$ 、 $1.60$ 、 $1.92$  のときのものである。左側が測定結果で、細線はしきい値を最大ビーム強度の 5%にしたもの、太線は 10%にしたものと示す。楕円は  $\epsilon_n = 0.6\pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$  の時のエミッタント計算結果を示す。右側はビームの入射条件を測定結果の太線に合わせた時の Modified PARMTEQ での計算結果を示す。測定結果と計算結果をエミッタントのプロファイルで比較しているため測定結果と計算結果で  $V_n$  が異なる。

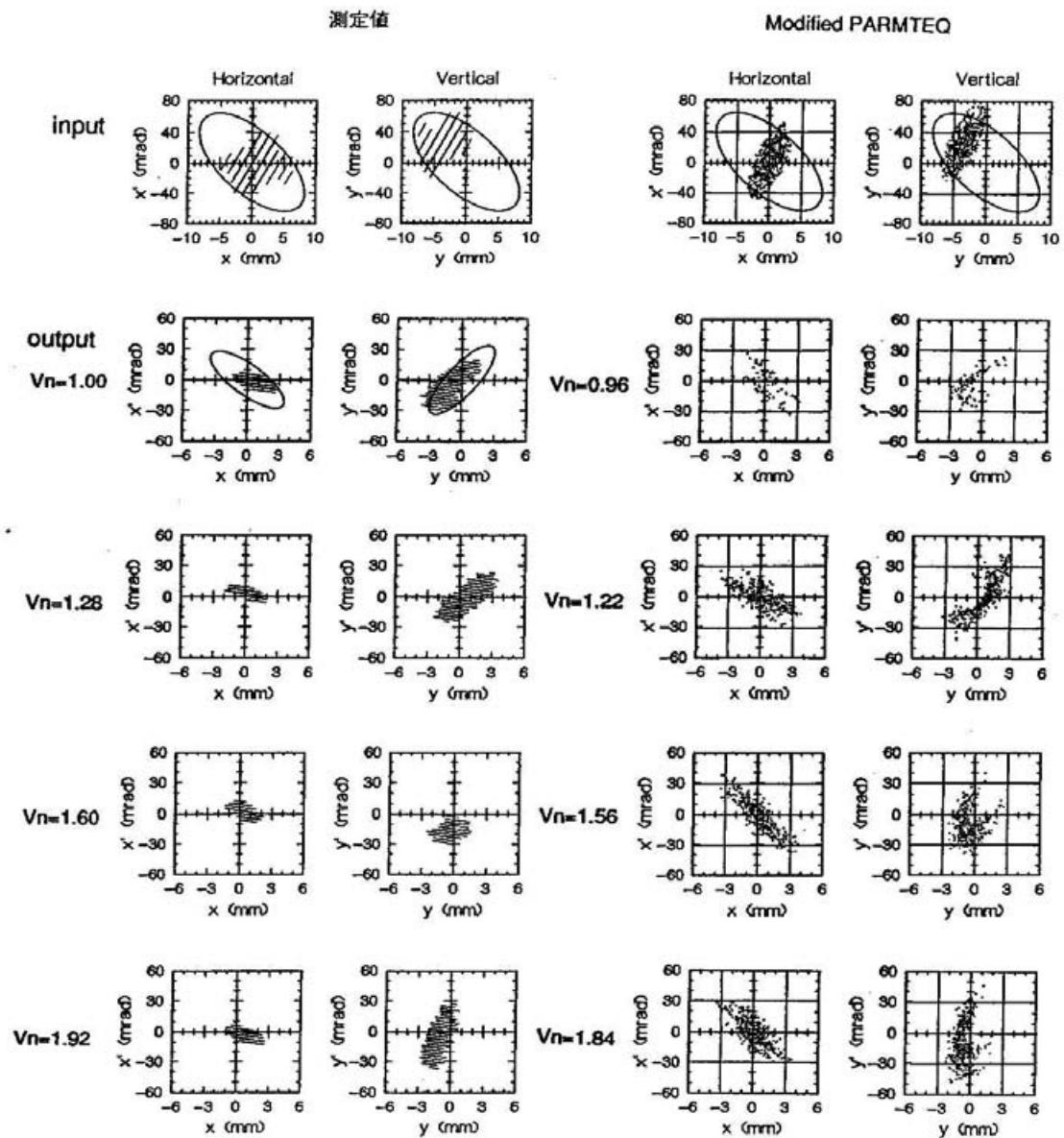


図 5.32 結合リングが分割してある時の低エミッタスビーム測定結果。イオンは  $N^+$ 。最上段は RFQ 入口での入射エミッタス、2 段目以降は RFQ 出口での出射エミッタスで  $V_n = 1.00, 1.28, 1.60, 1.92$  のときのものである。左側が測定結果で  $V_n = 1.12, 1.34$  のときのものである。実線が測定結果で細線はしきい値を最大ビーム強度の 5%にしたもの、太線は 10%にしたものを示す。楕円は  $\epsilon_n = 0.6\pi mm \cdot mrad$  の時のエミッタス計算結果を示す。右側はビームの入射条件を測定結果の太線に合わせた時の Modified PARMTEQ での計算結果を示す。

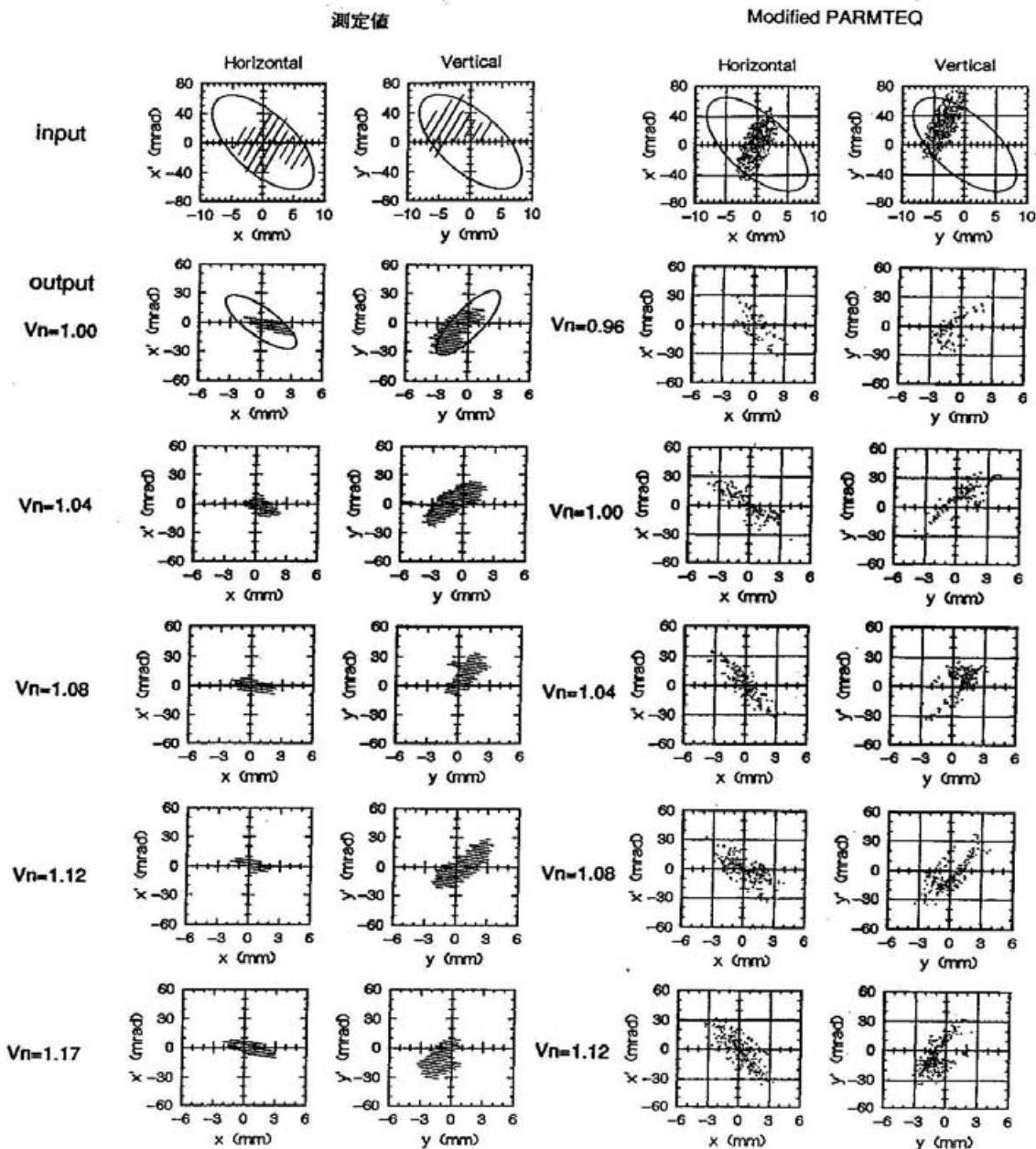


図 5.33 ビーム軸から外れた粒子を RFQ に入射した時の出射ビームエミッタスプロファイルの回転の様子。イオンは  $N^+$ 、結合リングは取り付けてある。最上段は RFQ 入口での入射エミッタス、2 段目以降は RFQ 出口での出射エミッタスを示す。左側は測定結果であり  $V_n$  は上から 1.00、1.04、1.08、1.12、1.17 である。右側は初期値を入射エミッタスの測定結果と等しくとったときの Modified PARMTEQ による計算結果である。

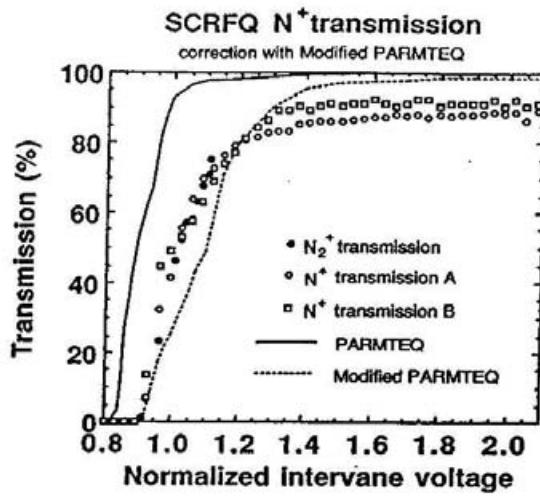


図 5.34 低エミッタスビームによる  $N^+$ 透過効率。白四角は測定結果である。この時入射エミッタスは図 5.31 で示したように軸から外れている。黒丸及び白丸はエミッタスが大きいときの  $N_2^+$  及び  $N^+$  の透過効率を示す。実線は PARMTEQ、点線は Modified PARMTEQ による透過効率の計算結果。初期条件は入射エミッタス測定結果に合わせた。 $V_n$  は規格化ヴェイン間電圧。

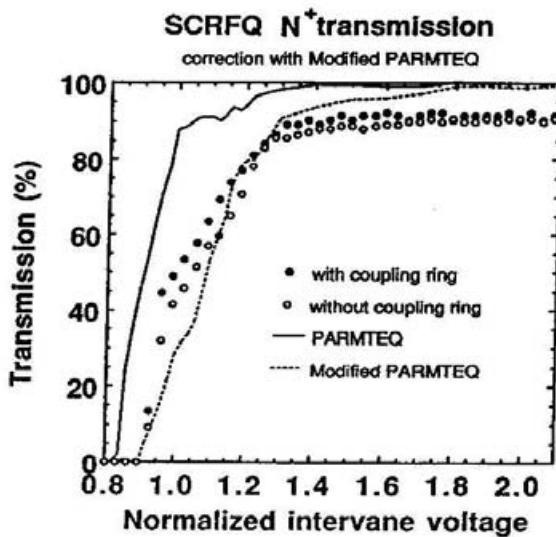


図 5.35 結合リングを分割したときの  $N^+$ 透過効率。白丸は結合リングを分割したときの  $N^+$ 透過効率、黒丸は結合リングがあるときの透過効率の測定結果を示す。2つの測定値の入射条件はほとんど等しい。実線は PARMTEQ、点線は Modified PARMTEQ による透過効率の計算結果。初期条件は入射エミッタス測定結果にあわせた。 $V_n$  は規格化ヴェイン間電圧。

## 第6章 まとめ

本研究の成果は、実機モデルの設計、製作、高周波テスト及び加速テストの結果から SCRFQ の実用化の目途を立てたということである。また、加速テストの結果、ビームの透過効率にヴェインの二次元加工の影響が認められ、充分な透過効率を得るにはヴェイン間電圧を設計値より高くしなければならないことが分かった。従って実機のヴェインの加工においては入射粒子のパンチングが終わるセクション(最初から 100 セル程度)までは三次元加工で行なうことが望ましい。本研究において筆者の目指した研究目標に対して次のような結論が得られた。

### 1. 超低速重イオンの加速の実証

1 keV/u の  $N_2^+$  ( $\epsilon = 1/28$ ) ビームを設計値である 45.4 keV/u まで加速することに成功した。また  $N^+$  や  $Ne^+$  ビームの加速も行い、出射ビームのエネルギーが設計値に達したことを確認した。また最大到達ヴェイン間電圧は  $\epsilon=1/30$  のイオンを加速する場合の設計値である 109.3 kV を越えデューティー 6% で 118 kV を達成した。最大到達ヴェイン間電圧では kilpatrick 値は 2.4(設計値は 2.2) であるが、非常に安定に運転を行うことが出来た。

### 2. 加工組立の容易な構造の開発。

システムフランジを使って内導体と外導体を独立に組み立てることが出来る構造を開発した。内導体を空腔の外で精度良く組立ててから、外導体に組み込むため、内導体の据え付け精度は外部での組立精度をそのまま維持できる。測定の結果方位方向の四重極電場の対称性は  $\pm 0.67\%$  以内と非常に精度良く組み立てられていることが分かった。またビーム軸方向の電極間の電場分布も特別な調整をせずにほぼ一様な分布を得ることが出来た。ビーム軸近傍でのビーム軸に沿った電場強度分布の測定値は K-T の電位関数を使った計算で定性的に説明できた。

### 3. ヴェインを二次元加工することによる加速性能への影響を調べる。

ヴェイン間電圧を変えた時の透過効率の測定結果にヴェインの二次元加工による影響が明らかに現れていた。ヴェイン間電圧が設計値の 1.5 倍以上のところでは透過効率は 90% 以上となったが、設計電圧付近でのビームの透過効率は PARMTEQ での計算値 (92.6%) に対して低い値 (約 40%) となった。これはヴェインを二次元で加工したために、ビームをパンチングするセクションでは軸方向の電場強度が小さくなり、その結果ビームをパンチングする過程でセパラトリクスが小さくなってしまい、ビームの捕獲効率が下がっているものと考えている。

ヴェイン間電圧を変えたときの出射ビームエミッターンスの変化の様子は二次元加工の効果を考慮した計算結果 (Modified PARMTEQ) と PARMTEQ の計算結果との間に大きな差異は見られなかった。またエミッターンス測定値は計算値とよく一致した。

#### 4. 効率のよい冷却系の設計と評価。

冷却系の設計は電極の熱による歪みで生じる電場のズレが 1%以内に収まるように、即ち電極の背板を流れる冷却水の入口と出口の温度差が 1°C 以内となることを目標に流量、管半径を決定した。デューティー 10% 平均電力 8.5 kW で運転した際の冷却水の温度の上昇は 0.5°C であったので、温度差による電極の歪みは充分無視できる。この時の共振周波数の変化は 130 kHz となるが、これは冷却をしていない結合リングの膨張のために起きる。結合リングを分割したときはデューティー 20% 平均電力 16 kW で共振周波数の変化は 53 kHz であった。この時冷却水の温度の上昇は 0.9°C であった。従って結合リングを取り付けない場合にはデューティー 20% の運転までは今回の冷却系の設計方法で十分であろう。ただし電極の局部的な発熱についてはさらに詳しい検討が必要になる。

#### 5. 結合リングの必要性の評価。

2 で述べた構造を採用することによってこの SCRFQ では四電極間の電場強度分布はヴェイン全域にわたってほとんど一定であった。このことから結合リングを取り外しても対向ヴェインのポテンシャルは等しいと考えられる。しかし結合リングを外すと共振周波数は上がり過ぎ、高周波電力の供給が出来なくなる。従って結合リングを分割した状態での高電力試験と加速テストを行ない、結合リングの必要性について評価を行なった。高電力試験の結果結合リングを分割した場合の方が高電力高デューティ運転時の共振周波数の変化量は 1/3 以下に減少することが明らかになった。また加速テストの結果結合リングの有無による加速性能の変化はほとんど見られなかった。これらのことより結合リングは必要ないという結論に達した。次回からは結合リングを使わない内導体の設計を行なうことになる。

#### 6. 分割同軸型 RFQ の加速空洞の設計手法の確立。

実機モデルの空洞設計時に行った近似計算の結果と測定値を比較すると空洞内のインダクタンスについてはおよそ 10%、静電容量についてはおよそ 11%、共振周波数についておよそ 4% の差異があった。従って今回採用した近似計算でも SCRFQ 加速空洞の設計は十分行なうことが出来る。しかし例えば電極背板と電極結合リング間の静電容量に着目すれば測定値との差は 2 倍以上にもなるなど細かい部分での不具合が目につく状態である。プログラムにこれらの近似計算の改良を加えることによって共振周波数を土 1% 以内で求められるように計算の精度を上げる。

これらの研究成果から SCRFQ の実用化は十分可能であるとの結論に達した。

## 謝辞

本研究を進めるに当たり3年間ご指導頂いた高エネルギー物理学研究所・木原元央教授に深く感謝の意を表します。また研究の進行や論文作成に当たり数々の助言、指導をして下さった東京大学原子核研究所(核研)・新井重昭助教授及び、徳田登助手の両氏に深く感謝の意を表します。また数々の実験装置の設計製作を行い、本研究と一緒に進めて下さったSCRFQ開発グループのメンバーの方々(今西章、東條栄喜、森本照久の各氏)に感謝いたします。また、ビームモニターなど数々の周辺機器の製作をして下さった核研・工作室の方々には大変お世話になりました。PARMTEQ、SUPERFISH等のシミュレーション計算及び測定結果の図表の作成は核研・計算機室のFACOM M-780によって行われました。高エネルギー物理学研究所の加速器研究部のスタッフの方々からは、本論文の作成に当たり有益な助言を頂きました。また核研・高エネルギー物理学研究部及び加速器研究部の方々には大変お世話になりました。深く感謝いたします。なおSCRFQの製作、組立、静電容量の測定及び共振周波数の粗調整は住友重機械工業新居浜製造所で行われました。製作、組立及び調整に立ち会って頂いた方々に深く感謝いたします。最後に、高エネルギー物理学研究所に在籍している総合研究大学院大学の方々には大変お世話になりました。深く感謝致します。

# Bibliography

- [1] V.V.Vladimirskij, Pribory i. Tekhnika Eksperimenta, No.3, pp. 35, 1956.
- [2] I.M.Kapchinskii and V.A.Teplyakov, *Linear Ion Accelerator with Spatially Homogeneous Strong Focusing*, Pribory i. Tekhnika Eksperimenta, No.2, pp. 19, 1970.
- [3] K.R.Crandall et al., *Rf Quadrupole Beam Dynamics Design Studies*, 1979 Linear Accelerator Conference, BNL-51134, pp. 205, 1979.
- [4] R.W.Müller, *Layout of a High-Intensity Linac for Very Heavy Ions with R.F. Quadrupole Focusing*, GSI-Report 79-7, May, 1979.
- [5] R.W.Müller, *Operation of the Heavy Ions RFQ Linac MAXILAC*, 1988 Scientific Report, GSI-Report 89-1, pp. 409, 1989.
- [6] S.Arai et al., *A Split Coaxial RFQ for an ISOL Post Accelerator*, Forth China-Japan Joint Symposium on Accelerators for Nuclear Science and Their Applications, Beijin, China, October, 1990.
- [7] S.Arai, *Split Coaxial RFQ Structure with Modurated Vanes*, GSI-Report 83-11, October, 1983.
- [8] S.Arai et al., *Split Coaxial RFQ with modulated Vane*, IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol.NS-32, No.5, pp. 3175, 1985.
- [9] E.Tojyo et al., *A Multi Module Cavity Structure of Split Coaxial RFQ*, 1986 Linear Accelerator Conference, SLAC-Report-303, pp. 374, SLAC, 1986.
- [10] S.Arai et al., *Proton Acceleration Model of Uranium RFQ*, 1987 IEEE Particle Accelerator Conference, pp. 270, 1987.
- [11] S.Arai et al., *Performance of the INS Split Coaxial RFQ*, 6th Symposium on Accelerator Science and Technorogy, Tokyo, Japan, October, 1987.
- [12] S.Arai et al., *Development of a Split Coaxial RFQ at INS*, Nuclear Instruments and Method in Physics Research, A278, pp. 236, 1989.

- [13] S.Arai, *Analysis of a Multi-Module Split Coaxial RFQ*, INS-T-464, November, 1986.
- [14] N.Tokuda et al., *Acceleration Performance of a 50-MHz Split Coaxial RFQ and the Design of a 25.5-MHz Prototype*, 1989 Particle Accelerator Conference, Chicago, Illinois, USA, March, 1989.
- [15] S.Arai et al., *Design Study of a 25.5-MHz Split Coaxial RFQ*, 14th International Conference on High-Energy Accelerators, Tsukuba, Japan, August, 1989.
- [16] J.Staples et al., *A Compact Proton RFQ Injector for the Bevalac*, 1988 Linear Accelerator Conference, CEBAF-Report-89-001, 1988.
- [17] I.M.Kapchinskij et al., *The Linear Accelerator Structures with Space-Uniform Quadrupole Focusing*, IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol.NS-26, No.3, pp. 3462, 1979.
- [18] A.Schempp et al., *A Light Ion Four Rod RFQ Injector*, 1987 IEEE Particle Accelerator Conference, pp. 267, 1987.
- [19] A.Schempp et al., *Performance of the DESY RFQ's*, 1988 European Particle Accelerator Conference, Vol.1, pp. 587, 1988.
- [20] G.J.Dick et al., *A Spiral Loaded Low- $\beta$  accelerating Structure*, Applied Physics Letters, Vol.24, No.1, pp. 40, 1974.
- [21] J.Müller et al., Univ. Frankfurt/M., IAP, Int.Rep.79-1(1979); English Translation: LA-TR-82-28.
- [22] A.Schempp et al., *Zero-Mode-RFQ Development in Frankfurt*, 1984 Linear Accelerator Conference, GSI-84-11, pp. 100, 1984.
- [23] A.Schempp et al., *Development of a 27 MHz Heavy-Ion Spiral RFQ*, Nuclear Instruments and Method in Physics Research, A278, pp. 169, 1989.
- [24] A.Kipper et al., *High Voltage Tests with a 27 MHz-Spiral RFQ*, 1989 Scientific Report, Gsi-Report 90-1, pp. 342, 1990.
- [25] I.M.Kapchinskiy et al., *Rf Linac for Heavy Ion Fusion Driver*, 1986 International Symposium on Heavy Ion Inertial Fusion, pp. 49, Washington D.C., USA, 1986.
- [26] I.M.Kapchinskiy et al., *Rf Linac for Heavy Ion Fusion Driver*, 1986 Linear Accelerator Conference, SLAC-Report-303, pp. 49, SLAC, USA, 1986.

- [27] R.W.Müller et al., *Status of the Heavy-Ion RFQ Linac "MAXILAC"*, 1986 International Symposium on Heavy Ion Inertial Fusion, pp. 161, Washington D.C., USA, 1986.
- [28] R.W.Müller, *MAXILAC-Heavy Ion RFQ Accelerator at GSI*, Accelerated Radioactive Beams Workshop, TRI-85-1, pp. 156, Parksville, Canada, 1986.
- [29] T.Nakanishi et al., *Construction and Operation of a Test RFQ Linac for Heavy Ions*, Particle Accelerators, Vol.20, pp. 183, 1987.
- [30] 中西哲也, 中重イオン用四ヴェイン型 RFQ 線形加速器の研究, 博士論文, 1987.
- [31] N.Tokuda et al., *Structure and rf Characteristics of the INS 25.5-MHz Split Coaxial RFQ*, 7th Symp on Accelerator Science and Technology, Osaka, Japan, December, 1989.
- [32] S.Arai et al., *Development of an RFQ Linac for Unstable Nuclei*, 13th Symposium on Ion Sources and Ion assisted Technology, Tokyo, Japan, June, 1990.
- [33] S.Shibuya et al., 25.5-MHz 分割同軸型 RFQ ライナックの高周波特性、第 15 回ライナック研究会、札幌、1990 年 9 月。
- [34] S.Shibuya et al., *Rf Tests on the 25.5-MHz Split Coaxial RFQ*, 1990 Linear Accelerator Conference, Albuquerque, NM, USA, September, 1990.
- [35] N.Tokuda et al., *Progress Report on the 25.5-MHz Split Coaxial RFQ*, International symposium on Heavy Ion Inertial Fusion, Monterey, CA, USA, December, 1990.
- [36] 新井重昭 他、分割同軸型高周波四重極線型加速器の加速試験、平成 2 年度科学研 究費補助金 [試験研究 B(2)] 研究成果報告書、平成 3 年 3 月。
- [37] S.Arai et al., *Accerelation tests of the INS 25.5-MHz Split Coaxial RFQ*, 1991 IEEE Particle Accelerator Conference, San Francisco, CA, USA, May, 1991.
- [38] S.Shibuya et al., 25.5-MHz 分割同軸型 RFQ 加速テスト、第 16 回ライナック研究会、 東京、1991 年 9 月。
- [39] N.Tokuda et al., *Acceleration Performance Of the INS 25.5-MHz Split Coaxial RFQ*, 8th Symp on Accelerator Science and Technology, Saitama, Japan, November, 1991.
- [40] S.Yamada, *Private Communications*.
- [41] S.Yamada, *Buncher Section Optimization of Heavy Ion RFQ Linacs*, 1981 Linear Accelerator conference, LA-9234-C, pp.316, Santa-Fe, NM, USA, 1981.

- [42] W.D.Kilpatrick, *Criterion for Vacuum Sparking Designed to Include both rf and dc*, Review of Scientific Instruments, Vol.28, No.10, pp. 824, 1957.
- [43] 藤野武夫 他、N C 旋盤による分割同軸型 R F Q のベーン型電極の製作、INS-T-485, September, 1988.
- [44] J.C.Slater, *Microwave Electronics*, pp.80, Dover Pub., inc.
- [45] S.Yamada, *Private Communications*.
- [46] Y.Mori, *Private Communications*.
- [47] K.R.Crandall et al., *Effects of Vane-Tip Geometry on the Electric Fields in Radio-Frequency Quadrupole Linacs*, LANL-Report LA-9695-MS, 1983.
- [48] J.Staples, *Private Communications*.
- [49] K.Okuno, *Charge Changing Cross Sections for Heavy-Particle Collisions in the Energy Range from 0.1 eV to 10 MeV, III Incidence of F, Ne, Na and Their Ions*, 名古屋大学プラズマ研究所, IPPJ-AM-11, 1978.

## 付録A. K-Tの電位関数について

### A.1 変調ヴェインの電位関数

ビーム軸に沿って電極電圧が一定で、その形状が周期的に変化する四電極によって作り出される電位分布は、フーリエ級数で表わすことが出来る。また、 $z = 0$  に対して対称であるので偶関数即ち  $\cos$  の項のみ考えればよい。従ってその電位関数はビーム軸を  $z$  軸に取り、円筒座標系で表わすと次式のようになる。

$$U(r, \psi, z) = \frac{V_0}{2} \left[ F_0(r, \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(r, \psi) \cos nkz \right] \quad (\text{A.1})$$

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (\text{A.2})$$

$L$  は電極の一周期の長さである。上式はラプラスの方程式を満たす。

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.3})$$

上式を整理して  $F_0$ 、 $F_n$  に関する微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_0}{\partial r} + \frac{\partial^2 F_0}{\partial \psi^2} = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial^2 F_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_n}{\partial r} + \frac{\partial^2 F_n}{\partial \psi^2} - (nk)^2 F_n = 0 \quad (\text{A.5})$$

(A.4) を変数分離法で解く。

$$F_0 = R(r)\Psi(\psi) \quad (\text{A.6})$$

であるとすると、

$$\frac{r^2}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{r}{R} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \psi^2} = 0 \quad (\text{A.7})$$

上式が常に成立するためには左辺の最初の 2 項の和及び第 3 項はそれぞれ定数でなければならない。いまそれぞれの定数を以下のように定める。

$$\frac{r^2}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{r}{R} \frac{\partial R}{\partial r} = m^2 \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \psi^2} = -m^2 \quad (\text{A.9})$$

(A.9) の一般解は以下のようになる。

$$\Psi = A_{m1} \cos m\psi + A_{m2} \sin m\psi = A_m \cos(m\psi + \psi_0) \quad (\text{A.10})$$

$\psi_0$ は境界条件で決まるが、0としても上式の一般性は保たれるゆえ0とする。一方(A.8)は次のようになる。

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} - m^2 R = 0 \quad (\text{A.11})$$

上式は次式で与えられる  $R$ により満足される。

$$R = B_m \frac{r^m}{m!} \quad (\text{A.12})$$

従って(A.4)の一般解は定数として  $A_{0m}$ を用いると、

$$F_0 = \sum_{m=0}^{\infty} A_{0m} r^m \cos m\psi \quad (\text{A.13})$$

となる。次に(A.5)も同様にして解く。

$$F_n = R_n(r)\Psi_n(\psi) \quad (\text{A.14})$$

であるとすると、

$$\frac{r^2}{R_n} \frac{\partial^2 F_n}{\partial r^2} + \frac{r}{R_n} \frac{\partial F_n}{\partial r} + \frac{1}{\Psi_n} \frac{\partial^2 F_n}{\partial \psi^2} - (nkr)^2 = 0 \quad (\text{A.15})$$

となる。ここでさきのように、

$$\frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \psi^2} = -p^2 \quad (\text{A.16})$$

とおけば、一般解は以下のようにになる。

$$\Psi_n = A_{np} \cos p\psi \quad (\text{A.17})$$

このとき(A.15)は次のように表わすことが出来る。

$$\frac{\partial^2 R_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R_n}{\partial r} - \left( n^2 k^2 + \frac{p^2}{r^2} \right) R_n = 0 \quad (\text{A.18})$$

上式は変形ベッセル微分方程式として知られ、その一般解は次のようにして与えられる。

$$R_n = B_{np1} I_p(nkr) + B_{np2} K_p(nkr) \quad (\text{A.19})$$

$I_p$ 、 $K_p$ は第1種、第2種変形ベッセル関数である。 $K_p$ は  $r \rightarrow 0$ で  $\infty$ となるので、 $B_{np2} = 0$ である。これより定数を  $A_{np}$ で書き換えると(A.5)の一般解として次式を得る。

$$F_n = A_{np} I_p(nkr) \cos p\psi \quad (\text{A.20})$$

(A.13)、(A.20)を(A.3)に代入すると電位関数  $U$ として次式を得る。

$$U = \sum_{m=0}^{\infty} A_{0m} r^m \cos m\psi + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} A_{np} I_p(nkr) \cos p\psi \cos nkz \quad (\text{A.21})$$

$$k = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{\beta_s \lambda} \quad (\text{A.22})$$

係数  $A_{0m}$  及び  $A_{np}$  を  $V_0/2$  で割ったものをあらためて  $A_{0m}$ 、 $A_{np}$  とおき、さらに右辺第2項の  $p$  を  $m$  で置き換えると、

$$U = \frac{V_0}{2} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} A_{0m} r^m \cos m\psi + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} I_m(nkr) \cos m\psi \cos nkz \right\} \quad (\text{A.23})$$

となる。ここで (A.23) に次のような四電極内でのポテンシャルの対称性を課す。但し  $0 < \psi < \pi/2$ 、 $0 < z < L/2$  であるとする。

1.  $U(r, \psi, z) = U(r, -\psi, z)$
2.  $U(r, \psi, z) = U(r, \psi \pm \pi, z)$
3.  $U(r, \psi, z) = U(r, \psi, -z)$
4.  $U(r, \psi, z) = -U(r, \psi \pm \pi/2, L/2 - z)$

1番目から3番目までの条件を図 A.1 に示す。

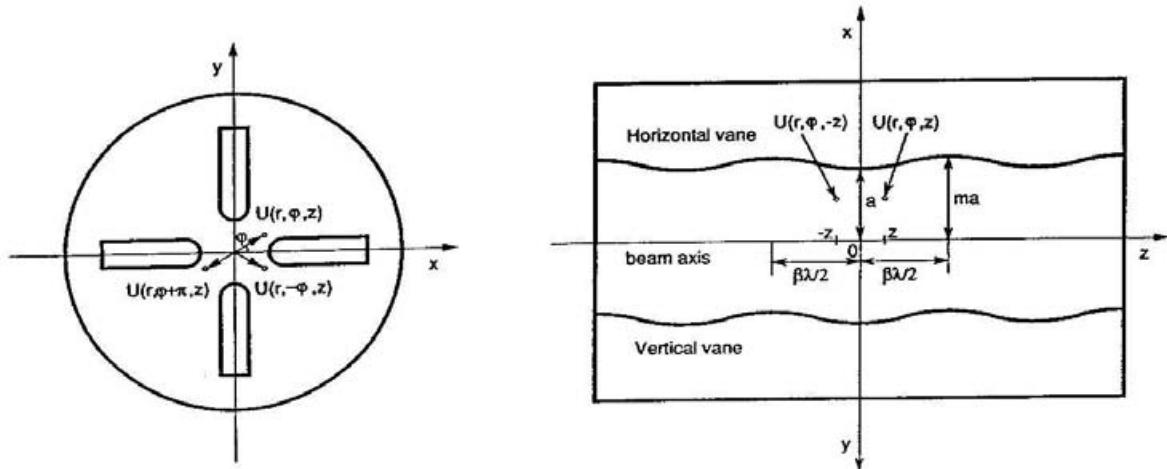


図 A.1 四電極内のポテンシャルの対称性。

ここで 1 番目と 3 番目の境界条件から  $\psi$  と  $z$  は  $\cos$  の関数として良いことが分かる。また 2 番目の境界条件より  $\psi$  の係数  $m$  を  $2m$  と置き換える。さらに 4 番目の境界条件が成り立つ条件は、

$$\cos 2m\psi \cos nkz = -\cos(2m\psi + m\pi) \cos n(\pi - kz) \quad (\text{A.24})$$

で表わされる。これより  $m$  と  $n$  は次のような関係を満たす。

1.  $m$  が偶数なら  $n$  は奇数。
2.  $m$  が奇数なら  $n$  は偶数。

またセル中心でのビーム軸上のポテンシャルは、

1. 四翼型 RFQ の場合は  $U(0, 0, L/4) = 0$
2. SCRFQ の場合は  $U(0, 0, L/4) = V_0/2$

と表わすことから、

1. 四翼型 RFQ の場合は  $A_{00} = 0$
2. SCRFQ の場合は  $A_{00} = 1$

となる。従って (A.21) は 4 翼型 RFQ の場合、

$$U = \frac{V_0}{2} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} A_{0m} r^{2m} \cos 2m\psi + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} I_{2m}(nkr) \cos 2m\psi \cos nkz \right\} \quad (\text{A.25})$$

SCRFQ の場合は、

$$U = \frac{V_0}{2} \left\{ 1 + \sum_{m=1}^{\infty} A_{0m} r^{2m} \cos 2m\psi + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} I_{2m}(nkr) \cos 2m\psi \cos nkz \right\} \quad (\text{A.26})$$

と表わせる。但し  $m$ 、 $n$  の偶奇に注意する。

## A.2 ラジアルマッチングセクションでの電位関数

ラジアルマッチングセクション (RMS) では集束係数  $B$  を 0 から最終値まで滑らかに立ち上げる。この方法として正弦関数的に立ち上げる場合とリニアに立ち上げる場合がある。分割同軸型では RMS 内でビーム軸上の電場を 0 から  $V_0/2$  まで上げなくてはならないので、このセクションの設計は特に重要である。ここでは原型モデルに採用した、ポテンシャルをリニアに立ち上げる場合について述べる。

ポテンシャルを RMS でリニアに立ち上げる場合、RMS 内のポテンシャルが次式で与えられるとする。

$$U(x, y, z) = Az + B \frac{x^2 - y^2}{a^2} \cdot z \quad (\text{A.27})$$

これは、

1. (A.27) はラプラス方程式を満たす。
2. 右辺第一項は加速を表わす項で第二項は四重極場を表わす項である。

という理由による。境界条件によって定数  $A$ 、 $B$  を定める。RMS の長さは  $d$  とする。

1. RFQ 入口 ( $z = 0$ ) で  $U = 0$  である。
2. ビーム軸上 RMS 出口 ( $x = 0, y = 0, z = d$ ) で  $U = V_0/2$  である。
3. RMS と変調ヴェインとの連続性から RMS 垂直ヴェイン終端 ( $x = a, y = 0, z = d$ ) で  $U = V_0$  である。
4. RMS と変調ヴェインとの連続性から RMS 水平ヴェイン終端 ( $x = 0, y = a, z = d$ ) で  $U = 0$  である。

最初の境界条件はおのずと満たす。2番目の境界条件から  $A = V_0/2d$  を得る。3番目と4番目の境界条件からは全く同じ条件  $B = V_0/2d$  を得る。これより (A.27) は以下のように表わせる。

$$U(x, y, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + \frac{x^2 - y^2}{a^2} \right] \cdot \frac{z}{d} \quad (\text{A.28})$$

これが RMS でポテンシャルをリニアに立ち上げるときの式である。この時 RMS 内での集束係数  $B$  は一定値を  $B_0$  としたとき次式で与えられる。

$$B = B_0 \frac{z}{d} \quad (0 \leq z \leq d) \quad (\text{A.29})$$

## 付録B. smooth近似

### B.1 smooth近似による Mathieu 方程式の解

ここでは smooth 近似 (smooth approximation) を用いて Mathieu 方程式を近似的に解くことを考える。

一般に、周期  $L$  の周期関数  $K(z)$  を含んだ方程式 (Hill 方程式といい Mathieu 方程式もこれに含まれる)

$$y'' + K(z)y = 0; \quad K(z+L) = K(z) \quad (\text{B.1})$$

の一般解は次式によって与えられる。

$$y(z) = a\sqrt{\beta} \cos \left( \int \frac{dz}{\beta} + \phi_0 \right) \quad (\text{B.2})$$

$\beta$  は付録 C で述べる  $\beta$  関数である。Hill の方程式の近似解は Floque の定理より次式で与えられることが判っている。

$$y(z) = Y(z)(1 + q(z)) \quad (\text{B.3})$$

ここで、

$$Y(z) = Ce^{-j\nu z} \quad (\text{B.4})$$

$$q(z) = \int dz \int (K - \bar{K}) dz \quad (\text{B.5})$$

$$\nu^2 = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 = \bar{K} + \int \left[ \int (K - \bar{K}) dz \right]^2 dz \quad (\text{B.6})$$

$\bar{K}$  は  $K$  の一周期  $L$  に渡っての平均値である。解の周期  $\lambda$  は集束要素の周期  $L$  よりも十分大きいものとする。この結果を Mathieu 方程式

$$\frac{d^2x}{d\eta^2} + (B \sin 2\pi\eta + \Delta_{\text{rf}})x = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\eta = \frac{z}{L} \quad (\text{B.8})$$

に適用すると、

$$K(\eta) = B \sin 2\pi\eta + \Delta_{\text{rf}} \quad (\text{B.9})$$

$$\bar{K} = \Delta_{\text{rf}} \quad (\text{B.10})$$

$$q(\eta) = \int d\eta \int B \sin 2\pi\eta d\eta = \frac{B}{4\pi^2} \sin 2\pi\eta \quad (\text{B.11})$$

となる。また、一周期当たりの位相の進み $\sigma$ は、

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \Delta_{\text{rf}} + \int_0^1 \left[ \int B \sin 2\pi\eta d\eta \right]^2 d\eta \\ &= \Delta_{\text{rf}} + \int_0^1 \left[ -\frac{B}{2\pi} \cos 2\pi\eta \right]^2 d\eta \\ &= \Delta_{\text{rf}} + \int_0^1 \frac{B^2}{4\pi^2} \cos^2 2\pi\eta d\eta \\ &= \Delta_{\text{rf}} + \frac{B^2}{8\pi^2} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

である。これより Mathieu 方程式の近似解は次式のようになる。

$$\begin{aligned} y(\eta) &= Ce^{-j\sigma\eta} \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \sin 2\pi\eta \right) \\ &= C \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \sin 2\pi\eta \right) \cos(\sigma\eta + \phi_0) \\ &= C \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \sin 2\pi\eta \right) \cos\left(\int \frac{L}{\beta} d\eta + \phi_0\right) \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

ここで、

$$\nu z = \nu L\eta = \sigma\eta \quad (\text{B.14})$$

の関係を用いた。式 (B.2) と (B.13) は同じ方程式の解なので等しいと置くと、

$$a^2\beta = C^2 \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \sin 2\pi\eta \right)^2 \quad (\text{B.15})$$

$$\beta = \left( \frac{C}{a} \right)^2 \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \sin 2\pi\eta \right)^2 \quad (\text{B.16})$$

となる。ここで  $B/4\pi^2 \ll 1$  として smooth 近似を用いると  $\beta$  の一周期の平均値  $\bar{\beta}$  は

$$\bar{\beta} = \left( \frac{C}{a} \right)^2 \simeq \frac{L}{\sigma} \quad (\text{B.17})$$

となる。従って、 $\sigma < \pi/2$  の時は、

$$\beta = \frac{L}{\sigma} \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \sin 2\pi\eta \right)^2 \quad (\text{B.18})$$

となる。 $\beta$  関数の最大値  $\beta_+$  は  $\sin 2\pi\eta = 1$  の時、

$$\beta_+ = \frac{L}{\sigma} \left( 1 + \frac{B}{4\pi^2} \right)^2 \quad (\text{B.19})$$

であり、 $\beta$ 関数の最小値 $\beta_-$ は  $\sin 2\pi\eta = -1$  の時、

$$\beta_- = \frac{L}{\sigma} \left(1 - \frac{B}{4\pi^2}\right)^2 \quad (\text{B.20})$$

となる。

安定領域の下限は B.12で $\sigma=0$  として次のように表わせる。

$$\frac{B^2}{8\pi^2} + \Delta_{rf} = 0 \quad (\text{B.21})$$

また、安定領域の上限は B.12で $\sigma = \pi$ と置いて、

$$B + 2\Delta_{rf} = 2\pi^2 \quad (\text{B.22})$$

となる。粒子が安定に振動する条件は、

$$\sigma^2 = \frac{B^2}{8\pi^2} + \Delta_{rf} \quad (\text{B.23})$$

$$\Gamma_+ = \frac{\beta_+}{L} = \frac{\left(1 + \frac{B}{4\pi^2}\right)^2}{\sigma} \quad (\text{B.24})$$

である。これより $\beta$ 関数の最大値 $\beta_+$ は $\Gamma_+$ で与えられ、smooth 近似の結果 $\sigma < 0.6\pi$ の時、数%の誤差で $\Gamma_+, \sigma$ を与える。ビーム軸に沿ったビームエンベロープの一周期内での最大値 $a_{beammax}$ は次のように近似される。

$$a_{beammax} = \sqrt{\frac{\beta_+\epsilon}{\pi}} = \sqrt{\frac{\beta_+\epsilon_n}{\gamma\beta_*\pi}} = \sqrt{\frac{\Gamma_+ L \epsilon_n}{\gamma\beta_*\pi}} = \sqrt{\frac{\Gamma_+ \lambda \epsilon_n}{\pi}} \quad (\text{B.25})$$

ここで $\epsilon_n$ は規格化エミッタス、 $L$ は一周期の電極の長さを表す。ビームエンベロープの最大、最小の比 $\xi$ は次式のようになる。

$$\xi = \frac{a_{beammax}}{a_{beammin}} = \frac{\beta_+\epsilon}{\beta_-\epsilon} = \frac{1 + B/4\pi^2}{1 - B/4\pi^2} \quad (\text{B.26})$$

ライナックで受け入れられるビームの規格化エミッタスの最大値を規格化アクセプタンスと言うが、これはビーム半径がビームアーチャー半径に等しくなったときの値である。即ち、RFQ の最小ビームアーチャー半径を $a_{min}$ 、規格化エミッタスを $\epsilon_n$ とするとき、規格化アクセプタンス $A_n$ は次のようになる。

$$\frac{A_n}{\pi} = \left(\frac{a_{min}}{a_{beammax}}\right)^2 \cdot \frac{\epsilon_n}{\pi} = \zeta^2 \frac{\epsilon_n}{\pi} = \frac{a_{min}^2}{\Gamma_+ \lambda} \quad (\text{B.27})$$

この時 $\zeta = a_{min}/a_{beammax}$ をビームマージンと呼ぶ。

## B.2 シンクロトロン振動

ビーム軸上における平均加速電場の最大値  $E_0$  は  $E_z$  成分を一セル内で積分する事により得られる。

$$E_0 = \frac{2}{\beta_s \lambda} \int_0^{\beta_s \lambda / 2} E_z dz = \frac{2AV_0}{\beta_s \lambda} \quad (B.28)$$

SCRFQ の場合  $E_z$  は以下のように表わせる。

$$E_z = \frac{kAV_0}{2} I_0(kr) \sin kz \quad (B.29)$$

ここで

$$k = \frac{2\pi}{\beta_s \lambda} \quad (B.30)$$

$$A = \frac{m^2 - 1}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (B.31)$$

である。単位セルで得る核子あたりのエネルギー増加  $\Delta W$  は、(B.29) に高周波位相  $\sin \omega t$  をかけたものを単位セル内で積分すればよい。この時  $\omega t = kz + \varphi$  であることを考慮して、

$$\begin{aligned} \Delta W &= \epsilon e \int_0^{\beta_s \lambda / 2} E_z \sin(kz + \varphi) dz \\ &= \frac{\epsilon e k A V_0}{2} I_0(kr) \int_0^{\beta_s \lambda / 2} \sin kz \sin(kz + \varphi) dz = \epsilon e \frac{\pi}{4} A V_0 I_0(kr) \cos \varphi \end{aligned} \quad (B.32)$$

となる。ここで  $\varphi$  はセル入口での高周波位相、 $\epsilon$  は粒子の荷電数対質量数比、 $e$  は素電荷を表わす。ビーム軸上の同期粒子に対しては、 $\varphi = \varphi_s$ 、 $I_0(kr) = 1$  として、

$$\Delta W = \epsilon e \int_0^{\beta_s \lambda / 2} E_z \sin\left(\frac{2\pi}{\beta_s \lambda} z + \varphi_s\right) dz = \epsilon e \frac{\pi}{4} A V_0 \cos \varphi_s \quad (B.33)$$

となる。ビーム軸に沿った単位長当たりの粒子のエネルギー変化は (B.32) を  $\beta_s \lambda / 2$  で割ることにより得られる。

$$\frac{dW}{dz} = \frac{\pi \epsilon e A V_0 I_0(kr)}{2 \beta_s \lambda} \cos \varphi \quad (B.34)$$

ビーム軸上の同期粒子に対しては、 $\varphi = \varphi_s$ 、 $r=0$  と置くことにより、

$$\frac{dW_s}{dz} = \frac{\pi \epsilon e A V_0}{2 \beta_s \lambda} \cos \varphi_s \quad (B.35)$$

となる。RFQ の適用エネルギー領域は  $\beta \ll 1$ 、 $\gamma \sim 1$  であることを考慮すると、同期粒子と非同期粒子のエネルギー差 ( $\Delta W = W - W_s$ ) のビーム軸に沿った変化は、

$$\frac{d}{dz}(\Delta W) = \frac{\pi\epsilon e A V_0}{2\beta_s \lambda} \{I_0(kr) \cos \varphi - \cos \varphi_s\} \quad (\text{B.36})$$

となる。同期粒子と非同期粒子の位相差  $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_s \ll 1$  の時は、

$$\cos \varphi = \cos(\Delta\varphi + \varphi_s) \sim \cos \varphi_s - \Delta\varphi \sin \varphi_s \quad (\text{B.37})$$

と展開できるので、

$$\frac{d}{dz}(\Delta W) = -\frac{\pi\epsilon e A V_0}{2\beta_s \lambda} \{\Delta\varphi \sin \varphi_s I_0(kr) + (1 - I_0(kr)) \cos \varphi_s\} \quad (\text{B.38})$$

となる。位相差  $\Delta\varphi$  に関する運動方程式を求めるために、ここで  $\Delta\varphi$  と同期粒子と非同期粒子の速度差  $\Delta v = v - v_s$  の関係を考えると、

$$\Delta W = W - W_s = \frac{1}{2}m_0(v^2 - v_s^2) \sim m_0 v_s(v - v_s) = m_0 v_s \Delta v \quad (\text{B.39})$$

$$\frac{d}{dz}(\Delta\varphi) = \omega \left( \frac{dt}{dz} - \frac{dt_s}{dz} \right) = \omega \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v_s} \right) \quad (\text{B.40})$$

$$\omega = \frac{2\pi v_s}{\beta_s \lambda} \quad (\text{B.41})$$

となる。これより、

$$\frac{d}{dz}(\Delta\varphi) = \omega \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v_s} \right) \sim -\frac{2\pi}{\beta_s \lambda} \cdot \frac{\Delta W}{m_0 v_s^2} \quad (\text{B.42})$$

となる。これらの式より、 $\Delta\varphi$  に関する運動方程式が次のように導かれる。ここで  $v_s$  の変化は  $v$  の変化に比べて十分小さいので、無視することにする。

$$\frac{d^2 \Delta\varphi}{dz^2} = -\frac{2\pi}{\beta_s \lambda} \cdot \frac{1}{v_s} \frac{d\Delta v}{dz} = \frac{\pi^2 \epsilon e A V_0}{m_0 v_s^2 \beta_s^2 \lambda^2} \{\Delta\varphi \sin \varphi_s I_0(kr) + (1 - I_0(kr)) \cos \varphi_s\} \quad (\text{B.43})$$

これをセル当たりの変化で表すと  $dz = \frac{\beta_s \lambda}{2} dn$  より、

$$\frac{d^2 \Delta\varphi}{dn^2} + \Omega_l^2 I_0(kr) \Delta\varphi = \frac{\Omega_l^2}{\tan \varphi_s} \{I_0(kr) - 1\} \quad (\text{B.44})$$

$$\Omega_l^2 = -\frac{\pi^2 \epsilon e A V_0 \sin \varphi_s}{4m_0 (\beta_s c)^2} = -\frac{1}{2} \Delta_{\text{rf}} \quad (\text{B.45})$$

なお、近軸ビーム (laminar beam) に対しては  $I_0 \sim 1$  と置けるので、以下のようになる。

$$\frac{d^2 \Delta\varphi}{dn^2} + \Omega_l^2 \Delta\varphi = 0 \quad (\text{B.46})$$

$\varphi_s$ はセル入り口での同期粒子に対する高周波位相であり、上式は $-90^\circ < \varphi_s < 0^\circ$ の範囲で選ばれた時、単振動を表す式となり、粒子がセル当たり $\Omega_l$ の位相の進みで位相振動(シンクロトロン振動)することを示している。ただし、 $|\Delta\varphi| \ll 1, r \ll 1$ の条件を満たしているものとする。

いま、 $|\Delta\varphi| \ll 1$ ではない粒子の振る舞いを考えてみる。(B.36)、(B.42)よりこの時上式は次のように書ける。

$$\frac{d^2\Delta\varphi}{dn^2} = \frac{\Omega_l^2}{\sin\varphi_s} \{I_0(kr)\cos\varphi - \cos\varphi_s\} \quad (\text{B.47})$$

位相振動は粒子の横方向の運動にも関係しているがここでは近軸ビーム( $I_0 \sim 1$ )に対して考える。上式の両辺を $\Delta\varphi$ で積分すると、

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Delta\varphi}{dn} \right)^2 = \frac{\Omega_l^2}{\sin\varphi_s} \{\sin\varphi - \Delta\varphi \cos\varphi_s\} + C \quad (\text{B.48})$$

式(B.39)、(B.42)、(B.43)、(B.48)より、次のような $\Delta W$ と $\varphi$ の関係が得られる。

$$\begin{aligned} (\Delta W)^2 &= (m_0 v_s \Delta v)^2 \\ &= \left( m_0 v_s \cdot \frac{v_s \Omega_l}{\pi} \right)^2 \frac{2}{\sin\varphi_s} \{\sin\varphi - \Delta\varphi \cos\varphi_s\} + C \\ &= \left( \frac{2W_s \Omega_l}{\pi} \right)^2 \frac{2}{\sin\varphi_s} \{\sin\varphi - \Delta\varphi \cos\varphi_s\} + C \end{aligned} \quad (\text{B.49})$$

上式は定数Cに対応して、 $\Delta W - \varphi$ 平面上で本文図2.4のような軌跡を描く。(B.36)より、 $\Delta W$ が常に0となる $\varphi$ が二つある。一つは $\varphi = \varphi_s$ で同期粒子を意味し、もう一点は $\varphi = -\varphi_s$ で、この点にいる粒子は、わずかな外力によって、不安定領域に行ってしまうため、この点をunstable fixed pointと呼ぶ。この点を通る曲線をセパラトリクスと呼び、これより内側では粒子の軌跡は閉曲線を描き、粒子は加速されながら閉曲線上を回転するため、安定に加速される。これに対して、セパラトリクスの外側の粒子は、加速力と減速力を交互に受けるために、加速されずに出でることになる。セパラトリクスを表す曲線の定数Cは、 $\varphi = -\varphi_s$ の時に $\Delta W = 0$ である条件から、

$$C = \left( \frac{2W_s \Omega_l}{\pi} \right)^2 \frac{2}{\sin\varphi_s} \{\sin\varphi_s - 2\varphi_s \cos\varphi_s\} \quad (\text{B.50})$$

となる。これよりセパラトリクスの曲線の式は、

$$(\Delta W)^2 = -W_s \epsilon e A V_0 \{\sin\varphi - \Delta\varphi \cos\varphi_s\} - W_s \epsilon e A V_0 \{\sin\varphi_s - 2\varphi_s \cos\varphi_s\} \quad (\text{B.51})$$

となる。セパラトリクスの $\Delta W$ の最大値 $\Delta W_{\max}$ は $\Delta\varphi = 0$ の時に与えられるので、

$$\begin{aligned} \Delta W_{\max} &= \frac{4W_s \Omega_l}{\pi} \sqrt{1 - \varphi_s \cot\varphi_s} \\ &= \sqrt{W_s \epsilon e A V_0 \{\varphi_s \cos\varphi_s - \sin\varphi_s\}} \end{aligned} \quad (\text{B.52})$$

また、セパラトリクスの位相長 $\Psi_c$ と同期位相 $\varphi_s$ との関係は、 $\Delta W = 0$ の時に $\Delta\varphi = -\Psi_c - 2\varphi_s$ と置くことによって、(B.51)から得られ、

$$\tan \varphi_s = \frac{\sin \Psi_c - \Psi_c}{1 - \cos \Psi_c} \quad (\text{B.53})$$

となる。イオン加速器での同期位相の値としてよく用いられる  $\varphi_s = -30^\circ$  近辺では、 $\Psi_c \sim 3\varphi_s$  が成り立つことがよく知られている。

## 付録C. $\beta$ 関数と Twiss parameter

集束要素がビーム軸 (z 軸) に沿って周期的に配列されている場合粒子の運動方程式はヒル (Hill) の方程式で与えられその解は粒子が擬周期的 (Pseudo Harmonic) 振動をしながら進むことを表わす。この時ビームの z 軸に沿った包絡線が  $\beta$ 関数で与えられることになる。Twiss parameter はエミッタス橍円の性質を特徴づける変数である。また  $\beta$ 関数を用いてエミッタスの不变性を示すことが出来る。以下 Hill 方程式から  $\beta$ 関数及び Twiss parameter を求める。

### C.1 $\beta$ 関数

Hill 方程式はよく知られているように次式で与えられる。

$$\frac{d^2x}{dz^2} + K(z)x = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$K(z+L) = K(z) \quad (\text{C.2})$$

$L$  は集束要素の配列の周期を表わす。(C.1) を解く前にまずフロケー (Froque) の定理について述べる。

Froque の定理を以下に示す。

1.  $x$  が (C.1) の解ならば  $x(z+L)$  も解である。これは (C.2) よりただちに求まる。
2. 独立な二つの解を  $x_1(z)$ 、 $x_2(z)$  とすると、他の解はこれの線形結合でかかれる。この時一般解も線形結合で示される。即ち、

$$x(z) = ax_1(z) + bx_2(z)$$

$$x'(z) = ax'_1(z) + bx'_2(z)$$

とかける。 $x'(z)$  は  $z$ での微分を表わす。この結果と 1. より  $x_1(z+L)$ 、 $x_2(z+L)$  はある行列を用いて、

$$\begin{bmatrix} x_1(z+L) \\ x_2(z+L) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1(z) \\ x_2(z) \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

とかける。A の固有値を  $e^{a_1}$ 、 $e^{a_2}$  とし、その時の固有ベクトルを  $v_1$ 、 $v_2$  とし、それらを横に並べて、

$$v = [v_1, v_2] \quad (\text{C.4})$$

なる行列を作ると (C.3) は

$$v^{-1} \begin{bmatrix} x_1(z+L) \\ x_2(z+L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{a_1} & 0 \\ 0 & e^{a_2} \end{bmatrix} v^{-1} \begin{bmatrix} x_1(z) \\ x_2(z) \end{bmatrix} \quad (\text{C.5})$$

となる。これから  $a$  を  $a_1$  または  $a_2$  ( $a_1 \neq a_2$ ) として

$$x(z+L) = e^a x(z) \quad (\text{C.6})$$

なる解があることが分かる。

3. 上の結果から (C.1) は

$$x(z) = e^{kz} F(z) \quad (\text{C.7})$$

のような二つの解を持つ事が分かる。 $F(z)$  は  $F(z+L) = F(z)$  なる  $L$  の周期関数である。以下にこれを示す。(C.7) の  $x(z)$  を用いて、

$$F(z) = e^{-\frac{az}{L}} x(z) \quad (\text{C.8})$$

とおくと、

$$F(z+L) = e^{-\frac{az}{L}-a} x(z+L) = e^{-\frac{az}{L}} x(z) = F(z) \quad (\text{C.9})$$

となり  $F$  は  $L$  の周期関数となる。

上の結果から Hill 方程式の二つの独立解を以下のようにおく。

$$\begin{aligned} x_1(z) &= \omega(z) e^{j\psi(z)} \\ x_2(z) &= \omega(z) e^{-j\psi(z)} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

ここで  $\omega$  は次式を満たす。

$$\omega(z+L) = \omega(z)$$

また  $\psi$  は一周期当たりの位相の進みである。ここで (C.10) を (C.1) に代入すれば次の二つの関係式が求まる。

$$\omega'' + K\omega - \psi^2 \omega = 0 \quad (\text{C.11})$$

$$\psi'' \omega + 2\psi' \omega' = 0 \quad (\text{C.12})$$

(C.12) は  $(\psi' \omega^2)' = 0$  とかけるので、これより

$$\psi' \omega^2 = c \quad (c = \text{const.}) \quad (\text{C.13})$$

が得られる。

いま  $z_1(x_1, x'_1)$  から  $z_2(x_2, x'_2)$  までの輸送行列を  $M_{21}$ としたとき、 $z_1$  と  $z_2$  は次の関係にある。

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{bmatrix} = M_{21} \begin{bmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

$z_1$ 、 $z_2$  でも (C.10) は (C.1) を満たす。ここで、

$$M_{21} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{C.15})$$

としたときの  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  は次のように求まる。

$$\begin{aligned} A &= \frac{\omega_2}{\omega_1} \cos \Delta\psi - \frac{\omega'_1 \omega_2}{c} \sin \Delta\psi \\ B &= \frac{\omega_1 \omega_2}{c} \sin \Delta\psi \\ C &= \left( \frac{\omega'_2}{\omega_1} - \frac{\omega'_1}{\omega_2} \right) \cos \Delta\psi - \left( \frac{c}{\omega_1 \omega_2} + \frac{\omega'_1 \omega'_2}{c} \right) \sin \Delta\psi \\ D &= \frac{\omega_2}{\omega_1} \cos \Delta\psi + \frac{\omega'_1 \omega_2}{c} \sin \Delta\psi \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

ここで添字 1、2 は  $z_1$ 、 $z_2$  における値を意味し、 $\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$  である。 $z_2 - z_1 = L$  の時は、 $\omega = \omega_1 = \omega_2$ 、 $\omega' = \omega'_1 = \omega'_2$  として

$$\begin{aligned} A &= \cos \Delta\psi - \frac{\omega \omega'}{c} \sin \Delta\psi \\ B &= \frac{\omega^2}{c} \sin \Delta\psi \\ C &= -\frac{1 + (\omega \omega')^2}{\omega^2} \sin \Delta\psi \\ D &= \cos \Delta\psi + \frac{\omega \omega'}{c} \sin \Delta\psi \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

ここで

$$\omega^2 = \beta \quad (\text{C.18})$$

$$\omega \omega' = \alpha \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{1 + (\omega\omega')^2}{\omega^2} = \gamma \quad (C.20)$$

$$\Delta\psi = \mu \quad (C.21)$$

と置き換えると (C.13) より、

$$\omega = \sqrt{\beta} \quad (C.22)$$

$$\beta' = -2\alpha \quad (C.23)$$

$$\psi = \int_0^z \frac{dz}{\beta} + \psi_0 \quad (C.24)$$

を得る。また (C.20) より

$$\gamma = \frac{1 + \alpha^2}{\beta} \quad (C.25)$$

である。 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ のことを Twiss parameter と呼ぶ。(C.24) を (C.10) に代入すれば Hill 方程式の解として次式を得る。

$$x(z) = a\sqrt{\beta(z)} \cos(\psi(z) + \psi_0) \quad (C.26)$$

また上式を微分して  $x'(z)$  についての関係式を得る。

$$\begin{aligned} x'(z) &= -a\sqrt{\frac{1}{\beta(z)}} [\alpha(z) \cos(\psi(z) + \psi_0) + \sin(\psi(z) + \psi_0)] \\ &= -a\sqrt{\gamma(z)} \sin(\psi(z) + \psi_0) \end{aligned} \quad (C.27)$$

ここで  $\sqrt{c}$  を  $a$  とおいた。

## C.2 Twiss parameter

(C.26)、(C.27) よりただちに

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = a^2 \quad (C.28)$$

が導かれる。ここで  $a$  は定数である。(C.28) はある場所  $z$  での  $x$  の振動が不变であることがかりでなく、ビーム軸に沿っても不变であることも示している。ここで  $x$ 、 $y$  をまとめ

て  $x$  と言っていることに注意する。いま (C.28) を  $x - x'$  座標系で図示すると図 C.1 のようになる。

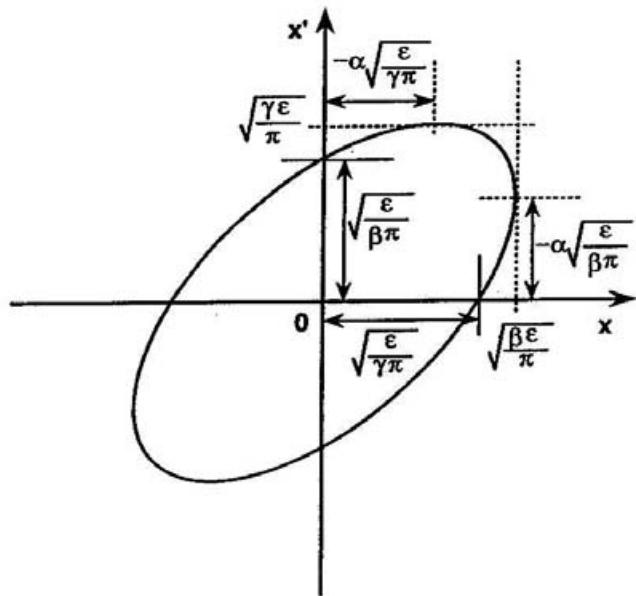


図 C.1 エミッタスの楕円表示。 $\alpha > 0$  の場合。

この楕円の面積を  $\epsilon$  とする。これは、

$$\int \int dy dy' = \oint y' dy \quad (C.29)$$

に (C.26)、(C.27) を代入して求めることが出来る。これより

$$\epsilon = a^2 \pi \quad (C.30)$$

を得る。ここで得た楕円の面積をエミッタスと呼ぶ。この楕円は位置によってその形を変えるがエミッタスは変化しない。しかし粒子のビーム軸方向の運動量の変化によってエミッタスは変わる。そこで一般にはこの運動量の変化に対して無関係な量として規格化エミッタス  $\epsilon_n$  を用いる。 $\epsilon_n$  は次式で定義される。

$$x' = \frac{dx}{dz} = \frac{P_x}{P_z} = \frac{P_x}{m_0 c \beta_s \gamma_s} \quad (C.31)$$

$$\epsilon = \int x' dx = \frac{1}{\beta_s \gamma_s} \int \frac{P_x}{m_0 c} dx = \frac{\epsilon_n}{\beta_s \gamma_s} \quad (C.32)$$

ここで  $P_x$ 、 $P_z$  は  $x$ 、 $z$  方向の粒子の運動量、 $m_0$  は粒子の静止質量、 $c$  は光速、 $\beta_s$  は粒子速度対光速比、 $\gamma_s$  は粒子の全エネルギー対静止エネルギーの比であり  $\sqrt{1/(1 - \beta_s^2)}$  で表わされるものである。従って、

$$\varepsilon_n = \beta_s \gamma_s \varepsilon_n \quad (C.33)$$

となる。最後に図 C.1 に示すような楕円の主なパラメータを Twiss parameter を用いて示す。

- |                  |   |
|------------------|---|
| 1. $x$ の最大値      | $x_{\max} = \sqrt{\varepsilon \beta / \pi}$             |
| 2. 1. の時の $x'$   | $x'_{x=\max} = -\alpha \sqrt{\varepsilon / \gamma \pi}$ |
| 3. $x'$ の最大値     | $x'_{\max} = \sqrt{\varepsilon \gamma / \pi}$           |
| 4. 3. の時の $x$    | $x_{x'=\max} = -\alpha \sqrt{\varepsilon / \beta \pi}$  |
| 5. $x$ 座標と楕円の交点  | $x_{x'=0} = \sqrt{\varepsilon / \gamma \pi}$            |
| 6. $x'$ 座標と楕円の交点 | $x'_{x=0} = \sqrt{\varepsilon / \beta \pi}$             |

上の結果と (C.28) から Twiss parameter に関して次のことが分かる。

- $\beta$  はビームの幅に関係した量で、 $x \propto \sqrt{\beta}$  である。
- $\alpha$  はビームの集束・発散を表わし、ビームは  $\alpha > 0$  で集束、 $\alpha < 0$  で発散する。
- $\gamma$  はビームの傾きに関係した量で、 $x' \propto \sqrt{\gamma}$  である。

## 付録D. 空間電荷効果

### D.1 横方向の運動

空間電荷効果を考慮にいれた横方向の運動方程式は (B.7) の  $\Delta_{rf}$  を  $\Delta$  と置き換える事により、次のようになる。

$$\frac{d^2x}{d\eta^2} + [B \sin 2\pi\eta + \Delta] x = 0 \quad (\text{D.1})$$

但し、

$$\Delta = \Delta_{rf} + \Delta_{sc} \quad (\text{D.2})$$

であり、 $\Delta_{sc}$  は、空間電荷効果による発散力を示す。また、

$$B = \frac{\epsilon e \lambda^2}{m_0 c^2 \gamma} \cdot \frac{X V_0}{a^2} \quad (\text{D.3})$$

$$\Delta_{rf} = \frac{\pi^2 \epsilon e A V_0 \sin \varphi}{2 m_0 c^2 \gamma \beta^2} \quad (\text{D.4})$$

$$\Delta_{sc} = \frac{-3 Z_0 \epsilon I \lambda^3 [1 - f(p)]}{8 \pi m_0 c^2 \gamma^3 r^2 b} \quad (\text{D.5})$$

である。セル当たりの位相の進み  $\sigma$  は、(B.12) より、

$$\sigma^2 = \frac{B^2}{8\pi^2} + \Delta \quad (\text{D.6})$$

と表せる。空間電荷効果を無視した時のセル当たりの位相の進みを  $\sigma_0$  と置くと、

$$\sigma_0^2 = \frac{B^2}{8\pi^2} + \Delta_{rf} \quad (\text{D.7})$$

となるので、両者の関係は、

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + \Delta_{sc} = \sigma_0^2 (1 - \mu_t) \quad (\text{D.8})$$

となる。 $\mu_t$  は横方向の空間電荷パラメータである。(D.5)、(D.8) より、横方向の空間電荷制限電流  $I_t$  は、

$$I_t = \frac{8\pi}{3Z_0} \mu_t \cdot \frac{m_0 c^2}{\epsilon e} \cdot \frac{\gamma^3 r^2 b \sigma_0^2}{\lambda^3 (1 - f(p))} \quad (\text{D.9})$$

となる。 $f(p)$  はビームバンチを、横方向の半径が  $r$ 、縦方向の半径が  $b$  である軸対称三次元橿円体とみなした時の形状因子で、次式で表される。

$$\begin{aligned} f(p) &= \frac{1}{1-p^2} - \frac{p \cos^{-1} p}{(1-p)^{\frac{3}{2}}} \quad (p > 1) \\ &= \frac{p \cosh^{-1} p}{(p^2-1)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{p^2-1} \quad (p < 1) \\ &= \frac{1}{3} \quad (p = 1) \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

$$p = \frac{b}{r} \quad (\text{D.11})$$

$p$  の範囲が  $0.8 < p < 5$  の時は、次の近似が当てはまる。

$$f(p) \simeq \frac{1}{3p} = \frac{r}{3b} \quad (\text{D.12})$$

バンチの径方向の大きさとして一セル中での最大ビーム半径  $r_+$  と最小ビーム半径  $r_-$  の幾何学的な平均を取るとすると

$$r^2 = r_+ r_- = \frac{r_+^2}{\psi} \quad (\text{D.13})$$

となる。ビーム電流はビーム半径とビームアーチャー径が等しいときに最大となるので、

$$r_+ = a \quad (\text{D.14})$$

となり、従って、

$$r^2 = \frac{a^2}{\psi} \quad (\text{D.15})$$

となる。また、縦方向の軸半径  $b$  は、横方向の電流の最大値が縦方向のそれと同じくらいのところにあるとすれば、

$$b = \frac{\beta_s \lambda |\varphi|}{2\pi} \quad (\text{D.16})$$

と表せる。これについては次節で述べる。これらの結果を (D.9) に代入すると  $I_t$  は次式のようになる。

$$I_t = \frac{\mu_t}{6\pi^2 Z_0} \cdot \frac{\beta_s \gamma^2 X V_0}{\psi (1 - f(p))} \cdot B^2 + 8\pi^2 B \Delta \quad (\text{D.17})$$

また、(D.16) の近似が使える時、上式は以下のようになる。

$$I_t = \frac{\mu_t \gamma^2 V_0 \lambda}{2\pi^2 Z_0 \sqrt{\psi}} \cdot \frac{X \beta_s^2 \varphi^2}{3\beta_s \lambda |\varphi| \sqrt{\psi} - 2\pi a} \cdot (B + 8\pi^2 \Delta) \quad (\text{D.18})$$

粒子の横方向の運動が安定である為には  $\mu_t < 1$  でなければならないが、最近の数値計算による研究では、空間電荷の影響が大きい場合、ビームエミッタスが増大することなく、粒子の運動が安定である為の条件は、

$$\begin{aligned}\sigma_0 &\leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{\sigma}{\sigma_0} &\geq 0.4\end{aligned}\tag{D.19}$$

であるので、 $\mu_t$  の最大値は (D.8) より、

$$\mu_t = 1 - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \leq 1 - 0.4^2 = 0.84\tag{D.20}$$

となる。

## D.2 縦方向の運動

空間電荷効果を考慮にいれたときの縦方向の粒子の運動方程式は次のようになる。

$$\frac{1}{(\beta_s \gamma)^3} \frac{d}{dz} \left( (\beta_s \gamma)^3 \frac{d}{dz} \Delta \varphi \right) + k_l^2 \left( (1 - \mu_l) \Delta \varphi - \frac{(\Delta \varphi)^2}{2 |\varphi_s|} \right) = 0\tag{D.21}$$

ここで、

$$\Delta \varphi = \varphi - \varphi_s\tag{D.22}$$

である。また、

$$k_l^2 = \frac{-\pi^2 \epsilon e A V_0 \sin \varphi_s}{m_0 c^2 \lambda^2 \beta_s^4 \gamma^3}\tag{D.23}$$

$$k_l^2 \mu_l = \frac{3 Z_0 \epsilon e I \lambda f(p)}{4 \pi m_0 c^2 r^2 b \beta_s^2 \gamma^3}\tag{D.24}$$

である。これより縦方向の空間電荷制限電流は、

$$I_l = \frac{4 \pi^3}{3 Z_0} \mu_l \frac{r^2 b}{f(p)} \cdot \frac{A V_0}{\beta_s^2 \lambda^3}\tag{D.25}$$

となる。ここで、ビームパンチを楕円体と見なしたときの縦方向の半径  $b$  の長さについて考える。一般的なライナックでは最終的な同期位相を  $-30^\circ$  付近にもってくることが多い。この時空間電荷効果を無視すればセバラトリクスの位相長はおよそ  $3 |\varphi_s|$  となる。空間電荷効果が無視出来ない時は前節と同様に縦方向の空間電荷パラメータ  $\mu_l$  を導入すると位相長はおよそ  $3 |\varphi_s| (1 - \mu_l)$  で表わされる。楕円体の縦方向の半径はこれを越えることはないので、次の不等式が成り立つ。

$$2\pi \frac{2b}{\beta_s \lambda} \leq 3 |\varphi_s| (1 - \mu_l) \quad (\text{D.26})$$

最大電流値付近では梢円体の半径も最大になっているとして、

$$b = \frac{3\beta_s \lambda}{4\pi} |\varphi_s| (1 - \mu_l) \quad (\text{D.27})$$

であるとする。縦方向の最大電流を与える $\mu_s$ は $1/3$ であるので、

$$b = \frac{\beta_s \lambda |\varphi_s|}{2\pi} \quad (\text{D.28})$$

となる。 $r$ 、 $f(p)$ は横方向の運動の時と同じに考えて、

$$r^2 = \frac{a^2}{\psi}, \quad f(p) = \frac{r}{3b} \quad (\text{D.29})$$

である。これらを(D.25)に代入して、

$$I_l = \frac{\mu_l \pi V_0 A a}{4\lambda Z_0 \sqrt{\psi}} \varphi_s^2 |\sin \varphi_s| \quad (\text{D.30})$$

を得る。

#### 参考文献

- D.1 R.L.Gluckstein, *Space Charge Effects, Linear Accelerators*, North Holland Co., Amsterdam, 1970.
- D.2 T.P.Wangler, *Space Charge Limits in Linear Accelerators*, Los Alamos Rep.LA-8388, 1980.

## 付録E. 電極先端の円近似

### E.1 曲率

関数  $y = f(x)$  上の点  $(x_0, y_0)$  において接する円の中心座標および半径を以下のようにして求める。

$y = f(x)$  に  $(x_0, y_0)$  で接する円の中心座標を  $(a, b)$ 、半径を  $r$  とすると円の方程式は次のようになる。

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \quad (\text{E.1})$$

これを  $x$  で微分すると、

$$2(x - a) + 2(y - b)y' = 0 \quad (\text{E.2})$$

$y'$  は  $x$  での微分を表わす。さらに  $x$  で微分して、

$$2 + 2y' + 2(y - b)y'' = 0 \quad (\text{E.3})$$

となる。(E.3) より、

$$1 + y' + (y - b)y'' = 0 \quad (\text{E.4})$$

よって

$$b = \frac{1 + y'^2 + yy'}{y''} = y + \frac{1 + y'^2}{y''} \quad (\text{E.5})$$

となる。また (E.2) より、

$$(x - a) + (y - b)y' = 0 \quad (\text{E.6})$$

よって

$$a = x + (y - b)y' = x - \frac{y'(1 + y'^2)}{y''} \quad (\text{E.7})$$

さらに (E.1) より

$$\begin{aligned} r^2 &= (x - a)^2 + (y - b)^2 = \left( \frac{y'(1 + y'^2)}{y''} \right)^2 + \left( -\frac{1 + y'^2}{y''} \right)^2 \\ &= \left( \frac{1 + y'^2}{y''} \right)^2 (y'^2 + 1) = \frac{(1 + y'^2)^3}{(y'')^2} \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

従って円の半径は

$$r = \frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{|y''|} \quad (\text{E.9})$$

となる。 $(x_0, y_0)$  での曲率半径はそこで接する円の半径と等しく、また曲率中心は円の中心と等しい。従って曲率半径  $r$  及び曲率中心  $(a, b)$  はそれぞれ以下のようになる。

$$r = \frac{(1+f'(x_0)^2)^{\frac{3}{2}}}{|f''(x_0)|} \quad (\text{E.10})$$

$$(a, b) = \left( x_0 - \frac{f'(x_0)(1+f'(x_0)^2)}{f''(x_0)}, f(x_0) + \frac{1+f'(x_0)^2}{f''(x_0)} \right) \quad (\text{E.11})$$

## E.2 電極断面形状の円近似

上の結果を使ってヴェインの先端形状を円近似する。

### E.2.1 ピーム軸方向 ( $x-z$ 面) の曲線の円近似

SCRFQ の四電極内のポテンシャルは付録 A より次のように表わせる。

$$U(r, \psi, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + X \left( \frac{r}{a} \right)^2 \cos 2\psi + AI_0(kr) \cos kz \right] \quad (\text{E.12})$$

これを  $x, y, z$  座標系で表わせば

$$U(x, y, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + X \left( \frac{x^2 - y^2}{a^2} \right) + AI_0(k\sqrt{x^2 + y^2}) \cos kz \right] \quad (\text{E.13})$$

となる。ただし 2 章でも述べたように  $x$  は垂直方向、 $y$  は水平方向を表わす。垂直ヴェイン先端でのポテンシャル条件は  $U(x, 0, z) = V_0$  である。このとき上式は、

$$V_0 = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + X \left( \frac{x^2}{a^2} \right) + AI_0(kx) \cos kz \right] \quad (\text{E.14})$$

であり、従って

$$Xx^2 + Aa^2 I_0(kx) \cos kz = a^2 \quad (\text{E.15})$$

となる。単位セル内の曲率は前節で示したように (E.15) を  $z$  について二回微分すれば得られる。ここで  $x$  の  $z$  に関する微分を  $x'$  とする。(E.15) を微分すると次式が得られる。

$$X \cdot 2xx' + Aa^2 kx' I_1(kx) \cos kz - Aa^2 kI_0(kx) \sin kz = 0 \quad (\text{E.16})$$

ここで変形ベッセル関数の微分は次式を用いた。

$$\frac{d}{dx} (I_0(kx))' = kI_1(kx) \quad (\text{E.17})$$

整理して

$$x' = \frac{kAa^2 I_0(kx) \sin kz}{2xX + kAa^2 I_1(kx) \cos kz} \quad (\text{E.18})$$

を得る。さらに  $z$  で微分する。計算の結果、

$$x'' = \frac{Aa^2 k^2 (2x'I_1(kx) \sin kz + (I_0(kx) - x'^2 I_1'(kx)) \cos kz) - 2x'^2 X}{2xX + Aa^2 k I_1(kx) \cos kz} \quad (\text{E.19})$$

となる。ただし

$$\frac{d}{dx} (I_1(kx))' = I_0(kx) - \frac{1}{kx} I_1(kx) \quad (\text{E.20})$$

である。(E.18)、(E.19)を(E.10)に代入すれば、セル内の任意の位置での曲率が求まる。しかし実際にはセル入口と出口の曲率を求めれば充分である。これらをそれぞれ  $\rho_{L1}$ 、 $\rho_{L2}$  とした時、電極先端の等ボテンシャル線(E.15)との関係を図 E.1 に示す。

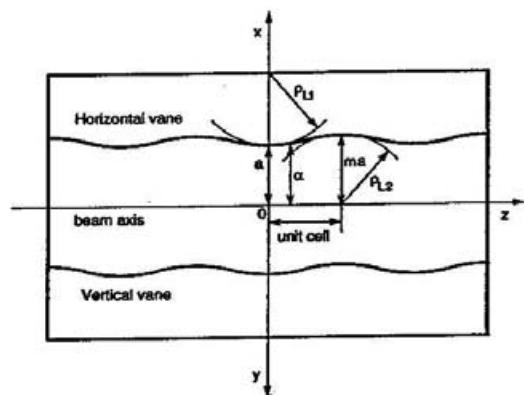


図 E.1 電極先端での等ボテンシャル線とセル入口及び出口での円近似。

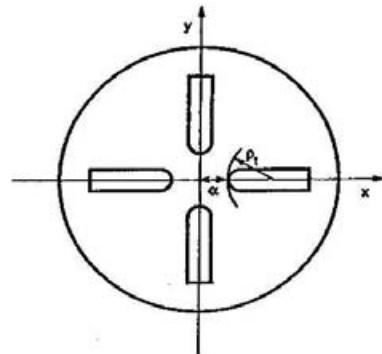


図 E.2 電極断面での円近似。

セル入口での電極先端の座標は  $x = a$ 、 $z = 0$  である。またここではボア半径が極小値をとることから  $x' = 0$  となる。従ってセル入口では(E.19)は次式のようになる。

$$x'' = \frac{Aa^2 k^2 I_0(ka)}{2aX + Aa^2 k I_1(ka)} \quad (\text{E.21})$$

これよりセル入口での曲率  $\rho_{L1}$  は次のようになる。

$$\rho_{L1} = \frac{1}{|x''|} = \frac{2X + Aak I_1(ka)}{Aak^2 I_0(ka)} \quad (\text{E.22})$$

一方セル出口での電極先端の座標は  $x = ma$ 、 $z = \beta_s \lambda / 2$  である。またここでもボア半径が極大値をとることから  $x' = 0$  となる。従ってセル出口での (E.19) は次式のようになる。

$$x'' = \frac{Aa^2 k^2 I_0(mka)}{-2maX + Aa^2 k I_1(mka)} \quad (\text{E.23})$$

これよりセル出口での曲率  $\rho_{L2}$  は次のようになる。

$$\rho_{L2} = \frac{1}{|x''|} = \frac{-2mX + AkaI_1(mka)}{Aak^2 I_0(mka)} \quad (\text{E.24})$$

図 E.1 からも分かるように  $\rho_{L1} > \rho_{L2}$  である。

### E.2.2 電極断面 ( $x - y$ 面) の曲線の円近似

SCRFQ の四電極内のボテンシャルは (E.13) のように表わせる。

$$U(x, y, z) = \frac{V_0}{2} \left[ 1 + X \left( \frac{x^2 - y^2}{a^2} \right) + AI_0(k\sqrt{x^2 + y^2}) \cos kz \right] \quad (\text{E.25})$$

まず図 E.2 のように垂直ヴェイン電極断面の先端部  $x = \alpha$ 、 $y = 0$ 、 $z = z$  での曲率  $\rho_t$  を求めることにする。このとき (E.13) は  $U = V_0$  より次のようになる。

$$X(x^2 - y^2) + Aa^2 I_0(k\sqrt{x^2 + y^2}) \cos kz = a^2 \quad (\text{E.26})$$

これを  $y$  について二回微分すれば電極断面での曲率半径が求まる。 $x$  の  $y$  についての微分を  $x'$  とする。 $z$  を定数と見なして (E.26) を  $y$  で微分すると次式が得られる。

$$x' = \frac{y}{x} \cdot \frac{\left( 2X - \frac{Aa^2 k}{G} I_1(kG) \cos kz \right)}{\left( 2X + \frac{Aa^2 k}{G} I_1(kG) \cos kz \right)} \quad (\text{E.27})$$

$$G = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{E.28})$$

さらに微分して次式を得る。

$$x'' = \frac{A + yB}{xC} - xy'A \times \frac{C - xB}{x^2 C^2}$$

$$A = 2X - \frac{Aa^2 k}{G} I_1(kG) \cos kz$$

$$B = \frac{2xx' + 2y}{2G^3} \left( I_0(kG) - \frac{1}{kG} I_1(kG) \right) \cos kz$$

$$C = 2X + \frac{Aa^2k}{G} I_1(kG) \cos kz \quad (\text{E.29})$$

図 E.2 から分かるように電極先端では  $x' = 0$  である。従って (E.29) は以下のようになる。

$$x'' = \frac{1}{x} \cdot \frac{2X - \frac{Aa^2k}{G} I_1(kG) \cos kz}{2X + \frac{Aa^2k}{G} I_1(kG) \cos kz} \quad (\text{E.30})$$

電極先端部での座標  $x = \alpha$ 、 $y = 0$ 、 $z = z$  を代入して

$$x'' = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{2X - \frac{Aa^2k}{\alpha} I_1(k\alpha) \cos kz}{2X + \frac{Aa^2k}{\alpha} I_1(k\alpha) \cos kz} \quad (\text{E.31})$$

を得る。ここで上の  $z$  と  $\alpha$  は (E.15) を満たすものでなければならない。これらの結果より電極先端部での曲率半径  $\rho_t$  は次のようになる。

$$\rho_t = \frac{1}{|x''|} = \alpha \frac{2X + \frac{Aa^2k}{\alpha} I_1(k\alpha) \cos kz}{2X - \frac{Aa^2k}{\alpha} I_1(k\alpha) \cos kz} \quad (\text{E.32})$$

ここで  $X$ 、 $A$  は 2 章で述べたものでありそれぞれ次のように表わす。

$$A = \frac{m^2 - 1}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (\text{E.33})$$

$$X = 1 - AI_0(ka) = \frac{I_0(ka) + I_0(mka)}{m^2 I_0(ka) + I_0(mka)} \quad (\text{E.34})$$

これらを (E.32) に代入し分子分母を 2 で割ると、

$$\rho_t = \alpha \frac{(I_0(ka) + I_0(mka)) + \frac{a^2k}{2\alpha} (m^2 - 1) I_1(k\alpha) \cos kz}{(I_0(ka) + I_0(mka)) - \frac{a^2k}{2\alpha} (m^2 - 1) I_1(k\alpha) \cos kz} \quad (\text{E.35})$$

ここで

$$P = I_0(ka) + I_0(mka) \quad (\text{E.36})$$

$$Q = \frac{ka^2}{2\alpha} (m^2 - 1) I_1(k\alpha) \cos kz \quad (\text{E.37})$$

とおくと (E.35) は

$$\rho_t = \alpha \frac{P + Q}{P - Q} \quad (\text{E.38})$$

となる。同様にして水平ヴェインでは

$$\rho_t = \alpha \frac{P - Q}{P + Q} \quad (\text{E.39})$$

となる。

## 付録F. 共振回路の整合とQ値

### F.1 整合条件とQ値

図F.1に空腔と電源の等価回路を示す。ここで、空腔はLCR並列共振回路で示す事にする。空腔にかかっている電圧を $V_0$ 、インダクタンス $L$ 、静電容量 $C$ 、共振抵抗 $R$ に流れる電流をそれぞれ $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ とする。この空腔と電圧 $E$ 、電流 $i_p$ 、内部抵抗 $r$ の高周波電源がインダクタンス $L_p$ のコイルで結合している場合を考える。それぞれの回路で、電圧及び電流の保存則を立てると以下のようになる。

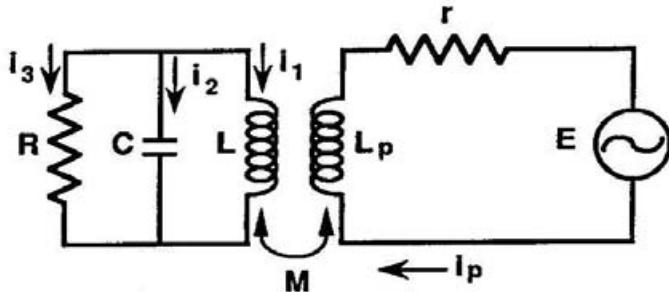
$$i_3R = V_0 \quad (\text{F.1})$$

$$\frac{i_2}{j\omega C} = V_0 \quad (\text{F.2})$$

$$j\omega Li_1 - j\omega Mi_p = E \quad (\text{F.3})$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (\text{F.4})$$

$$(r + j\omega L_p)i_p - j\omega Mi_1 = E \quad (\text{F.5})$$



図F.1 空腔と電源の等価回路。空腔の等価回路は並列共振回路で示す。

ここで $M$ は相互インダクタンスであり、

$$M^2 = k^2 LL_p \quad (\text{F.6})$$

で表わされる。これらの式から $i_p$ 、 $V_0$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ を消去し整理すると、次式を得る。

$$\left\{ j\omega \left( L - \frac{M^2 \omega^2 L_p}{r^2 + (\omega L_p)^2} \right) + \left( \frac{M^2 \omega^2 r}{r^2 + (\omega L_p)^2} + \frac{R}{1 + (\omega CR)^2} \right) - \frac{(\omega CR)^2}{1 + (\omega CR)^2} \frac{1}{j\omega C} \right\} i_1 = \frac{\omega M(jr + \omega L_p)E}{r^2 + (\omega L_p)^2} \quad (\text{F.7})$$

これは、

$$L' = L - \frac{M^2 \omega^2 L_p}{r^2 + (\omega L_p)^2} \quad (\text{F.8})$$

$$C' = \frac{1 + (\omega C R)^2}{(\omega C R)^2} \quad (\text{F.9})$$

$$R' = \frac{M^2 \omega^2 r}{r^2 + (\omega L_p)^2} + \frac{R}{1 + (\omega C R)^2} \quad (\text{F.10})$$

と置いた時の  $L' C' R'$  直列共振回路の電圧保存則と同じ形である。ここで、空洞単体での Q 値を  $Q_0$  と置くと、空洞は並列共振回路で表わしたのでこの時の Q 値は、

$$Q_0 = \omega C R = \frac{R}{\omega L} \quad (\text{F.11})$$

となる。また、空洞と電源が結合した系での Q 値を  $Q_L$  と置くと、

$$Q_L = \omega' \frac{L'}{R'} \quad (\text{F.12})$$

となる。ここで、 $Q_0$  を無負荷 Q 値、 $Q_L$  を負荷 Q 値と呼ぶ。電力試験では  $Q_0$  を直接測定する事は出来ないので、測定した  $Q_L$  から  $Q_0$  を計算で求める事になる。この時空洞と電源の整合が取れていれば、

$$Q_0 = 2Q_L \quad (\text{F.13})$$

であることを以下に示す。今  $\omega' = \omega$  であるとする。 $Q_0 \ll 1$  であるので、 $C \sim C'$ 、 $L \sim L'$  となる。この時  $Q_L$  は上式より、

$$Q_L = \frac{\omega' L'}{R'} = \frac{\omega L}{R'} = \frac{\omega L}{\frac{M^2 \omega^2 r}{r^2 + (\omega L_p)^2} + \frac{R}{1 + (\omega C R)^2}} \quad (\text{F.14})$$

となる。 $M^2 = k^2 L L_p$  を使い逆数を取ると、

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{\frac{M^2 \omega^2 r}{r^2 + (\omega L_p)^2} + \frac{R}{1 + (\omega C R)^2}}{\omega L} = \frac{k^2 \omega L_p r}{r^2 + (\omega L_p)^2} + \frac{Q_0}{1 + Q_0^2} \quad (\text{F.15})$$

となる。整合条件は空洞の見かけの抵抗と電源の見かけの内部抵抗が等しくなる事であり、即ち、

$$\frac{R}{1 + (\omega C R)^2} = \frac{M^2 \omega^2 r}{r^2 + (\omega L_p)^2} \quad (\text{F.16})$$

$$\frac{Q_0}{1 + Q_0^2} = \frac{k^2 \omega L_p r}{r^2 + (\omega L_p)^2} \quad (\text{F.17})$$

となる。ここで次式のように変数 $\beta$ を定義する。

$$\beta = \frac{k^2 \omega L_p Q_0 r}{r^2 + (\omega L_p)^2} \quad (\text{F.18})$$

$\beta$ を結合定数という。 $\beta$ を用いると式(F.15)は、

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{\beta}{Q_0} + \frac{1}{Q_0} \quad (\text{F.19})$$

式(F.17)の整合条件を $\beta$ を用いて表わすと、

$$\beta = \frac{Q_0^2}{1 + Q_0^2} \sim 1 \quad (\text{F.20})$$

である。従って、

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{2}{Q_0} \quad (\text{F.21})$$

即ち

$$Q_0 = 2Q_L \quad (\text{F.22})$$

となる。

## F.2 共振回路の Q 値

共振回路の Q 値とは共振の幅の鋭さのことであり、加速空洞の性能を評価する上で重要な値である。この値が大きければ、鋭い共振を示していることになり、空洞の性能が良いという事となる。空洞への入力電力が最大になるところが共振点であり、その点での周波数を共振周波数という。また、直列共振回路では共振点で入力電流が最大になり、並列共振回路では、入力電圧が最大となる。いま共振周波数が $\omega_0$ 、最大入力電圧を $V_0$ とした時、入力電圧が $V_0/\sqrt{2}$ となる時の周波数をそれぞれ $\omega_1$ 、 $\omega_2(\omega_2 > \omega_1)$ とすると、Q 値は次式で定義される。

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \quad (\text{F.23})$$

次に Q 値を共振回路の要素で表す事を考えてみる。

## 直列共振回路の Q 値

図 F.2 の様な L,C,R 直列共振回路の Q 値は以下のようにして求める。L,C,R 直列共振回路のインピーダンス Z は、

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \quad (\text{F.24})$$

である。いま電圧振幅を  $V_0$ 、電流振幅を  $I_0$ 、最大電流値を  $I_{max}$  とすると、

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}} \quad (\text{F.25})$$

$$I_{max} = \frac{V_0}{R} \quad (\text{F.26})$$

となる。従って、 $I_0 = I_{max}/\sqrt{2}$  の時は、

$$\frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}R} \quad (\text{F.27})$$

であり、

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R \quad (\text{F.28})$$

$$\omega^2 \pm \frac{R}{L}\omega - \frac{1}{LC} = 0 \quad (\text{F.29})$$

となる。この二次方程式の  $\omega > 0$  なる根は、

$$\omega = \frac{\pm \frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}}{2} \quad (\text{F.30})$$

であり、この二つの根を  $\omega_1, \omega_2 (\omega_2 > \omega_1)$  とすると、

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad (\text{F.31})$$

ゆえに

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (\text{F.32})$$

となる。

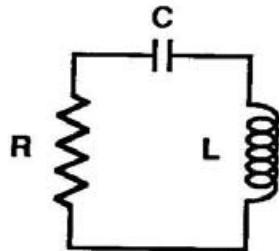


図 F.2 直列共振回路。

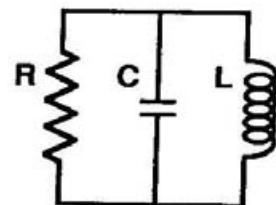


図 F.3 並列共振回路。

### 並列共振回路の Q 値

図 F.3 の様な L,C,R 並列共振回路の Q 値は以下のようにして求める。L,C,R 並列共振回路のアドミッタンス  $Y(=1/Z)$  は、

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2} \quad (\text{F.33})$$

である。いま電圧振幅を  $V_0$ 、最大電圧値を  $V_{max}$ 、電流振幅を  $I_0$  とするとき、

$$V_0 = \frac{I_0}{Y} = \frac{I_0}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}} \quad (\text{F.34})$$

$$V_{max} = RI_0 \quad (\text{F.35})$$

となる。従って、 $V_0 = V_{max}/\sqrt{2}$  の時は、

$$\frac{I_0}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}} = \frac{RI_0}{\sqrt{2}} \quad (\text{F.36})$$

であり、

$$C\omega - \frac{1}{L\omega} = \pm \frac{1}{R} \quad (\text{F.37})$$

$$\omega^2 \pm \frac{1}{RC}\omega - \frac{1}{LC} = 0 \quad (\text{F.38})$$

となる。あとはこの二次方程式を直列共振回路の時と同様に解いて、

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0} \quad (\text{F.39})$$

を得る。共振点では、インピーダンスまたはアドミッタンスが純抵抗であるので、共振条件は

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad (\text{F.40})$$

これから

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{F.41})$$

を得る。

## 付録G. ビーム輸送系の周辺装置

加速テストを行なうために必要とされるビーム輸送系の周辺装置は、エネルギー分析用偏向電磁石以外は全て新しく設計製作を行なった。以下に周辺装置の設計指針と具体的な設計方法について述べる。

### G.1 イオン源

SCRFQ の加速試験に適合するイオン源の要件は、小型、軽量で消費電力が少なく、操作性の良いこと等が挙げられる。また、ビーム電流値は空間電荷効果の影響を実測できるだけの値が必要であり、さらにビームの再現性、安定性も求められる。これらの要件を満たすために、永久磁石でプラズマの完全閉じ込め磁界を作れる小型 ECR(電子サイクロトロン共鳴) イオン源を製作する事になった。今回は、次の二点に留意して永久磁石による小型 ECR イオン源を設計製作をする事にした。

1. 磁界が軸方向、横方向とも完全に閉じた”B-minimum 構造”をビーム軸周辺に集中して作ることにより、ビームの安定化と引出効率を高める。
2. 磁気回路的にみて、シールド効率の高いリターンヨーク構造にし、ECR プラズマへの外的影響を少なくする。

設計パラメータを表 1.1 に示す。ビーム電流及び規格化エミッタンスはいずれも SCRFQ の設計仕様に基づく目標値である。マイクロ波の周波数は、普通のイオン源では 2.45 GHz(マグネットロン発振器の励振周波数) を用いるが、ここでは電子ライナック用の中段増幅器に準拠したものを転用してシステムを構成する方針から 2.86 GHz の周波数を選んだ。この周波数を基本波とする ECR の所要磁界は 1.02 kG であり、この値は永久磁石を用いて容易に実現出来るものである。

プラズマ生成室の寸法は、マイクロ波を WRJ-3 の導波管で入射する可能性も考慮して、軸長を最大 70 mm 程度とれるようにしたが、実際には同軸ケーブルによる入射で設計を行なった。室内直径は 36 mm にしたが、この値は主として多重極磁界の分布から決めた。棒磁石間の最短距離を 12 mm にしたので、WRJ-3 導波管の E 面(導波管の左右の面)を 8 mm 程度に偏平化すれば横からマイクロ波電力を入射することが出来る。ミラー比は動作時に 2.0 付近で多少変えて最適化を図る。

プラズマ生成室の断面(磁気回路部分のみ)と磁界分布を図 G.1.1 に示す。方位方向磁界  $B_\theta$  と径方向磁界  $B_r$  は各々図中の A-A' 軸上と B-B' 軸上で径  $r$  の関数として測定した。計算機コード TRIM によるシミュレーションと実測値はかなりよく一致しており、軸方向、横方向とも ECR 磁界を充分越える磁場を実現でき、方位方向、径方向の磁界成分の分布曲線は ECR ゾーンの範囲内では全く重複する結果となった。予想される ECR ゾーンは長軸 23 mm、短軸 20 mm の橢円体表面で近似され、プラズマ生成室の容積内に納まっている。棒磁石の軸長 50 mm に対しても余裕のある大きさである。

Table G.1.1: 2.86 GHz 小型 ECR イオン源の設計仕様

取り出しイオン	$\epsilon > 1/30$	主に $N_2^+, N^+, Ne^+$
ビーム電圧	最大 30 kV	(ビームエネルギー 1 keV/u)
ビーム電流	1 mA 以上	(パルスでの目標値)
規格化エミッタス	$0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$	(目標値)
マイクロ波周波数	2.86 GHz	(ECR 磁界 1.02 kG)
マイクロ波最大出力	200 W	(パルス)
プラズマ生成室内寸	$\phi 36 \times 70 \text{ mm}^2$	(実質 $\phi 36 \times 70 \text{ mm}^2$ )
リターンヨーク外寸	$\phi 110 \times 120 \text{ mm}^2$	
ミラー比	1.8 ~ 2.0	

軸方向磁束と横方向磁束は 90%程度がリターンヨーク内を周回出来るので、磁気シールドの効率はよく、ビーム引出し時に外部からの影響を受けにくい分だけ安定化が期待できる。ソレノイド磁界の場合と違って永久磁石の磁界では、図からも明らかなようにプラズマ生成室の外側に反磁界が出来るが、ビーム電圧が高いのでこの影響は無視できる。

窒素分子イオンビームを 1keV/u で取り出す時には、プラズマ生成室側(ビームスリット)を +28 kV に持ち上げ、引出し電極側には最大 -10 kV 程度かけてビームを取り出す事を想定して(引出電極に数 kV 程度の負電圧をかけたほうが引き出したビームの電流値は上がる)、必要な絶縁耐圧は 40 kV を見込んだ。絶縁破壊電圧  $V_b$ 、ビーム引出孔と引出電極間の間隔  $d_g$  の関係は、

$$V_b \sim 6 \times 10^4 d_g^{1/2} \quad (\text{G.1.1})$$

で与えられる。従って、 $V_b \sim 40 \text{ kV}$  とすれば、 $d_g \sim 0.44 \text{ cm}$  となる。またビーム引出孔の厚み  $d_0$  及び口径  $2a$  と  $d_g$  の最適関係を

$$d_0 + d_g \sim 2a \quad (\text{G.1.2})$$

で近似すると  $d_0 = 2 \text{ mm}$ 、 $d_g = 4.4 \text{ mm}$  の時、 $a = 3.2 \text{ mm}$  となる。しかし、 $a$  をこの値に採るとビームエミッタスを相当に悪くし、かつガス流量が増えて LEBT の真空度も低下することが予想されるので  $a = 1.5 \text{ mm}$  として設計した。引出電極を付けた組立図を図 G.1.2 に示す。引出電極は軸長 42 mm(口半径 2 mm)、47 mm(口半径 3 mm)、52 mm(口半径 2 mm) のものを用意した。軸長を短くするとビームのフィラメンテーションは改善されるが、エミッタスが悪くなる。また、軸長を伸ばすと全く逆の傾向となる。さらに引出電極の口径もエミッタスに影響する。用意した引出電極を変えて入射エミッタスの測定を行なった結果、 $\epsilon_n = 0.6\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  のビームを得るために、軸長 52 mm(口半径 2 mm) の引出電極を使うのが最適であることが分かった。

引出電極は、アースにとるより数 kV の負の高電圧をかけたほうがイオン源の状態が

安定する。特にイオン源側高圧を20kV以下にして運転を行なうときには、引出電極に-4~-10 kVの高圧を印加しないと、放電室内のプラズマの状態が非常に不安定になり、その結果ビーム波形がバラついて安定な入射ビームが得られなくなる。この不安定な状態はイオン源内でのガス流量、真空度、マイクロ波のパワー等の条件が複雑に絡み合って生じるものと考えているが、このイオン源を安定化するための最適化条件を定量的に定めることは非常に困難である。

現在、空間電荷効果のテストに向けて、高電流用イオン源のシステムを製作中である。これらはプラズマの閉じ込め密度を増やすために第二高調波を用いた小型ECRイオン源とマグネットロンを用いたイオン源用2.45 GHz、1 kW(パルス)の高周波源で構成されるものであり、外部トリガーを用いて任意のデューティー(最大10%)での運転を行えるよう設計されている。

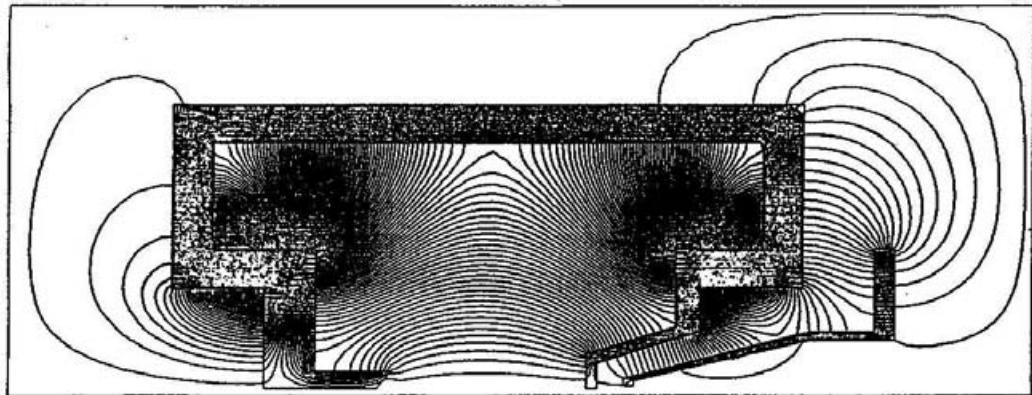


図 G.1.1 イオン源内の磁界分布。計算値は TRIM による。

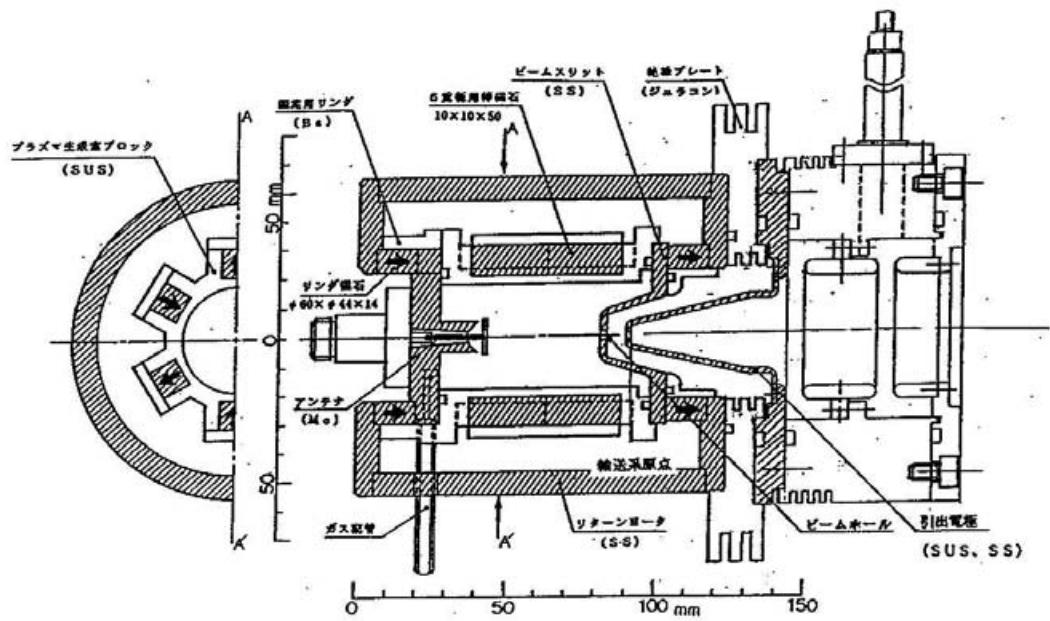


図 G.1.2 2.86 GHz 小型 ECR イオン源断面図。

## G.2 アインツェルレンズ

LEBT には四台のアインツェルレンズが取り付けてある。LEBT の集束レンズにアインツェルレンズを用いた理由は、軸対称ビームを RFQ に入射させるためである。イオン源の直下に取り付けてあるアインツェル 1 及び 2 は 50 MHz 陽子加速モデルのものとほぼ同じ構造とし、アインツェル 3、4 を新たに設計した。今回採用した四台のアインツェルレンズは、全てトリプレットである。即ち一台のレンズは三個の円筒電極で構成され、中間の円筒電極に高電圧を印加するごく一般的なものである。設計の仕様は次の条件を考慮して決定した。

1. 電極の絶縁耐圧を 30 kV 程度に保たせること、
2. 放電が起きないように電極に角を付けない。
3. 簡単でコンパクトな構造にする。
4. アインツェル 1 と 2、3 と 4 でダブルレット二組と考え、各々の構造及び寸法を出来るだけ同じにする。
5. ビーム径と電極の口径との余裕を適当にもたせて設計する。電極とビームとの余裕をもたせすぎると電極に余計な電圧をかけなければならないし、余裕がなさ過ぎると高電圧をかけたときビームにフィラメンテーションが起こる。

設計が終了した時点では SUPERFISH でレンズ内の電場分布を調べ、製作にとりかかった。以下に構造と設計手法を示す。

### 1. アインツェル 1

アインツェル 1 はスペースの節約のためにイオン源と一体化した構造になっている。図 G.2.1 上段に構造図を示す。電極の内半径は 1.9 cm、厚さ 5 mm でこれは三つの電極に共通である。高圧電極は長さ 2.5 cm とし、縁は半径 2.5 mm の円で面取りがしてある。出射側のアース電極は長さ 1.9 cm で内半径、厚さは高圧電極と同じである。また、電極間ギャップは二個所共 6 mm とした。入側のアース電極は今回の設計ではイオン源の引出し電極と同電位となっている。従って引出電極に数 kV 程度の負電圧をかけると、アインツェル 1 の入側のアース電極も負電圧になるので軸方向に対するレンズの対称性が崩れてしまう。また引出電極に負電圧を -10 kV 程度かけると、アインツェルの高圧電極と引出電極との間で放電が頻発する事が分かった。そこで後半の実験からは本論文図 5.30 に示したように、引出電極とアインツェル 1 の高圧電極との間にアクリルの絶縁フランジとアースリングを取り付けることにした。この結果入射系の全長は 5 cm 程度伸びるがこれによるビームの輸送での影響はないと考えている。レンズ本体にはステンレス、絶縁にはジュラコンを使っており、外半径は 61 mm(設計値) である。

## 2. アインツェル 2

アインツェル 2 は図 G.2.1 中段に示すように、全長 10 cm の軸対称レンズであり、アース電極長は 2.8 cm、高圧電極長は 3.4 cm、電極間ギャップは二個所共 5 mm とした。電極の内半径、厚さはアインツェル 1 と同じである。

## 3. アインツェル 3、4

アインツェル 3 と 4 は全く同じ構造にした。構造図を図 G.2.1 下段に示す。レンズの全長は 14 cm、電極の内径 3 cm、厚さ 6 mm とし、高圧電極長、アース電極長は共に 4 cm とした。電極内径はビームの広がりを考慮して決定した。電極間ギャップは放電を考慮して 1 cm とした。

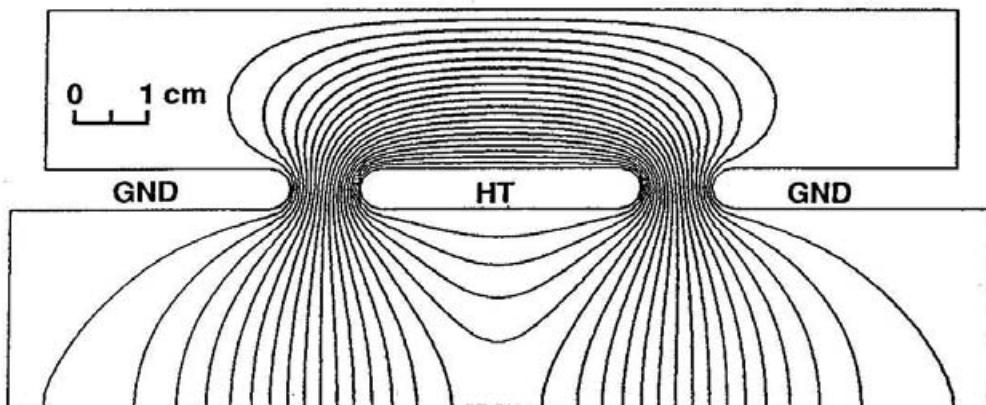


図 G.2.1 アインツェルレンズの構造と電場分布の例。アインツェル 3(または 4)についてのみ示す。

## G.3 イオン弁別用偏向電磁石

イオン源からの入射ビームには純度の高いガスを用いて生成されたビームに対しても、価数の異なるイオンと若干の核種の異なるイオンが混ざっている。異なる核種のイオンは測定上無視できるほど少ないという前提で価数の異なる同一イオンを弁別する目的でイオン弁別用偏向電磁石を LEBT に設置することにした。イオン弁別用偏向電磁石の仕様の決定に当たって、以下の各項について計算を行なった。

1. 素案の決定
2. エッヂ角の決定
3. 軌道計算（イオンの分離の可能性）
4. ビームの整合
5. 起磁力の計算
6. 銅線の直径と発熱量
7. コイルの巻数

以下に計算の詳細を述べる。

### 素案の決定

50 MHz 陽子モデル SCRFQ の出力ビームの運動量分析に用いていた 90° 偏向電磁石を参考にして、以下のような仕様で設計を進める事にした。

1. 磁場強度を最大 3 kG 程度に抑える。
2. 偏向角はビームの対称性を崩さないように出来るだけ小さくと考え、22.5°とした。
3. ギャップ間隔は出来るだけ狭めた方がいいので、6 cm とした。
4. 磁極長は  $\rho\theta = 15$  cm 程度になるようにした。ここで  $\rho$  は曲率半径、 $\theta$  は偏向角を示す。
5. スペースの関係上垂直入射とする。
6. この時ビームの梢円パラメータが水平垂直で対称になるように磁極両端にエッヂ角を付ける。
7. コイルは内直径 10 cm、外直径 30 cm 程度の大きさとする。

## エッヂ角の決定

エッヂ集束付きの偏向電磁石のトランスファーマトリクスは次式で与えられる。(以下ビームを垂直に曲げるものとして考えている。)

垂直方向

$$\begin{aligned} M_V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\rho} \tan \varepsilon & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \rho \sin \theta \\ -\frac{1}{\rho} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\rho} \tan \varepsilon & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta + \tan \varepsilon \sin \theta & \rho \sin \theta \\ \frac{1}{\rho} [(\tan \varepsilon^2 - 1) \sin \theta + 2 \tan \varepsilon \cos \theta] & \cos \theta + \tan \varepsilon \sin \theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{G.3.1})$$

水平方向

$$\begin{aligned} M_H &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ X & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ X & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + \rho \theta X & \rho \theta \\ \rho \theta X^2 + 2X & 1 + \rho \theta X \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{G.3.2})$$

但し、

$$X = \frac{1}{\rho} \left( \frac{b}{6\rho \cos \varepsilon} - \tan \varepsilon \right) \quad (\text{G.3.3})$$

であり、特に  $b = 0$  であれば、

$$M_H = \begin{pmatrix} 1 - \theta \tan \varepsilon & \rho \theta \\ \frac{1}{\rho} (\theta \tan \varepsilon^2 - 2 \tan \varepsilon) & 1 - \theta \tan \varepsilon \end{pmatrix} \quad (\text{G.3.4})$$

となる。以下の計算では簡単のため  $b = 0$  とする。エッヂ角  $\varepsilon$  は、(G.3.1) と (G.3.4) の 21 要素が等しくなるように決定する。これより、

$$\tan \varepsilon = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2} + \sqrt{1 - \frac{\theta}{2} \tan \frac{\theta}{2}}} \quad (\text{G.3.5})$$

を得る。いま  $\theta = 22.5^\circ$  であるので、

$$\tan \varepsilon = 0.099482 \quad (\text{G.3.6})$$

$$\varepsilon = 0.099156 \text{rad} = 5.6812^\circ \quad (\text{G.3.7})$$

となる。

## 磁場強度の計算

磁場のしみ出しの無い時 磁場のしみ出しの無い時は図 G.3.1 に示してある点 o から磁極先端までの距離を  $R_{pole}$  とするとビーム軌道の曲率半径  $\rho$  は

$$\rho = R_{pole} \cot \frac{\theta}{2} \quad (G.3.8)$$

から求めることが出来る。いま、 $\rho\theta=15 \text{ cm}$ 、 $\theta=22.5^\circ$  とすると、 $\rho=38.208 \text{ cm}$  であるので、 $R_{pole}=7.6 \text{ cm}$  となる。 $q/A=1/30$ 、 $1 \text{ keV/u}$  のイオンに対して（静止エネルギーは陽子と同じ  $938.27231 \text{ MeV/u}$  とする）、

$$B\rho = 0.137082 \text{ T} \cdot \text{m} \quad (G.3.9)$$

であるので、磁場強度  $B$  は

$$B = 0.359 \text{ T} \quad (G.3.10)$$

となる。

磁場のしみ出しの有る時 磁場のしみ出しの有る時は、磁場の有効長  $l_{eff}$  は、磁極長  $l_{pole}$  よりも長くなる。 $l_{eff}$  を次式で近似する。

$$l_{eff} \sim l_{pole} + 1.3h \quad (G.3.11)$$

$h$  はギャップ間隔であり、これは磁石が飽和していない時の式である。磁石が飽和している時は、 $1.3h$  の代わりに  $0.7h$  を用いる。今の場合は磁場強度が低いので、式 (9.3) をそのまま使うことにする。このとき軌道の曲率半径は、式 (2.1) の  $R_{pole}$  の代わりに  $R_{eff}$  を用いればよい。この時、

$$R_{eff} = R_{pole} + 0.65h = 7.6 + 3.9 = 11.5 \text{ cm} \quad (G.3.12)$$

$$\rho = R_{eff} \cot \frac{\theta}{2} \quad (G.3.13)$$

$$\rho\theta = 22.704 \text{ cm} \quad (G.3.14)$$

$$B = 0.237 \text{ T} \quad (G.3.15)$$

となる。

次に、イオンの具体的な分離を考えてみることにする。

Table G.3.1: 各イオンビームの特性

イオン	q	A	A/q	W (keV)	T (keV/u)	B $\rho$ (T·m) B=0.33486(T)	しみ出し無し $\rho$ (m)	しみ出し有り $\rho$ (m)
							B=0.22130(T)	
N <sub>2</sub> <sup>+</sup>	1	28	28	28	1	0.127943	38.2078	57.8144
N <sup>+</sup>	1	14	14	28	2	0.090470	27.0170	40.8810

## イオンの分離

いま 1 keV/u の一価の窒素分子イオン N<sub>2</sub><sup>+</sup>(q/A=1/28) について考えると、イオン源から同時に出て可能性の高いイオンは 2 keV/u の一価の窒素原子イオン N<sup>+</sup>(q/A=1/14)、2 keV/u の二価の窒素分子イオン N<sub>2</sub><sup>++</sup>(q/A=1/14) と 4 keV/u の二価の窒素原子イオン N<sup>++</sup>(q/A=1/7) である。N<sub>2</sub><sup>+</sup>が磁石の中心軌道を通る時、磁石を出てからの他のイオンの軌道を、磁場にしみ出しが無い時は図 G.3.2 右に、磁場にしみ出しが有る時は図 G.3.2 左に示す。

偏向電磁石のトランスマトリクスは (G.3.1)、(G.3.4) より次のようになる。ただし長さの単位は cm である。

磁場のしみ出しが無い時

$$M_V = \begin{pmatrix} 0.96093 & 15.0042 \\ -0.0051057 & 0.96093 \end{pmatrix}, \quad M_H = \begin{pmatrix} 0.96195 & 14.6215 \\ -0.0051057 & 0.96195 \end{pmatrix} \quad (\text{G.3.16})$$

磁場のしみ出しが有る時

$$M_V = \begin{pmatrix} 0.96093 & 22.7037 \\ -0.0033742 & 0.96093 \end{pmatrix}, \quad M_H = \begin{pmatrix} 0.96195 & 22.1246 \\ -0.0033742 & 0.96195 \end{pmatrix} \quad (\text{G.3.17})$$

N<sub>2</sub><sup>+</sup>が中心軌道を通るときの各イオンの曲率半径を表 G.3.1 に示す。各イオンの中心軌道は明らかに分離しているが、ビームのエンベロープを含めて考えないとはっきりしたことは言えない。よって、次に計算プログラム TRNSPRT1 を使って、電磁石出口での各イオンのビームエンベロープを求め、その分離を見ることにした。

## ビームエンベロープの計算

AINTEL 2 における梢円パラメータの値（水平垂直対称）から、計算プログラム TRNSPRT1 を使って、偏向電磁石入口及び出口での梢円パラメータを求めた。この時 AINTEL 2 と偏向電磁石の磁極端までの距離を 5 cm としたので、磁場のしみ出しが無い場合の AINTEL 2 と偏向電磁石の磁極端までの距離は 5 cm であり、3.9 cm の磁場のしみ出しが有る場合は距離は 1.1 cm とした。また、偏向電磁石を出た後の AINTEL 3 入口及び AINTEL 4 入口での梢円パラメータを求めた。但し、このとき AINTEL 3 は働かせないものとした。これらの結果を表 G.3.2 に示す。またビームの包絡線

Table G.3.2: 偏向電磁石を出た後のビームの楕円パラメータ

磁場のしみ出し無し	水平方向		垂直方向	
	$\alpha$	$\beta$ (cm)	$\alpha$	$\beta$ (cm)
セパレータ出口	0.2035	33.969	0.1920	33.883
AINツェル3入口				
AINツェル4入口	-1.2069	80.124	-1.2156	80.969
磁場のしみ出し有り	$\alpha$	$\beta$ (cm)	$\alpha$	$\beta$ (cm)
セパレータ出口	0.0368	34.184	0.0200	34.218
AINツェル3入口				
AINツェル4入口	-1.1964	83.001	-1.2108	84.352
ビームの規格化エミッタス $\epsilon_n = 0.6\pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$				
ビームのエミッタス $\epsilon_n = 410.96\pi \text{cm} \cdot \text{rad}$				

を考慮したときのイオンの分離の様子を、磁場のしみ出しがある時と無い時について図 G.3.3 に示す。

いま 1 keV/u の  $N_2^+$  の入射を考える。この時  $N_2^+$  イオンとの分離を考える。上の  $N_2^+$  の場合と同じように計算を行なった。エンベロープを考慮したときのイオンの分離の様子を図 G.3.4 に示す。

これらの結果から、AINツェル3の入口に口半径 15 mm 以内のスリットを設ければ、中心軌道を通るイオンと他のイオンとは十分分離可能であることが分かった。また、AINツェル4入口での楕円パラメータを持つビームを、RFQ 入口で RFQ アクセプタンスと整合を取ることは十分可能である。

### 起磁力の計算

前に述べたように  $q/A=1/30$ 、 $T=1 \text{ keV/u}$  のイオンの  $B\rho$  は

$$B\rho = 0.137082 \text{ (T} \cdot \text{m}) \quad (\text{G.3.18})$$

であるので、曲率半径  $\rho$  が決まれば磁場強度  $B$  が決定できる。ここで磁場のしみ出しが有る時の曲率半径は式 (G.3.12)、(G.3.13) を使えば求められる。今回の設計で、しみだし磁場長は実際に使用していた 90°偏向電磁石 (磁極間ギャップ 6 cm、電流値 6 A で磁場強度 2.17 kG) の値 2.5 cm を用いることにした。この計算の結果、 $\rho = 50.776 \text{ cm}$ 、 $B=0.27 \text{ T}$  となった。磁極のギャップ間隔を  $h = 6 \text{ cm}$  とする時に必要な起磁力は真空の透磁率を  $\mu_0$  として、

$$NI = \frac{hB}{\mu_0} = 12890 \text{ A} \cdot \text{turns} = 6445 \text{ A} \cdot \text{turns/pole} \quad (\text{G.3.19})$$

となる。定格が 35V-15A の定電流電源を用いるとすればコイルの巻数は

$$N > \frac{NI}{15A} = 430 \text{ turns/pole} \quad (\text{G.3.20})$$

でなくてはならない。巻数が多いので銅の単線を使うことにする。

### 銅線の直径と発熱量

コイルの温度が  $20^\circ$  と  $100^\circ$  の間にあるものとし、

$$r = 2 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \quad (\text{G.3.21})$$

とする。銅線の直径を  $d$ 、コイル一個に使う長さを  $l$  とするとコイルあたりの銅線の抵抗  $R$  は、

$$R = \frac{4rl}{\pi d^2} \quad (\text{G.3.22})$$

コイルの平均半径を  $D$ 、巻数を  $N$  とすると

$$l \sim \pi DN \quad (\text{G.3.23})$$

より、

$$R = \frac{4rDN}{d^2} (\Omega/\text{pole}) \quad (\text{G.3.24})$$

コイルに流す電流を  $I$  とすると発熱量  $P$  は

$$P = RI^2 (\text{W/pole}) \quad (\text{G.3.25})$$

これらの式を使って、コイルの平均半径  $D=20 \text{ cm}$ 、電流を  $I=15 \text{ A}$  として計算した結果銅線の直径が  $3 \text{ mm}$  以上のものが適当であることが分かった。また、コイルの外径を  $30 \text{ cm}$  以内に抑えるためには銅線の直径は  $4 \text{ mm}$  以下でなくてはならぬので、使用する銅線の直径は  $3 \sim 4 \text{ mm}$  にすることにした。この時の銅線のコイル当たりの発熱量は  $100 \sim 200 \text{ W}$  があるので、コイルを冷却しなければならないことが分かった。

### 仕様最終案

最終的な仕様を表 G.3.3 に最終図面を図 G.3.5 に示す。実際の完成品は、しみ出し磁場長  $3.3 \text{ cm}$  より、曲率半径は  $\rho = 54.798 \text{ cm}$ 、 $q/A=1/30$ 、 $T=1 \text{ keV/u}$  のイオンの磁場強度は  $B=2.5 \text{ kG}$ 、この時の励磁電流値は  $11 \text{ A}$  であった。

Table G.3.3: イオンセパレータの仕様

最大磁場	3 kG
磁極間隔	6 cm
エッヂ角	5.681°
コイル外直径	320 mm
コイル内直径	135 mm
コイル厚さ	95 mm
コイル電線	2×4 DNC
コイル巻数	580 Turns/coil
最大電流	15 A
電気抵抗	0.5 Ω/coil
冷却水圧損	3 kg/cm <sup>2</sup>
冷却水流量	2.4 l/min
総重量	241 kg

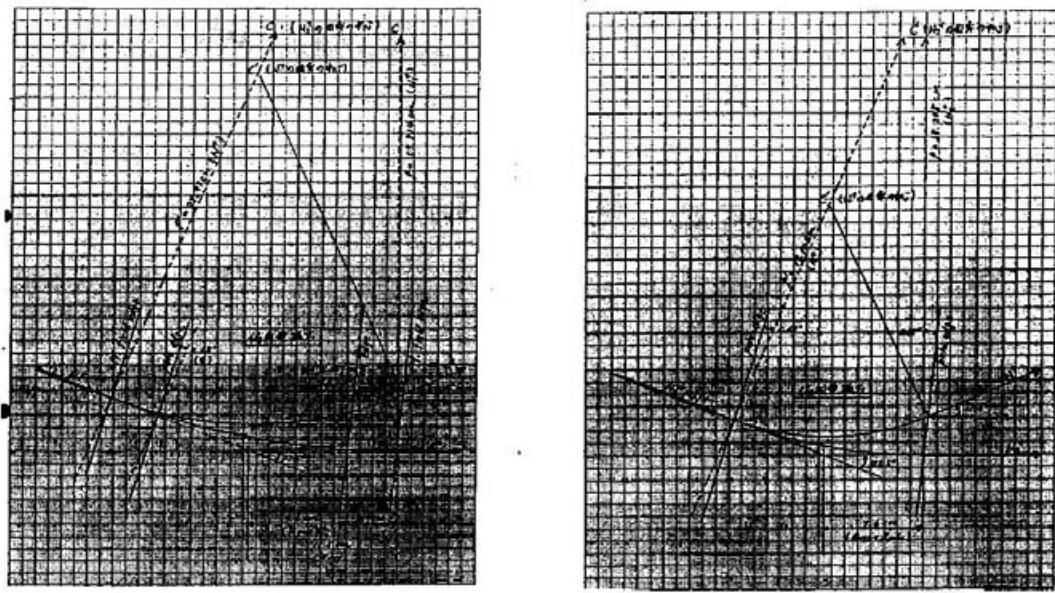


図 G.3.1 しみだし磁場がある時(左)と無い時(右)の粒子の軌道。

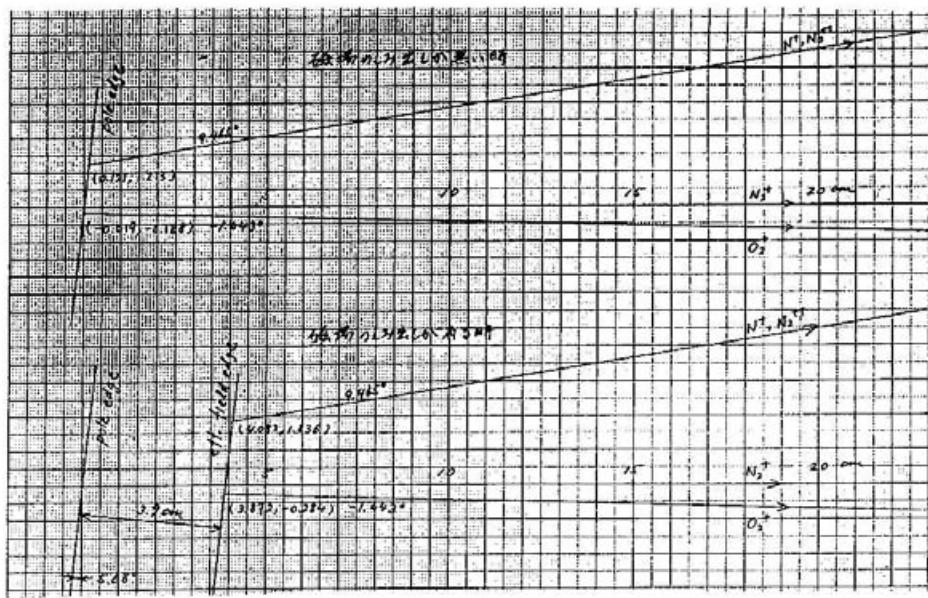


図 G.3.2 電磁石通過後の粒子の軌道。しみだし磁場がある時(下: しみだし長 3.9 cm)と無い時(上)について示す。中心軌道は  $N_2^+$ 。

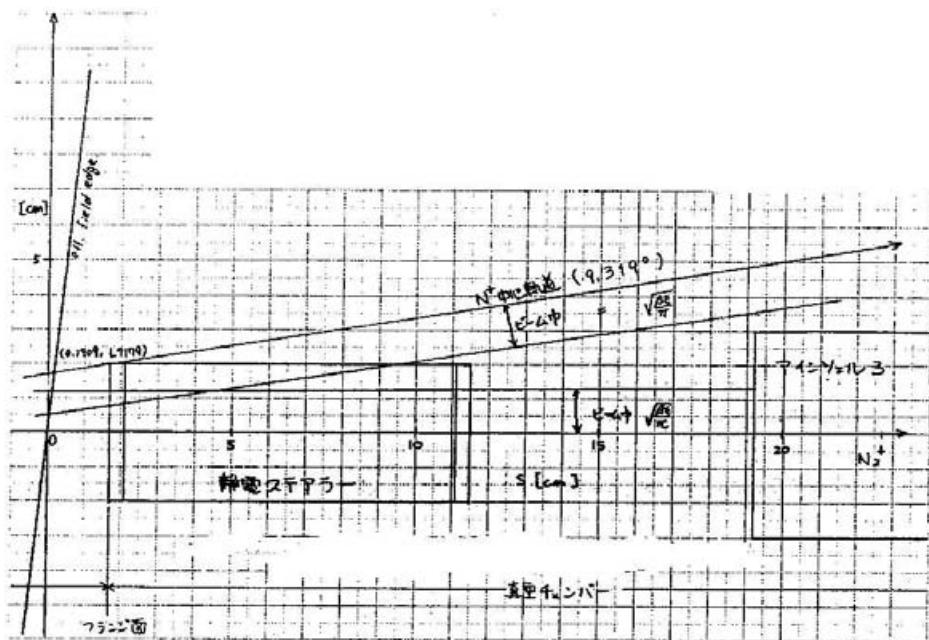


図 G.3.3 ビームの包絡線を考慮したときのイオンの分離の様子。磁場のしみ出しがある時(しみだし長 3.3 cm)。中心軌道は  $N_2^+$ 。

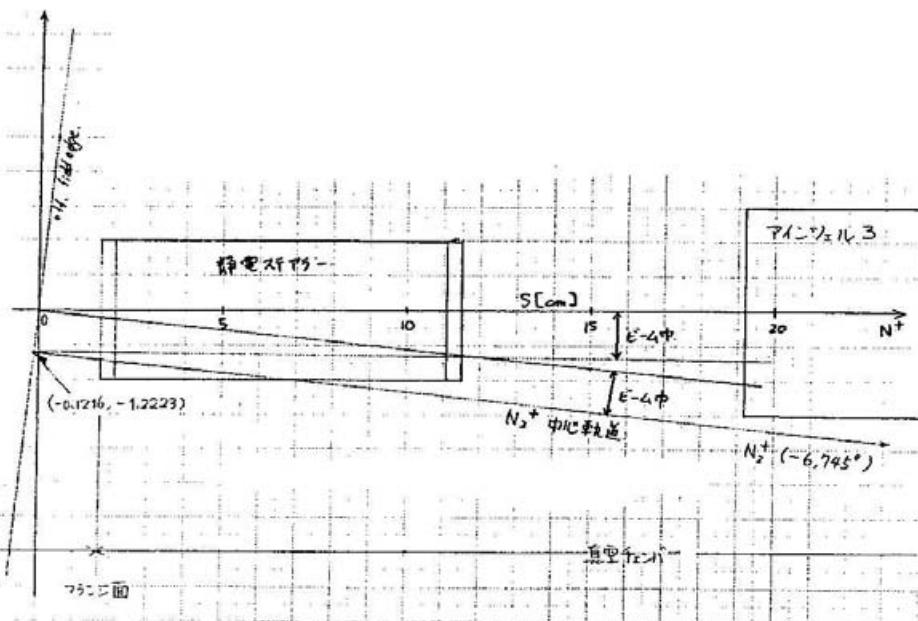


図 G.3.4 ビームの包絡線を考慮したときのイオンの分離の様子。磁場のしみ出しがある時(しみだし長 3.3 cm)。中心軌道は  $N^+$ 。

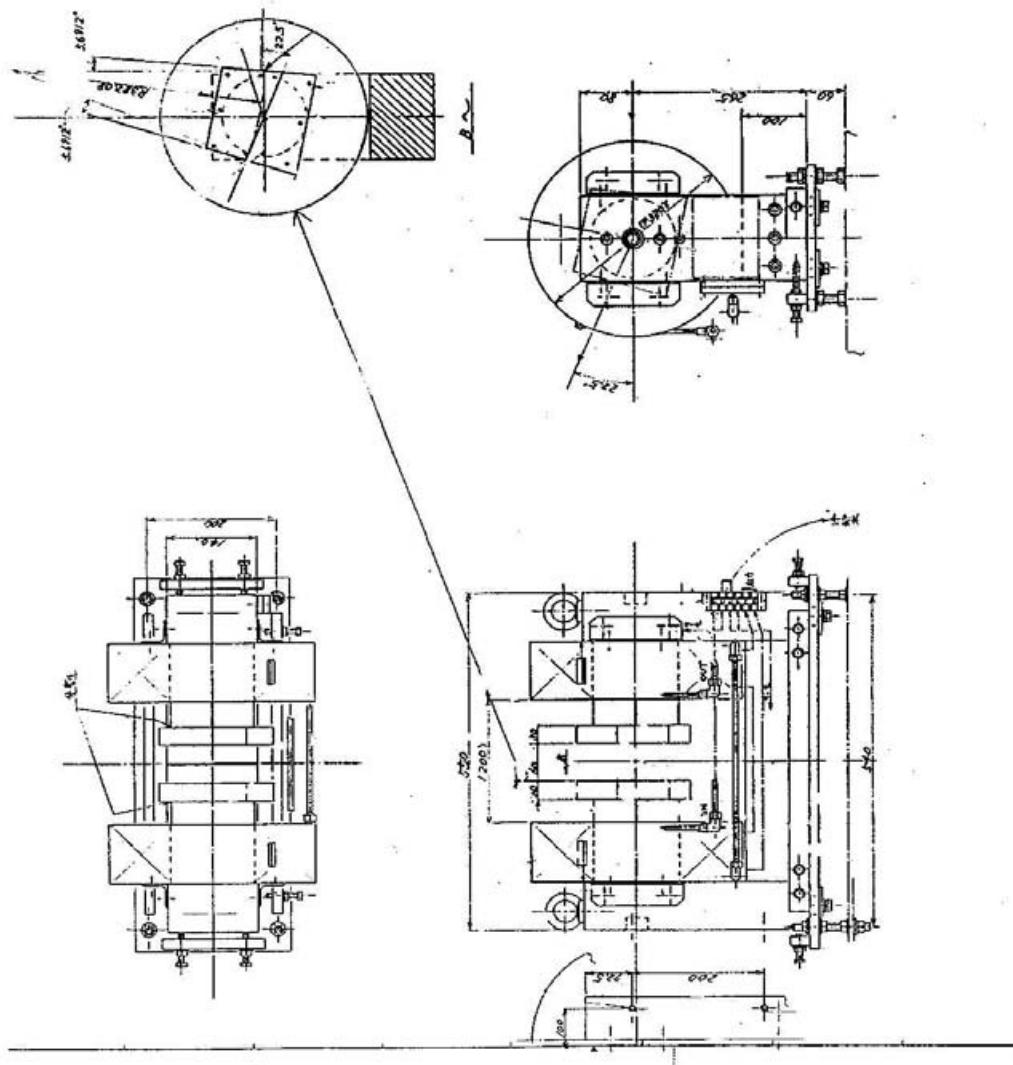


図 G.3.5 イオン弁別用偏向電磁石の最終図面。

## G.4 静電ステアラー

入射側ビーム輸送系の設置誤差等によってビーム軸が実際のビームの中心と一致しない事がある。この様な時にビーム軸とビーム中心を一致させるために静電ステアラーを取り付けた。静電ステアラーを選んだ理由は以下の通りである。磁場でステアする場合は  $\epsilon=1/30$  のイオンを RFQ 入り口で 5 mm 程度動かすために必要な磁場強度は、1.1 kG であり、この磁場強度を実現するためのアンペアターン数はギャップ間隔をビームパイプ外径程度に取ると約 600 AT となり、製作がかなり困難になる。また空間的にも、それを配置出来る場所は軸方向に 5 ~ 6 cm 程度しか取れない非常に狭い場所であった。

これに対し、横幅 54 mm、軸方向の長さ 80 mm、ギャップ間隔 60 mm の静電ステアリングを使って、 $\epsilon=1/30$  のイオンを同程度動かすために必要な電極間電圧は 400 V 程度で済む事になる。この事から、我々は水平、垂直両方向のステアが出来る 4 電極静電ステアラーの製作を行う事にした。

イオンのステアに必要な電極間電圧は以下のようにして求めた。電極間電圧を V、電極間隔を d、素電荷を e とすれば電極内のビームに働く横方向の力 F は、

$$F = eE = e\frac{V}{d} \quad (\text{G.4.1})$$

となる。イオンの軸方向の速度を  $v_x$ 、電極通過時間を dt、イオンの質量を m、電極を出した後の横方向のイオンの速度を  $v_y$ 、電極の軸方向の長さを l とすると、イオンの運動量の関係式から、

$$Fdt = e\frac{V}{d}dt = mv_y, \quad v_xdt = l \quad (\text{G.4.2})$$

が成り立ち、これより

$$v_y = \frac{eVl}{dmv_x}dt = mv_y \quad (\text{G.4.3})$$

が得られる。この時の電極出口でのイオンの横方向の変位量  $\Delta y$  は次の 2 式、

$$ma_y = F \quad \Delta y = \frac{1}{2}a_y dt^2 \quad (\text{G.4.4})$$

より、

$$\Delta y = \frac{1}{2} \left( \frac{eV}{md} \right) dt^2 \quad (\text{G.4.5})$$

となる。従って RFQ 入り口でのイオンの横方向の変位量  $y_0$  は電極出口からの距離を  $l'$ 、時間を  $t'$  とすると、

$$\begin{aligned} y_0 = \Delta y + v_y dt' &= \frac{2eV}{1md} \left( \frac{l}{v_x} \right)^2 + \frac{eV}{md} \frac{l}{v_x} \frac{l'}{v_x} \\ &= \frac{eV}{md} \frac{l}{v_x^2} \left( \frac{1}{2}l + l' \right) \\ &= \frac{eV}{mv_x^2 d} \left( \frac{1}{2}l + l' \right) \end{aligned} \quad (\text{G.4.6})$$

となる。従って、必要なエネルギー eV は、

$$eV = mv_x^2 \frac{dy_0}{\left( \frac{1}{2}l + l' \right)} \quad (\text{G.4.7})$$

となるので、イオンのエネルギーを eV の単位で代入し、必要な数値をいれれば電極間電圧 V が得られる。

ステアラーをイオン弁別用偏向電磁石とAINツェル3の間に収めるために、電極の寸法は上述のものとした。また、ギャップ間隔が小さい方が電極間電圧が少なくて済むが、計算コード SUPERFISH を使ってステアラー内の静電場分布を調べたところ、電極間電圧を狭めると、ギャップ内で一様な間隔で平坦な等電位線が得られない事が分かったので、電極間隔は 60 mm とした。この時のステアラー内の等ポテンシャル線を図 G.4.1 に示す。この位置での粒子のエンベロープの広がりは直径で 25 mm 程度であるので、十分な間隔である。SUPERFISH による計算の結果、対向電極に電圧を印可する場合、一方をアース電位に落とすよりも極性の異なる同電圧を両電極にかける方がステアラー内の等ポテンシャル線の間隔がギャップ全域でほぼ一定となることが分かった。このため電源として土同時出力可能な 3 kV 高圧電源を使う事にした。

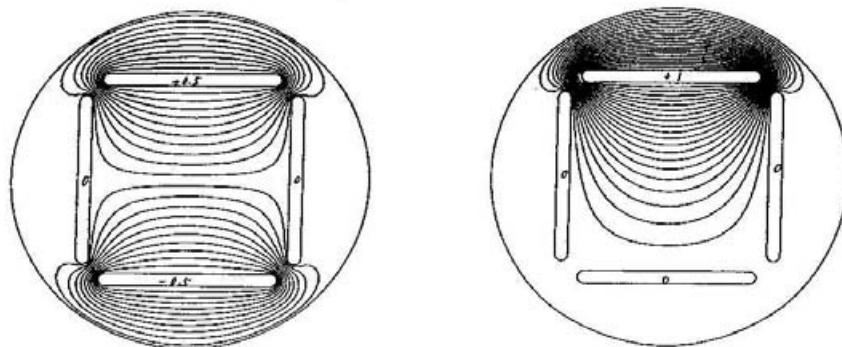


図 G.4.1 SUPERFISH で計算した静電ステアラー内の等ポテンシャル線分布。数字は相対的な電極電圧を示す。

## G.5 四重極電磁石ダブレット

第5章で述べた HEBT の設計パラメータに基づいて四重極電磁石ダブレットの設計を行った。

### 設計仕様

取扱いやコストを考慮して、設計仕様を以下のように決めた。

1. 同型の電磁石 2台で構成する。
2. 最大磁場勾配は 1.3 kG/cm 程度とする。
3. 最大電流は使用電源の定格値から 300 A とした。
4. 上下分割式にする。

その他の仕様は以下の計算によって決めた。

### ボア半径

この電磁石ダブレット内でのビーム半径は後段電磁石出口の水平方向で最大になる。この時ビーム半径は 4.2 ~ 4.3 cm であるので、ビームパイプは呼び径 4 吋、外径 11.43 cm、肉厚 0.21 cm のものを採用することにした。この時ボア半径は 5.8 cm とした。

### 起磁力の計算

四重極電磁石のポール当りの起磁力は近似的に次式で与えられる。

$$N_p I = \frac{1}{2\mu_0} a^2 G \quad (\text{G.5.1})$$

ここで、各数値を代入する。

$$G = 1.3 \text{ kG/cm} = 13 \text{ T/m} \quad (\text{G.5.2})$$

$$a = 5.8 \text{ cm} = 0.058 \text{ m} \quad (\text{G.5.3})$$

$$\mu_0 = 0.4\pi \mu\text{H/m} \quad (\text{G.5.4})$$

ポール当りの起磁力は、

$$N_p I = 17400 \text{ A} \cdot \text{turns} \quad (\text{G.5.5})$$

となる。電磁石電源は 370 A、30V のものを用意してあるので、必要最低限のコイル巻数は 47 turns となる。実際の巻数はコイルの厚さを考慮して決定することにした。

## 電磁石形状

電磁石の形状は計算コード TRIM を用いて設計し、磁場分布や磁力線に問題がない形に決定をした。最終的な電磁石の形状と磁力線の分布を図 G.5.1 に示す。

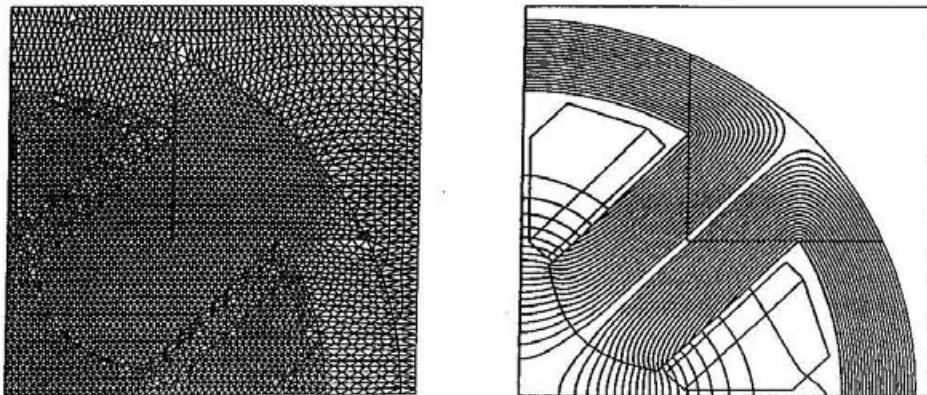


図 G.5.1 磁極の形状と磁力線の分布。TRIM による。

## コイルの厚さと形状

2台の電磁石の間にエミッタスモニターを組み込む為に、コイルの厚さは 10 cm 以下とすることにした。コイル電線には冷却水を流せるホロウコンダクターを使用し、冷却水は各コイルで並列に流すこととした。TRIM で決定したコイル部分での巻数は 63 turns となったので、電流値を 300 A とした時の起磁力は、 $N_p I = 18900 \text{ A-turns}$  となった。

## 磁極形状

最近の NC の進歩により、双曲線断面の切削も容易に行えるようになったので、磁極断面形状は双曲線のまま加工した。TRIM での計算の結果、磁場勾配の平坦度は約 4.5 cm までは中心付近での磁場勾配と同じであり、中心から 5.8 cm のボア半径の所での磁場勾配も中心付近の磁場勾配の 1.5% 減にとどまった。エッヂからのしみ出しを減らすために磁極エッヂを両端で斜めに切り落とした。

## 磁極長と磁極間隔

ビームダイナミクスデザインで、磁極長 25 cm、磁極間距離 30 cm として計算を行なった。実効長  $l_{eff}$  と実際の磁極長  $l_p$ 、ボア半径  $a$  の間には次のような関係がある。

Table G.5.1: 四重極電磁石ダブレットの仕様

磁極形状	双曲線
磁極長	20 cm
磁極間距離	35 cm
最大磁場勾配	1.3 kG/cm
ボア半径	5.8 cm
コイル巻数	63 turns/coil
コイル厚さ	100 mm
最大電流	300 A
電気抵抗	0.09 Ω/coil
ヨーク外直径	530 mm
ヨーク内直径	430 mm
コイル電線	ホロウコンダクター
冷却水圧損	4 kg/cm <sup>2</sup>
冷却水流量	1.6 l/min/coil
総重量	920 kg

$$l_{eff} = l_p + \alpha a \quad (G.5.6)$$

$\alpha$ は磁場の飽和によって決まる量で、～0.6(飽和時)から～1(非飽和時)の値を取る。この電磁石での最大磁場強度は近似的に、  
 $aG=5.8\text{ cm} \times 1.3\text{ kG/cm} = 7.54\text{ kG}$

となる。この時 $\alpha=1$ とすると、上式は実効長  $l_{eff}=25\text{ cm}$ とした時に磁極長  $l_p=20\text{ cm}$ となる。また、実際の磁極間距離は磁場のしみ出し分を考慮して、35 cmとなる。

### 最終仕様

電磁石の最終仕様を表 G.5.1 に決定図を図 G.5.2 示す。ダブルートの 2 台は全く同じ物を作り極性を逆にして使用することにした。

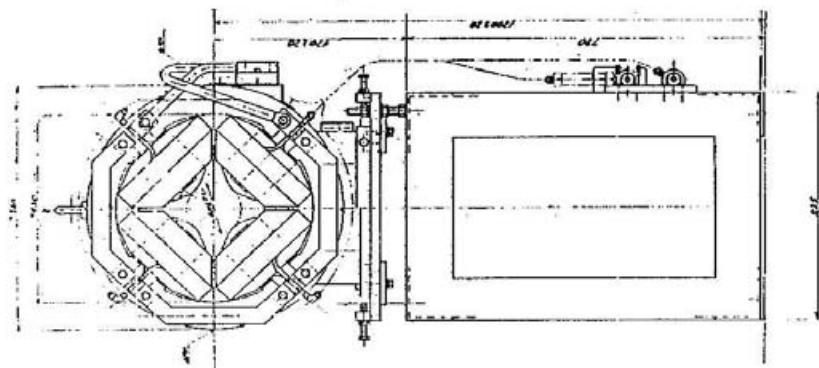
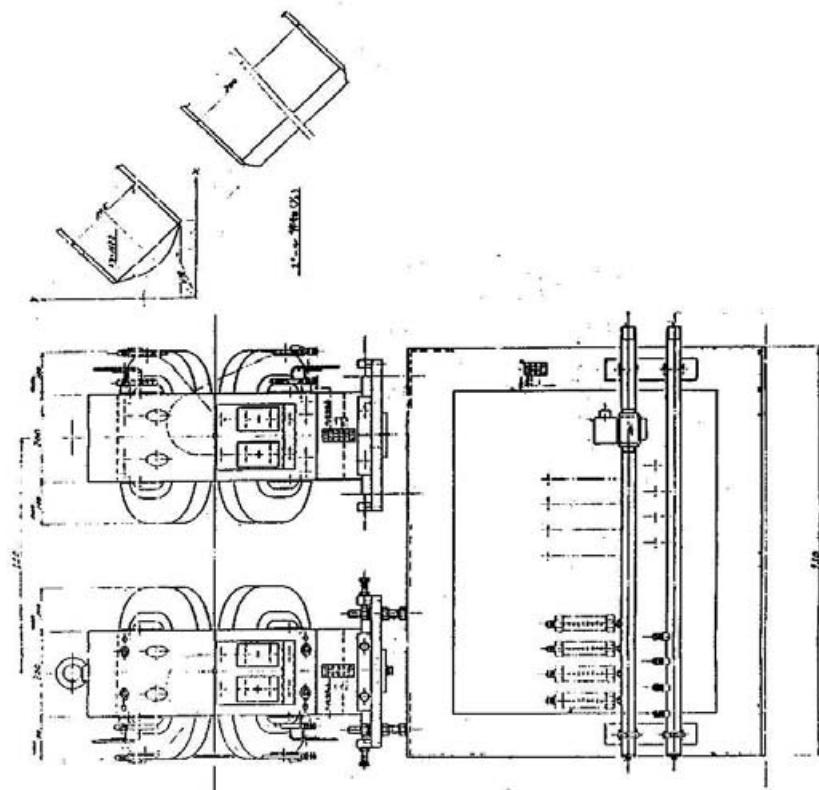


図 G.5.2 四重極電磁石最終決定図。

## G.6 エネルギー分析用偏向電磁石

エネルギー分析用偏向電磁石は東京大学原子核研究所の重イオンシンクロトロン TARN で使われていた偏向電磁石を使用することにした。この電磁石は偏向角が  $45^\circ$ 、最大磁場強度が 9 kG である。HEBT 軌道計算の結果 SCRFQ 加速ビーム ( $\epsilon = 1/30$ ) を  $45^\circ$  曲げるのに必要な磁場強度はおよそ 7 kG であるのでこの偏向電磁石でエネルギー分析に必要な磁場強度は十分に得られる。偏向電磁石の主な仕様を表 G.6.1 に、外観図を図 G.6.1 に示す。

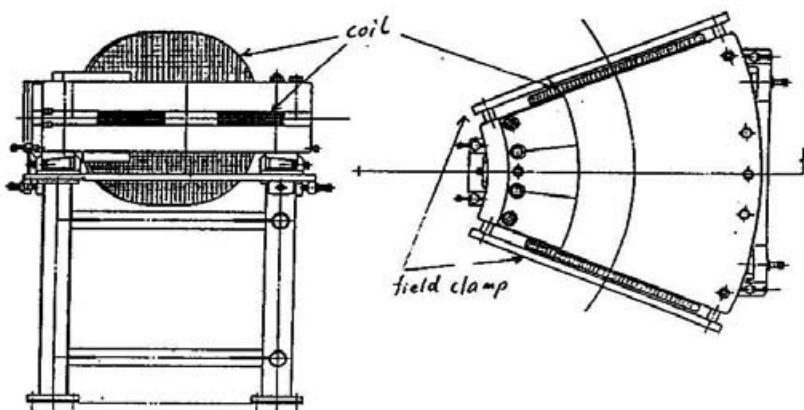


図 G.6.1 エネルギー分析用偏向電磁石外観図。

Table G.6.1: エネルギー分析用偏向電磁石の仕様

偏向角	$45^\circ$
曲率半径	133.3 cm
ギャップ間隔	70 mm
最大磁場強度	9 kG
コイル巻数	138 turns
最大電流	400 A
最大電流密度	5.38 A/mm <sup>2</sup>
電気抵抗	0.147 $\Omega$
冷却水圧損	2.07 kg/cm <sup>2</sup>
冷却水流量	13.55 l/min

## 付録H. 使用した計算コード及びプログラム

### H.1 SUPERFISH

SUPERFISH は LBL の Halbach らによって軸対称電磁場を有する高周波空洞の問題を扱う計算コードとして開発されたものであり [H.1]、リエントラント型等の軸対称共振空洞の電磁場計算に広く用いられている。具体的には TM01 モード等軸対称共振空洞の軸方向及び方位方向の電磁場分布の計算はもちろんのこと、静電容量、共振周波数、蓄積エネルギー、電力損失などの計算が出来る。電磁場の計算は以下のようにして行われる。空洞断面のうち電磁場の存在する領域を三角メッシュで細かく区切り、各メッシュ内で磁場が直線的に変化するという近似を用いて、各メッシュ内での磁場を一義的に決める。各メッシュ点に対応した差分式から非同次線形連立差分式を求め、ガウスのブロック消去法と後退代入法により非反復法で解く。このようにして各メッシュでの境界条件が満足されるような共振周波数が計算される。なお RFQ のように軸対称空洞でなくても軸方向に対して一様な磁場が存在していれば、第三章で述べた計算手法を用いて電磁場計算を行うことが可能である。他の非軸対称構造を持つ高周波空洞の電磁場計算には三次元電磁界計算コード MAFIA が用いられる [H.2]。

SUPERFISH は一般に 4 つのステップで構成されている。以下に各ステップの役割について述べる。

#### 1. AUTOMESH

ここでは三角メッシュを空洞の断面形状に合わせて自動的に最適化してメッシュを切る。メッシュは最大 6400 に分割出来、メッシュの密度を部分的に変える事も出来る。しかし計算を実行させるとメッシュがうまく切れないために生じるエラーが多い。この様なときは入力座標を微妙に変化させるとうまく切れる事がある。

#### 2. LATTICE

ここで連立差分方程式を解くために必要なメッシュデータを作る。このステップが完了するとメッシュデータのグラフ出力が可能になる。

#### 3. FISH,STATIC

上の二つのステップで作られたデータを基にして連立差分方程式を解く。FISH は軸対称高周波空洞の電磁場計算に、STATIC はインツェルレンズなど与えられた境界条件を持つ静電場の計算にそれぞれ用いる。

#### 4. OUTPUT

計算結果をグラフの形で出力する。出力には二種類のプログラムが用意されており、一方は生成されたメッシュ图形を出力するものであり、もう一つは FISH または STATIC 用の图形出力ルーチンで、FISH の場合は電気力線を STATIC の場合はボテンシャル線を描く。また加速空洞の計算を行う場合  $E_r$  および  $E_z$  のプロット

も出来る。

#### 参考文献

H.1 K.Halbach, and R.F.Holsinger, *SUPERFISH-A Computer Program for Evaluation of RF Cavities with Cylindrical Symmetry*, Particle Accelerators, Vol.7, pp. 213, 1976.

H.2 R.Klatt et al., *MAFIA-A Three-Dimensional Electromagnetic CAD System for Magnets, RF Structures, and Transient Wake-Field Calculation*, 1986 Linear Accelerator Conference, SLAC-Report-303, pp. 276, SLAC, 1986.

## H.2 PARMTEQ

RFQ のビームダイナミクスの計算には計算コード PARMTEQ(Phase And Radial Motion in Transverse Electric Quadrupole) がよく用いられる。PARMTEQ は線形加速器の計算コード PARMILA を RFQ 用に作り変えたものであり、4 つの基本的な機能を持っている。

- (a) RFQ の電極の設計を行なう。
- (b) 入射粒子に何種類かの分布を持たせることが出来る。
- (c) ビームシミュレーションを行なう。
- (d) 任意のセルでの位置、位相、エネルギー等に対する粒子の分布を出力できる。

RFQ の設計に必要なパラメータは以下のものである。

- ヴェイン間電圧  $V_0$
- 運転周波数  $f_0$
- 加速粒子の質量数対荷電数比 ( $A/q$ )
- 入射及び出力エネルギー  $T_{\text{in}}, T_{\text{out}}$
- 各セルでの  $B$ 、 $m$ 、 $\phi_s$  を最適化するための数表。この数表から各セルでのボア半径  $a$ 、セル長  $L_s$ 、エネルギーゲイン  $\Delta W$ 、位相の進み  $\sigma$  等を計算し、入力パラメータの最適化を行なう。

各セルでのパラメータの最適化は最初のセルから逐次計算を行なっていく。以下に計算の手順について簡単に述べる。

- (a) 各セルでのボア半径  $a$ 、セル長  $L_s$ 、エネルギーゲイン  $\Delta W$ 、位相の進み  $\sigma$  を計算し、入力パラメータの最適化を行なう。  
ビーム軸  $z$  に沿って入力された  $B$ 、 $m$ 、 $\phi_s$  はビーム軸に沿って直線的に変化するとして、セル出口

$$z = z_0 + L_c \quad (\text{H.2.1})$$

での  $B$ 、 $m$ 、 $\phi$ を求める、 $B_f$ 、 $m_f$ 、 $\phi_f$ とおく。

$a$  の初期値は最初だけ

$$\sqrt{X} = \frac{2}{1+m} \quad (\text{H.2.2})$$

として

$$a = \frac{2}{1+m} \sqrt{\frac{\varepsilon e \lambda^2 V}{m_0 c^2 B_f}} \quad (\text{H.2.3})$$

で与えられるものとする。この  $a$  と入力した  $m$  から  $X$ を求める。

$$X = 1 - A I_0(ka) \quad (\text{H.2.4})$$

$$k = \frac{\pi}{L_c} \quad (\text{H.2.5})$$

さらに

$$\frac{\varepsilon e \lambda^2 X V}{m_0 c^2 a^2 B_f} \quad (\text{H.2.6})$$

を計算する。(H.2.6) が 1 であれば四電極内のポテンシャルは K-T の電位関数から得られる二項ポテンシャルと一致する。PARMTEQ では

$$\frac{\varepsilon e \lambda^2 X V}{m_0 c^2 a^2 B_f} - 1 < 10^{-4} \quad (\text{H.2.7})$$

となるように  $a$  を最適化する。

次にセルをセグメントに分割する。分割数は特に指定しない時は 16 となる。まずセル内での核子当たりのエネルギーゲイン  $\Delta W$ を計算する。この時計算に用いる  $A$ 、 $\phi$ を以下に定める。

$A:A$  はセル内で直線的に変化するとした時のセグメント入口及び出口での  $A$  の平均値。

$\phi$ :各セグメント入口での粒子速度でセグメント中央に達したときの位相。

次に各セグメントでの位相の進み  $\sigma$ を計算する。これは以下のようにして行なう。

- セグメント前半部での位相の進みは、セグメント入口での粒子速度を用いて計算を行なう。
- セグメント後半部での位相の進みは、セグメント出口での粒子速度を用いて計算を行なう。
- セグメント全体での位相の進みは、セグメント前半部と後半部での位相の進みの和として表わす。

このようにして各セグメントでの $\Delta W$ 、 $\sigma$ を1セルにわたって求める。

最後にセル長 $L_c$ を求める。 $L_c$ は初期値として $\beta_s \lambda / 2$ で与えられるが以下のようにセル長を最適化する。

$$L_c = \frac{\pi + \phi_f - \phi_i}{\phi - \phi_i} \cdot \frac{\beta_s \lambda}{2} \quad (\text{H.2.8})$$

ここで

$\phi_i$ :入力データより計算したセル入口での同期位相。 $\phi_f$ :入力データより計算したセル出口での同期位相。 $\phi$ :セグメント計算より求めたセル出口での同期位相。である。

これらの計算結果を初期値として最初から計算を繰り返す。これを2~3回繰り返してセルパラメータの最終値を決定する。

(b) ビームダイナミクスの計算は以下のようにして行なう。

- i. 各セルをセグメントに分割する。
- ii.  $x$ 、 $x'$ 、 $y$ 、 $y'$ 、 $W$ 、 $\phi$ の初期値は前のセグメントでの最終値を用いる。
- iii. この時各セグメントでの $W$ 、 $\phi$ はセルパラメータを決定したときの要領で求める。
- iv. 横方向( $x, y$ )の運動では集束力と高周波発散力が別々に取り扱われる。
- v. 集束力はセグメントと同じ長さの四重極場として取り扱う。その強さはセグメントを通過する粒子のセグメント中央での位相による。
- vi. 高周波発散力はセグメント中央で瞬発力として与えられる。その強さは各粒子がセグメント中央にきた時の高周波位相による。
- vii. セグメント出口での粒子の座標はセグメント前半部と後半分での運動を分けて計算を行なった結果得られる。
- viii. これら一連の計算を各粒子について全セルにわたって行なう。

なお PARMTEQ では空間電荷効果を粒子間の反発力として、各セル中央で粒子に瞬発力で与えられる。

### H.3 MAGIC

計算プログラム MAGIC(MAGnetic Inserion Code) はビーム輸送系の要素と最終的なビームの形状と与えれば、与えられたビームの形状を作り出すため、この系の中の指定された輸送パラメータを最小自乗法を用いて最適化し、ビーム輸送系の設計を容易に行なう事が出来る。指定できる輸送パラメータは、ドリフトスペース長、四重極電磁石及び偏向電磁石の磁場強度であり、入力データに書き込んだ全要素通過後のビームの水平あるいは垂直方向の $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\eta$ の一つまたは複数のパラメータが計算結果と一致するように要素が最適化される。実際に要素のパラメータの最適化

を行うときは、四重極電磁石中の計算は薄肉近似で行い、各要素のパラメータが決定した後、厚肉近似で再計算を行うという二段階のステップで計算を行う事により、最終的なビーム輸送系が決められる。また、MAGICでは静電レンズの計算は行えないが、使用者が定義した輸送行列を計算要素に入れる事が出来るので、輸送行列の各行列要素を数値入力すればその輸送行列を含めた輸送系の計算を行う事が出来る。

## H.4 TRACEP

計算プログラム TRACEP はビーム輸送系用のシミュレーションプログラムであり、ソレノイドレンズ、静電四極レンズなどを含んだ輸送系の計算が可能である。このプログラムは線形加速器の計算コード PARMILA の一部を利用し、種々のオプションを追加したもので、PARMILA あるいは RFQ 線形加速器設計コード PARMTEQ と基本的に同じ構造のブロックを持っている。従って、このプログラムの出力を PARMILA あるいは PARMTEQ 及びその図形出力プログラムである OUTPROC の入力データとして使用する事は容易な事である。また、SUPERFISH グループコードの一部として開発された STATIC プログラム（静電場計算コード）で求められた出力ファイルを利用して、軸対称電場中のビームの振る舞いをシミュレート出来る様になっている。

TRACEP で扱う事が出来る要素には以下のものがある。

- (a) ドリフトスペース
- (b) バンチャーキャビティ
- (c) 四重極電磁石
- (d) 水平方向偏向電磁石
- (e) 円形スリット
- (f) 水平垂直スリット
- (g) 静電四極電極
- (h) ソレノイドコイル
- (i) STATIC プログラムで得られたインツェルレンズ
- (j) 加速ギャップ

このうちインツェルレンズ以外の要素に対しては空間電荷の効果を入れた計算が可能である。この際クーロン斥力は四重極電磁石あるいは偏向電磁石の各要素の中央で、インパルスとして働くものとして取り扱われている。

また、四重極電磁石、静電四極電極については、運動量によって、焦点距離の異なるいわゆる色収差を計算の中に取り入れている他、ランダムな設定誤差によるエミッタス増大の効果を計算する事も出来る。