

進行波加速管の精密インピーダンス調整方法

三浦 禎雄

博士(工学)

総合研究大学院大学
高エネルギー加速器科学研究科
加速器科学専攻

平成 18 年度
(2006)

1. 序	1
1.1 研究開発の動機	1
1.2 DISK-LOADED 型加速管	4
1.3 カプラーの構造と役割	6
2. 理論	8
2.1 進行波加速管の等価回路モデル	9
2.2 進行波加速管の伝送方程式	10
2.3 無限に長い、全く同じ構造の空洞列	12
2.4 カプラー空洞とインピーダンスマッチング	14
3. カプラーの調整の実際と理論	17
3.1 ノーダルシフト法	18
3.2 カプラー調整の手順	20
3.2.1 カプラー空洞のカップリング調整についての手順	20
3.2.2 カプラー空洞の移相調整の手順	23
3.3 R. L. KYHL の方法(従来の方法)	30
3.3.1 調整の手順(従来の方法、R. L. KYHL の方法)	31
3.3.2 理論的解説(従来の方法、R. L. KYHL の方法)	33
3.4 新しく開発した調整方法	39
3.4.1 調整手順(新しい手法、 $2\pi/3$ モード)	39
3.4.2 調整手順(新しい手法、 $3\pi/4$ モード)	40
3.4.3 理論的解説(新しい手法)	41
3.5 精度の評価	45
3.5.1 β_e (カップリング係数)の要求精度	45
3.5.2 カプラー空洞共振周波数の要求精度	48
4. Cバンド(5712MHZ)チョークモード型加速管への適用結果	51
4.1 Cバンド(5712MHZ)チョークモード型加速管の概要	51
4.2 基準空洞(定インピーダンス6セル管)の製作	55
4.3 カプラーのパラメーター計算	61

4.4	カプラーの調整.....	66
4.5	RF 測定結果.....	74
4.6	ハイパワー試験.....	77
	謝辞.....	79
	参考文献.....	80
	付録.....	81
A.	グローバルリニアコライダー(GLC)計画とHOM減衰型構造.....	81
B.	ダブルフィードカプラー.....	85
C.	円形導波管 TM_{MN} モードの電磁界.....	88
D.	DISK-LOADED 型構造の位相速度.....	90
E.	分布定数回路と入力インピーダンス.....	91
F.	1 開口空洞共振器とカップリング.....	92
G.	1 開口空洞共振器とチューニングカーブ.....	97

1. 序

1.1 研究開発の動機

本論文では、Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) 2 マイル線形加速器で確立された、進行波加速管のカプラーインピーダンス整合方法である R. L. KYHL の方法 [1] が適用できない場合、例えば本論文で論ずるチョークモード型加速管用ダブルフィード型カプラー等の、カプラーインピーダンス整合方法について述べる。このような加速管は、低エミッタンスビームを加速する第 4 世代の放射光光源 (X-FEL)、40MV/m を超える高電界加速に耐える高性能加速管であり、実用化が世界的に強く望まれている。

通常の進行波加速管は図 1 に示したように、入力及び出力カプラー、レギュラー加速空洞部で構成される。入力及び出力カプラーは、矩形導波管基本波モード TE_{10} (Transverse Electric field) で伝送されてきたマイクロ波を、加速モードの円形導波管 TM_{01} (Transverse Magnetic field) モードに変換する入力インピーダンス整合器である。レギュラー加速空洞部は電子ビーム加速を行う。

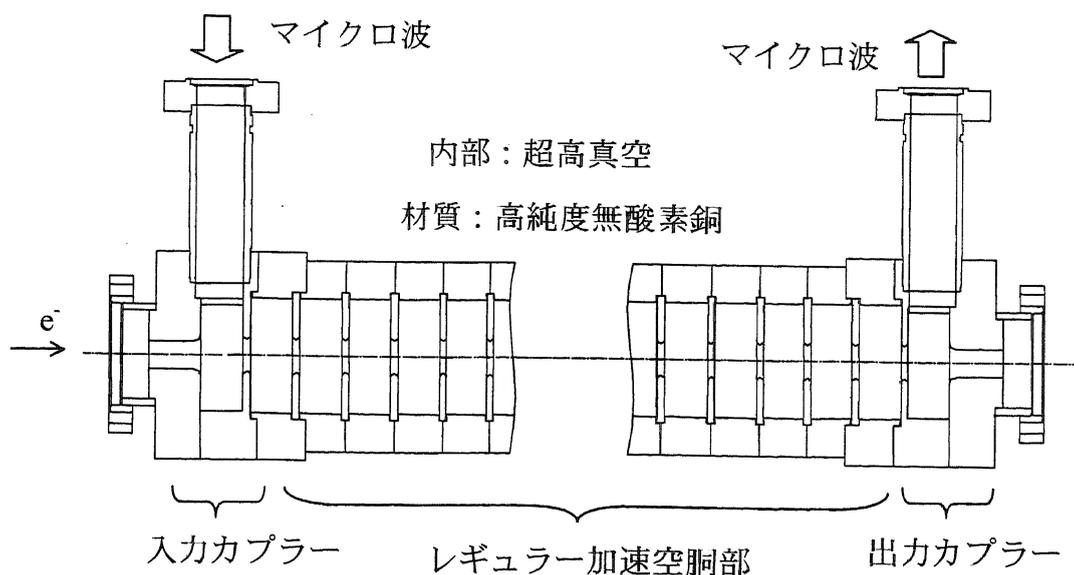


図 1: 進行波加速管の構造

SLAC2 マイル線形加速器の建設以来、約 40 年間にわたり、進行波加速管のカプラーインピーダンス整合方法として R. L. KYHL の方法が使用されてきた。この方法は、カプラー空胴の移相 (Phase shift per cell) とカップリングを独立に調整することができるので、調整が非常に容易で有効な方法である。但し、この方法においてはカプラー空胴とレギュラー空胴の構造が等しくなければならない(厳密にはカプラー空胴部とレギュラー空胴部の位相分散曲線が等しくなければならない)という制限条件がある。

近年の高性能加速管は、ビームエミッタンスの増大を抑えるため、電子ビームが誘起する高調波モード (Higher Order Mode, HOM) を減衰させる目的で、レギュラー空胴部が複雑な構造をとるようになった[付録 A]。そのため図 2 のようなカプラー空胴部とレギュラー空胴部の構造が異なる進行波加速管が増えてきており[2], [3]、こうした進行波加速管のカプラーの調整は複雑で、多くの時間と多大な労力を要する。もちろん、前述の理由で R. L. KYHL の方法では適用できない。そのため高精度で能率的な調整方法は未だに確立されていない。また、クライストロンの大出力化に伴い、高電界加速 (20~40MV/m) が主流となってきている。加速管の高電界化に伴い、カプラー結合孔 (アイリス) の表面電界を下げる目的で、複数の結合孔 (アイリス) を持つようになってきた。実機においては図 3 に示したようないくつかの方法が採用されており[4], [5], [6], [7]、マイクロ波の伝播特性を利用して、構造の単純化が図られている[付録 B]。この場合、カプラー調整時に運転周波数以外の周波数を用いる R. L. KYHL の方法は適当ではない。

筆者は、従来の進行波型加速管はもちろん、こうした R. L. KYHL の方法が適用できない場合の、進行波加速管のカプラーインピーダンス整合を可能とする方法を研究開発し、その方法の実際と理論的根拠を本論分にて明らかにする。また、本整合手法を実機に適用した結果を述べる。ここでは、運転周波数での入力および出力電圧定在波比 (Voltage Standing Wave Ratio, VSWR) 1.05 以下、91 加速空胴の累積位相誤差 ± 5 度以内を達成することができた。

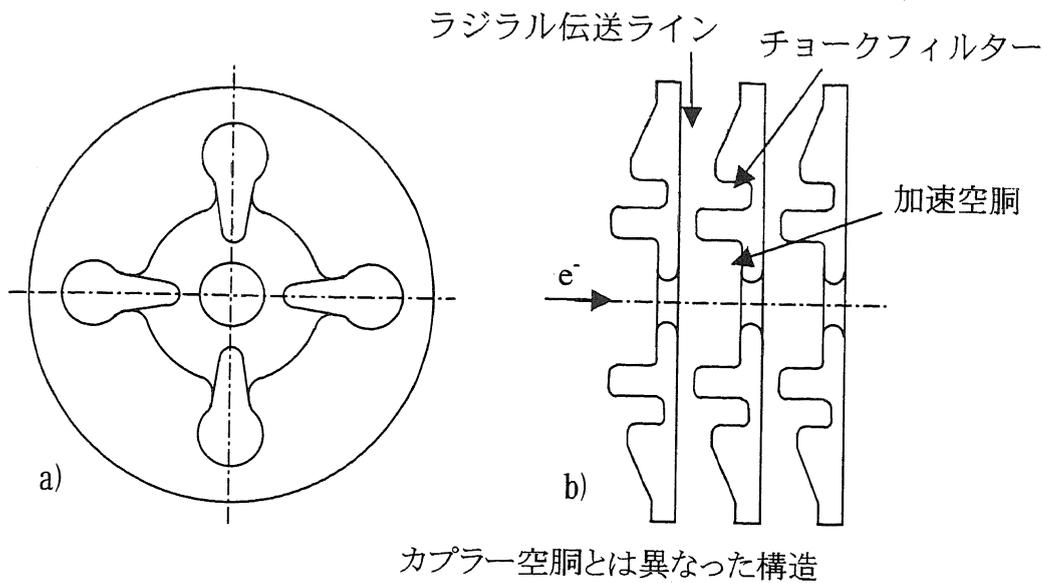


図 2: HOM モードを減衰させるセル構造

a) X-band SLAC b) S, C-band KEK, RIKEN

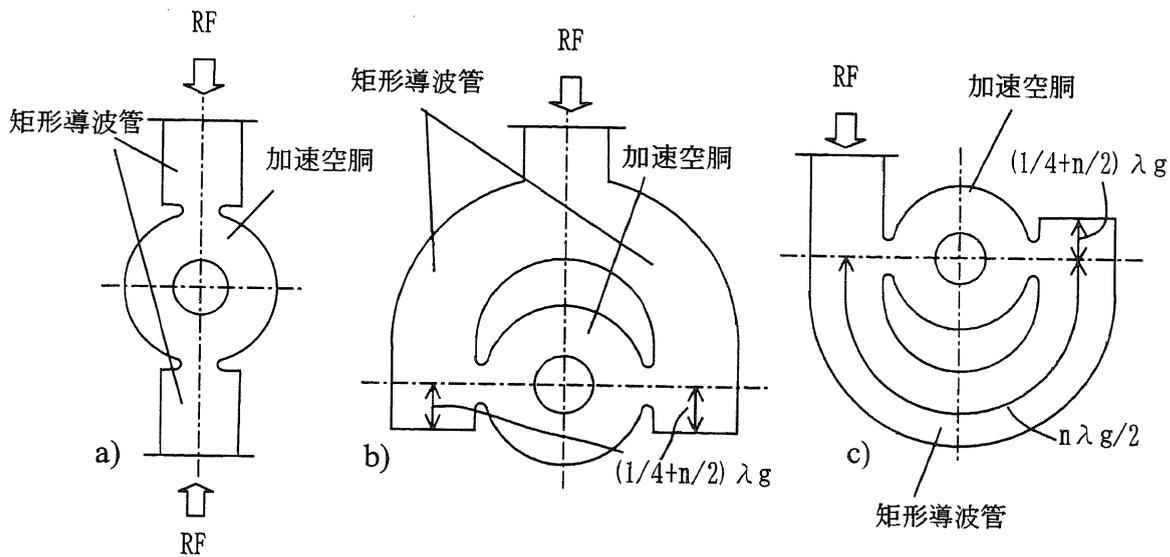


図 3: 実在するダブルフィードカプラー

a) X-band, SLAC S-band, KEK, b) SBLC, DESY, c) J-type, KEK, RIKEN

a) はカプラーの開口部を対称位置に単純に 2 つ設けたもの。加速管周囲に導波管を 2 経路に分岐する機械的に大きなシステムが必要である。b), c) は、結合孔から導波管ショート面までの距離、又は 2 つの結合孔間距離を運転周波数で波長の整数倍又は整数分の一に設定して、構造の単純化を図ったもの。

1.2 DISK-LOADED 型加速管

進行波加速管の元々のアイデアは、導波管中を伝播するマイクロ波の電界強度が最大になる頂上に、加速する電子ビームを同期させることであった。導波管中のマイクロ波の位相速度と、電子の速度が等しければ、電子が導波管中を進行している間は加速されつづける。図 4 に示した円形導波管の場合、電子ビームの進行方向に電界成分を持つ TM_{01} モードが利用できる。しかしながら、導波管内の位相速度は光速 (c) よりも大きくなってしうので、電子ビームを加速し続けることはできない [付録 C]。

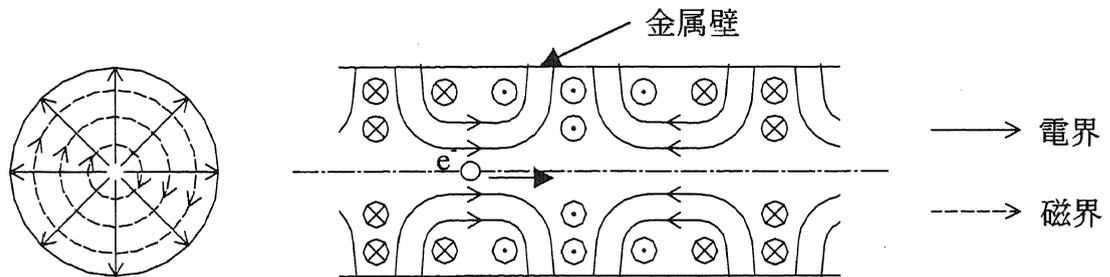


図 4: 円形導波管 TM_{01} モードの電磁界分布

電子ビームと、マイクロ波の位相速度を等しくするには、図 5 のように、円形導波管内部を穴の空いたディスクで仕切ってよることにより実現できる [付録 D]。

マイクロ波の位相定数を $\beta (= 2\pi/\lambda)$ 、夫々のディスク間周期を D とすると、 βD が周期長あたりのマイクロ波の位相差となる。この周期的にディスクで仕切った円形導波管は図 6 のような分散曲線をもつ(後述 2.3 節)。

加速管でどのくらい効率よく電子ビームが加速されるかを示すパラメーターとしてシャントインピーダンスは $r = E^2 / (dP/dz)$ で定義される。ここで P は加速管を伝播するマイクロ波のパワー、 dP/dz は単位長さあたりの壁損失で消費されるマイクロ波のパワー、 E は加速管の軸上電界である。シャントインピーダンスは $\beta D = 2\pi/3$ 付近で最大となるので、多くの進行波加速管は、このモードを利用している。この周期長あたりのマイクロ波の位相差 βD が $2\pi/3$ の時、 $2\pi/3$ モードと呼び習わされている。

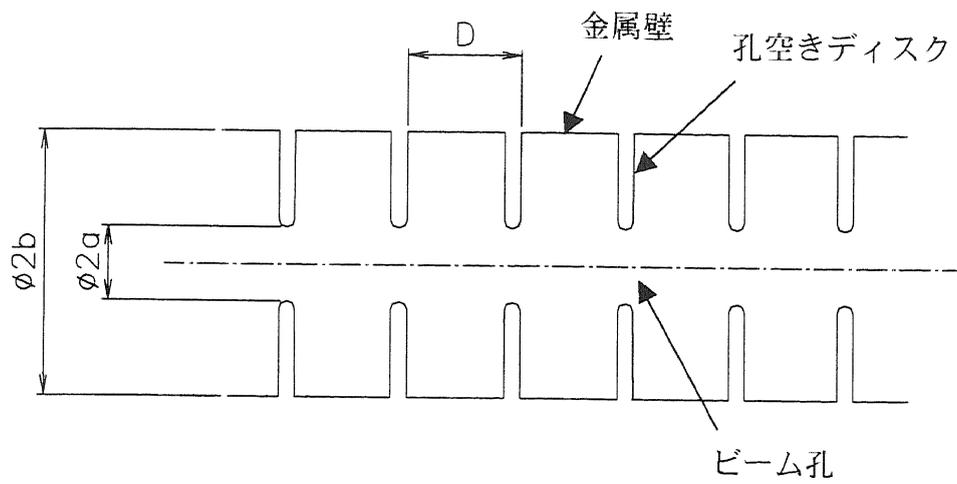


図 5: Disk-loaded 型構造

S-Band (2856MHz) $2\pi/3$ モードの場合: $2a=18\sim 25\text{mm}$, $2b=81\sim 83\text{mm}$, $D=34.99\text{mm}$

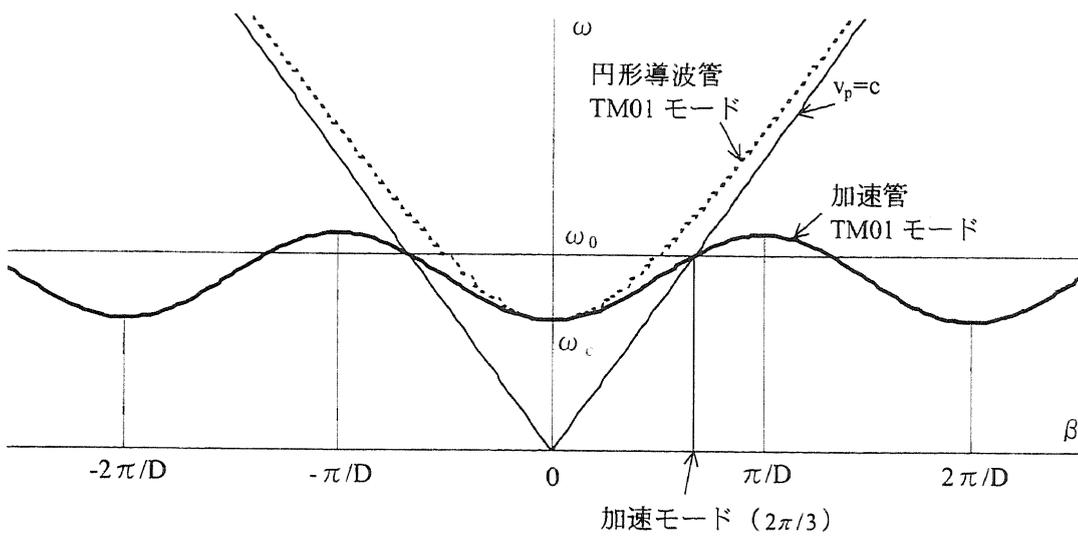


図 6: Disk-loaded 型加速管分散曲線

1.3 カプラーの構造と役割

図 7 に進行波加速管入力カプラー部付近の構造を、図 8 にカプラー部近傍の進行波加速管内電磁場分布を示す。

進行波加速管のカプラーには以下の 3 つの重要な役割がある。

- 1) 矩形導波管 TE_{10} モードと、加速管 TM_{01} モードのモード変換を行う。
- 2) 矩形導波管(インピーダンス: 数 $k\Omega$)と、加速管(インピーダンス: 数十 $k\Omega$)のインピーダンス整合をとる。
- 3) 電子ビームをレギュラー空洞と同様に加速する。

第 1 項に関してはカプラーの機械的な構造に依存する。導波管内、加速管内の電磁波モードから、導波管と加速管を図 7, 図 8 のような方法で接続するのが一般的である。

第 2 項については、加速管へマイクロ波は一般に矩形導波管で伝送される。矩形導波管内では、放電によるトラブルを避けるために、内部の電界は極力下げておきたい。一方、加速管は、少ない入力マイクロ波のパワーで電子ビームをなるべく多く加速したいので、高い軸上電界を得たい。このことからわかるように、導波管と加速管のインピーダンスは大きく異なる。矩形導波管のインピーダンスは一義的に定義できないが、入力パワーに対する矩形導波管中心部の電圧から特性インピーダンスを求めると、S バンド帯 WRJ3 導波管(断面: $72.1\text{mm} \times 34\text{mm}$)に於いて、周波数 2856MHz の場合で $1.4\text{k}\Omega$ 程度となる(ウェーブインピーダンスとは異なる)。一方、通常の DISK-LOADED 型加速管の各空洞のギャップ電圧と入力パワーの関係から S-バンドの加速管インピーダンスを求めると約 $40\text{k}\Omega$ 程度となり、導波管と加速管のインピーダンスは大きく異なることがわかる。このインピーダンス整合は、図 7 に示したカプラーの結合孔(アイリス)の大きさを調整することで得る。

第 3 項については、カプラー空洞と、レギュラー空洞の位相定数を等しくする必要がある。一般にカプラー空洞と、レギュラー空洞の空洞長 D は等しい。この場合、1 空洞あたりの位相差 βD は等しい。これはカプラー空洞の内径を調整することで得られる。

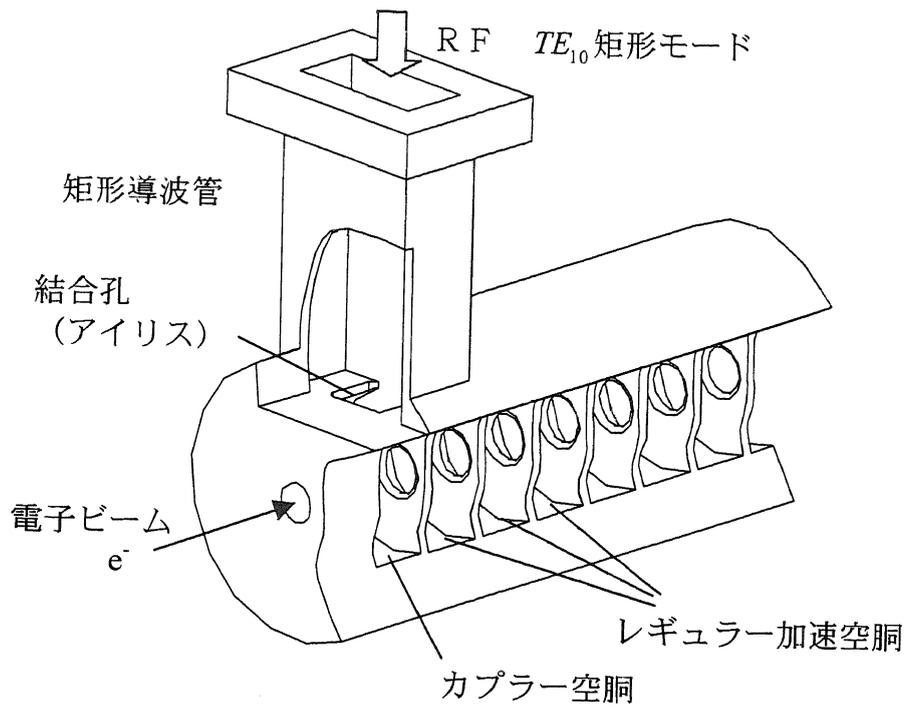


図 7: 進行波加速管入力カプラー部付近の構造

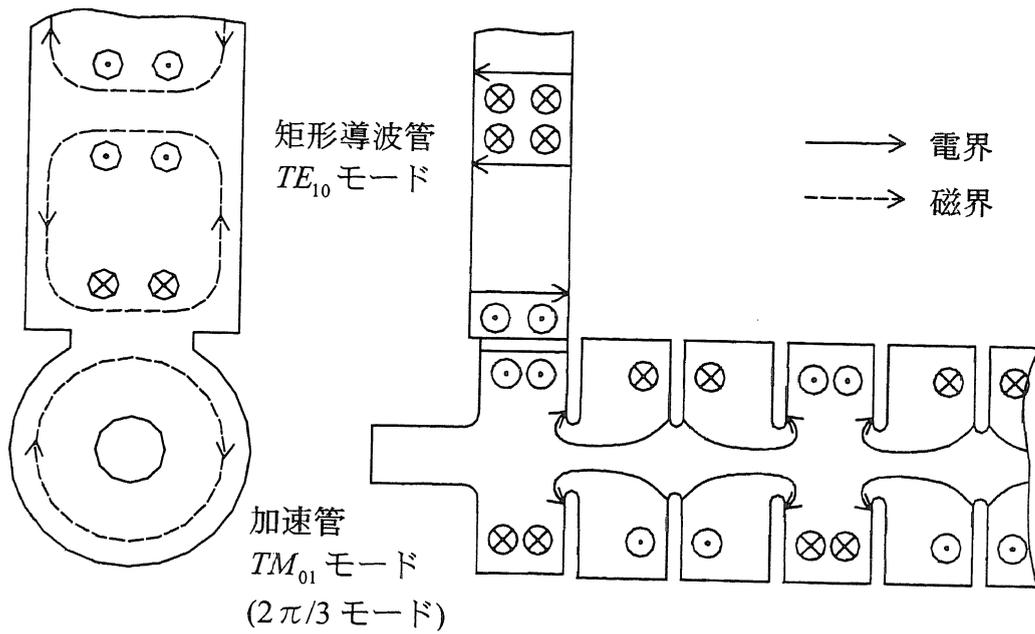


図 8: 進行波加速管内カプラー近傍の電磁場分布

2. 理論

本論文のテーマである、カプラーのインピーダンス整合の条件を、加速管の等価回路モデルを用いて導出する。加速管内を進行するマイクロ波を、図 9 のように n 個 ($n=1,2,3,\dots$) のおもりがばねで接続された多体問題の振動解析として扱う。但し、加速管の場合、おもりの変位 A_n は空胴のギャップ電圧 V_n に、ばね定数 $K_{n,n+1}$ は結合係数 $k_{n,n+1}$ (後述) に、おもりの質量 M_n は空胴の $(R/Q)_n$ (後述) に相当する。等価回路解析により、カプラーインピーダンス整合の条件は、カプラー空胴の周波数とカップリングに関する 2 つ単純な条件式で表される。また、整合条件の必要精度についても容易に求めることができる。まずは、2.1 節で、レギュラー空胴部の等価回路モデルを定義し、次に 2.2 節で加速管のマイクロ波伝送方程式を導出する。2.3 節では無限に長いレギュラー加速管の位相分散曲線を導出し、2.1 節で定義した空胴の固有共振周波数が $\pi/2$ モードの周波数に等しいことを示す。最後に 2.4 節で、外部回路に接続したカプラー空胴部付近の進行波加速管の等価回路を定義して、カプラーのインピーダンス整合の条件を導出する。

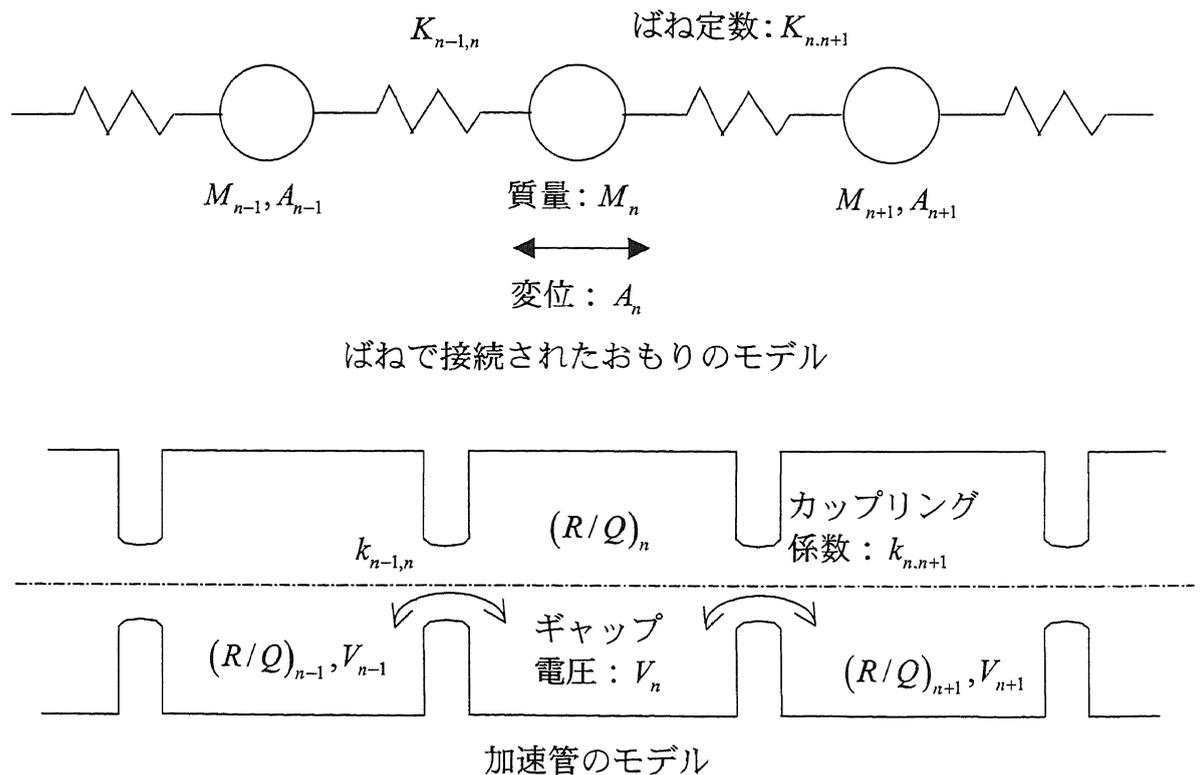


図 9: ばねで接続されたおもりのモデルと加速管のモデル

2.1 進行波加速管の等価回路モデル

本節では、カブラー空胴部付近の等価回路を定義する準備として、まずはレギュラー空胴部の等価回路モデルを定義する。

進行波加速管の等価回路は図 10 のように表すことができる[8]。ここで V_n は n 番目 ($n=1,2,3,\dots$) の空胴が軸上に作り出す全ギャップ電圧、 ω_n は空胴の固有共振周波数、 U_n は空胴の蓄積エネルギー、 W_n は空胴の消費するエネルギー、 I_n^{ind} は電子ビーム又は外部回路の電流源、 L_n, C_n, G_n は空胴のインダクタンス成分、キャパシタンス成分、コンダクタンス成分で、それぞれを流れる電流を $I_n^a, I_n^b, I_n^c, I_n^g$ とした。

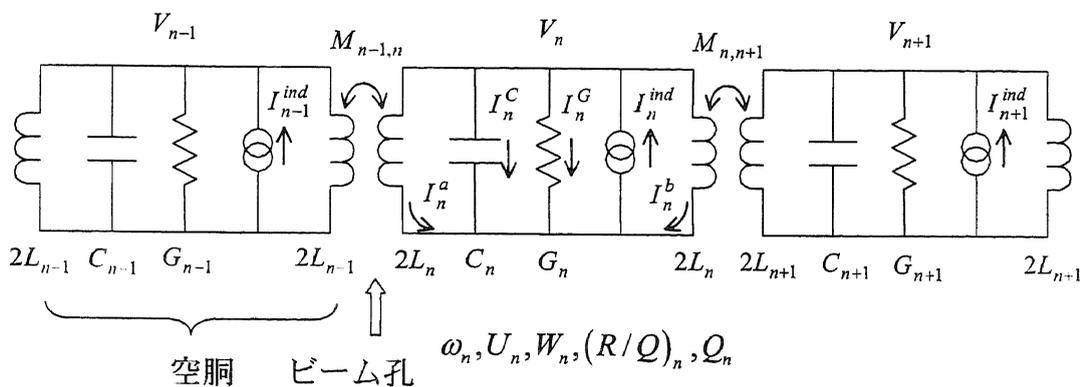


図 10: 進行波加速管の等価回路

ここで $(R/Q)_n, Q_n$ は空胴の R/Q 及び Q 値で、定義は式 2.1.1、式 2.1.2 のとおりである。 $(R/Q)_n$ は 1 サイクルあたりの空胴の実効ギャップ電圧の 2 乗を空胴の蓄積エネルギーで割ったもので、空胴の電氣的な重量となる。 Q_n は空胴の蓄積エネルギーを空胴の 1 サイクルあたりの消費電力で割ったもので、空胴の効率を表すと同時に、 Q_n の逆数は空胴を透過するマイクロ波の減衰を表す。

$$(R/Q)_n \equiv \frac{V_n^2}{2\omega_n U_n} \quad 2.1.1$$

$$Q_n \equiv \frac{\omega_n U_n}{W_n} \quad 2.1.2$$

空胴の蓄積エネルギー U_n は

$$\begin{aligned}
U_n &= \frac{1}{2} C_n V_n^2 & 2.1.3 \\
&= \frac{1}{2} L_n I_L^2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{V_n^2}{\omega_n^2 L_n}
\end{aligned}$$

であるため、回路の L_n 、 C_n 、 G_n は次式のように書ける

$$L_n = \frac{(R/Q)_n}{\omega_n} \quad 2.1.4$$

$$C_n = \frac{1}{\omega_n (R/Q)_n} \quad 2.1.5$$

$$G_n = \frac{1}{(R/Q)_n Q_n} \quad 2.1.6$$

2.2 進行波加速管の伝送方程式

本節では、加速管内を進行するマイクロ波を解析するために、2.1 節で定義した等価回路を進行するギャップ電圧の伝送方程式を導出する。

図 10 の等価回路の伝送方程式は次のように導かれる[8]。この等価回路で次式が成り立つ。

$$I_n^a + I_n^c + I_n^G + I_n^b = I_n^{ind} \quad 2.2.1$$

$$I_n^c = C_n \frac{dV_n}{dt} \quad 2.2.2$$

$$I_n^G = G_n V_n \quad 2.2.3$$

$$\begin{aligned}
V_n &= 2L_n \frac{dI_n^a}{dt} + M_{n-1,n} \frac{dI_{n-1}^b}{dt} & 2.2.4 \\
&= 2L_n \frac{dI_n^b}{dt} + M_{n,n+1} \frac{dI_{n+1}^a}{dt}
\end{aligned}$$

全インダクタンス電流 I_n^L および結合係数 $k_{n,n+1}$ を次式のように定義する。

$$I_n^L \equiv I_n^a + I_n^b \quad 2.2.5$$

$$M_{n,n+1} \equiv k_{n,n+1} \sqrt{4L_n L_{n+1}} \quad 2.2.6$$

さらに、電圧、電流を次式の通り規格化する。

$$\begin{aligned}\hat{V}_n &\equiv \sqrt{C_n} V_n & 2.2.7 \\ &= \frac{V_n}{\sqrt{\omega_n (R/Q)_n}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{I}_n &\equiv \sqrt{L_n} I_n & 2.2.8 \\ &= \sqrt{\frac{(R/Q)_n}{\omega_n}} I_n\end{aligned}$$

この規格化した電圧、電流で式 2.2.1~2.2.5 を書き直すと、

$$\hat{I}_n^L + \hat{I}_n^C + \hat{I}_n^G = \hat{I}_n^{ind} \quad 2.2.9$$

$$\hat{I}_n^L = \hat{I}_n^a + \hat{I}_n^b \quad 2.2.10$$

$$\hat{I}_n^C = \frac{d\hat{V}_n}{\omega_n dt} \quad 2.2.11$$

$$\begin{aligned}\hat{I}_n^G &= G_n \sqrt{\frac{L_n}{C_n}} \hat{V}_n & 2.2.12 \\ &= \frac{G_n}{\omega_n C_n} \hat{V}_n \\ &= \frac{1}{Q_n} \hat{V}_n\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{I}_n^{ind} &= \sqrt{L_n} I_n^{ind} & 2.2.13 \\ &= \sqrt{\frac{(R/Q)_n}{\omega_n}} I_n^{ind}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \hat{V}_n &= \frac{d\hat{I}_n^a}{\omega_n dt} + k_{n-1,n} \frac{d\hat{I}_{n-1}^b}{\omega_n dt} & 2.2.14 \\ &= \frac{d\hat{I}_n^b}{\omega_n dt} + k_{n,n+1} \frac{d\hat{I}_{n+1}^b}{\omega_n dt}\end{aligned}$$

式 2.2.14 より、式 2.2.15 が導きだされる。ただし、ここでは 2 次の項 k^2 及び、 $k\Delta\omega/\omega$ は 0 とした。

$$\hat{V}_n - \frac{1}{2} \left(k_{n-1,n} \hat{V}_{n-1} + k_{n,n+1} \hat{V}_{n+1} \right) = \frac{d\hat{I}_n^L}{\omega_n dt} \quad 2.2.15$$

式 2.2.15 に式 2.2.9、2.2.11、2.2.12 を代入して

$$\frac{d^2 \hat{V}_n}{\omega_n^2 dt^2} + \frac{1}{\omega_n Q_n} \frac{d \hat{V}_n}{dt} + \hat{V}_n = \frac{1}{2} \left(k_{n-1,n} \hat{V}_{n-1} + k_{n,n+1} \hat{V}_{n+1} \right) + \frac{d I_n^{ind}}{\omega_n dt} \quad 2.2.16$$

が成り立つ。 $d/dt = j\omega$ として式 2.2.16 に代入すると、

$$\left[j \left(\frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right) + \frac{1}{Q_n} \right] \hat{V}_n = -\frac{j}{2} \frac{\omega_n}{\omega} \left(k_{n-1,n} \hat{V}_{n-1} + k_{n,n+1} \hat{V}_{n+1} \right) + I_n^{ind} \quad 2.2.17$$

上式を書き直して、

$$\left[j \left(\frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega} \right) + \frac{1}{Q_n} \right] V_n = -\frac{j}{2} \frac{\omega_n}{\omega} \left(k_{n,n-1}^* V_{n-1} + k_{n,n+1}^* V_{n+1} \right) + (R/Q)_n I_n^{ind} \quad 2.2.18$$

$$k_{n,n+1}^* \equiv k_{n,n+1} \sqrt{\frac{\omega_n (R/Q)_n}{\omega_{n+1} (R/Q)_{n+1}}} \quad 2.2.19$$

となり、定常状態の伝送方程式が得られる。

2.3 無限に長い、全く同じ構造の空洞列

本節では、無限に長いレギュラー加速管の位相分散曲線を導出し、2.1 節で定義した空洞の固有共振周波数が $\pi/2$ モードの周波数に等しいことを示す。図 10 の等価回路で、電子ビームによる電流源が無く、すべての空洞が全く同じ構造を持つとする[8]。これは進行波加速管で言えば、定インピーダンス管にあたる。従って、すべての n に対して

$$I_n^{ind} = 0 \quad 2.3.1$$

$$\omega_n \equiv \omega_{cell} \quad 2.3.2$$

$$Q_n = Q_{cell} \quad 2.3.3$$

$$\begin{aligned} k_{n,n+1}^* &= k_{n,n+1} \\ &= k \end{aligned} \quad 2.3.4$$

とおいてよい。

ここで、電圧の、伝達方向 z への伝達係数を、

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad 2.3.5$$

とおき、空洞の周期長を D とすれば、式 2.2.18 より、

$$j \left(\frac{\omega}{\omega_{cell}} - \frac{\omega_{cell}}{\omega} \right) + \frac{1}{Q_{cell}} = -j \frac{k}{2} \frac{\omega_{cell}}{\omega} (e^{-\gamma D} + e^{\gamma D}) \quad 2.3.6$$

$$= -jk \frac{\omega_{cell}}{\omega} [\cosh(\alpha D) \cos(\beta D) + j \sinh(\alpha D) \sin(\beta D)]$$

が得られる。上式の実数部と虚数部から、

$$\frac{1}{Q_{cell}} = k \frac{\omega_{cell}}{\omega} \sinh(\alpha D) \sin(\beta D) \quad 2.3.7$$

$$\frac{\omega}{\omega_{cell}} - \frac{\omega_{cell}}{\omega} = -k \frac{\omega_{cell}}{\omega} \cosh(\alpha D) \cos(\beta D) \quad 2.3.8$$

実際には空洞間の減衰は非常に小さいので、 $\alpha D \approx 0$ としてよかろう。式 2.3.8 より、定インピーダンス加速管の分散曲線が得られる。

$$\omega = \omega_{cell} \sqrt{1 - k \cos(\beta D)} \quad 2.3.9$$

$$\approx \omega_{cell} \left\{ 1 - \frac{1}{2} k \cos(\beta D) \right\}$$

$\because k \ll 1$

この分散曲線を図 11 に示す。定インピーダンス加速管は図に示したような帯域を持ち、各空洞の固有共振周波数は、 $\pi/2$ モードの周波数に等しいことがわかる。さらに、群速度 v_g/c

は

$$\frac{v_g}{c} = \frac{1}{c} \cdot \frac{d\omega}{d\beta} \quad 2.3.10$$

$$= \frac{1}{2c} k \omega D \sin(\beta D)$$

$$= \frac{1}{2} k \beta D \sin(\beta D)$$

となる。ここで、 $\beta = 2\pi/\lambda$ である。

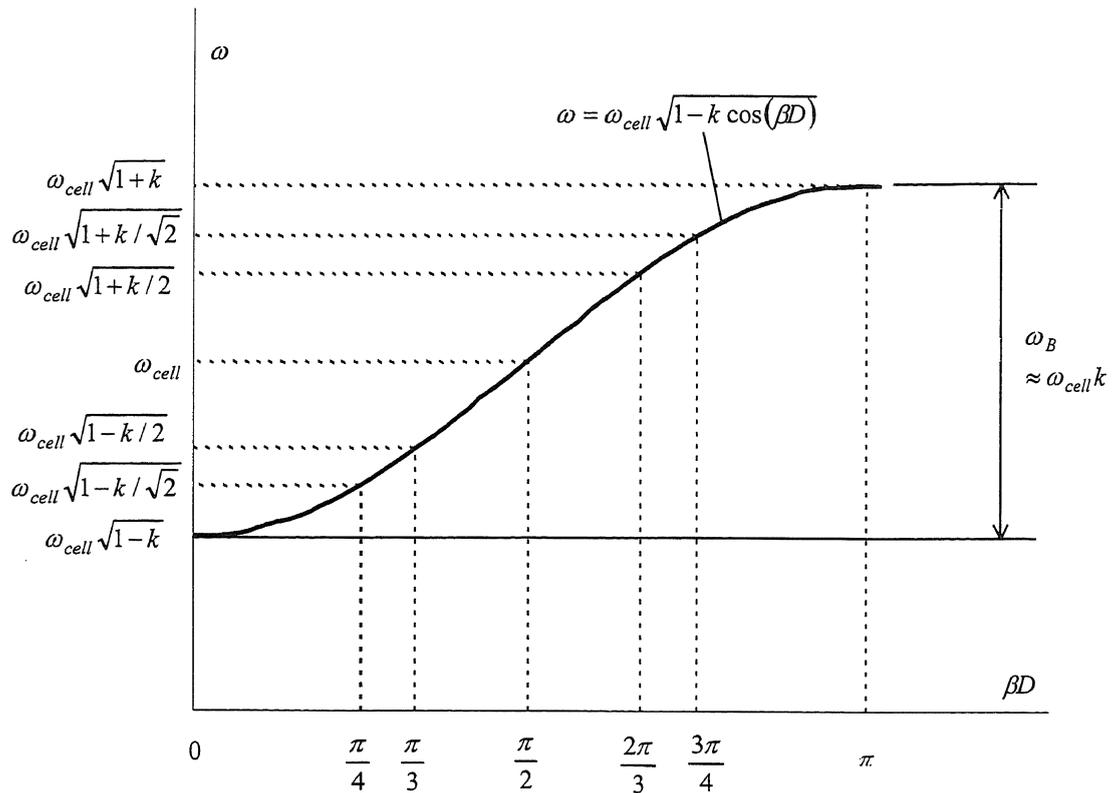


図 11: 定インピーダンス加速管の分散曲線

2.4 カプラー空胴とインピーダンスマッチング

本節では外部回路に接続したカプラー空胴部付近の進行波加速管の等価回路を定義して、カプラーのインピーダンス整合の条件を導出する。進行波加速管カプラー空胴付近の等価回路として図 12 のような等価回路を考える。

この等価回路はカプラー空胴のディチューンドショート面[付録 F]から加速管側を見た時の回路である。ここで β_e は外部回路とカプラー空胴とのカップリング係数で、次式のように定義される。

$$\beta_e = Q_0 / Q_{ext} \tag{2.4.1}$$

ここで、 Q_0 はカプラー空胴の Q 値で、定義は 2.1 節で既に述べた。 Q_{ext} は空胴の外部 Q 値で、空胴の蓄積エネルギーを、外部回路の 1 サイクルあたりの消費電力で割ったものである。

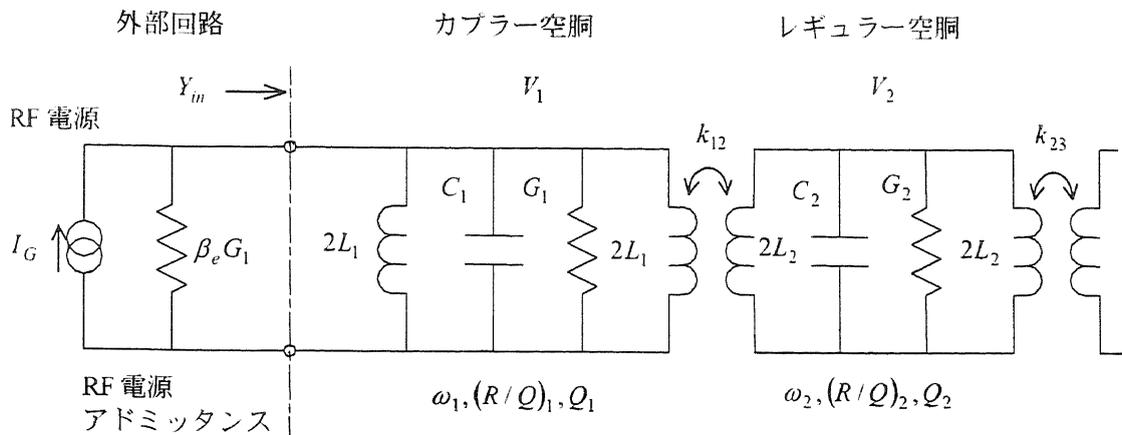


図 12: 進行波加速管のカプラー付近の等価回路

ここで、カプラー空胴以外のレギュラー空胴の構造はすべて等しい(定インピーダンス管)とする。従って、レギュラー空胴の周波数、 $(R/Q)_n, Q_n$ 、カップリング係数はすべて等しくそれぞれ $\omega_c, (R/Q), Q_0, k$ とする。すなわち、

$$\begin{aligned}
 \omega_c &\equiv \omega_n & 2.4.2 \\
 &\neq \omega_1 \\
 (R/Q) &\equiv (R/Q)_n \\
 &\neq (R/Q)_1 \\
 Q_0 &\equiv Q_n \\
 &\neq Q_1 \\
 &(n \geq 2)
 \end{aligned}$$

である。また、レギュラー空胴部の位相差はすべて等しく βD であるとする、空胴間の減衰を無視すれば、

$$\begin{aligned}
 V_m &= V_n e^{-j\beta D(m-n)} & 2.4.3 \\
 &(m, n \geq 2)
 \end{aligned}$$

である。

この等価回路についても、式 2.2.18、2.2.19 の関係が成り立つ。式 2.2.18 で $n=2$ と置き、2.4.3 の関係を使えば、

$$\frac{\omega^2}{\omega_c^2} - 1 = -\frac{1}{2} \left(k_{21}^* \frac{V_1}{V_2} + k e^{-j\beta D} \right) \quad 2.4.4$$

レギュラー空洞部は定インピーダンス管なので、式 2.3.9 が成り立つ。これを式 2.4.4 に代入して、カプラー空洞のギャップ電圧 V_1 とレギュラー空洞のギャップ電圧 V_2 との関係式が得られる。

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{k_{21}^*}{k} e^{-j\beta D} \quad 2.4.5$$

外部回路から加速管側を見たときの入力アドミッタンスは、式 2.2.18 で $n=1$ とおき、

$$\begin{aligned} (R/Q)_1 Y_m &= j \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right) + \frac{1}{Q_1} + \frac{j}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega} \cdot k_{12}^* \frac{V_2}{V_1} \\ &= j \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right) + \frac{1}{Q_1} + \frac{j}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} e^{-j\beta D} \end{aligned} \quad 2.4.6$$

ここで、式 2.4.5 の関係を使用した。

本回路で、運転周波数 $\omega = \omega_a$ の時に、インピーダンスマッチングがとれるためには、式 2.4.6 のアドミッタンスが外部回路のアドミッタンス $\beta_e G_1$ に等しければ良い。従って、

$$\frac{1}{Q_{ext}} = j \left[\frac{\omega_a}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \cos(\beta D) \right] + \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D) \quad 2.4.7$$

$$\begin{aligned} \therefore (R/Q)_1 \beta_e G_1 &= \frac{\beta_e}{Q_1} \\ &= \frac{1}{Q_{ext}} \end{aligned}$$

の関係が成り立つことが、インピーダンスマッチングの条件である。式 2.4.7 の実数部、虚数部よりそれぞれ、

$$\frac{\omega_a}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \cos(\beta D) = 0 \quad 2.4.8$$

$$\beta_e = \frac{Q_1}{Q_{ext}} \quad 2.4.9$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} Q_1 \sin(\beta D)$$

が得られる。

式 2.4.8 はカプラー空洞の共振周波数 ω_1 を決定する式で、本式が成り立った時、カプラー空洞の位相差は βD に合ったと言って良い。式 2.4.9 はカプラー空洞と外部回路とのカップリング係数を決定づける式である。

3. カプラーの調整の実際と理論

前述の2章で、カプラーのインピーダンス整合の条件を導出した。式 2.4.8 からはカプラー空胴の共振周波数 ω_1 が求まり、式 2.4.9 からはカプラー空胴と外部回路のカップリング係数 β_c が求められた。解析的には求められない結合係数 k 及び k_{12} はシュミレーションコードで求める。次にカプラー空胴の周波数 ω_1 とカップリング係数 β_c を求めて、この値になるようにカプラーを調整していけば加速管のインピーダンスマッチングをとることができる。しかしながら、現実にはあまりうまくいかない。その理由を次に述べる。

例えば、3.5.2 節で後述するように、周波数 2856MHz、 $2\pi/3$ モード、 $v_g/c = 0.01$ の加速管の場合を考えると、VSWR < 1.05 となるためのカプラー空胴の周波数 ω_1 の精度は約 $\pm 0.33\text{MHz}$ ($\pm 0.01\%$) となる。それに対してシュミレーションコードで得られる結合係数 k 及び k_{12} の精度は高々 0.1% にすぎない。

一方、本論文のように実験的に求めれば、カプラー空胴の周波数を $\pm 0.01\%$ 程度に調整することは容易である。更に、本方式は正確に移相関係を調整したレギュラー空胴を基準にして、これにカプラー空胴を合わせていく方法なので、計算誤差の影響を受けない。

カプラー空胴のインピーダンスは、ノードルシフト法にて RF 測定を行いながら調整していくこととなる。ノードルシフト法とは、カプラー空胴導波管より RF を入力し、空胴を金属製プランジヤーにてディチューン(離調)していきながら、反射波の振幅、位相を測定していく方法である(図 13)。最初に、3.1 節でこの方法について述べる。次に、3.2 節で、ノードルシフト法で RF 測定を行いながら、カプラー空胴を調整していく基本的な考え方について述べる。3.3 節では、今回開発した方法を良く理解するために、従来のカプラー空胴の調整方法である R. L. KYHL の方法の手順と、2 章で紹介した等価回路を用いて理論的根拠について示す。3.4 節で今回開発した新しいカプラー空胴の調整方法の手順と理論的根拠について示す。さらに、3.5 節では精度の評価について示す。

3.1 ノーダルシフト法

ノーダルシフト法とは、図 13 のようにカプラー導波管側より RF を入力し、加速管の空胴を金属製プランジャーにてディチューン(離調)しながら、反射波の振幅、位相を測定していく方法である。

カプラー空胴、レギュラー空胴は所定の移相に調整されおり、カプラー空胴部のインピーダンスマッチングがとれているとする。 $2\pi/3$ モードの場合は、プランジャーを1空胴ずつ引いていった場合、空胴毎の位相差は 120° なので、図 14 のように反射波の位相は 240° ずつ遅れていくこととなる。

しかしながら、現実には、空胴が所定の移相に調整されておらず、また、インピーダンス整合もとれていないので、図 15 のように、反射波の位相は理想的な状態からずれる。逆にこのことを利用して、カプラー空胴のインピーダンス調整を行っていく。

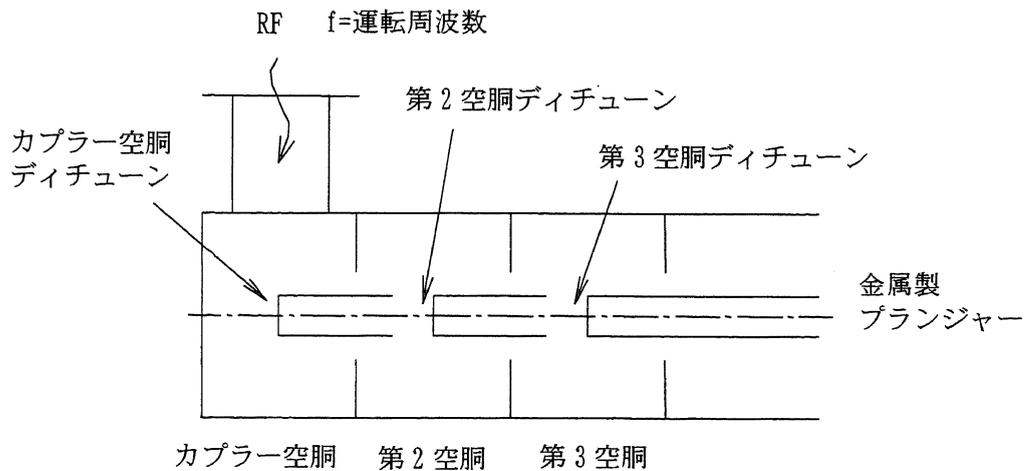


図 13: ノーダルシフト法

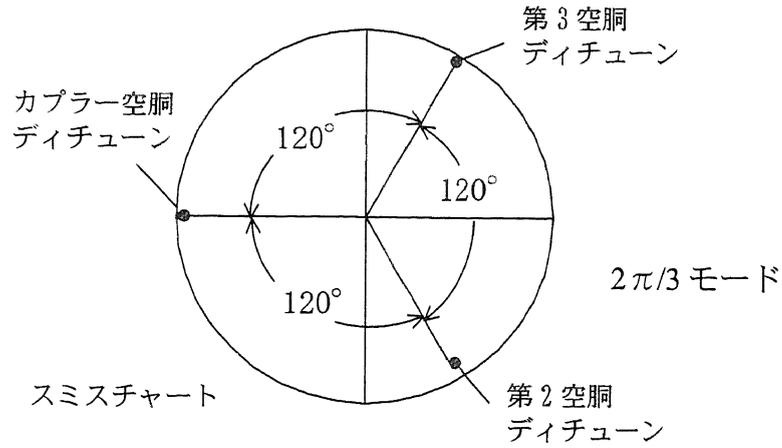


図 14: ノーダルシフト法測定時の反射波（スミスチャート） 空胴の移相とインピーダンスマッチングが理想状態の場合。カプラー空胴のディチューンドショート面[付録 F]から加速管側を見た時。

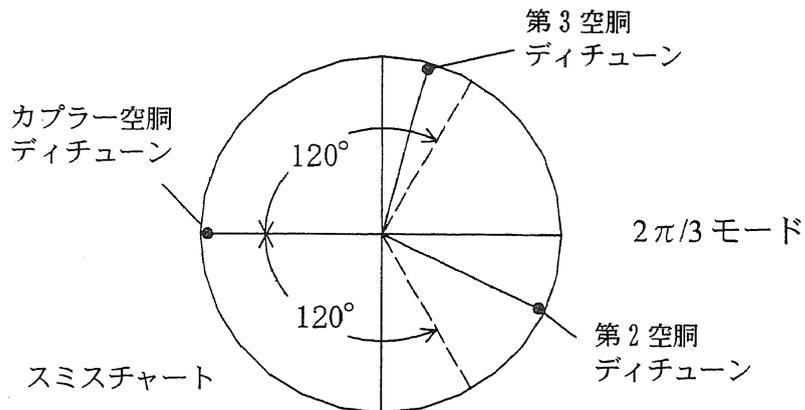


図 15: ノーダルシフト法測定時の反射波（スミスチャート） 空胴の移相も合っておらず、インピーダンスマッチングがとれていない場合。カプラー空胴のディチューンドショート面[付録 F]から加速管側を見た時。

3.2 カプラー調整の手順

カプラー空胴のインピーダンスマッチング方法は、まずカプラー空胴、レギュラー空胴を所定の移相に調整し、それからカプラー空胴のカップリングを調整するという手順である。従来の R. L. KHYL の方法も、今回開発した新しい方法も、基本的には同じ手順である。これらの方法をよく理解するために、加速管内の電磁場分布と、非常に単純な等価回路を用いて、カプラー調整の基本的な考え方について示す。

3.2.1 カプラー空胴のカップリング調整についての手順

まずカプラー空胴のカップリング調整をわかりやすくするために、図 16 のような回路を考える。この回路は特性インピーダンス Z_0 の伝送線路に、観測点の位置(図中 A-A)でサスセプタンス jb 接続されており、回路右端にはインピーダンス Z_R の抵抗が接続されている。観測点 A-A から抵抗 Z_R までの距離を l 、その位相距離を θ ($^\circ$) とする。この回路を加速管にあてはめて考える。観測点 A-A の位置が、加速管のカプラー空胴と導波管接続位置で、このサスセプタンス jb がカプラー空胴カップリングミスマッチに相当し、 $b=0$ の時はミスマッチが無い場合である。観測点 A-A から右側の回路が加速管に相当し、回路右端の抵抗 Z_R が 0 の時、加速管をショートプランジヤーでデイチューンしたことに相当する。図中の l はカプラー空胴からショートプランジヤーまでの距離となる。本節では、カプラー空胴の移相とレギュラー空胴の移相は理想的な場合のみについて考えるので、図 16 の回路で管内波長 λ_g は一定とする。

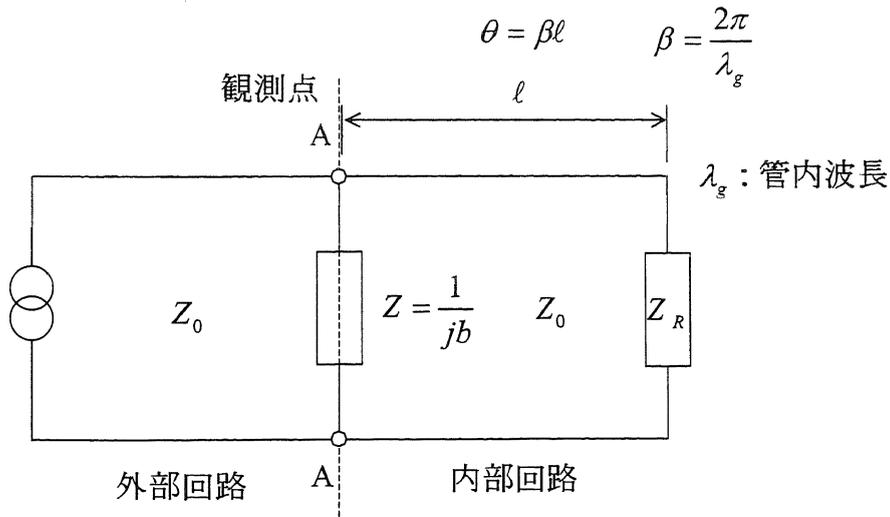


図 16: 特性インピーダンス Z_0 の伝送線路

加速管の空洞をショートプランジャーでディチューンしていく時、導波管から加速管を見た時の RF 反射波がどのような振る舞いを示すかを調べるために、図 16 の回路で、観測点 A-A から Z_R 側を見た時の反射係数 S_{11} を求める。この反射係数 S_{11} は

$$S_{11} = \frac{(2Z - Z_0)(Z_R - Z_0)e^{-j\theta} - Z_0(Z_R + Z_0)e^{j\theta}}{Z_0(Z_R - Z_0)e^{-j\theta} + (2Z + Z_0)(Z_R + Z_0)e^{j\theta}} \quad 3.2.1$$

となる。回路の右端をショートした場合は $Z_R = 0$ とおき、

$$S_{11} = \frac{\sin \theta + j(\cos \theta - bZ_0 \sin \theta)}{\sin \theta - j(\cos \theta - bZ_0 \sin \theta)} \quad 3.2.2$$

が得られる。 l が無限に長い場合は $Z_R = Z_0$ とおけるので、

$$S_{11} = \frac{-jbZ_0}{2 + jbZ_0} \quad 3.2.3$$

が得られる。 $b = 0$ の時(カップリングが理想的な時)は、RF 反射は 0 となり、A-A でのインピーダンス整合がとれていることが式 3.2.3 からわかる。

回路の右端をショートした場合、観測点 A-A から見た反射波 S_{11} の位相を ϕ ($^\circ$) とすると、式 3.2.2 より、

$$\tan\left(\frac{\phi}{2}\right) = \cot(\theta) - bZ_0 \quad 3.2.4$$

となり、これをグラフにすると図 17 のようになる。 $b=0$ でインピーダンス整合がとれている時は、反射波 S_{11} の位相遅れを $\Delta\phi$ 、線路位相長の変化量を $\Delta\theta$ として、 $\Delta\phi = 2\Delta\theta$ となる。この時、反射波 S_{11} の位相遅れ $\Delta\phi$ は、線路長の往復位相 $2\Delta\theta$ に等しく、直線(図 17 赤線)になる。 $b \neq 0$ でインピーダンスミスマッチがある時は、周期性を持った S 字曲線になる(図 17 黒線)。

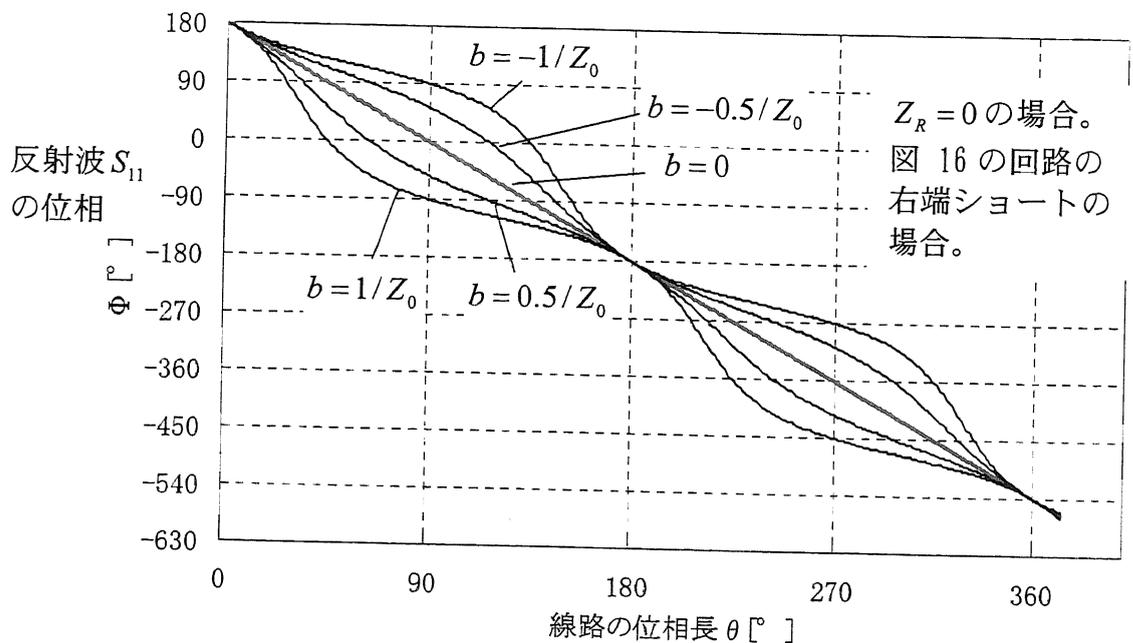


図 17: 線路の位相長 θ に対する S_{11} の位相 ϕ

前述のように、図 17 のグラフは加速管をショートプランジヤーでデイチューンしていった場合に相当する。ここではカプラー空胴、レギュラー空胴は所定の移相にあっている。 $2\pi/3$ モードで、カプラー空胴のインピーダンス整合がとれている場合を考える($b=0$)。カプラー空胴をデイチューン($Z_R=0$)した後に、第 2 空胴をデイチューン($Z_R=0$)した時、観測点 A-A からみた反射波 S_{11} の位相遅れは $2 \times (2\pi/3)$ になる。そうでなければインピーダンスマッチングがとれていないということが、図 17 のグラフから容易に理解することができる。

この関係から、カプラー空胴のインピーダンス整合をとる手順は、まず、カプラー空胴、レギュラー空胴を夫々所定の移相に合わせる。その後、カプラー空胴をデイチューンした後に、第 2 空胴をデイチューンした時の RF 反射波の位相差から、カップリングが合っているか否か

を判断することができる。カップラー空洞、レギュラー空洞を夫々所定の移相に合わせる考え方については次項で述べる。しかしながら、本項で示しているような単純な回路解析では、その時のカップリングがオーバーであるか、アンダーであるかはわからず、また必要精度の評価もできない。厳密な等価回路解析については 3.3.2 節、3.4.3 節で述べる。

3.2.2 カプラー空洞の移相調整の手順

3.2.1 節では、カップラー空洞、レギュラー空洞が夫々所定の移相にあっている時、カップラー空洞のカップリングがあっているか否かを容易に判断できることを示した。本節では、カップラー空洞、レギュラー空洞の移相調整の手順について説明する。但し、ここでは、レギュラー空洞がすべて所定の移相にあっており、カップラー空洞の移相のみずれているとする。

1.2 節で述べたように、現存する進行波加速管のほとんどが、SLAC が開発した $2\pi/3$ モードタイプのものである。それで、まず、 $2\pi/3$ モードの場合について説明する。

1) $2\pi/3$ モードの場合 (その 1)

カップラー空洞の移相調整は、3.1 節で述べたノードルシフト法を用いる。ノードルシフト法では、加速管の各空洞をディチューン(磁気ショート)しながら反射波の位相を測定する。移相調整の方法についてわかりやすくするために、ここでは、加速管を電気ショートして調整していく手順について述べる。次に 2) 節で、実際の手順である、加速管を磁気ショートして調整していく手順について述べる。

レギュラー空洞の移相が $2\pi/3$ に調整されているという条件の下で、次の①、②が成立する。

① カプラー空洞の移相が $2\pi/3$ にあっている場合

図 18 のように、カップラー空洞をショートプランジヤーで磁気ショートした後、第 2 空洞と第 3 空洞間のディスク厚み中心を電氣的にショートする。カップラー空洞の移相が $2\pi/3$ にあっている場合、図 18 に示したように、反射波の位相差は 180° となる。

② カプラー空洞の移相が $2\pi/3$ からずれている場合

同様に、カプラー空胴をショートプランジャーで磁気ショートした後、第2空胴と第3空胴間のディスク厚み中心を電氣的にショートする。カプラー空胴の移相が $2\pi/3$ からずれてきている場合、図18に示したように、反射波の位相差は 180° からずれる。

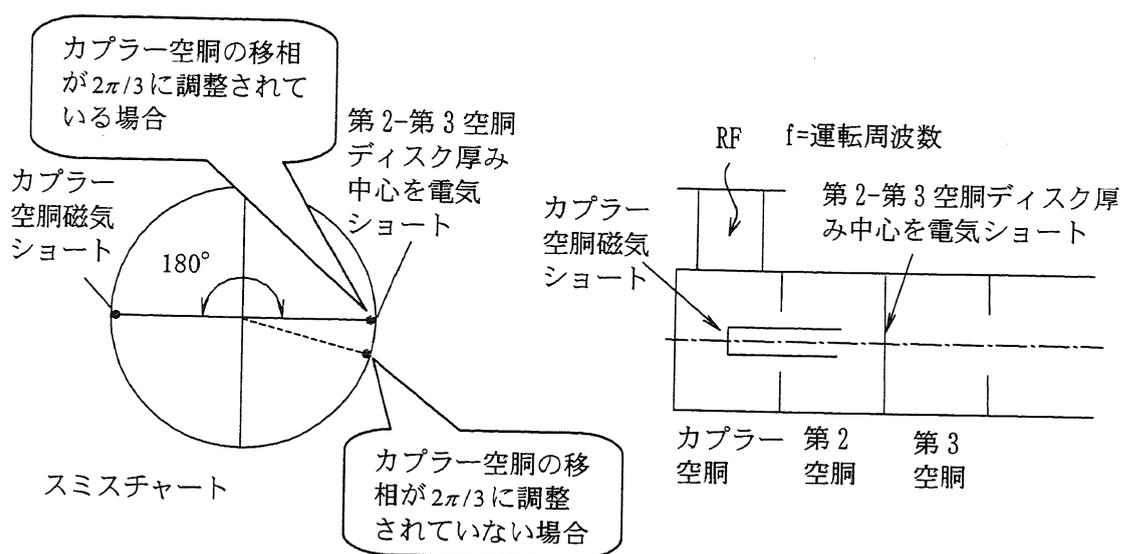


図18:カプラー空胴の移相調整1($2\pi/3$ モードの場合)

前述の①、②が成立する理由についての説明を行う。図20に $2\pi/3$ モードのカプラー空胴中心で軸上電圧最大となる瞬間の進行波加速管内電磁界分布を示す。ここではレギュラー空胴部はもちろんカプラー空胴部の移相は理想状態である。この時、第2空胴と第3空胴間のディスク厚み中心を電氣的にショートすれば運転周波数で共振する。このことは図20から容易に理解できる。この時、ディチューンドショート位置(図19参照)から見たときの入力アドミタンスは純コンダクタンスに見える[付録F]。運転周波数で共振することは、カプラー空胴のカップリングがたとえ所定値からずれていたとしても影響を受けない。言い換えると、第2空胴と第3空胴間のディスク厚み中心を電氣的にショートした時、ディチューンドショート位置から見たときの入力アドミタンスが純コンダクタンスとなるならば、カプラー空胴の移相は $2\pi/3$ に調整された(レギュラー空胴の移相は $2\pi/3$ に調整されているという条件の下で)ことになる。

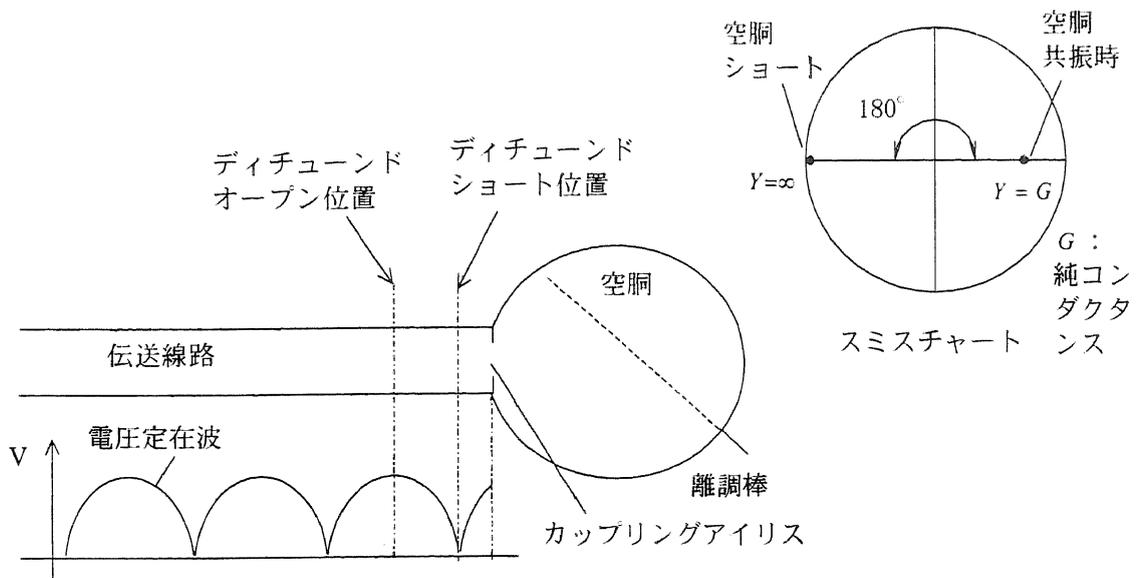


図 19: ディチューンドショート位置とディチューンドオープン位置

上のように伝送線路と接続した空腔に、離調棒等で空腔の共振を大きくはずすと、伝送線路に図のような電圧定在波ができる。伝送線路上で、この電圧定在波の節の位置をディチューンドショート位置、電圧定在波最大の位置をディチューンドオープン位置という。空腔が離調されている時、ディチューンドショート位置から空腔を見ると、入力アドミッタンスは無大になる。空腔が共振している時、同位置から空腔を見ると、入力アドミッタンスは純コンダクタンスとなる [付録 F]。

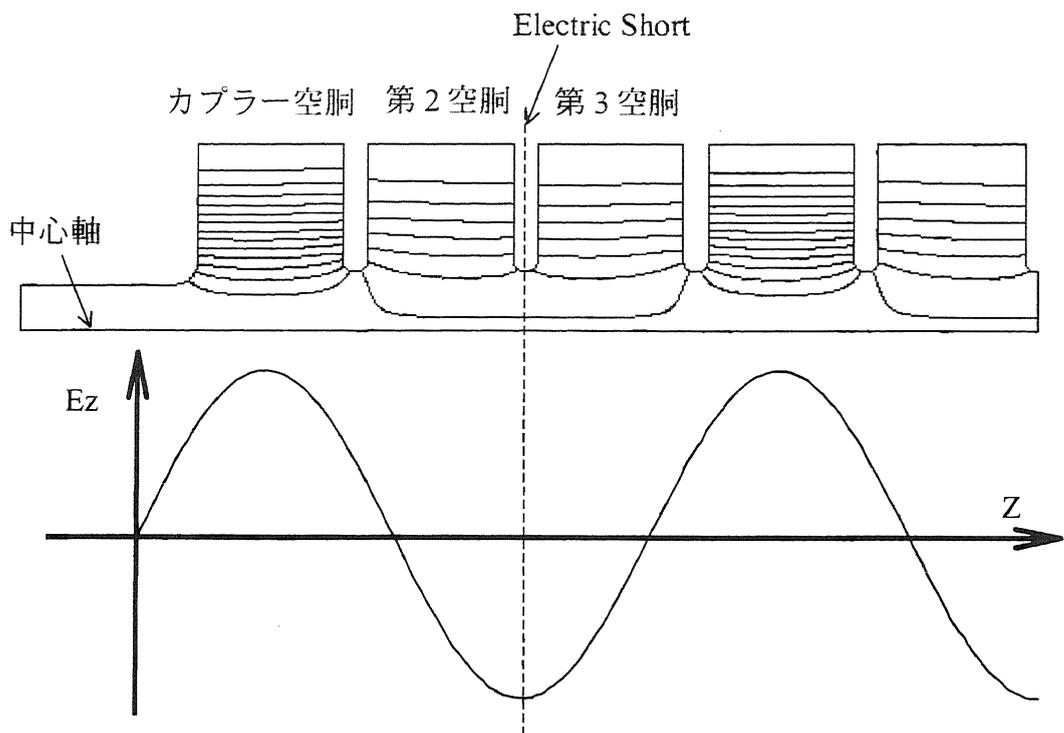


図 20: $2\pi/3$ モードの加速管内電磁場分布

2) $2\pi/3$ モードの場合 (その 2)

1) 節では、加速管を電気ショートして調整していく手順について述べた。実際には、ショートプランジャーで、第 2 空洞と第 3 空洞間のディスク中心を電氣的にショートすることは困難である。それで、実際の測定においては、加速管の第 2 空洞と第 3 空洞を磁氣的にショートすることにより、電氣的にショートした場合と等価な結果を導く手順について述べる。

レギュラー空洞の移相が $2\pi/3$ に調整されているという条件の下で、次の①、②が成立する。

① カプラー空洞の移相が $2\pi/3$ に調整されている場合

カプラー空洞をショートプランジャーで磁気ショートする。次に、第 2 空洞と第 3 空洞を磁気ショートする。この時、図 21 の開き角 φ_1, φ_2 は等しくなる。カプラー空洞のカップリングを所定値に調製すれば、 $\varphi_1 = \varphi_2 = 60^\circ$ である。

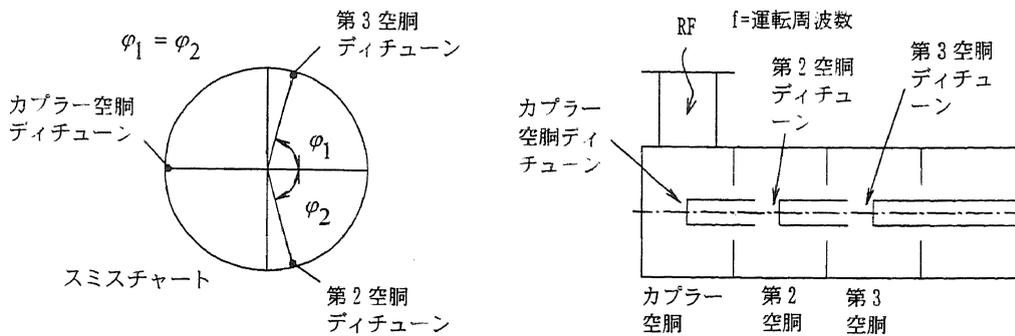


図 21:カプラー空胴の移相調整 2

(カプラー空胴の移相が $2\pi/3$ に調整されている場合)

② カプラー空胴の移相が $2\pi/3$ からずれている場合

カプラー空胴をショートプランジヤーで磁気ショートする。次に、第 2 空胴と第 3 空胴を磁気ショートする。この時、図 22 の開き角 ϕ_1, ϕ_2 は異なる。

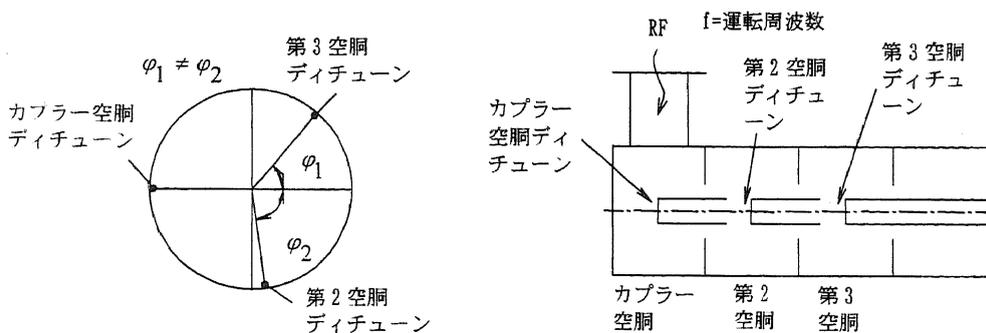


図 22:カプラー空胴の移相調整 2

(カプラー空胴の移相が $2\pi/3$ からずれている場合)

前述の①、②が成立する理由についての説明を行う。最初にカプラー空胴部とレギュラー空胴との移相は理想状態であるとする。まず、第 2 空胴と第 3 空胴間のディスク厚み中心を仮想的に電氣的にショートしたとする。その位置を中心として、第 2 空胴を磁気ショートした時と、第 3 空胴を磁気ショートした時の加速管 RF 位相距離差は、それぞれ、 $\{1/2 \times (2\pi/3) + \pi/2\} = 5\pi/6$ である。ここで、 $1/2 \times (2\pi/3)$ は、第 2 空胴と第 3 空胴間のディスク厚み中心と、第 2 空胴中心、第 3 空胴中心までの位相距離であり、 $\pi/2$ は電気シ

ョートと磁気ショートとの位相差である。ここで導波管側から加速管を見た RF 反射波の位相を考える。第 2 空洞と第 3 空洞間のディスク厚み中心を仮想的に電氣的にショートする。そこを中心にして、第 2 空洞中心を磁気ショートした時の RF 反射波の位相差を $\Delta\theta_1$ とし、第 3 空洞中心を磁気ショートした時の RF 反射波の位相差を $\Delta\theta_2$ とする。導波管側から加速管を見た RF 反射波の位相は、加速管の往復位相が見える。そのため、カプラー空洞のインピーダンスマッチングがとれているとすると、 $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 2 \times (5\pi/6) = 5\pi/3$ である。実際には、カプラー空洞でのインピーダンスマッチングがとれているとは限らないので、 $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$ は $5\pi/3$ にはならない。しかしながら、 $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2$ は成り立つ。 $\Delta\theta_1 \neq \Delta\theta_2$ の時は、カプラー空洞の移相が所定値に調整されていない。これについては、3.4.3 節で等価回路を用いた詳細な議論を行う。

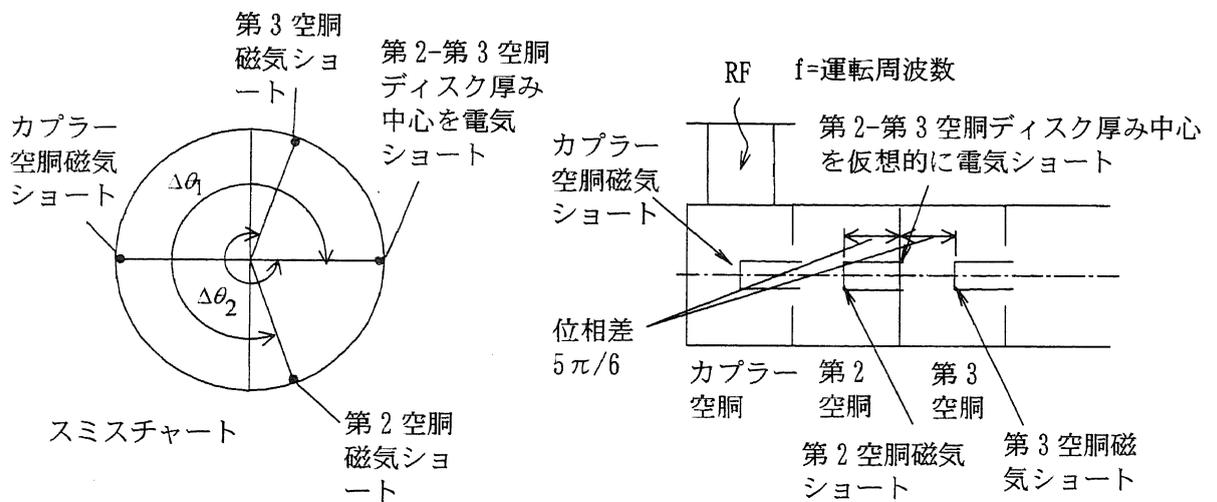


図 23: 各位置をショートした時の RF 反射波の位相

図中の $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2$ が成り立つ。特に、カプラー空洞でのインピーダンスマッチングがとれている場合は、 $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 5\pi/3$ となる。

3) $3\pi/4$ モードの場合

本論文の主研究対象であるチョークモード加速管のような、特殊な $3\pi/4$ モードの加速管の場合についても同様に考えることができる。レギュラー空洞の移相が $3\pi/4$ に調整されているという条件の下で、次の①、②が成立する。

① カプラー空胴の移相が $3\pi/4$ に調整されている場合

カプラー空胴をショートプランジヤーでディチューンした後、第3空胴ディチューンする。図24に示したように、この時の反射波の位相差は 180° となる。

② カプラー空胴の移相が $3\pi/4$ からずれている場合

カプラー空胴をショートプランジヤーでディチューンした後、第3空胴ディチューンする。図24に示したように、この時の反射波の位相差は 180° からずれる。

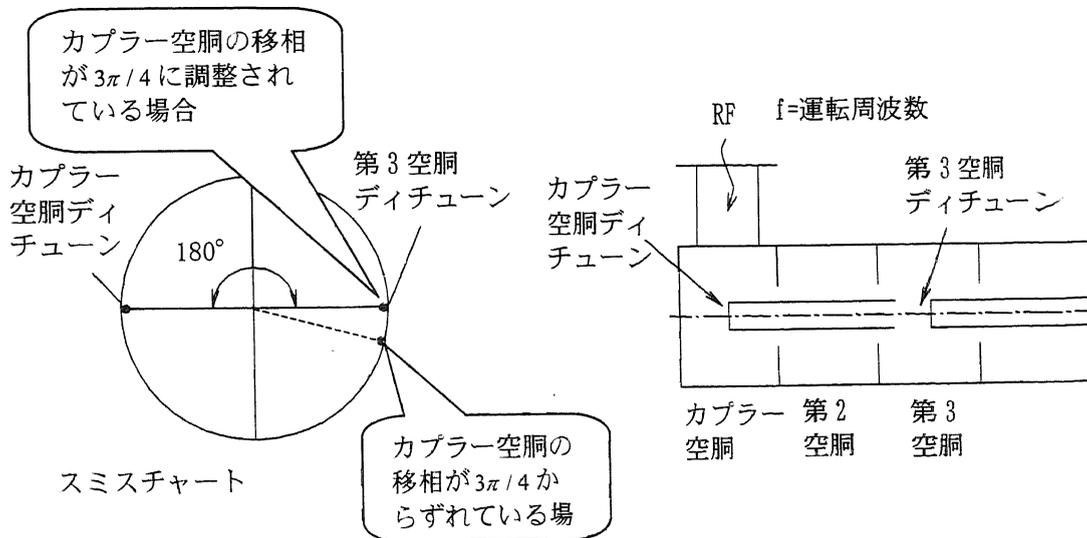


図24:カプラー空胴の移相調整($3\pi/4$ モードの場合)

前述の①、②が成立する理由についての説明を行う。図25に $3\pi/4$ モードの、カプラー空胴中心で軸上電圧最大となる瞬間の進行波加速管内電磁場分布を示す。ここではレギュラー空胴部はもちろんカプラー空胴部の移相は理想状態である。この時、第3空胴をディチューンしてやれば、運転周波数で共振することがわかる。このことは図25から容易に理解できる。この時、ディチューンドショート位置から見たときの入力アドミタンスは純コンダクタンスに見える。運転周波数で共振することは、カプラー空胴のカップリングがたとえ所定値からずれていたとしても影響を受けない。言い換えると、第2空胴と第3空胴間のディスク厚み中心を電氣的にショートした時、ディチューンドショート位置から見

たときの入力アドミッタンスが純コンダクタンスとなるならば、カプラー空胴の移相は $3\pi/4$ に調整された(レギュラー空胴の移相は $3\pi/4$ に調整されているという条件の下で)ことになる。

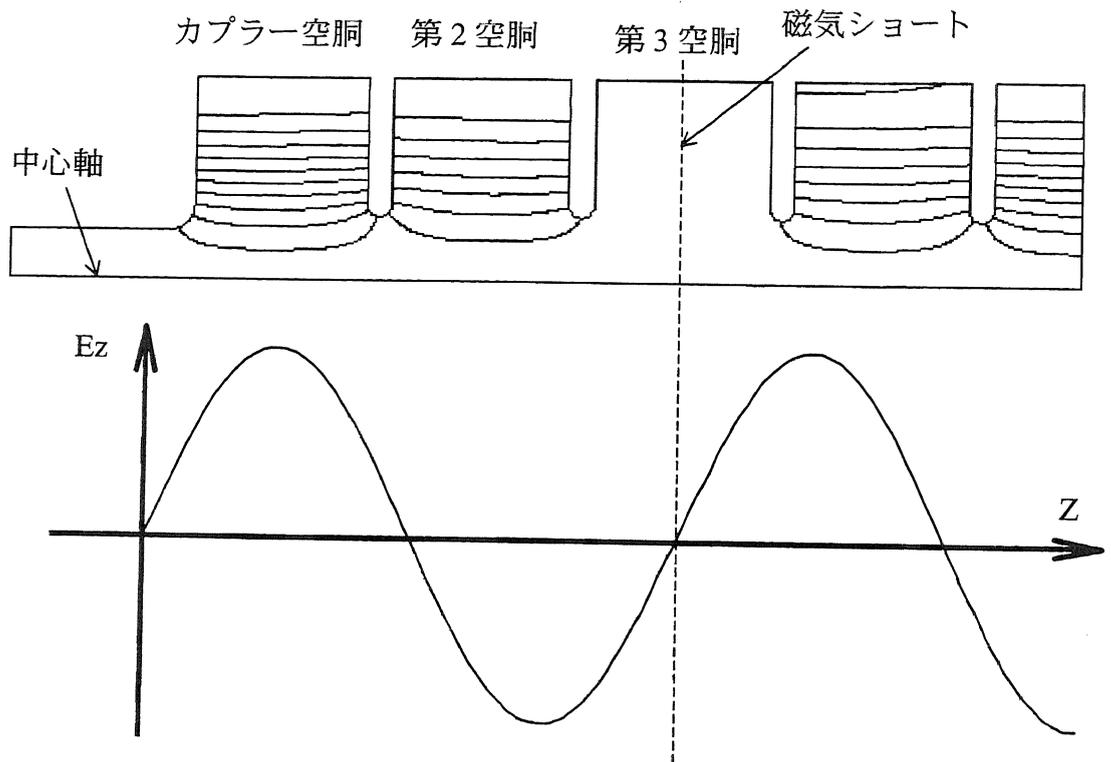


図 25: $3\pi/4$ モードの加速管内電磁場分布

本論文では $3\pi/4$ モード、 $2\pi/3$ モードの場合について記載したが、本項で示した加速管内の電磁場状態を考慮することにより、 $5\pi/6$ 、 $7\pi/8$ などといったモードにも類似の方法が適用できる。

3.3 R. L. KYHL の方法(従来の方法)

本論文で示す新しいカプラーのインピーダンス調整方法は、従来の方法である R. L. KYHL の方法から出発するのが理解しやすい。そのため、本方法の説明から始める。本方法は従来から用いられているが、カプラー空胴とレギュラー空胴の構造が等しいという制限条件がある。

また、調整時に使用する周波数として、運転周波数以外の周波数を使用するので、ダブルフィードカプラーの調整には不適切である。

3.3.1 調整の手順(従来の方法、R. L. KYHL の方法)

- 1) 正確に、移相が調整された数セル(6セル程度)からなる定インピーダンスのレギュラー空洞列があるものとする。
- 2) 周波数は以下の3種類の周波数を使用する。
 - ① 運転周波数 ω_u (S-Band の場合: 2856MHz)
 - ② $\pi/2$ モードの周波数 $\omega_{\pi/2}$ (S-Band の場合: 2840~2850MHz)
 - ③ 運転周波数と $\pi/2$ モードの周波数の平均周波数 ω_{ave}

$$\omega_{ave} = \frac{1}{2}(\omega_u + \omega_{\pi/2}) \text{ (S-Band の場合: 2848~2853MHz)}$$

- 3) 図 27 において、周波数は平均周波数に合わせる。まずショートプランジヤーでカプラー空洞をディチューンする。次に第2空洞をディチューンし、その時の位相差が 180° となるようにカプラー空洞内径を調整する(図 27 を参照)。この時、カプラー空洞の移相はレギュラー空洞の移相とあったということがわかる。これについては 3.3.2 節で論ずる。
- 4) 第 3) 項の下で、周波数を運転周波数に設定する。最初にカプラー空洞をディチューンした後に、第2空洞をディチューンした時の位相が、運転周波数で $2\beta D$ 遅れる。次に $\pi/2$ モードの周波数で、カプラー空洞をディチューンした後に、第2空洞をディチューンした時の位相が $2\beta D$ 進むようにカプラーアイリス(W)の大きさを調整する(図 26 を参照)。位相差が $2\beta D$ より大きければアンダーカップル、 $2\beta D$ より小さければオーバーカップルということがわかる(図 28 を参照)。これについても 3.3.2 節で論ずる。

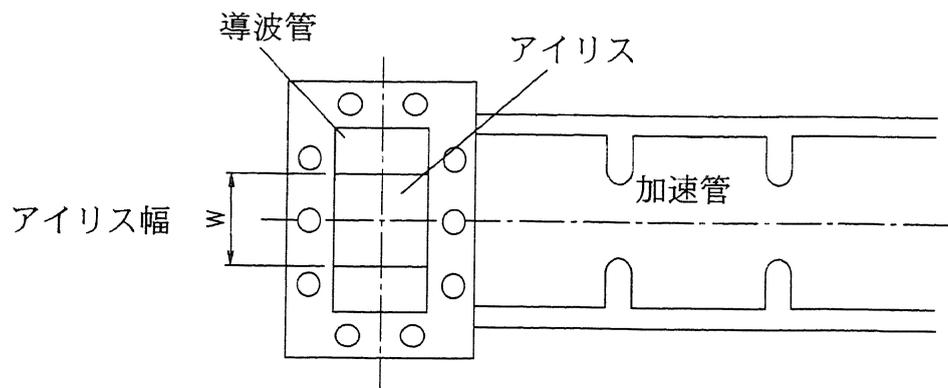


図 26: アイリス調整

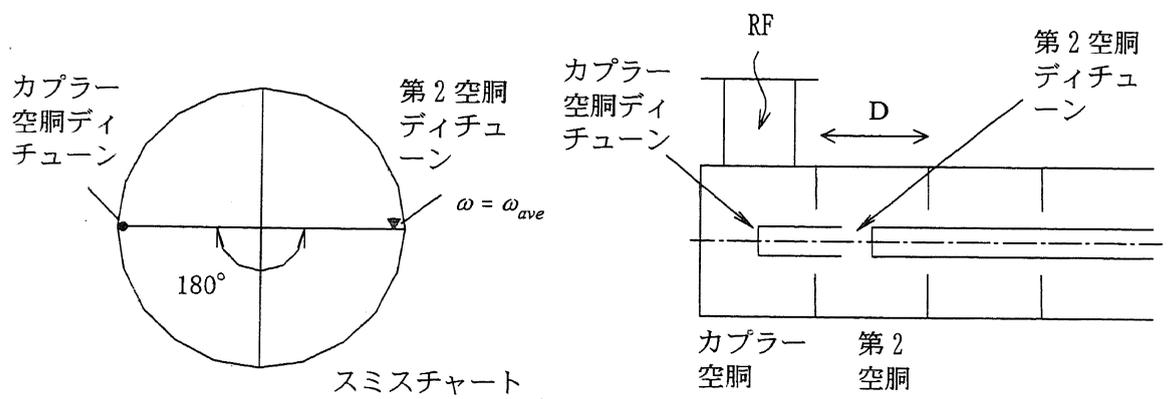


図 27:カプラー空胴内径の調整(R. L. KYHL の方法)

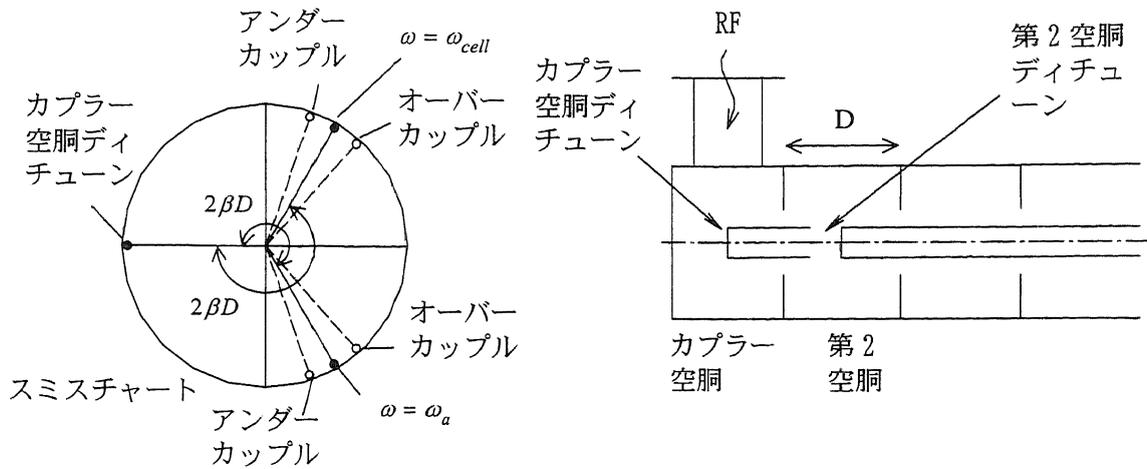


図 28:カプラーアイリスの調整(R. L. KYHL の方法)

3.3.2 理論的解説(従来の方法、R. L. KYHL の方法)

まず、カプラー空胴をディチューンしたときは、カプラー空胴のギャップ電圧 $V_1 = 0$ でなので、入力アドミタンス (Y_{in}) は無限大となる。従って規格化入力アドミタンス (\hat{Y}_{in}) も無限大である。この時のスミスチャートを図 29 に示す。

$$\hat{Y}_{in} = \infty \quad (\text{カプラー空胴ディチューン})$$

$$\therefore Y_{in} = \infty$$

3.3.1

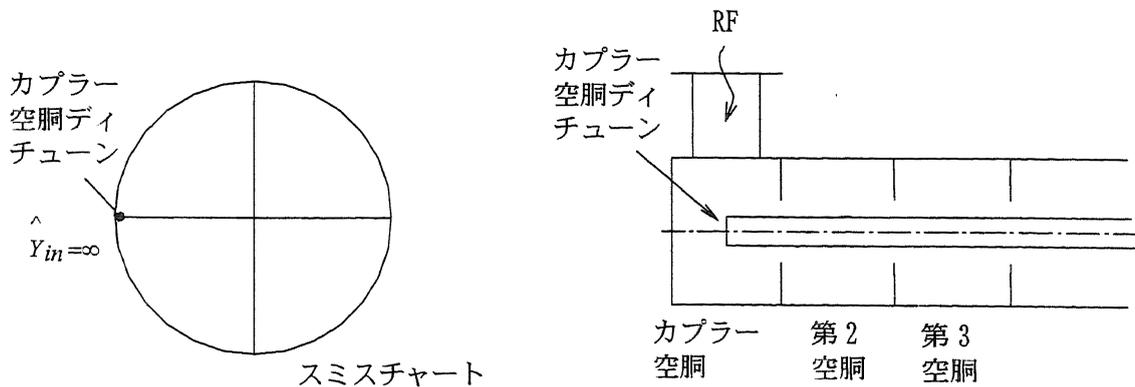


図 29:カプラー空胴ディチューン

次に、第2空胴をショートプランジャーでディチューンすると、同様に第2空胴のギャップ電圧 $V_2 = 0$ であるので、式 2.4.6 より第2空胴をディチューンした時の入力アドミタンスは次のように表される。

$$(R/Q)_1 Y_{in} = j \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right) + \frac{1}{Q_1} \quad 3.3.2$$

$$\approx j \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right) \quad \text{第2空胴ディチューン}$$

$$\therefore \frac{1}{Q_1} \approx 0$$

ここで ω_1 はカプラー空胴の共振周波数である。RF の周波数 $\omega = \omega_1$ とすると、

$$Y_{in} = 0 \quad \text{第2空胴ディチューン, } \omega = \omega_1 \quad 3.3.3$$

$$\therefore \hat{Y}_{in} = 0$$

となる。[付録 F]

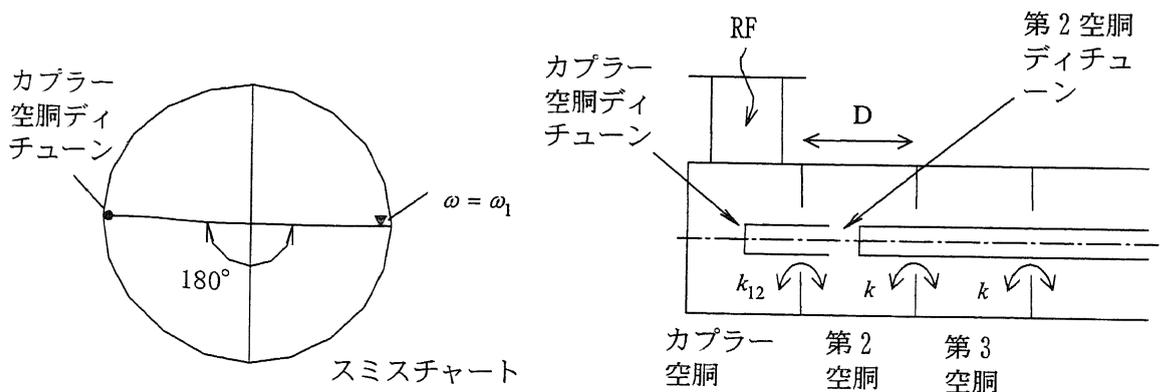


図 30: 第2空胴ディチューン ($\omega = \omega_1$)

カプラー空胴とレギュラー空胴の構造が等しい、すなわち、 $k_{12} = k$ の場合、式 2.4.8 で $k_{12} = k$ とおくと、

$$\omega_1 = \omega_a \left\{ 1 + \frac{1}{4} k \cos(\beta D) \right\} \quad 3.3.4$$

が得られ、式 2.3.9 の分散関係

$$\omega_a = \omega_{\pi/2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} k \cos(\beta D) \right\} \quad 3.3.5$$

から、

$$\omega_1 = \omega_{\pi/2} \left\{ 1 - \frac{1}{4} k \cos(\beta D) \right\} \quad 3.3.6$$

$$= \frac{1}{2} (\omega_{\pi/2} + \omega_a)$$

となるため、R. L. KYHL の方法の手順3で、カプラー空胴の移相が合わせられることがわかる。

次に、 $\omega = \omega_a$ の時、第2空胴をディチューンした時の入力アドミッタンスは、式3.3.2より、

$$(R/Q)_1 Y_m = j \left(\frac{\omega_a - \omega_1}{\omega_1 \omega_a} \right) \quad \text{第2空胴ディチューン} \quad 3.3.7$$

ここで、カプラー空胴の移相は合っているとすると、式2.4.8が成り立つので、式2.4.8を式3.3.7に代入して、

$$(R/Q)_1 Y_m = -\frac{1}{2} j \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \cos(\beta D) \quad \text{第2空胴ディチューン} \quad 3.3.8$$

さらに、カプラー空胴と外部回路とのカップリングが合っていると、すなわち式2.4.9が成り立っているとすると、外部回路のアドミッタンスを Y_0 として、

$$(R/Q)_1 Y_0 = (R/Q)_1 \beta_e G_1 \quad 3.3.9$$

$$= \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D)$$

β : 位相定数 ($= 2\pi / \lambda_g$)

$$\approx \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D)$$

β_e : カプラー空胴と外部回路の
カップリング係数

$$\because Q_1 \approx 0$$

従って、

$$Y_m = -j \cot(\beta D) \quad \text{第2空胴ディチューン、}\omega = \omega_a \quad 3.3.10$$

となる。図31に、これらをアドミッタンスチャート上に表す。カプラー空胴をディチューンした後に、第2空胴をディチューンした時、位相の遅れ θ はちょうど $2\beta D$ となることがわかる。

さらに、 β_e が最適値から $\Delta\beta_e$ ずれている場合、この場合の外部回路のアドミッタンスを Y_0' として、

$$(R/Q)_1 Y_0' = (R/Q)_1 (\beta_e + \Delta\beta_e) G_1 \quad 3.3.11$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \left(1 + \frac{\Delta\beta_e}{\beta_e} \right) \sin(\beta D)$$

$\Delta\beta_e > 0$: オーバーカップル

$\Delta\beta_e < 0$: アンダーカップル

となる。従って、規格化アドミッタンスは、

$$\hat{Y}_{in} = \frac{-j \cot(\beta D)}{1 + \frac{\Delta\beta_e}{\beta_e}} \quad 3.3.12$$

これについても図 31 にあわせて示した。カップリングがオーバーカップルの時、 $\theta < 2\beta D$ 、アンダーカップルの時、 $\theta > 2\beta D$ となることがわかる。

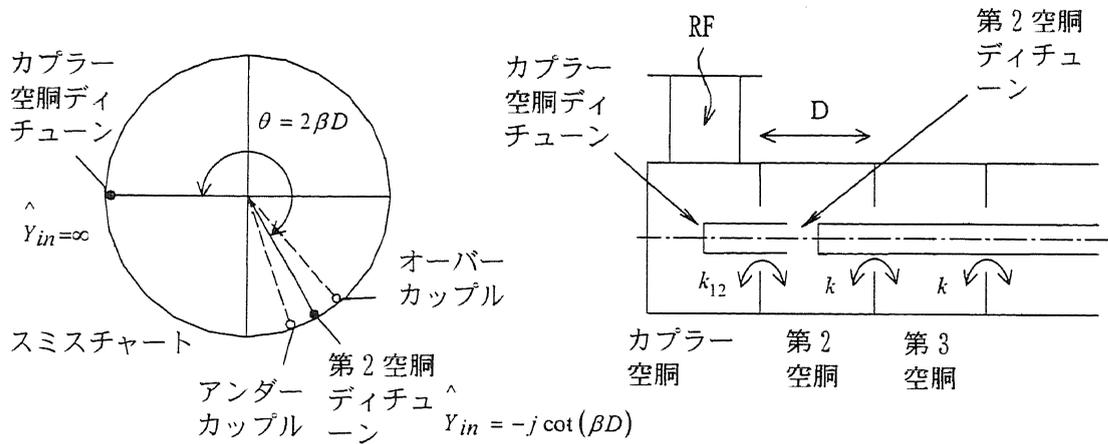


図 31: 第 2 空胴ディチューン (カプラー空胴の移相が合っている場合)

さらに、 $k_{12} = k$ という条件の下で、 $\omega = \omega_{\pi/2}$ の時、第 2 空胴をディチューンした時の入力アドミッタンスは、式 3.3.2 で、 $\omega = \omega_{\pi/2}$ とおき、式 3.3.6 を代入して、

$$\begin{aligned} (R/Q)_1 Y_{in} &= j \left(\frac{\omega_{\pi/2}}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_{\pi/2}} \right) \quad 3.3.13 \\ &\approx \frac{1}{2} j k \cos(\beta D) \end{aligned}$$

となる。外部回路の入力アドミッタンス Y_0 は、式 3.3.9 で $k_{12} = k$ とおき、

$$(R/Q)_1 Y_0 \approx \frac{1}{2} k \sin(\beta D) \quad 3.3.14$$

となるため、規格化入力アドミッタンスは、

$$\hat{Y}_{in} = j \cot(\beta D) \quad \text{第2空胴デイチューン、} \omega = \omega_{\pi/2} \quad 3.3.15$$

となる。従って、 $\omega = \omega_{\pi/2}$ で、カプラー空胴をデイチューンした後、第2空胴をデイチューンした時に、インピーダンスマッチングがとれていれば、位相は $2\beta D$ 進むことがわかる。

従って、R. L. KYHL の方法の手順4で、カプラー空胴インピーダンス整合がとれることがわかる。

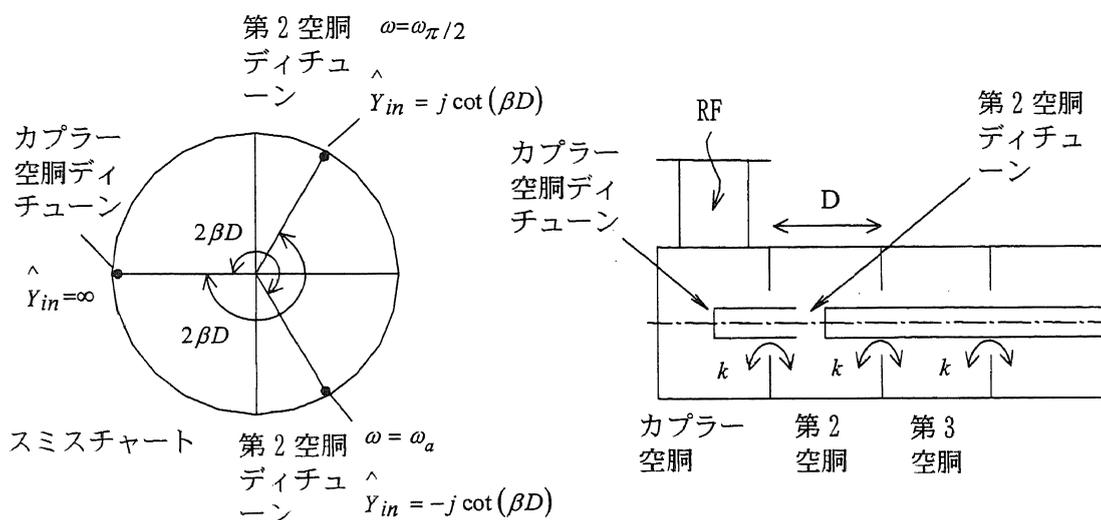


図 32: $k = k_{12}$ 時の、空胴をデイチューンした時の入力アドミッタンス

前述の議論では、すべて空胴のロス $1/Q_1 \approx 0$ としてきた。ロスを考慮した場合の、各空胴をデイチューンした時の入力アドミッタンスをスミスチャート上に表すと図 33 のようになる。カプラー空胴および第2空胴をデイチューンした時の、 $\omega = \omega_1, \omega_a, \omega_{\pi/2}$ での規格化入力アドミッタンスは、スミスチャート上でコンダクタンス $G = \frac{2}{2 + kQ_1(\omega_1/\omega_a)}$ となる同一円上にある。

さらに、カプラーのインピーダンス整合がとれている場合を考える。ここでは $1/(kQ_1) \ll 1$ とする。カップリング係数 k は群速度に比例するので、 $1/(kQ_1) \ll 1$ という条件は、群速度に対して空胴のロスが非常に小さいということを意味する。ここで、スミスチャート中心から、空胴のロス分だけ右方に寄った点から測定した図 33 中の角度 ϕ は $2\beta D$ となる。図 34 に $\beta D = 2\pi/3$ 、 $k_{12} = k$ とした時の、 kQ_1 に対する角度 ϕ を示す。図中赤線が ϕ を表す。 ϕ は常にほぼ正確に 240° の値をとるが、 kQ_1 が 10 以下となると劇的に 240° からずれていくこと

がわかる。図中の黒線はスミスチャート中心から測った角度を表す。 kQ_1 が 100 以上の時はほぼ $240^\circ \pm 1^\circ$ の範囲にあるが、 kQ_1 が 100 以下となると誤差が大きくなる。Sバンド加速管の場合は、カップリング係数は 0.01 以上、Q 値は 10000 以上の値をとるため、 kQ_1 は 100 以上となる。従って、極端に群速度が遅かったり、ロスの大い加速管を調整する場合以外は、どちらで考えても大きな差異は生じない。

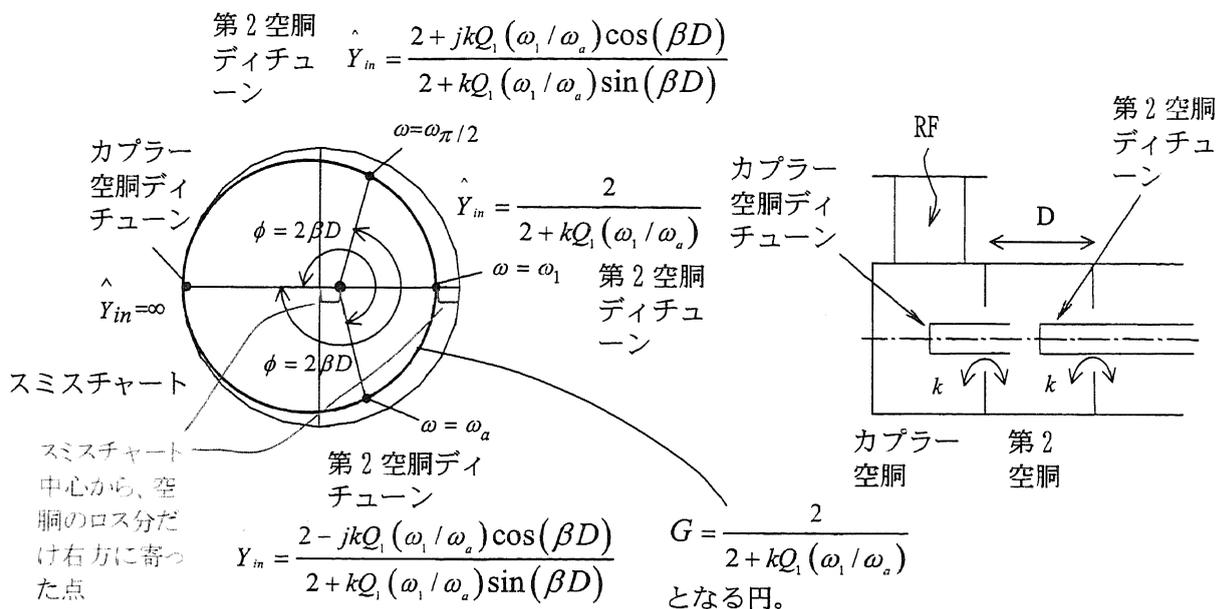


図 33: $k = k_{12}$ 時の、空腔をディチューンした時の入力アドミッタンス(ロスを考慮した時)

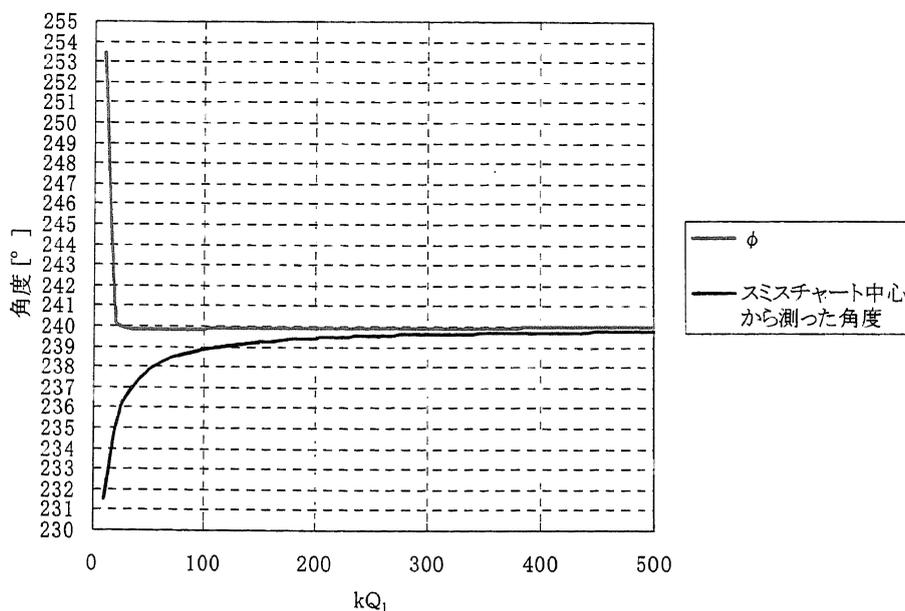


図 34: kQ_1 に対する角度 ϕ

3.4 新しく開発した調整方法

本方式の利点は、カプラー空洞とレギュラー空洞の構造が異なっている場合でも適用可能であること。さらに、調整に必要な周波数は加速周波数(ω_a)だけなので、リニアコライダー(GLC)に使用される新型加速管、例えばチョークモード加速管用ダブルフィードカプラーの高精度な調整が可能である。

3.4.1 調整手順(新しい手法、 $2\pi/3$ モード)

- 1) 正確に、移相が調整された数セル(6セル程度)からなる定インピーダンスのレギュラー空洞列があるものとする。
- 2) 周波数は運転周波数のみを使用する。
- 3) 空洞毎の位相量が $2\pi/3$ (120°)モードの場合を考える。最初にカプラー空洞の移相を調整する。まずカプラー空洞をディチューンする。次に、第2空洞、第3空洞をディチューンする。この時の反射波の開き角(ϕ)が等しくなるようにカプラー空洞内径を調整する(図 35 参照)。
- 4) 第3)項の条件の下で、最初にカプラー空洞をディチューンする。次に第2空洞をディチューンする。この時の反射波の位相差が、運転周波数で $2\beta D$ (240°)遅れるようにカプラーアイリスの大きさ(W)を調整する。位相遅れが $2\beta D$ より大きければアンダーカップル、 $2\beta D$ より小さければオーバーカップルである(図 36 参照)。

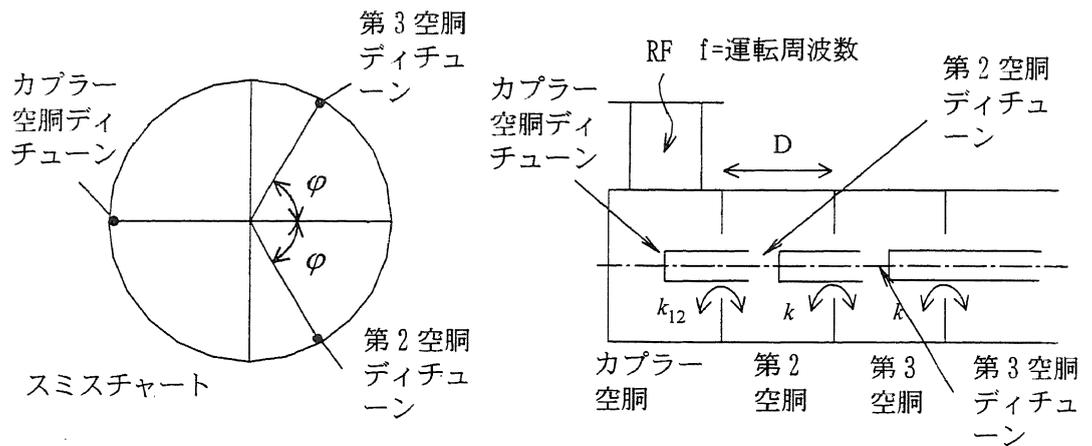


図 35:カプラー空腔内径の調整 ($2\pi/3$ モード)

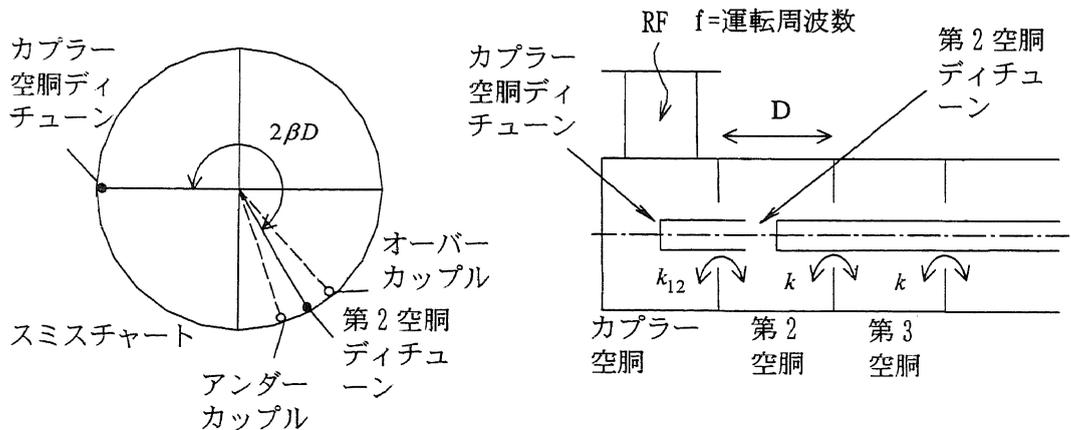


図 36:アイリスの調整

3. 4. 2 調整手順 (新しい手法、 $3\pi/4$ モード)

本紙では、HOM-Free の特殊な構造を持った $3\pi/4$ モード加速管についても新しい調整方法が適用できるということを示す。

- 1) 正確に、移相が調整された数セル (6 セル程度) からなる定インピーダンスのレギュラー空腔列があるものとする。
- 2) 周波数は運転周波数のみを使用する。

- 3) 空洞毎の位相量が $3\pi/4$ (135°) モードの場合を考える。最初にカプラー空洞の移相を調整する。まずカプラー空洞をディチューンする。次に第3空洞をディチューンし、その時の位相差が 180° となるようにカプラー空洞内径を調整する(図 37 参照)。
- 4) 第3)項の条件の下で、最初にカプラー空洞をディチューンする。次に第2空洞をディチューンする。この時の反射波の位相差が、運転周波数で $2\beta D$ (270°) 遅れるようにカプラーアイリスの大きさ(W)を調整する。位相遅れが $2\beta D$ より大きければアンダーカップル、 $2\beta D$ より小さければオーバーカップルである(図 36 参照)。本手順については $2\pi/3$ モードの場合とおなじである。

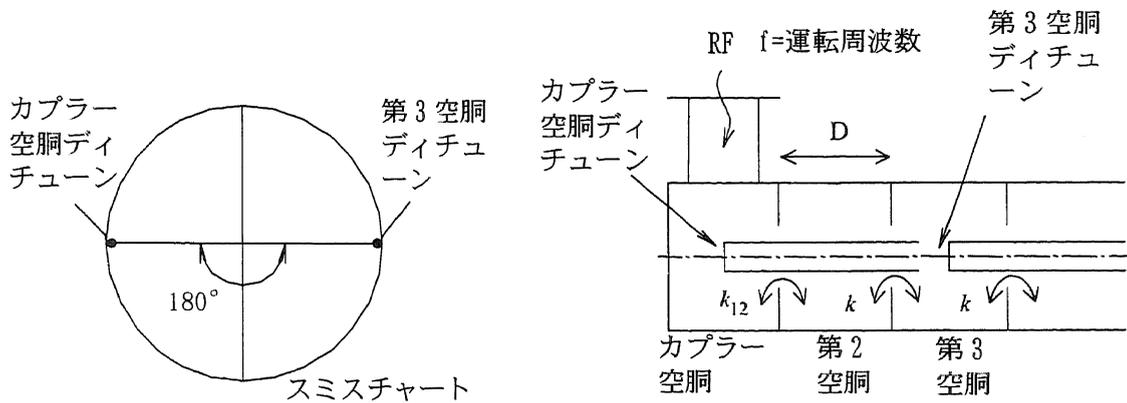


図 37:カプラー空洞内径の調整 ($3\pi/4$ モード)

3.4.3 理論的解説(新しい手法)

まず、カプラー空洞をディチューンしたときは、3.3.2 節で示した時と同様に、カプラー空洞のギャップ電圧 $V_1 = 0$ であるため、入力アドミッタンス (Y_{in}) は無限大、従って規格化入力アドミッタンス (\hat{Y}_{in}) も無限大である。この時のスミスチャートを図 38 に示す。

$$Y_{in} = \infty \quad (\text{カプラー空洞ディチューン}) \quad 3.4.1$$

$$\therefore \hat{Y}_{in} = \infty$$

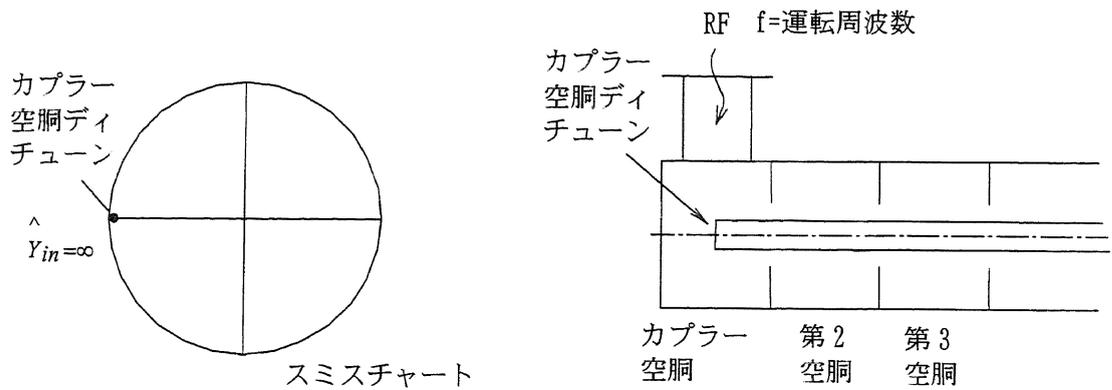


図 38:カプラー空腔ディチューン

まず、カプラー空腔の移相はあっているとする。 $\beta D = 2\pi/3$ とおくと、式 3.3.8 より、第 2 空腔をディチューンした時は、

$$(R/Q)_1 Y_{in} = \frac{1}{4} j \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \quad (\text{第 2 空腔ディチューン}) \quad 3.4.2$$

$$(\omega = \omega_a, \beta D = 2\pi/3)$$

である。この時のスミスチャートを図 39 に示す。次に、第 3 空腔をディチューンした時を考える。式 2.2.18 で $n=2$ とおき、第 3 空腔のギャップ電圧 $V_3 = 0$ とおいて、

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{k_{21}^*}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2} - 1\right)} \quad 3.4.3$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{k_{21}^*}{k \cos(\beta D)}$$

$$k_{21}^* \equiv k_{12} \sqrt{\frac{\omega_2 (R/Q)_2}{\omega_1 (R/Q)_1}}$$

が得られる。ここで、式 2.3.9 のレギュラーセルの分散関係を使用した。

従って、このとき、外部回路から加速管側を見たときの入力アドミッタンスは、式 2.4.6 に式 3.4.3 を代入して

$$(R/Q)_1 Y_{in} = j \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right) + \frac{j}{4} \cdot \frac{\omega_1}{\omega} k_{12}^2 \frac{1}{k \cos(\beta D)} \quad 3.4.4$$

となる。 $\omega = \omega_a$ で、カプラー空胴の移相が合っているので、式 2.4.8 が成り立つ。従って、式 3.4.4 に式 2.4.8 を代入して、

$$(R/Q)_1 Y_m = -\frac{1}{4} j \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \cdot \frac{\cos(2\beta D)}{\cos(\beta D)} \quad 3.4.5$$

が得られる。式 3.4.5 で $\beta D = 2\pi/3$ とおくと、

$$(R/Q)_1 Y_m = -\frac{1}{4} j \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \quad (\text{第 3 空胴ディチューン}) \quad 3.4.6$$

$$(\omega = \omega_a, \beta D = 2\pi/3)$$

となる。式 3.4.2 と式 3.4.6 は複素共役なので、第 2 空胴をディチューンした時と、第 3 空胴をディチューンした時の反射波の位相は図 39 のようになり、図中の開き角 ϕ は等しい。逆にそうであれば、カプラー空胴の移相はあったと言って良い。従って、今回開発した方法の手順 3 で、 $2\pi/3$ モードの場合は、カプラー空胴の移相が合わせられることがわかる。

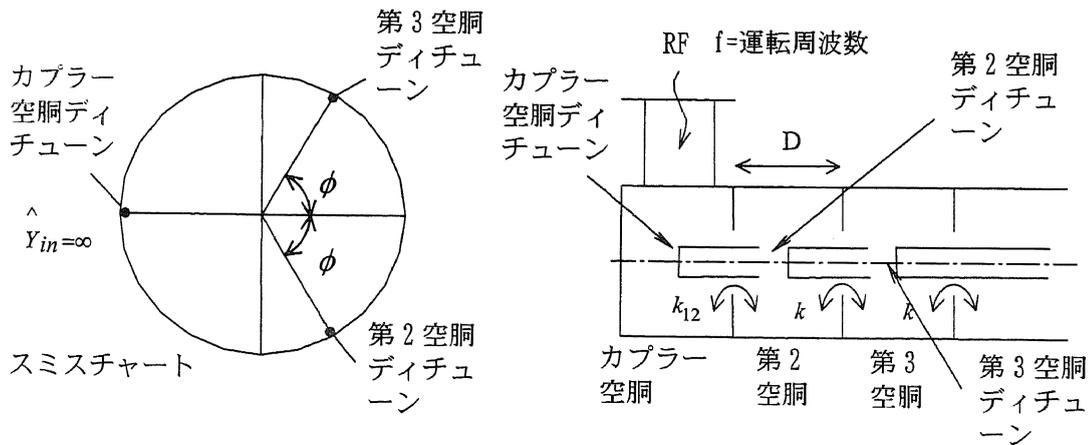


図 39:カプラー空胴の移相調整 ($2\pi/3$ モード、カプラー空胴の移相のみ合い、カップリングは合っていない場合)

さらに、カプラー空胴の移相が合っているという条件で、第 2 空胴をディチューンした時は、3.3.2 節に示した $\omega = \omega_a$ の場合がこの方法でも全く同様に成り立つので、今回開発した方法の手順 5 で、カプラー空胴インピーダンス整合がとれることがわかる。

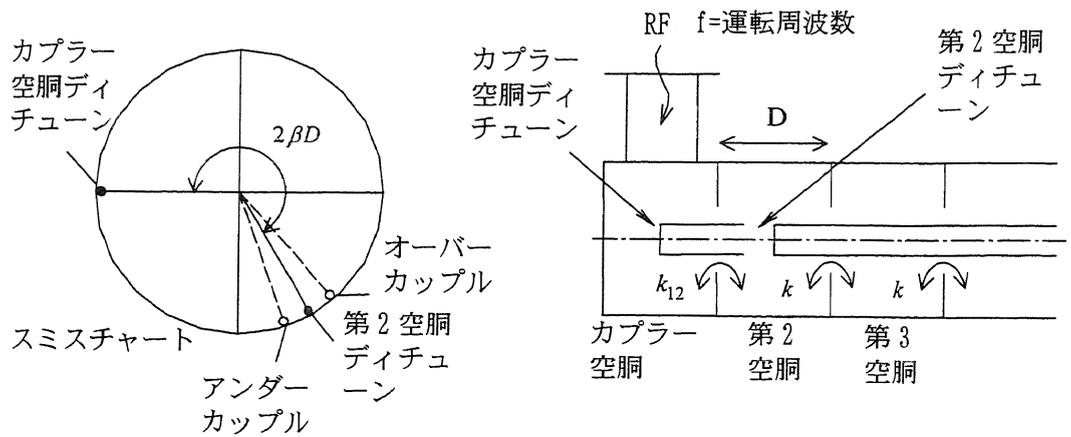


図 40: 第 2 空胴ディチューン(カプラー空胴の移相が合っている場合)

次に $3\pi/4$ モードの場合について考える。式 3.4.5 で $\beta D = 3\pi/4$ とおくと $Y_m = 0$ 、従って $Y = 0$ となる。このことは、第 3 空胴をショートプランジャーでディチューンした時に形成される 2 空胴(カプラー空胴+第 2 空胴)は、 $\omega = \omega_c$ の時共振することを意味する。当然これはカップリング β_c の大きさによらない。従って、今回開発した方法の手順 3 で、 $3\pi/4$ モードの場合も、カプラー空胴の移相が合わせられることがわかる。

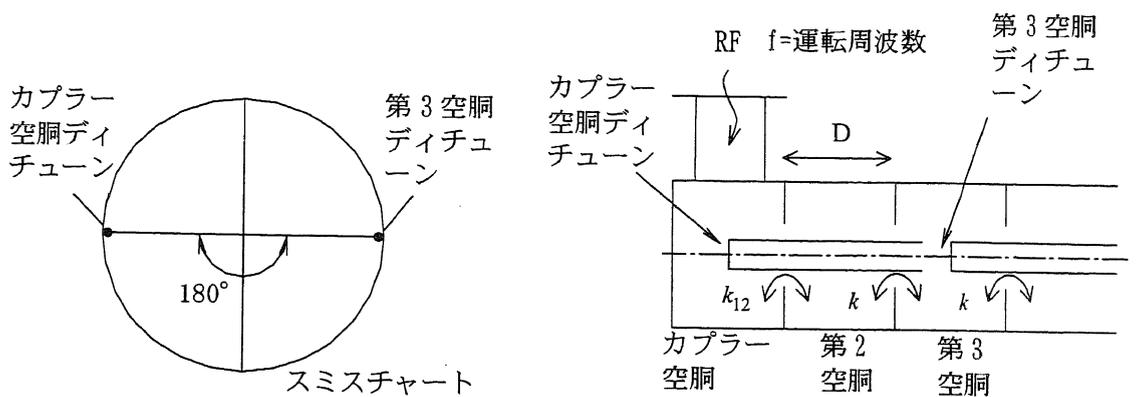


図 41: 第 3 空胴ディチューン($3\pi/4$ モード、カプラー空胴の移相のみ合い、カップリングは合っていない場合)

3.5 精度の評価

カプラー空胴のインピーダンス調整方法については前節までに述べた。実際の調整においては、目標とするインピーダンス整合精度(ここでは VSWR とする)に対して、カプラー空胴の周波数は何 MHz 以内に合わせれば良いのか、 β_c は何%以内にあわせれば良いのかという疑問が生じる。本節では、目標とする VSWR を満たすための、カプラー空胴周波数、カップリング係数 β_c の要求精度について論じる。更に、カプラー空胴を含む、加速管全体の移相精度についても論じる。

3.5.1 β_c (カップリング係数) の要求精度

カプラー空胴の周波数は目標周波数に完全に合っており、外部回路とカプラー空胴のカップリング係数 β_c が目標値 β_c から、 $\beta_c + \Delta\beta_c$ へずれているとする。 $\Delta\beta_c \geq 0$ の時はオーバーカップル、 $\Delta\beta_c < 0$ の時はアンダーカップルである。この時の、外部回路から加速管をみた時の規格化入力アドミッタス Y' は

$$Y' = \frac{\beta_c}{\beta_c + \Delta\beta_c} \quad 3.5.1$$

となり、VSWR は、

$$VSWR = \frac{\beta_c}{\beta_c - |\Delta\beta_c|} \quad 3.5.2$$

となる。従って、VSWR < 1.05 を実現するには、 β_c は 5% の精度で合わせる必要がある。

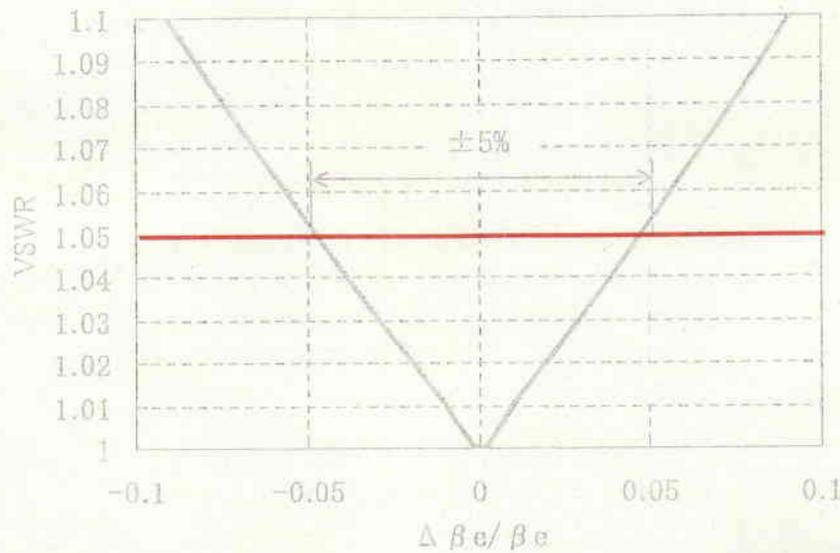


図 42 : カップリング誤差と VSWR

この時、カプラー空胴をディチューンした後に、第 2 空胴をディチューンした時の位相の遅れ θ が、 $2\beta D$ からどのくらい変化するかを考える。式 3.3.12 より、第 2 空胴をディチューンした時の規格化入力アドミタンスは、

$$\hat{Y}_{in} = \frac{-j \cot(\beta D)}{1 + \frac{\Delta\beta_e}{\beta_e}} \quad 3.5.3$$

従って反射係数 Γ は、

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1 - \hat{Y}}{1 + \hat{Y}} \quad 3.5.4 \\ &= \frac{1 + j \frac{\beta_e}{\beta_e + \Delta\beta_e} \cot(\beta D)}{1 - j \frac{\beta_e}{\beta_e + \Delta\beta_e} \cot(\beta D)} \end{aligned}$$

従って、

$$\tan\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right) = \frac{\beta_e}{\beta_e + \Delta\beta_e} \cot(\beta D) \quad 3.5.5$$

となる。VSWR < 1.05 を実現するには、 β_e は 5% の精度が必要があることは前に述べた。この時、 $\beta D = 2\pi/3$ とすると、

$$\theta = 240^\circ \pm 2.4^\circ$$

3.5.6

となる。 θ は目標の $\pm 2^\circ$ 以内にカプラー空洞のアイリスの大きさを調整すれば良い。図 44 に位相遅れ θ の誤差 $\Delta\theta$ と VSWR の関係を示す。

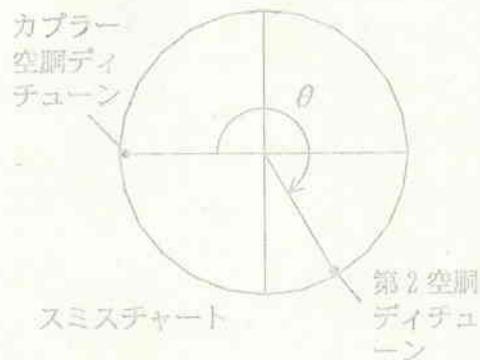


図 43 : カップリング調整時のスミスチャート

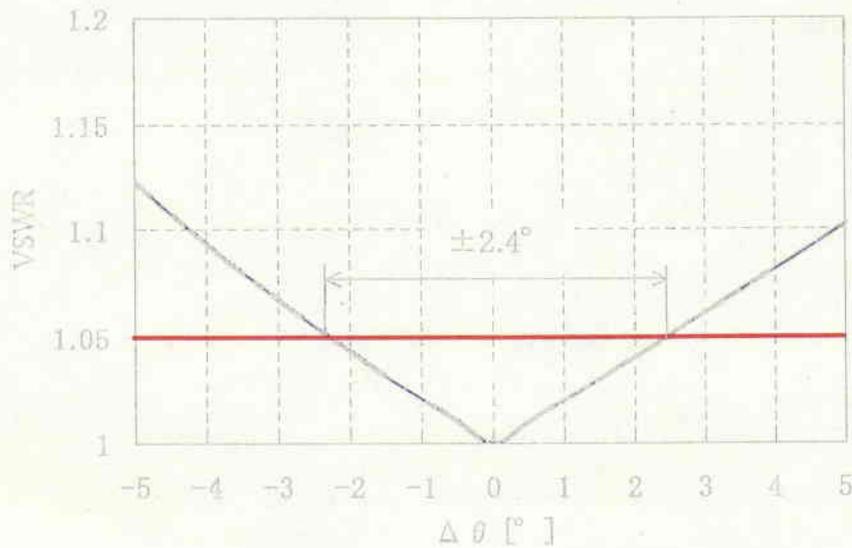


図 44:カプラー空洞をディチューンした後に、第2空洞をディチューンした時の位相の遅れ θ の誤差 $\Delta\theta$ と VSWR の関係($2\pi/3$ モード)

3.5.2 カプラー空胴共振周波数の要求精度

次に、カプラー空胴のカップリング係数 β_c は目標値に完全に合っていて、カプラー空胴の共振周波数 ω_1 が目標値から $\Delta\omega$ だけずれた時の入力 VSWR がどうなるかを求める。

式 2.4.8 より、カプラー空胴の共振周波数を ω_1' として

$$\omega_1' = \omega_a \left\{ 1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \cos(\beta D) \right\} + \Delta\omega \quad 3.5.7$$

と書ける。式 2.4.6 より、入力アドミッタンスは、

$$(R/Q)_1 Y_m = j \left[\frac{\omega_a}{\omega_1'} - \frac{\omega_1'}{\omega_a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1'}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \cos(\beta D) \right] + \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1'}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D) \quad 3.5.8$$

β_c が目標値に正確にあっているのだから、外部回路のアドミッタンス Y_0 は、式 2.4.9 より

$$(R/Q)_1 Y_0 = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D) \quad 3.5.9$$

従って、規格化入力アドミッタンスは、

$$\hat{Y}_m = \frac{j \left[\frac{\omega_a}{\omega_1'} - \frac{\omega_1'}{\omega_a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1'}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \cos(\beta D) \right] + \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1'}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D)}{\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_a} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D)} \quad 3.5.10$$

$$\approx 1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_a} - 4j \frac{\Delta\omega}{\omega_a} \cdot \frac{k}{k_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sin(\beta D)}$$

よって、反射係数 Γ は、

$$\Gamma = \frac{1 - \hat{Y}}{1 + \hat{Y}} \approx -1 / \left\{ 1 + \frac{1}{2} j \frac{\omega_a}{\Delta\omega} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D) \right\} \quad 3.5.11$$

従って、

$$|\Gamma| = 1 / \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_a}{\Delta\omega} \cdot \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D) \right)^2} = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} \quad 3.5.12$$

$$\therefore \Delta\omega = \pm \frac{VSWR - 1}{4\sqrt{VSWR}} \omega_a \frac{k_{12}^2}{k} \sin(\beta D) \quad 3.5.13$$

が得られる。 $k_{12} = k$ の場合、式 3.5.13 は式 2.3.10 を用いて次式のように書ける。

$$\Delta\omega = \pm \frac{VSWR-1}{4\sqrt{VSWR}} \omega_g \frac{2}{\beta D} \left(\frac{v_g}{c} \right) \quad (k_{12}=k) \quad 3.5.14$$

ここで、例えば周波数 2856MHz、 $\beta D = 2\pi/3$ 、 $k_{12} = k$ とし、 $VSWR = 1.05$ 、 $v_g/c = 0.01$ とすると、式 2.3.10 より、 $k = 0.011$ となる。目標 VSWR を満たすためのカプラー空胴周波数許容誤差を Δf_1 とすると、式 3.5.13 より、 $\Delta f_1 = \pm 0.33\text{MHz}$ となる。図 45 に Δf_1 と VSWR の関係を示す。

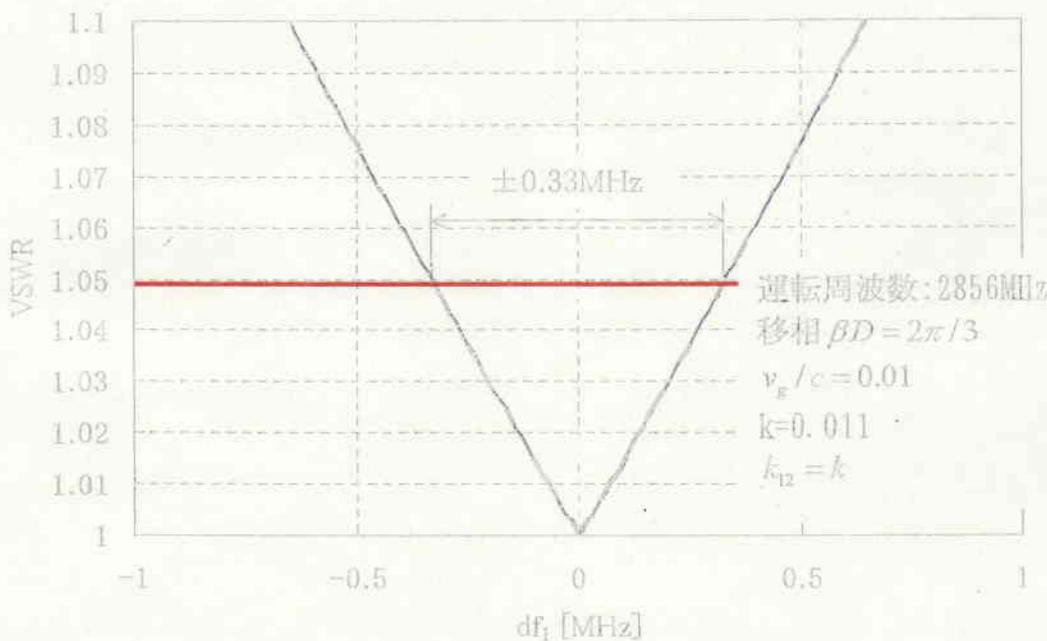


図 45:カプラー空胴周波数許容誤差(df_1)と VSWR の関係

一方、カプラー空胴の周波数は、加速管全体の移相精度からの要求もある。上述の条件で移相精度を $\pm 2^\circ$ とすると、

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad 3.5.15$$

なので、

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \left(\frac{v_g}{c} \right) \frac{\Delta(\beta D)}{\beta D} \quad 3.5.16$$

となる。目標移相精度を満たすための、カプラー空洞周波数許容誤差を Δf_2 とする。式 3.5.16 から $\Delta f_2 = \pm 0.48 \text{MHz}$ となるので、許容精度は、VSWR からの要求精度よりも低い値となる。

加速管の群速度 v_g/c が変化すると、前述のカプラー空洞周波数許容誤差も変化する。通常の進行波加速管は、加速管内の電界を一定にするために、加速管上流側から下流側に行くに従い、 v_g/c が小さくなるよう設計されている。最も一般的な SLAC タイプの S バンド 3m タイプの加速管の場合、群速度 v_g/c の範囲は 0.006~0.02 である。群速度 v_g/c に対する周波数許容誤差を図 46 に示す。群速度が変化しても、周波数許容誤差は常に、移相精度からの要求によるものよりも、VSWR からの要求によるものの方が厳しいことがわかる。

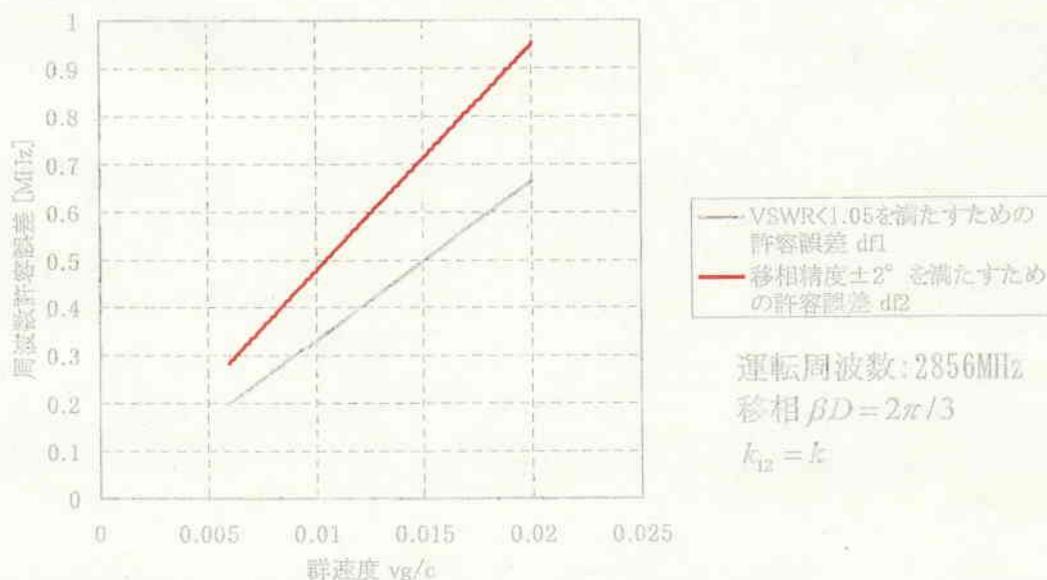


図 46: 加速管群速度 v_g/c とカプラー空洞周波数許容誤差の関係

4. Cバンド(5712MHz)チョークモード型加速管への適用結果

4.1 Cバンド(5712MHz)チョークモード型加速管の概要

筆者が開発した、新しいカプラー調整方法を、Cバンドチョークモード型加速管に適用した実験結果を示す。図47にCバンドチョークモード型加速管の全体図を示す。加速管の外径 ϕ 154mm、全長1.8m、重量200kgで、空洞数は $89 \cdot 2$ カプラー空洞=91空洞である。

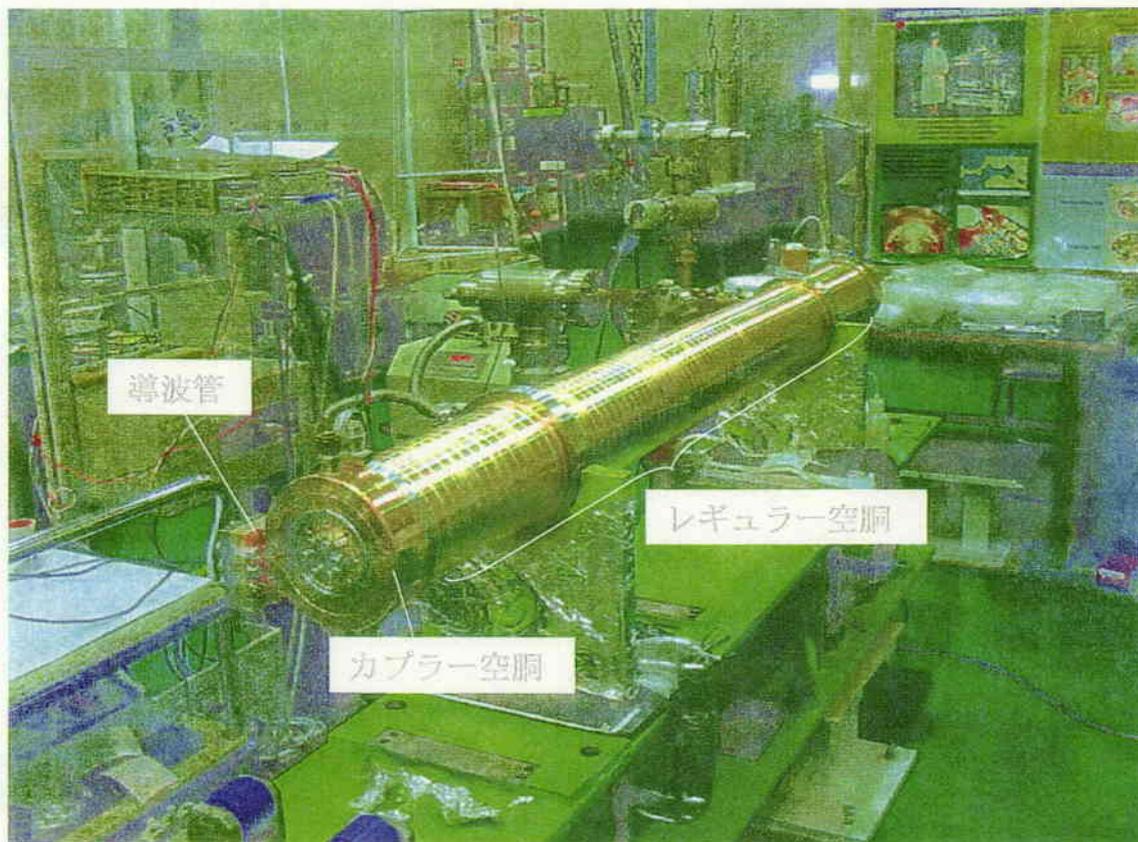


図47:Cバンドチョークモード型加速管

チョークモード型加速構造は、1992年にKEK(現理化学研究所)新竹博士により提案されたもので、図48,図49に示すように、加速空洞、バンドパス特性を利用したチョークフィルター、高調波吸収部から成る。加速周波数($f=5712\text{MHz}$)のマイクロ波はチョークフィルターにより加速空洞内部に閉じ込められ、一方、電子ビームが誘起する帯域の広い高調波はフィルターを通過し、加速空洞外周に設置されたSiC(炭化珪素)マイクロ波吸収体に吸収される。これに

より、先行する電子ビームバンチが誘起する高調波によって後続のバンチが影響を受けないため、エミッタンスの増大を抑えつつ、マルチバンチビームを安定に加速できるという特徴を持つ。図 50 に計算機コード MAFIA (Solution of MAxwell's equations by the Finite Integration Algorithm) を用いて計算した加速管の高調波減衰特性を示した。本構造の加速管は、1998 年に既に電鋳法にて三菱重工名古屋航空宇宙システム製作所で製作され [9]、SLAC の ASSET におけるビーム試験で、電子ビームの誘起する高調波の減衰が仕様通りであることが確認されている [10]。この時はカップラー空胴の精密な調整方法が確立されていなかったため、調整に多大な労力を費やしたが、VSWR<1.05 は達成できなかった。本加速管は大電力試験を行わないという前提があったため、カップラー空胴アイリス近傍の導波管内部にポストをたてることで、入出力 VSWR の調整を行った。

本加速管は、軸上電界 40MV/m 以上をターゲットに設計されており、加速管内での RF 放電が懸念された。そのため、加速管本体材質は、日立電線製無酸素銅 C1011 クラス 1 を使い、なおかつ、銅材料中の巣が放電の起点となったり、巣中に残留した切削油、表面処理液等が真空中に悪影響を及ぼすことを防止するために、高温、高圧のアルゴンガス雰囲気中で HIP (Hot Isostatic Pressing) 処理した材料を使用し [11]、加速空胴の内面は超精密旋盤にて表面粗度 $0.1 \mu\text{m}$ (Ra) 以下に加工した。

さらに、最も放電の可能性の高い入力カップラー部は、アイリス部の電界を下げるためと、カップラー空胴内の電磁場対象性を確保してビームエミッタンスの増加を抑制するために、松本浩博士 (KEK) の提案した J 型ダブルフィードタイプを採用した (図 51)。本カップラーは非常にシンプルな構造で、外観はシングルフィードの場合と全く同じく 1 開口である。運転周波数で、カップラーの 2 つのアイリス間距離は $n\lambda_g$ ($n=1,2,3,4,\dots$) に、導波管終端からアイリス間は $(m+1/4)\lambda_g$ ($m=1,2,3,4,\dots$) に調整されているので、1 開口でありながら、2 つのアイリスに同等のマイクロ波パワーを供給することができる。実際のカップラーでは、 $n=2$, $m=0$ である。

本加速管の主要パラメーターを表 1 にまとめた。本加速管のカップラー調整には、R. L. KYHL の方法は適用できない。なぜなら図 49、図 51 から明らかなように、カップラー空胴部の構造と、レギュラー空胴部の構造は明らかに異なる。また、カップラーの構造上からも、運転周波数以外の周波数を使用する R. L. KYHL の方法を適用すると誤差が大きい。筆者が開発した方法は適用できる。

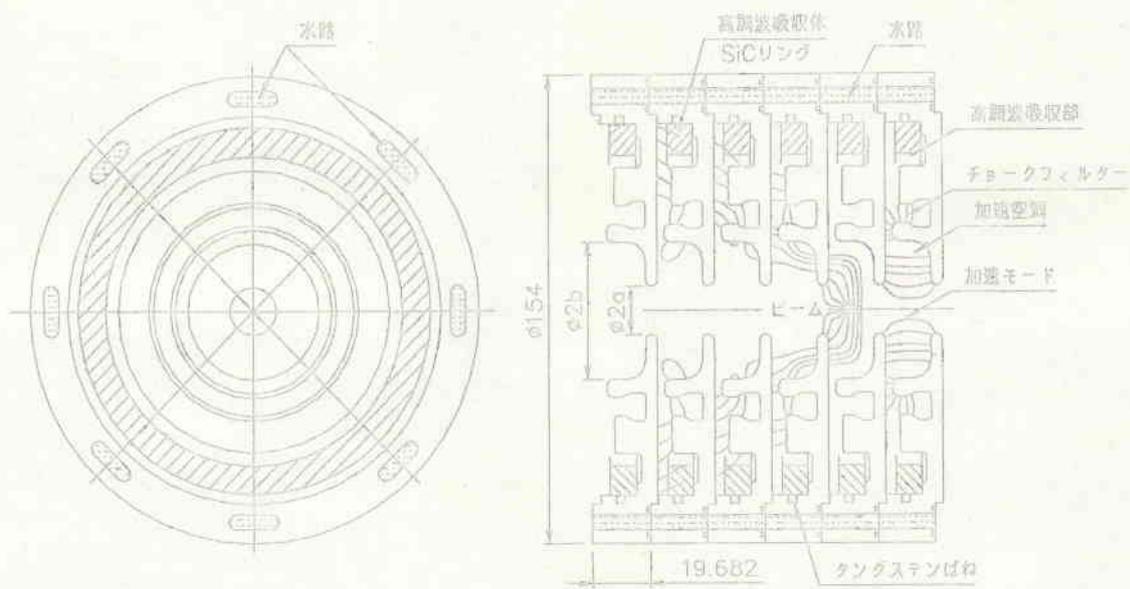


図 48: チョークモード型加速構造

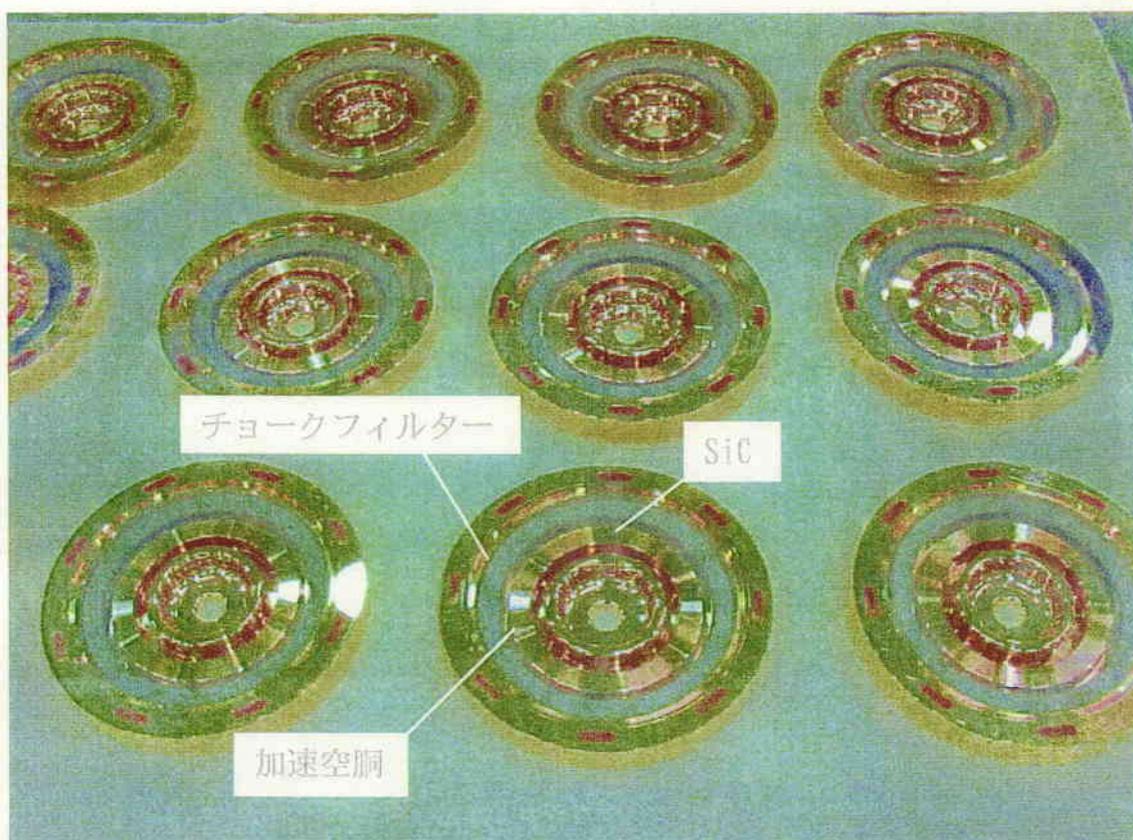


図 49: チョークモード型加速空洞

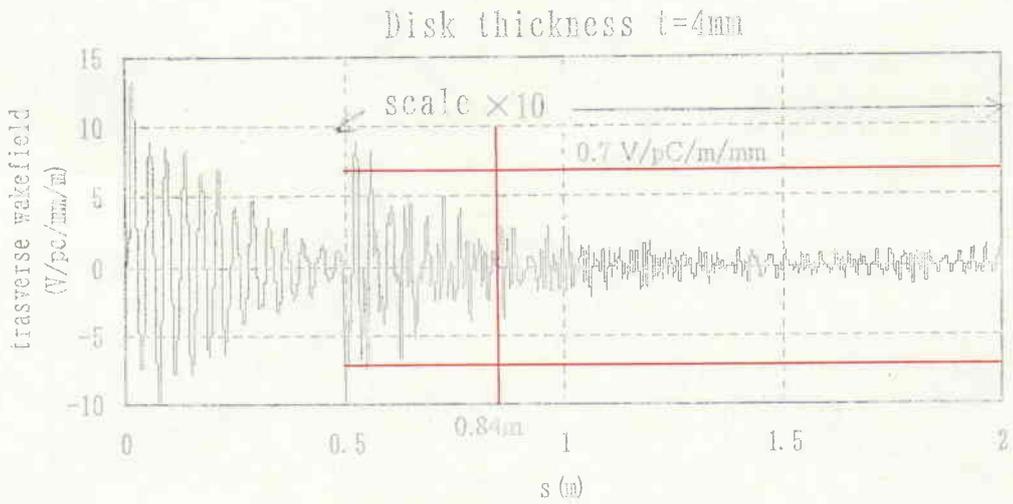


図 50: 高調波減衰状況 (計算機コード MAFIA による) 図中横軸が高調波を誘起するバンチと、後続のバンチとの距離で、縦軸が高調波の振幅を示す。例えば、GLC の場合、バンチ-バンチ間距離は 0.84 m (2.8 nsec) で、許容値は 0.7 V/pC/m/mm 以下である。上図はその許容値を十分満たしていることがわかる。

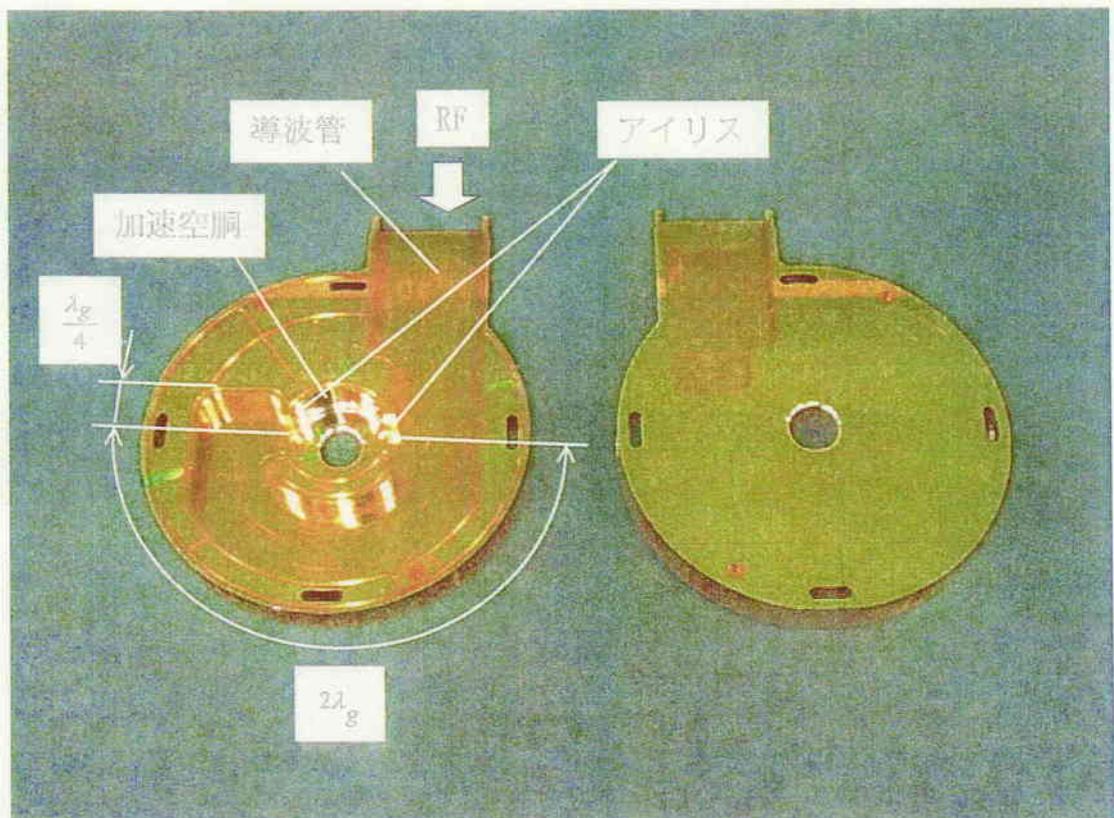


図 51: J 型ダブルフィードカップラー

表 1: 加速管パラメーター

周波数	5712.00 MHz	
加速モード	$3\pi/4$	
加速勾配	Quasi- C.G.	
空洞数	89+2coupler cell	
実効加速長	1791 mm	
2a 径	上流側	17.336 mm
	下流側	13.592 mm
2b 径	上流側	45.7 mm
	下流側	44.0 mm
ディスク厚 t	4 mm	
Q	10200~9900	
群速度 v_g	0.031c~0.013c	
シャントインピーダンス	49.3~60.0 M Ω /m	
減衰定数 τ	0.53	
フィリングタイム	296 ns	

4.2 基準空洞(定インピーダンス6セル管)の製作

カプラー空洞を調整するためには、周波数、移相が正確に調整された基準空洞が必要である。そのため、まず、ビームホール径(2a 径)が入出力カプラービームホール径に等しい6 空洞 CI(Constant Impedance)管を製作した。

空洞のパラメーターは、 $3\pi/4$ モードで 5712.00MHz となる値を計算機コード(superfish)で計算して求めた(図 52)。実機はこの計算値よりも空洞内径(2b 径)を 0.2%ほど小さな値で製作し、以下の2通りの RF 測定を行いながら、2b 径を修正加工し、周波数と空洞の移相を追い込んだ。

$\pi/2$ モードは空洞単体で決まる、個々の空洞の固有共振周波数である。空洞毎の周波数ばらつきを一定にするため、図 53 のような測定セットアップで、各空洞の $\pi/2$ モードの周波数を測定し、もし周波数がばらついていたら修正加工を行った。CI 管全体の $3\pi/4$ モードの周波数を確認するために、図 54、図 55 に示したように、CI 管の上流、下流にドアノブカプラーを取り付け、ビーズ法測定を行い、もし周波数がずれていたら修正加工を行った。ドアノブカプラーの役割は導波管と加速管のインピーダンス整合である。図中のチューナーで、結合回路の容量成分 C は可変で、図中のムーバブルショートで結合回路の誘導成分 L が可変である。この組み合わせで、寸法の異なる CI 管を広範囲にわたりインピーダンス整合可能である。

最終的には空洞ごとの $\pi/2$ モード周波数ばらつき $\pm 150\text{kHz}$ 以内に、 $3\pi/4$ モードの周波数 $\pm 150\text{kHz}$ 以内に合わせた。測定結果を図 56、図 57 に示す。

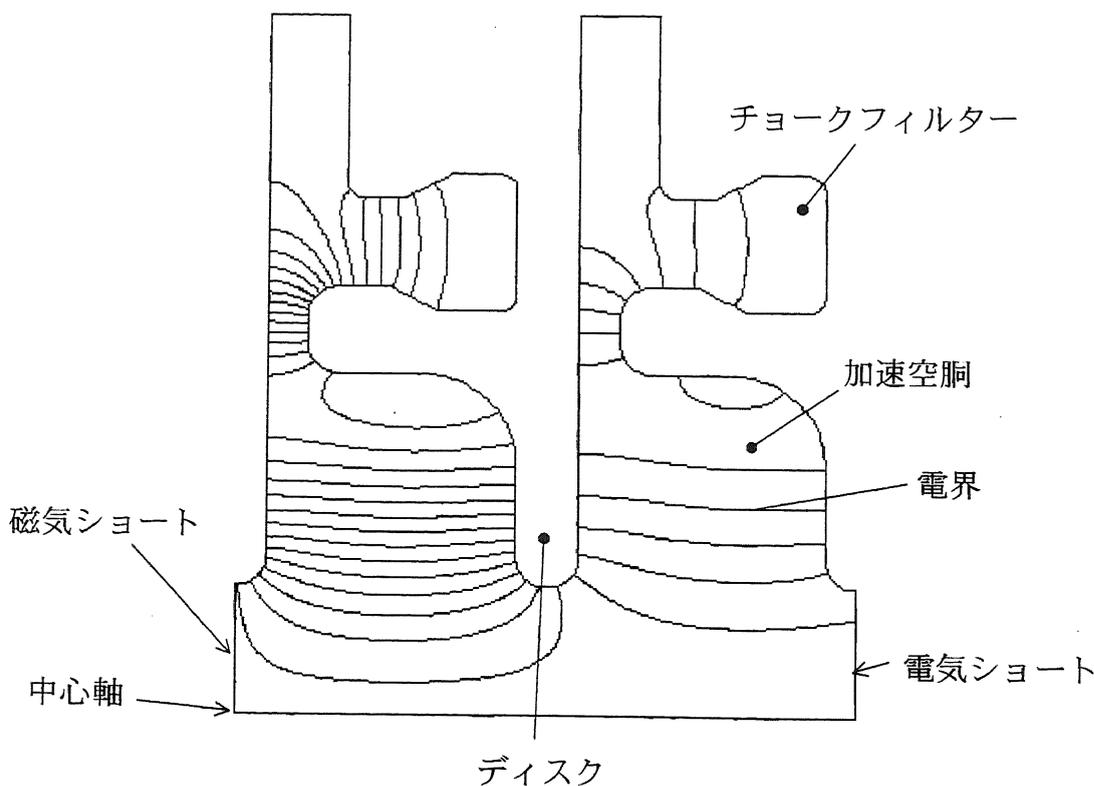


図 52: 計算機コード superfish による $3\pi/4$ モード周波数計算

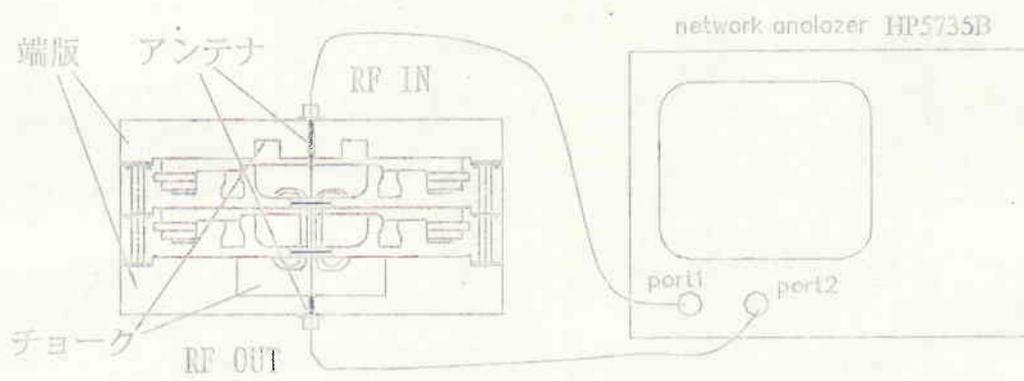


図 53: $\pi/2$ モード測定セットアップ

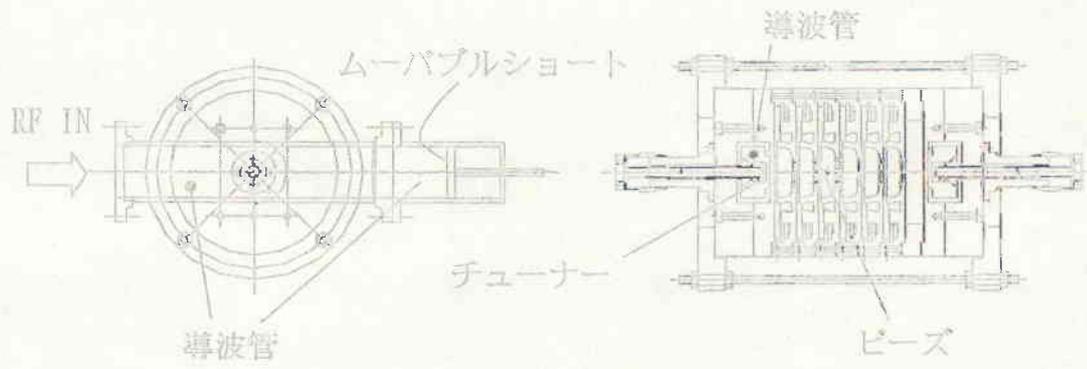


図 54: ドアノブカプラーを用いた、ビーズ法による測定セットアップ

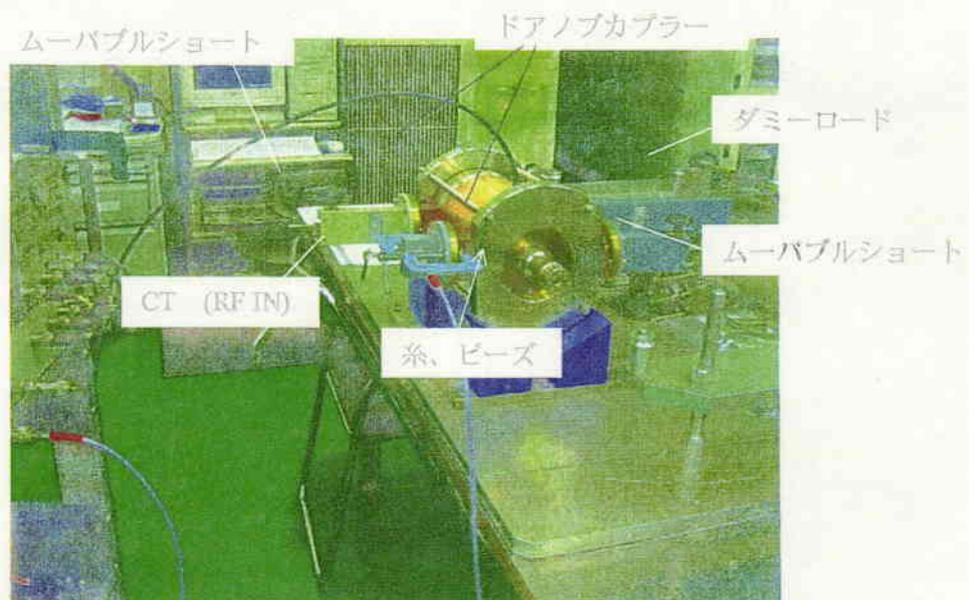


図 55: ドアノブカプラーを用いた、ビーズ法による測定

$\pi/2$ mode周波数(上流側, $2a=17.336$)

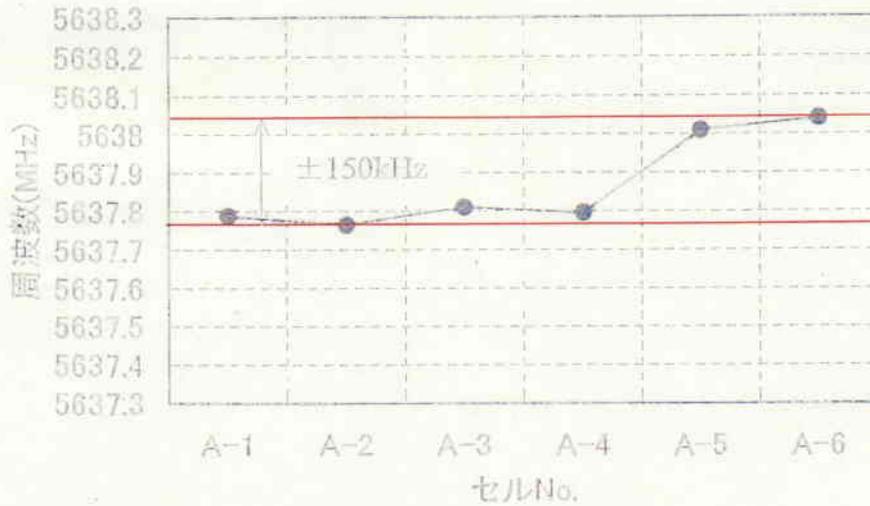


図 56: 6セルCI管 $\pi/2$ モード周波数測定結果(上流側)

$\pi/2$ mode周波数(下流側, $2a=13.592$)

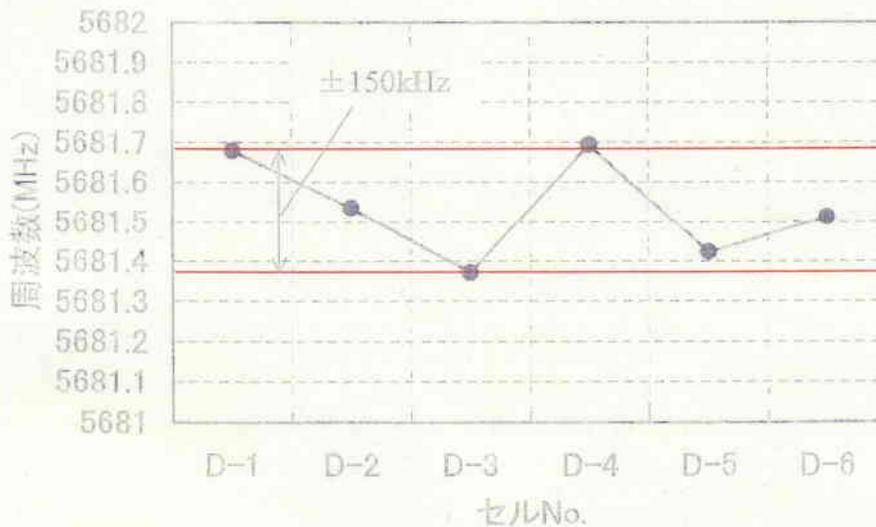


図 57: 6セルCI管 $\pi/2$ モード周波数測定結果(下流側)

CI管全体の $3\pi/4$ モードの周波数を確認するために、ビーズ法(反射法方式)による測定を行った。測定は、図 58 のように、6セルCI管の両端にドアノブカプラーを取り付け、片側より同軸導波管変換器を介してRFを入力し、もう一方側はダミーロードで終端した。図 59、図 60 は、

ビーズを軸方向に動かしていった時の RF 反射波を示し、ビーズ位置での電圧振幅、位相を表す。2つの CI 管はどちらも、 $3\pi/4$ モードで全体周波数 $5712\text{MHz} \pm 150\text{kHz}$ に調整されたことがわかる。

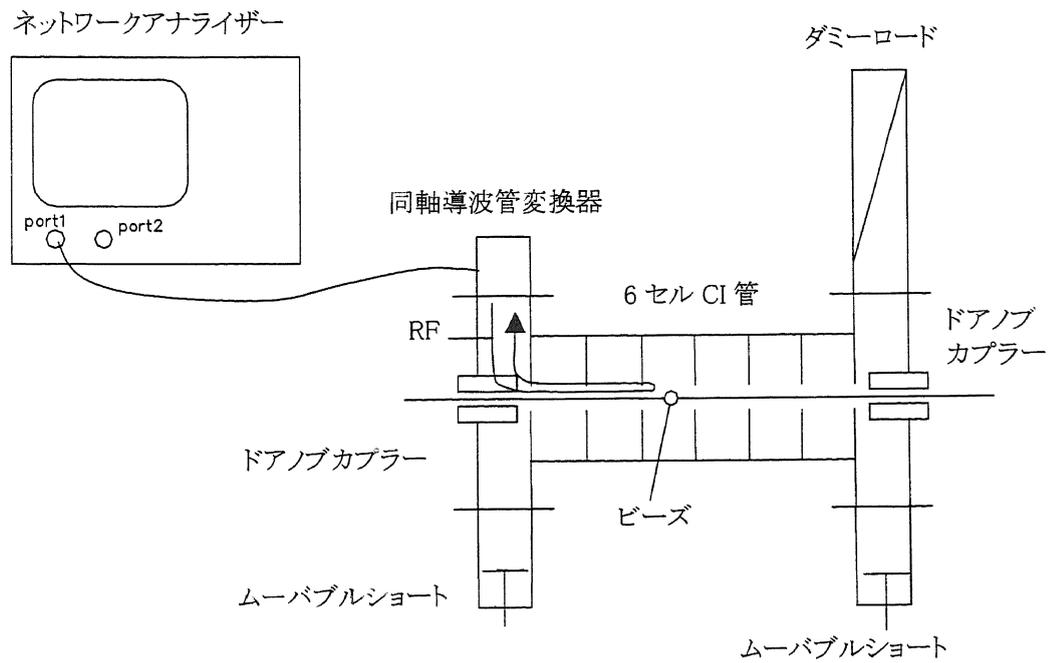


図 58:ビーズ法測定セットアップ

typeA $f=5712.102\text{MHz}$
 $2a=17.330, 2b=45.442, v/c=0.0309c$

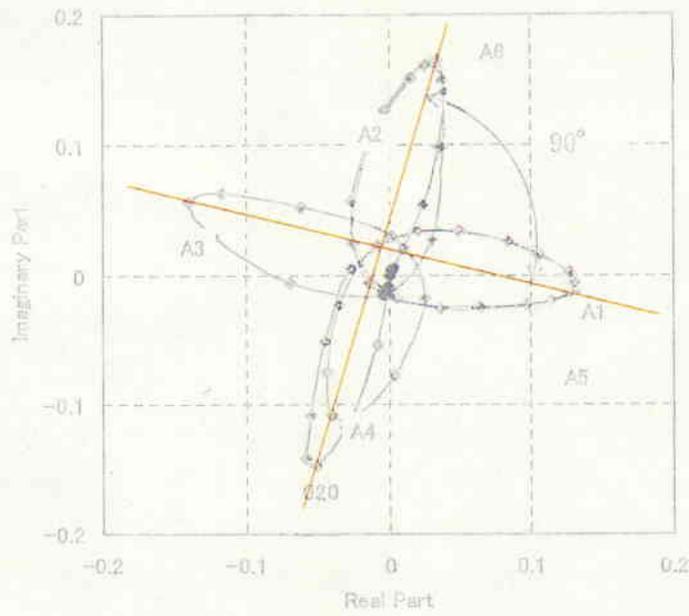


図 59:ピーズ法測定結果(上流側)

typeD $f=5711.895\text{MHz}$
 $2a=13.537, 2b=43.763, v/c=0.0134c$

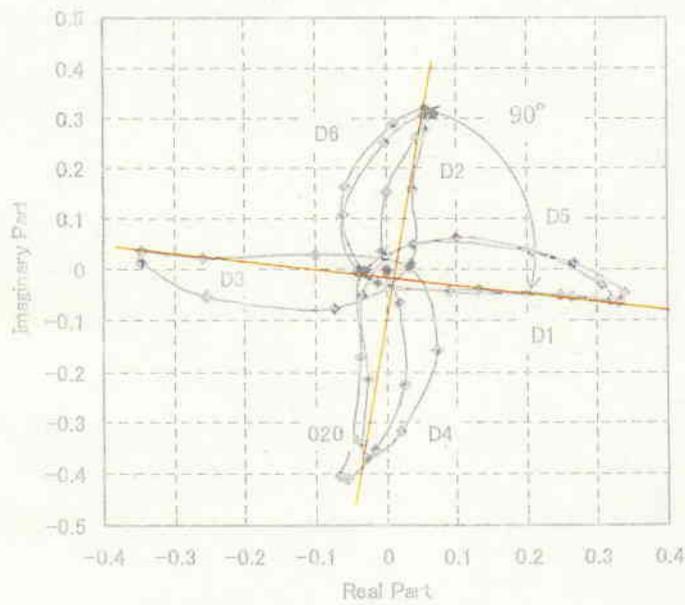


図 60:ピーズ法測定結果(下流側)

4.3 カプラーのパラメーター計算

カプラーの調整は、最初に計算機コード MAFIA を用いて、カプラー空洞のディメンジョン (空洞内径、アイリス幅) を計算した。計算精度は、要求されるカプラー空洞の精度を満たすことができない。そのため、実機はその計算値よりも空洞内径、アイリス幅を小さく製作し、その後、本論文で示した方法でカプラーを調整していくことが必要である。

最初に、計算機コードで計算するための目標パラメーターを式 2.4.8, 2.4.9 から求め、設定した。カップリング係数 k 、 k_{12} 、 $\pi/2$ 周波数 $f_{\pi/2}$ 及びカプラー空洞の $(R/Q)_1$ を計算機コード *superfish* を用いて計算し、目標パラメーター (カプラー周波数 f_1 、 Q_{ext}) を求めた。その値は表 2 の通りである。但し、計算した目標値は数%程度の誤差があると予想される。最終調整には本論文で示した方法で実測して求める必要がある。

表 2: 加速管パラメーターと MAFIA 計算目標パラメーター

	上流側	下流側
目標 Q_{ext}	55.1	138.5
目標カプラー周波数 f_1 (MHz)	5660.169	5691.376
カプラー周波数許容誤差 Δf_1 (MHz) (VSWR1.05 以下)	2.53	1.01
運転周波数 f_a (MHz)	5712.00	5712.00
レギュラー空洞 $\pi/2$ モード周波数 $f_{\pi/2}$ (MHz)	5637.905	5678.986
レギュラー空洞カップリング係数 k	0.037316	0.016075
カプラー-レギュラー間カップリング係数 k_{12}	0.043481	0.018068
カプラー空洞 $(R/Q)_1$	155.9126	154.1166
レギュラー空洞 $(R/Q)_2$	114.8342	121.9978

カプラー空洞の Q_{ext} は、計算機コード MAFIA 上で計算したチューニングカーブから求めた。チューニングカーブの詳細については付録 G で議論している。MAFIA 計算モデルの例を図 61

に示した。図 61 中の導波管長 d を変えながらモデル全体の共振周波数を計算してチューニングカーブを描き、チューニングカーブの傾き最大の点からカプラー空腔の共振周波数、傾き $dd/d\lambda_g$ から式 4.3.1 を用いて Q_{ext} を求めた(図 63)。

$$\left[\frac{dd}{d\lambda_g} \right]_{\omega=\omega_0} = \frac{n}{2} + \frac{1}{4} + \frac{Q_{ext}}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_c} \right)^2} \quad 4.3.1$$

ここで、 λ_c は導波管の遮断波長である。 $2n$ は、計算モデルにおける導波管内の波数である。例えば、図 61 の計算モデルの場合は、図 62 のように、次数 $n=2$ のモデル 1 と次数 $n=6$ のモデル 2 との重ね合わせと考え、 $n=4$ として計算した。

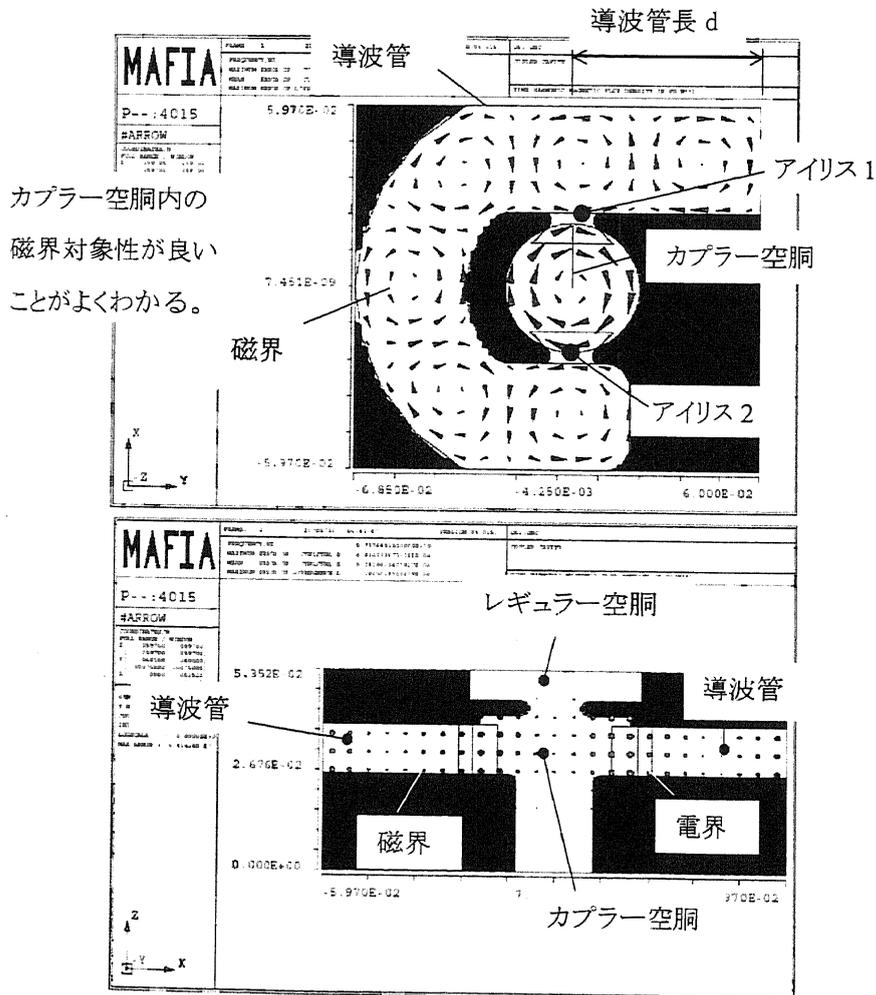


図 61:MAFIA 計算モデル

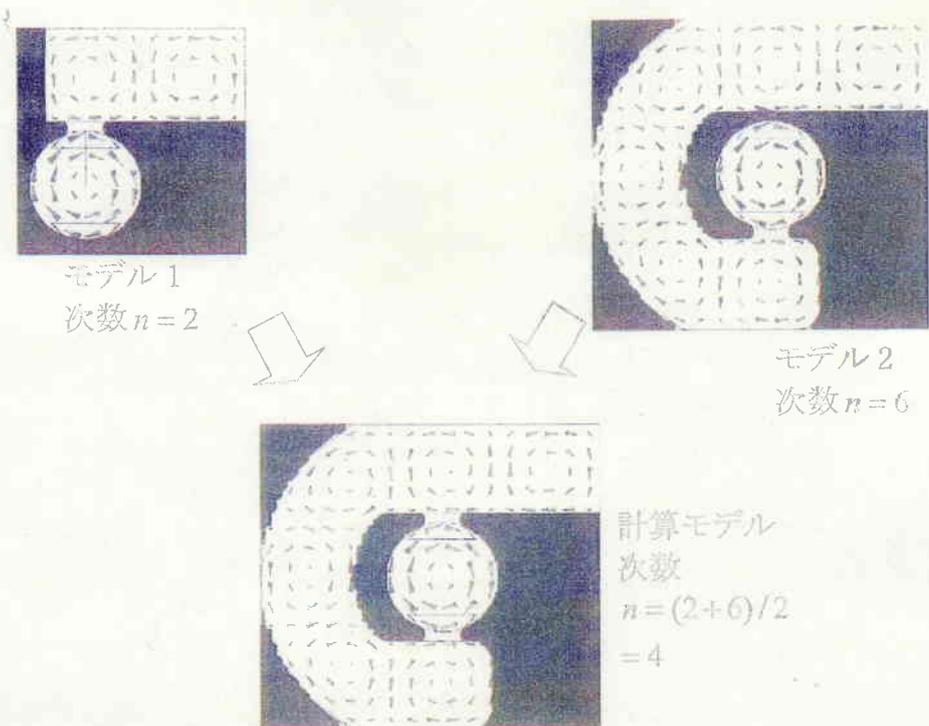


図 62: 次数 n の考え方

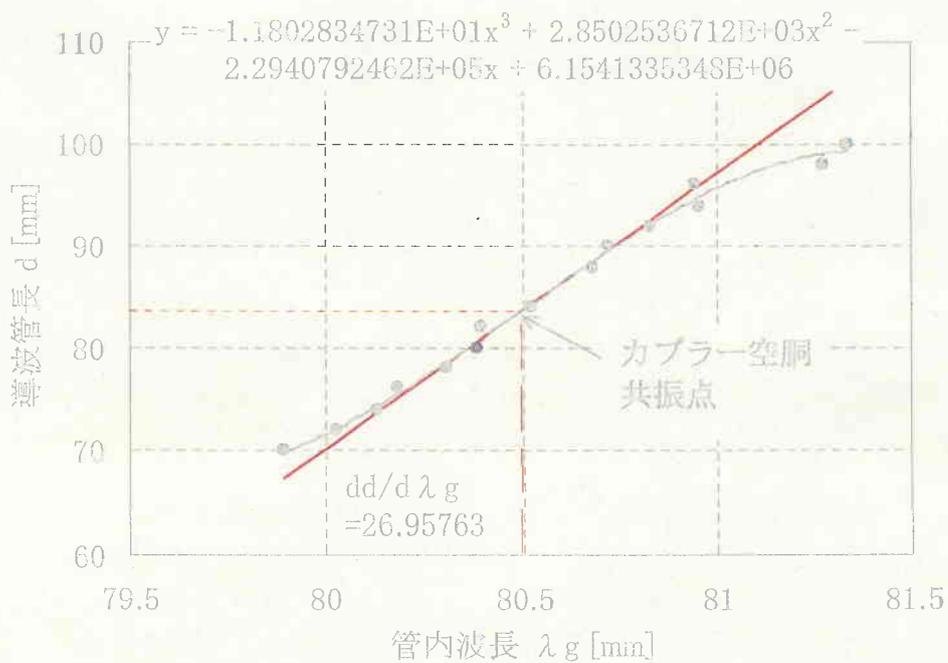


図 63: チューニングカーブ (下流側 $W=13.5$ 、 $2b_1=42.3$ の例)

計算モデルのアイリス幅 W を変化させて上記操作を繰り返し、アイリス幅に対するカプラー空腔共振周波数、 Q_{ext} を求めた(図 64、図 65)。表 2 の目標値および図から、目標となるアイリス幅 W 、カプラー空腔内径 $2b_1$ を表に示した。但しここでは、 $df/d2b_1 = -100$ [MHz/mm] ($-100\text{kHz}/\mu\text{m}$) を使用した。実測した結果についてもあわせて示した。

図 63 の●がMAFIAで計算した点で、図中黒線は計算点から求めたフィッティングカーブである。導波管とカプラー空腔のカップリングは $\beta_c = 100 \sim 200$ 程度でオーバーカップルである。そのため、このフィッティングカーブの傾き最大の点が、カプラー空腔共振点で、図中赤点線がクロスしているのがその点である。この共振点でのフィッティングカーブ傾きが赤線で、フィッティングカーブの数式を λ_c で微分して求めた。

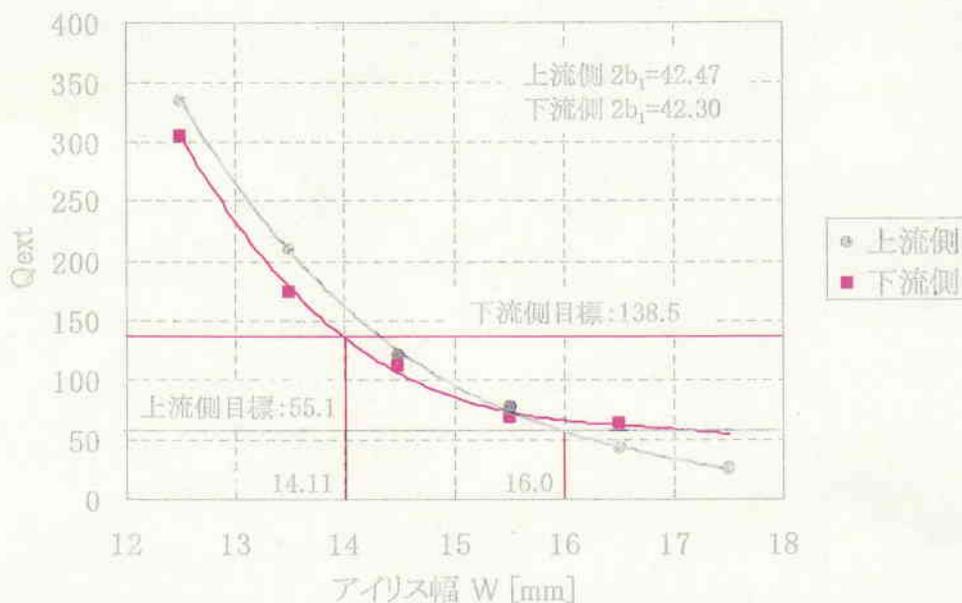


図 64:アイリス幅 W に対する β_c の変化

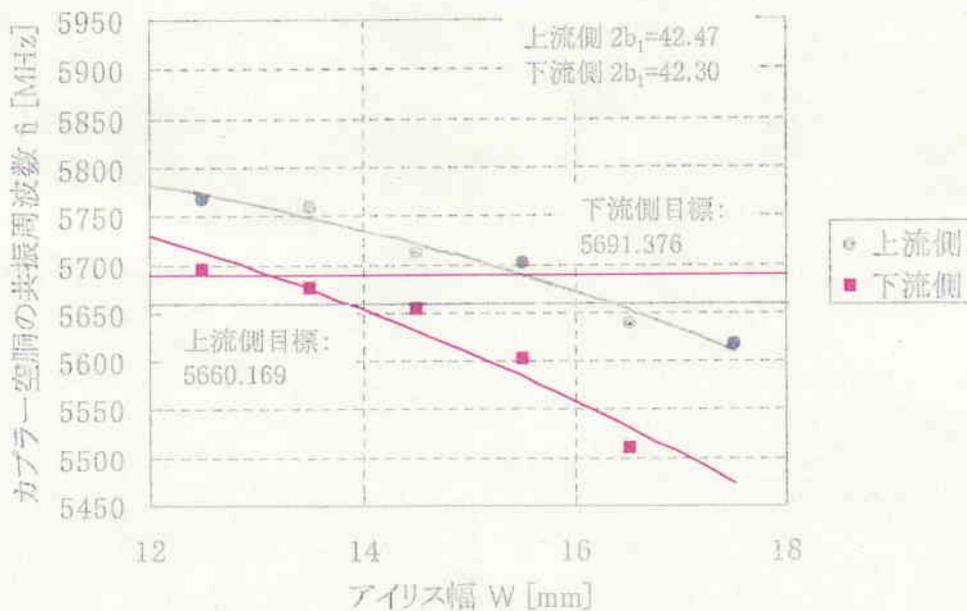


図 65: アイリス幅 W に対するカプラー空洞周波数 f_1 の変化

シミュレーションコードを用いて求めたカプラー空洞のパラメーター(計算値)と、本論分で示した方法で求めたパラメーター(実測値)を表 3 に示す。実測値と計算値の誤差は、アイリス幅は 4%、カプラー空洞内径は 0.4%、カップリング係数 β_c は 7%、カプラー空洞周波数は 0.2% であった。アイリス幅、カップリング係数の誤差が大きいのは、チューニングカーブの傾きを計算する時の誤差が大きいからである。前述のように、 $VSWR < 1.05$ を達成しようとする、周波数で 0.01%、カップリング係数で 5%の精度が必要なので、計算結果のみから実機を製作することはできない。実機では、RF 測定と、修正加工を繰り返して、カプラー空洞を調整していく。

表 3: MAFIA 計算によるカプラーディメンジョンと実測値

	上流側		下流側	
	計算値	実測値	計算値	実測値
アイリス幅 W [mm]	16.00	15.77	14.11	13.63
カプラー空洞内径 $2b_1$ [mm]	42.59	42.455	42.05	42.203
外部 Q Q_{ext}	55.1017	63.0	138.4815	162.0
カプラー空洞周波数 f_1 [MHz]	5660.169	5668.800	5691.376	5695.300

4.4 カプラーの調整

カプラー空胴は MAFIA 計算値に対してアイリス幅で約 5%、空胴内径で約 1%を小さめの値で製作した。その後、図 66 のような測定セットアップで、本論文で示した調整方法でアイリス幅(W)、空胴内径($2b_1$)の拡大調整加工を行った。カプラー空胴に、4.2 節で製作した、空胴毎の位相差が $3\pi/4$ に調整された 6 セル CI 管を接続した。マイクロ波測定器、ネットワークアナライザーで発生したマイクロ波を、カプラー導波管側から同軸導波管変換器を介してカプラーに導入する。6 セル CI 管の、カプラー空胴を接続した反対側より、金属製プランジヤーを挿入し、カプラー空胴、レギュラー空胴をディチューンする。ディチューン面から反射してきたマイクロ波の振幅、位相をネットワークアナライザーで検出した。さらに、カプラー空胴には、空胴の周波数を下げるためのチューナーを装着した。

調整の手順は次の通りである。

- ① まず最初に、カプラー空胴の共振周波数を測定する。金属性プランジヤーでカプラー空胴をディチューンし、その後、第 2 空胴をディチューンする。この時、反射波の位相差が 180° となる周波数がカプラー空胴共振周波数 f_1 [MHz] である。
- ② 次に、カプラー空胴共振周波数の調整を行う。測定周波数を運転周波数(5712MHz)に固定する。金属性プランジヤーでカプラー空胴をディチューンし、その後、第 3 空胴をディチューンする。運転周波数で、この時、反射波の位相差が 180° となるように、カプラー空胴にチューナーを挿入する。
- ③ 次に、カップリングの測定を行う。カプラー空胴をショートプランジヤーでディチューンした後、第 2 空胴をディチューンし、反射波の位相遅れ θ を測定する。位相遅れ θ が 270° より大きければ、アンダーカップルであるので、カプラーアイリス幅(W)の拡大修正加工を行う。位相遅れ θ が 270° より小さければ、カプラーアイリスは既に大きすぎることになる。
- ④ さらに、チューナー挿入時のカプラー空胴共振周波数 f_1' (MHz) を測定する。カプラー空胴にチューナーを挿入した状態とする。金属性プランジヤーでカプラー空胴をディチューンし、その後、第 2 空胴をディチューンする。この時、反射波の位相差が 180° となる周波数を測定する。この周波数が、目標カプラー空胴共振周波数 f_1' である。

⑤ 前述の①で測定したカプラー空胴共振周波数 f_1 が、④で測定した目標カプラー空胴共振周波数 f'_1 となるように、カプラー空胴内径を拡大修正加工する。

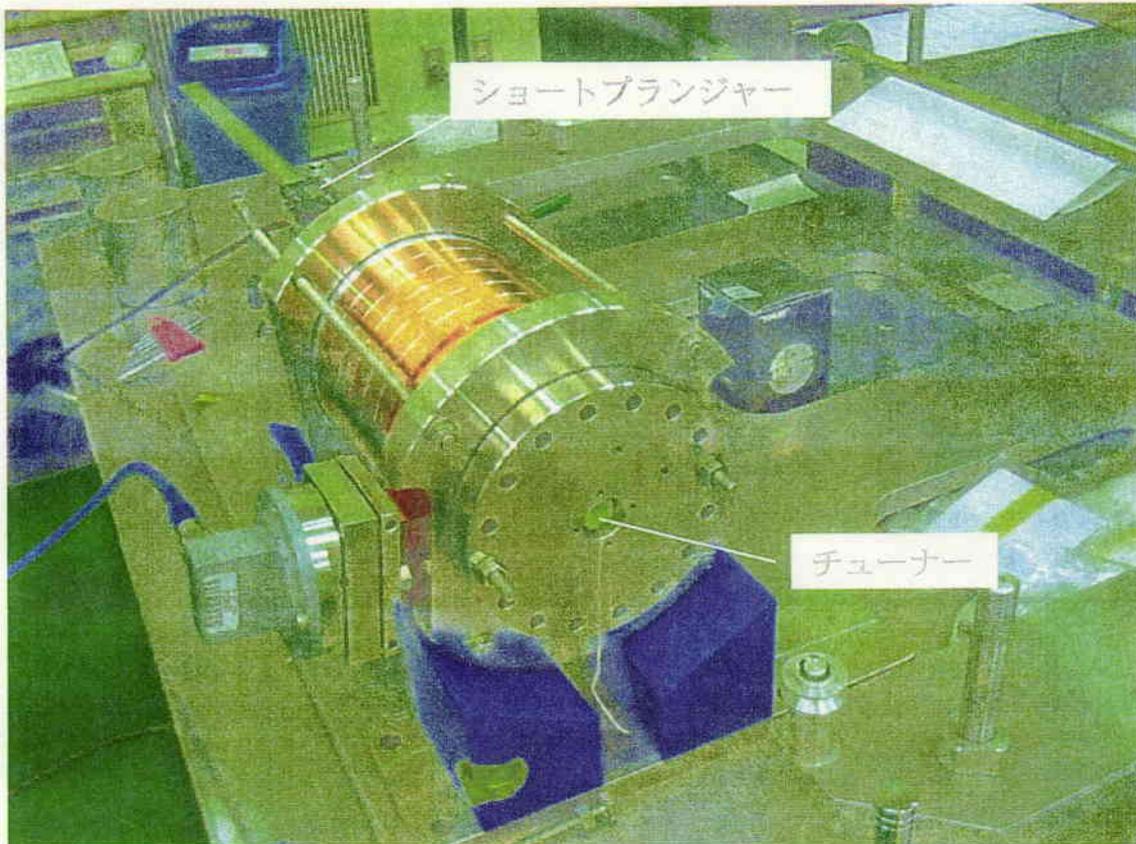


図 66:カプラー調整セットアップ

本加速管の場合の、カプラー空胴をディチューンした後に、第 2 空胴をディチューンした時の、位相の遅れ θ の許容誤差 $\Delta\theta$ と VSWR の関係を図 67 に、カプラー空胴共振周波数許容誤差 (df_1) と VSWR との関係を図 68、図 69 に示す。本加速管は VSWR1.05 以下を目標としているので、許容誤差 $\Delta\theta$ は $\pm 2.7^\circ$ 、カプラー空胴共振周波数許容誤差 (df_1) は上流側で $\pm 2.5\text{MHz}$ 、下流側で $\pm 1.0\text{MHz}$ となる。カプラー空胴は本許容誤差範囲に納まるよう調整した。

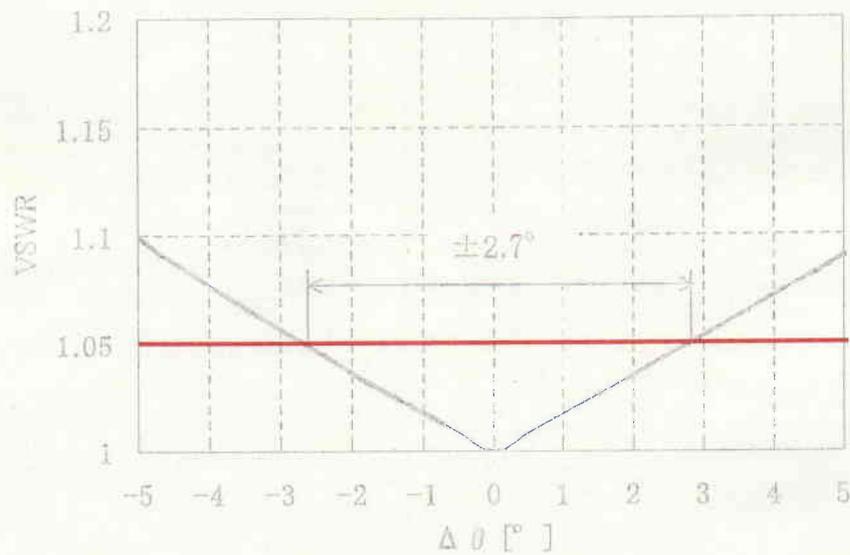


図 67:カプラー空胴をディチューンした後に、第2空胴をディチューンした時の位相の遅れ θ の誤差 $\Delta\theta$ とVSWRの関係($3\pi/4$ モード)

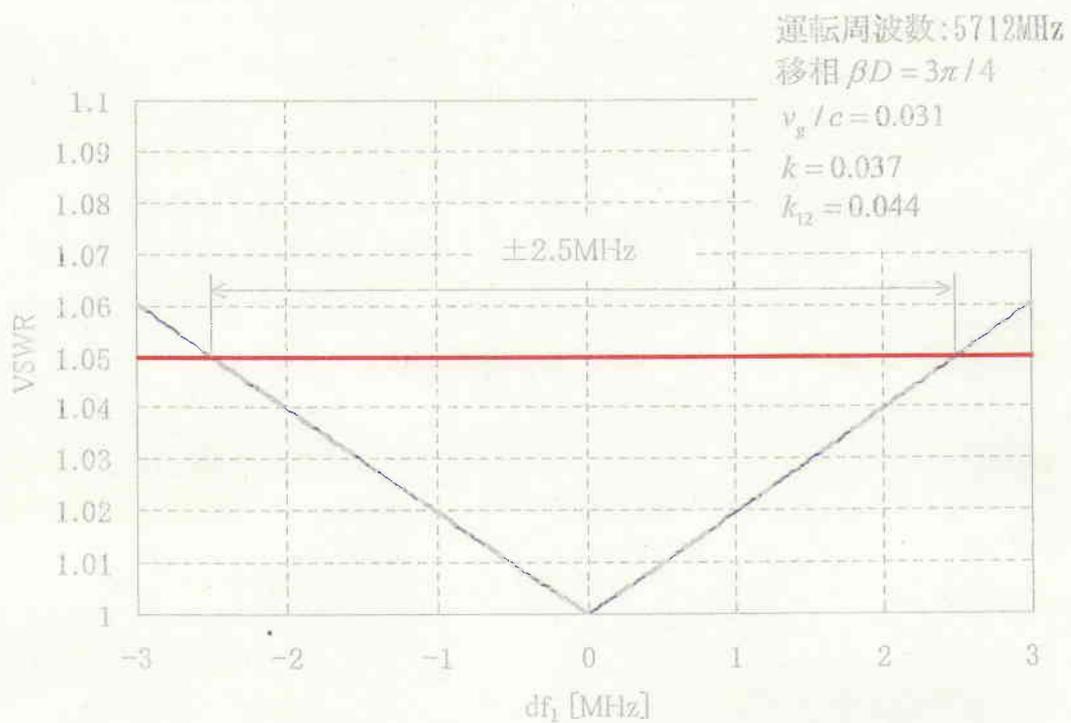


図 68:カプラー空胴周波数許容誤差(df_1)とVSWRの関係(Cバンド加速管上流側)

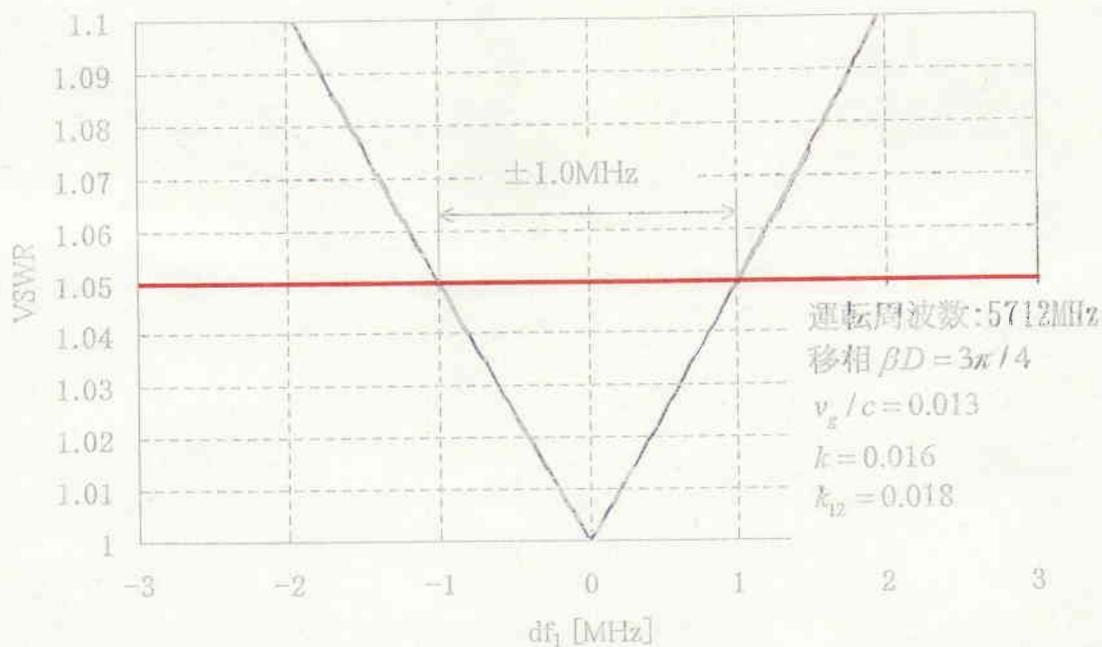


図 69:カプラー空洞周波数許容誤差 (df_1) と VSWR の関係 (C バンド加速管下流側)

図 70～図 77 にアイリス幅 (W)、カプラー空洞内径 ($2b_1$) を拡大修正加工していった時の RF 反射波の位相遅れ θ 、 Q_{ext} 、カプラー空洞共振周波数 f_1 を示す。カプラー空洞は試験機と実機を製作し、試験機の結果を反映して実機を製作した。修正加工はまずアイリス幅を修正加工して、カップリングを調整する。次に、カプラー空洞内径を修正加工してカプラー空洞の共振周波数を調整するという手順をとった。試験機の場合は、アイリス幅修正加工完了後のカプラー空洞内径修正加工量が多すぎ、カップリングに影響を与えて、最終的にはオーバーカップルとなってしまった。これを避けるために、実機は試験機よりもカプラー空洞内径初期値を大きな値に製作した。

図 70、図 71 図はアイリス幅 (W) を修正加工していった時の位相遅れ θ である。図中、同じアイリス幅で、位相遅れ θ が変化している。これはアイリス幅を一定にして、カプラー空洞内径を修正加工したためである。試験機は最終的にオーバーカップルとなっていることがわかる。

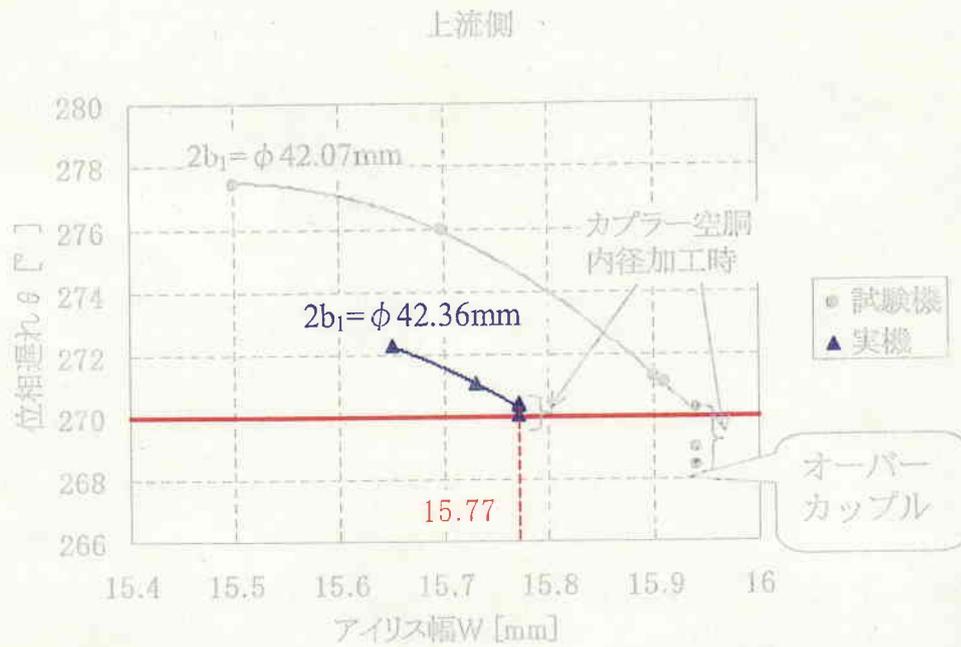


図 70: アイリス幅(W)に対する位相遅れ θ (上流側)

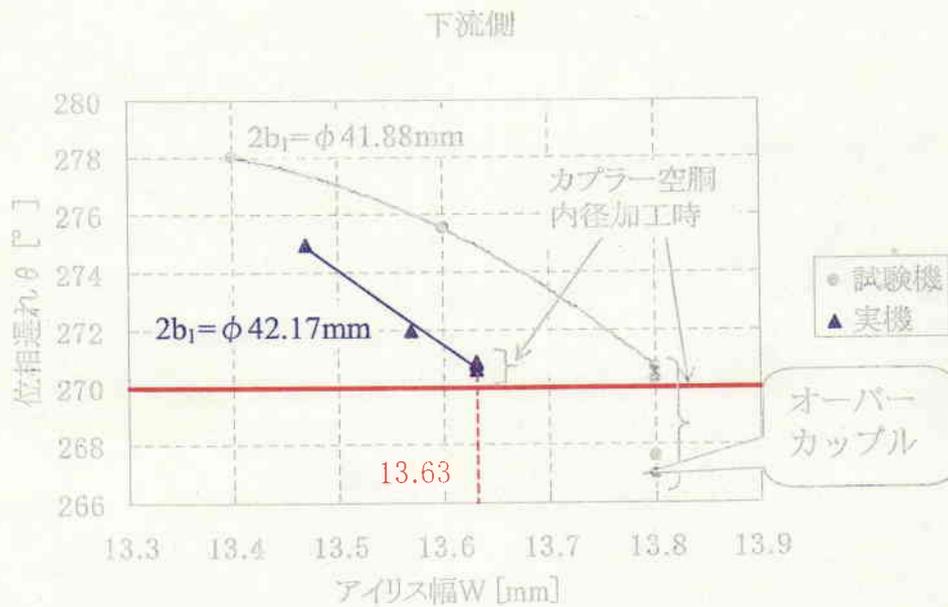


図 71: アイリス幅(W)に対する位相遅れ θ (下流側)

図 72、図 73 はアイリス幅(W)を修正加工していった時の Q_{ext} である。図と同様に、試験機は最終的にオーバーカップルとなってしまっていることがわかる。また、表 3 に示したように、目標 Q_{ext} は計算値と、実測値とで大きく異なる値となった。

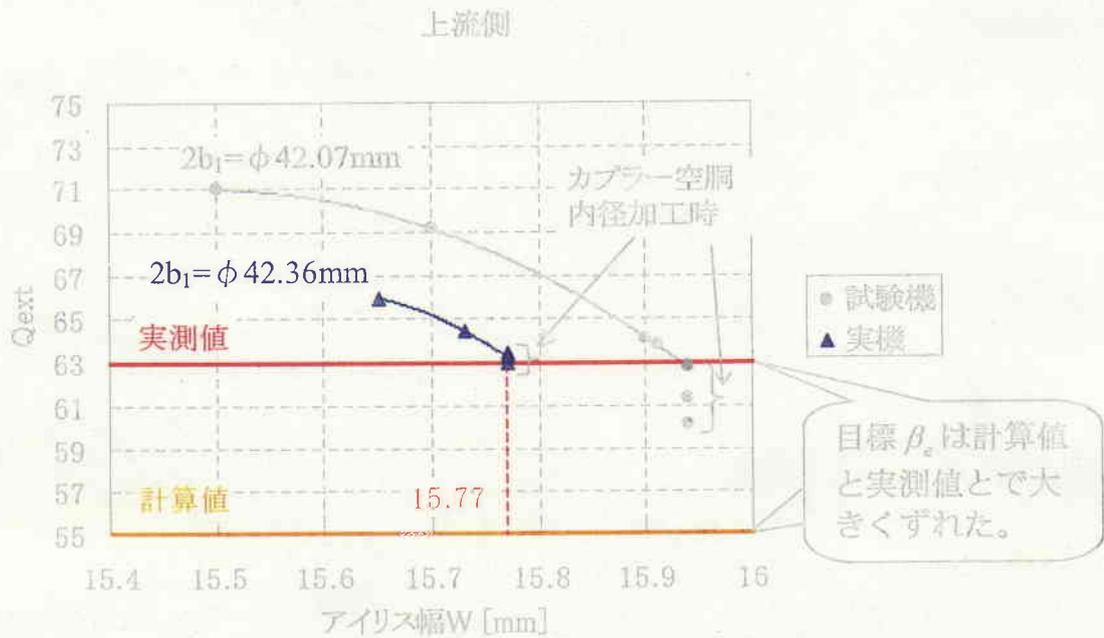


図 72: アイリス幅(W)に対するカップリング係数 β_c (上流側)

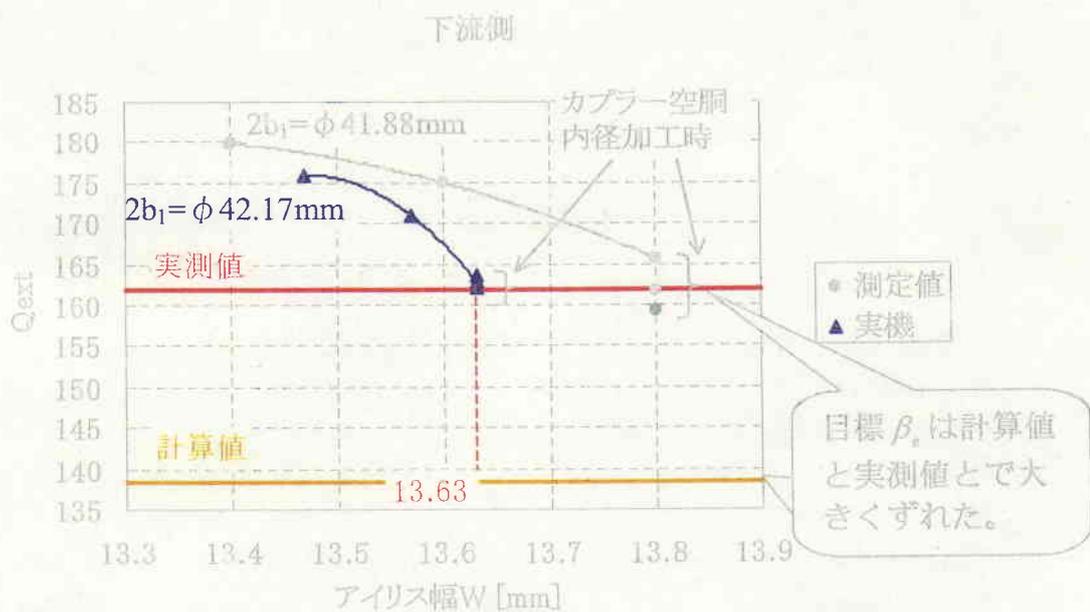


図 73: アイリス幅(W)に対するカップリング係数 β_c (下流側)

図 74～図 77 はアイリス幅(W)、カプラー空洞内径(2b₁)を修正加工していった時のカプラー空洞共振周波数である。試験機、実機共に最終的等しい値に追い込んだが、試験機に関してはオーバーカップルとなってしまっことは前述した。

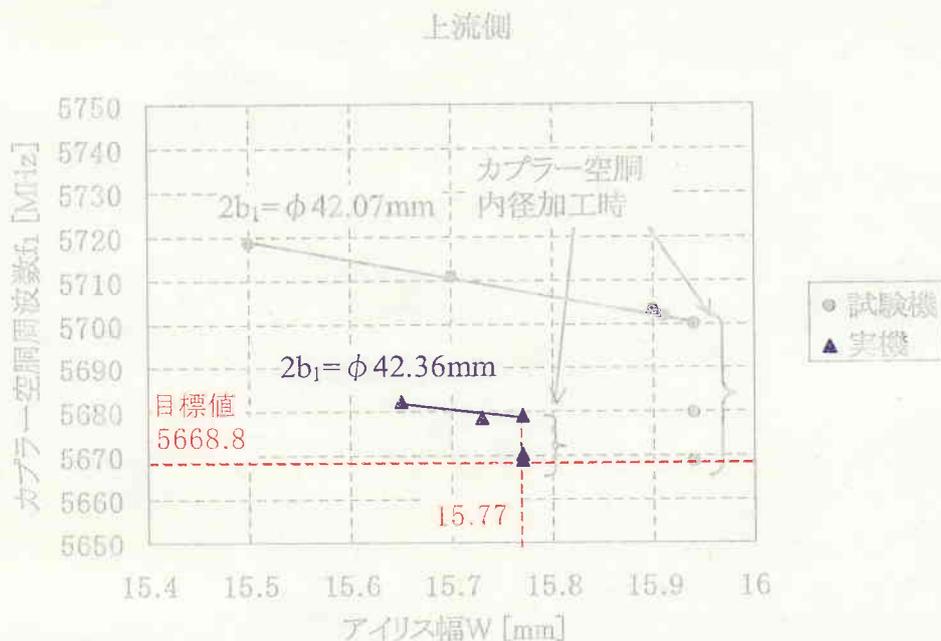


図 74: アイリス幅(W)に対するカプラー空洞共振周波数 f_1 (上流側)

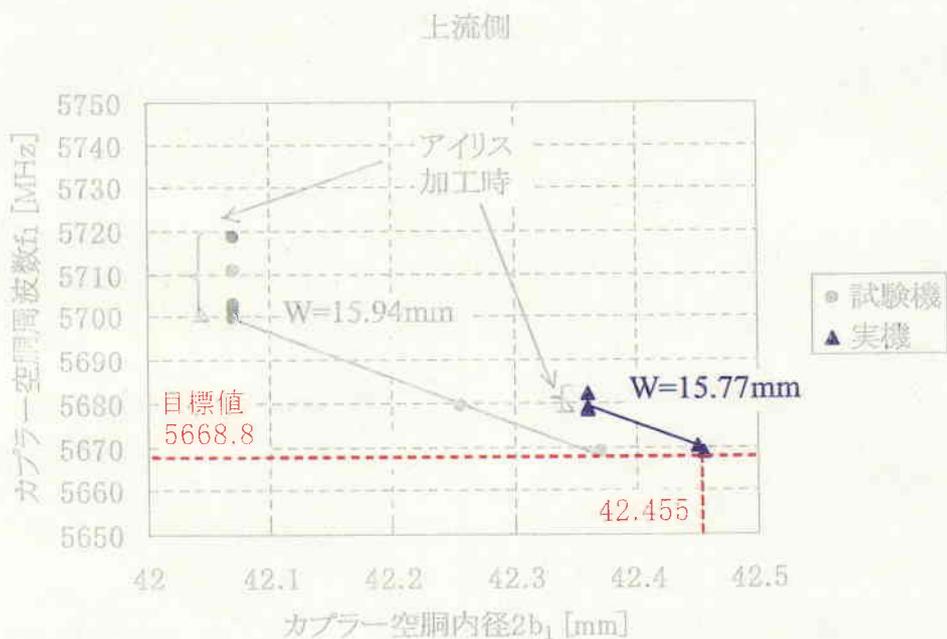


図 75: カプラー空洞内径(2b₁)に対するカプラー空洞共振周波数(f_1) (上流側)

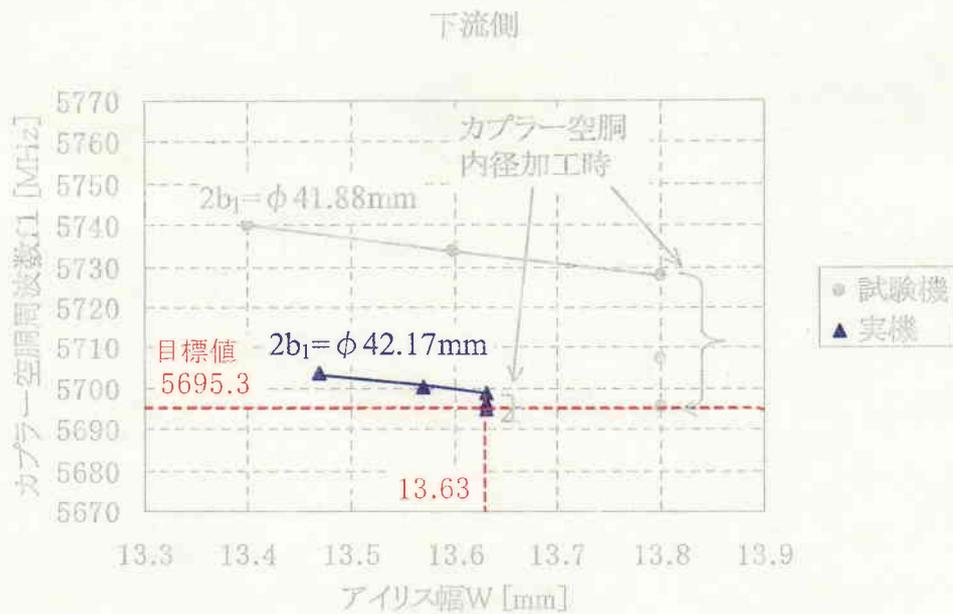


図 76: アイリス幅(W)に対するカプラー空洞共振周波数 f_1 (下流側)

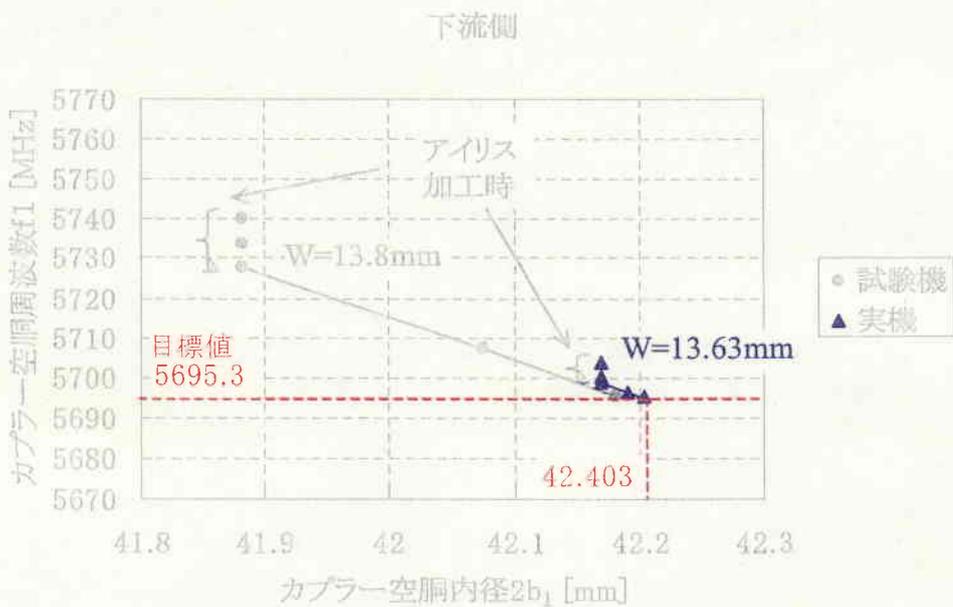


図 77: カプラー空洞内径 ($2b_1$) に対するカプラー空洞共振周波数 (f_1) (下流側)

4.5 RF 測定結果

本論分の手法で調整した C バンド (5712MHz) チョークモード型加速管のカプラー調整後の、最終結果を次に示す。図 78 に VSWR 測定セットアップを示す。入力/出力カプラーより RF を導入し、加速管出口側の出力/入力カプラー側にダミーロードを取り付け、反射波を測定した。入力側から見た VSWR を図 79 に、出力側から見た VSWR を図 80 に示す。運転周波数で、入力および出力 VSWR 1.05 以下となっていることがわかる。図 81 にビーズ法測定セットアップを示す。入力カプラーより RF を導入し、加速管出口側の出力カプラー側にダミーロードを取り付けた。加速管内に細い釣り糸で吊るした $\phi 3\text{mm}$ の金属製ビーズを通し、ビーズ位置を動かしながら RF 反射波を測定した。移相誤差測定結果を図 82 に示す。累積位相誤差 $\pm 5^\circ$ 以内となっていることがわかる。このことから、本方式が C バンドチョークモード型加速管用ダブルフィードカプラーを高精度に調整可能なことが証明された。

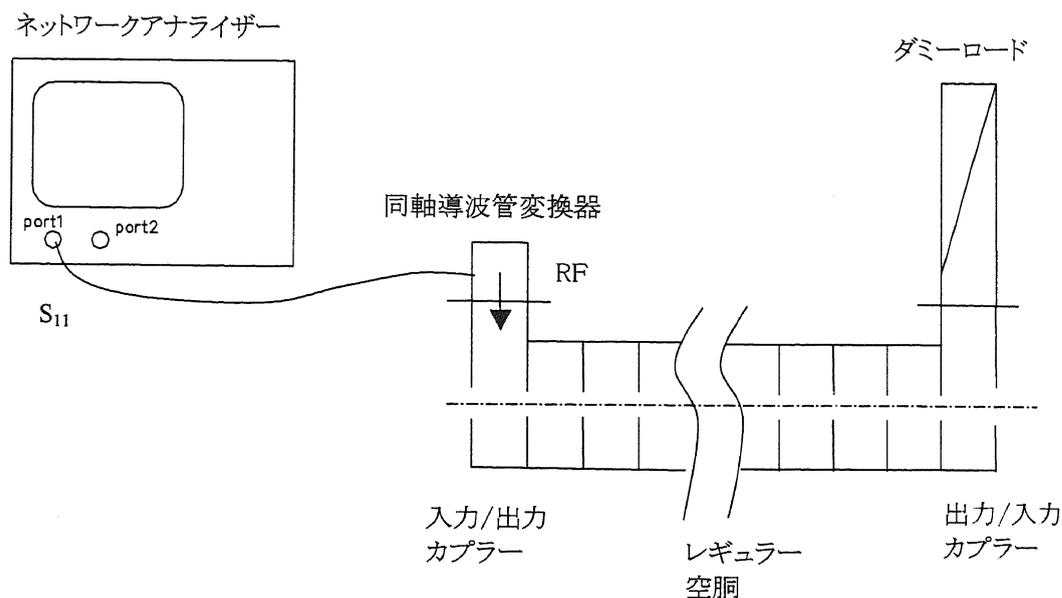


図 78: VSWR 測定セットアップ

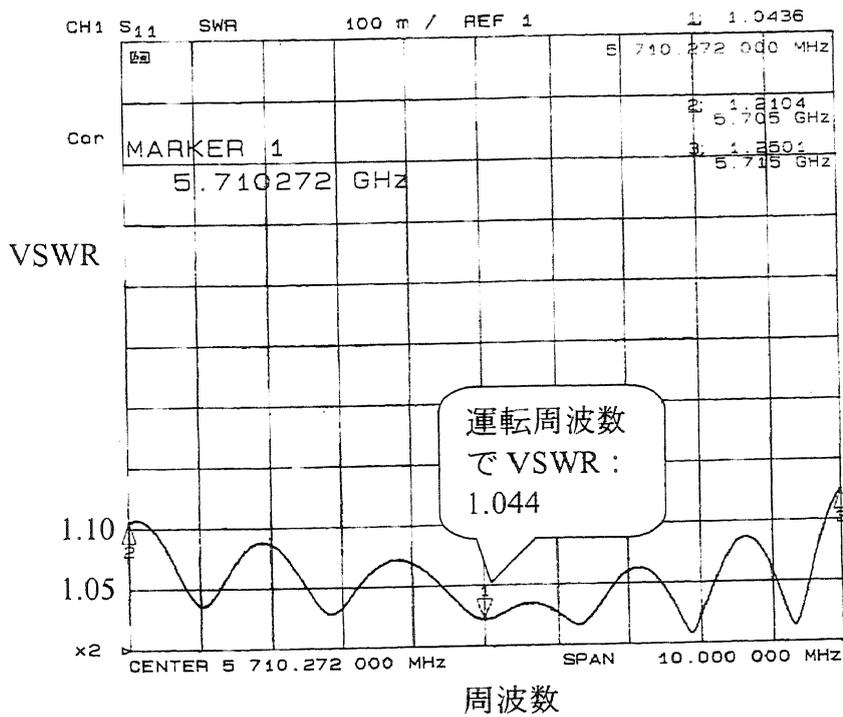


図 79: 入力カプラー側から見た VSWR

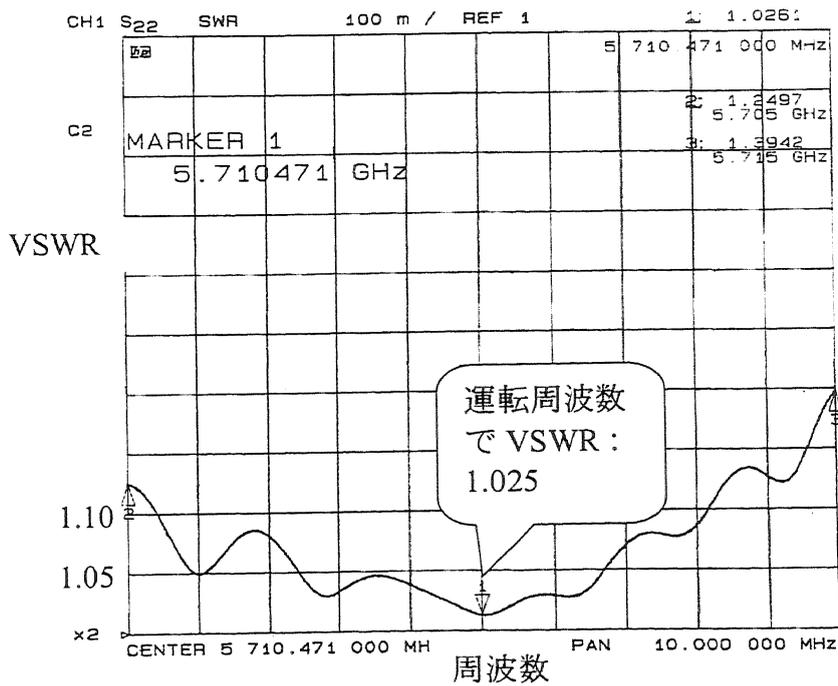


図 80: 出力側カプラー側から見た VSWR

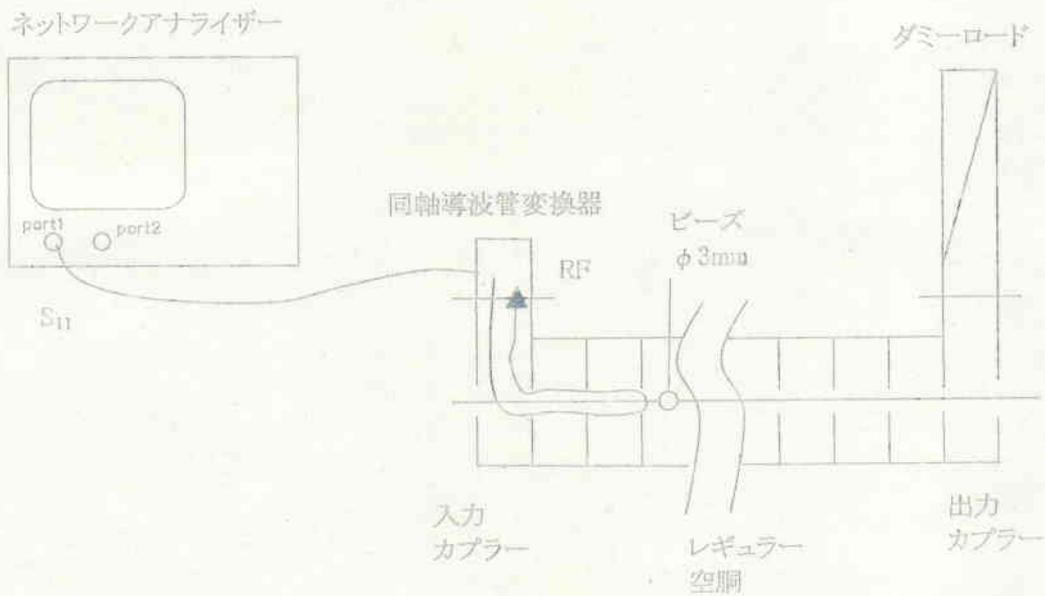


図 81:ビーズ法測定セットアップ

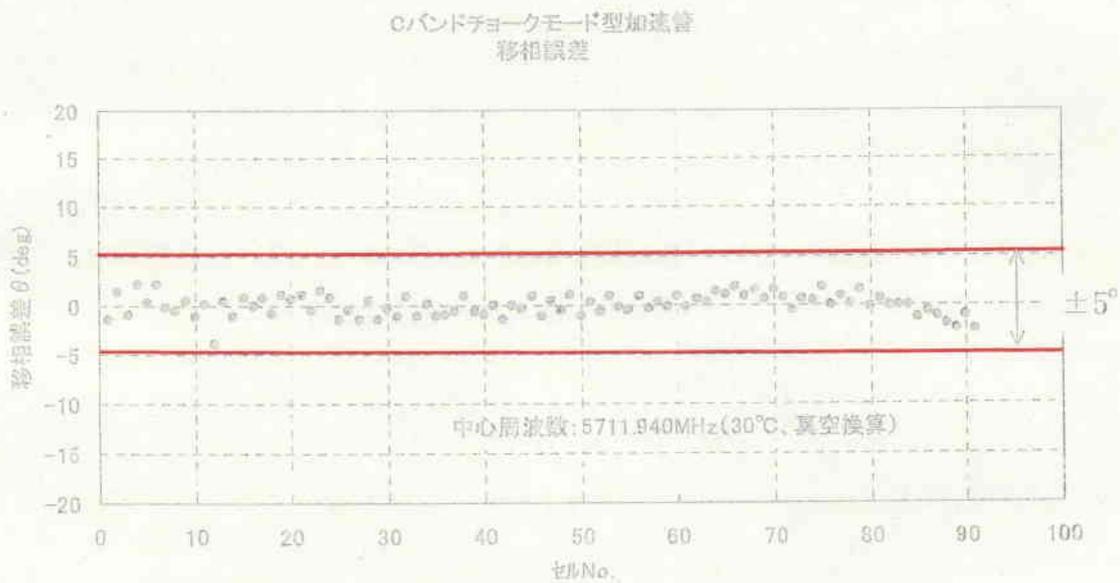


図 82:ビーズ法で測定した移相誤差

4.6 ハイパワー試験

本加速管は理化学研究所でハイパワー試験を行い、軸上電界 33MV/m、RF パルス幅 1.2 μ s、30pps で問題なく RF 入力が行える結果が得られた[12]。図 83 に典型的な測定波形を示す。Ch3 は加速管への RF 入力波形で、Ch4 は加速管出力波形である。Ch3 の入力波形に対して、Ch4 の加速管出力波形は、加速管のフィリングタイムである 300ns 遅れていることが良くわかる。Ch4 の加速管出口側波形を見る限りでは、波形の平坦部に乱れは無く、加速管内で放電等は生じていないことがわかる。

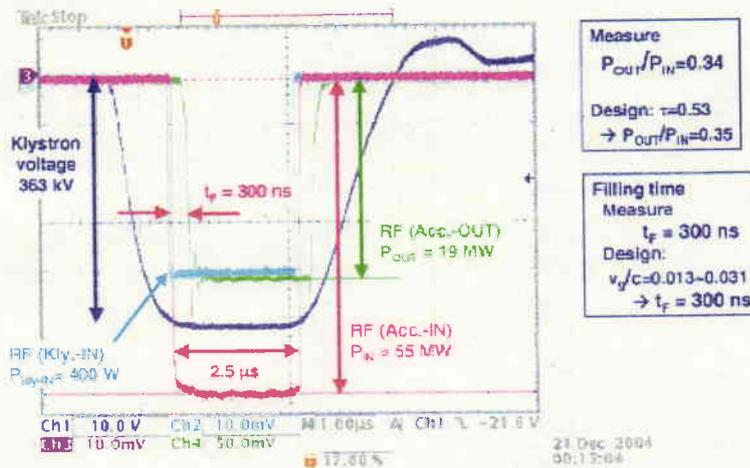


図 83: 典型的な測定波形 Ch1:クライストロン印加電圧(Vk)、Ch2:クライストロン入力RF、Ch3:加速管入口でのRF、Ch4:加速管出口でのRF。

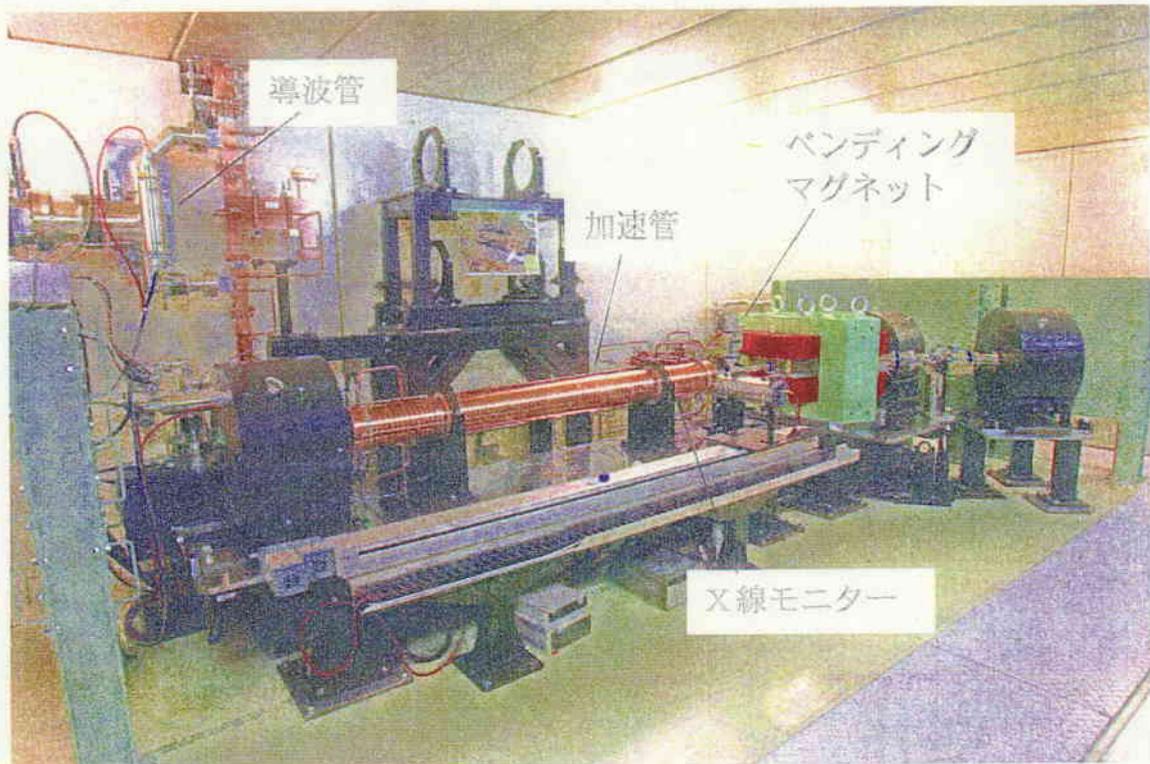


図 84: ハイパワーテストベンチ上の C.バンドチョークモード型加速管

謝辞

今回の学位取得の機会を与えて下さった、三菱重工株式会社プラント・交通システム事業センター 富川史雄所長と、同接合製品事業課 日高晴太郎課長に感謝します。

本論文を作成するにあたり、多くの御指導、御助言を頂いた松本浩博士(高エネルギー加速器研究機構)に深く感謝します。松本博士には、加速管を製作していく上でも多大な御指導、御助言をいただきました。

本論文の理論的な御助言、加速管製作する上でのご支援を頂いた、新竹積博士(理化学研究所播磨研究所)、稲垣隆宏博士(理化学研究所播磨研究所)に感謝します。新竹博士には、ケーブルインピーダンス調整の理論的骨子となる、進行波加速管の等価回路的な取り扱いについての御指導を頂きました。稲垣博士には、加速管を製作する上での御支援を頂きました。

本論文を提出するにあたり多大なご足労頂いた、本論文の紹介教官である黒川眞一博士に感謝します。

Cバンドチョークモード型加速管を製作するにあたり、材料の製作、銅部品加工で日立電線株式会社様に大変お世話になりましたことを感謝します。

参考文献

- [1] E. Westbrook, "MICROWAVE IMPEDANCE MATCHING OF FEED WAVEGUIDES TO THE DISK-LOADED ACCELERATOR STRUCTURE OPERATING IN THE $2\pi/3$ MODE", SLAC-TN-63-103, December, 1963
- [2] R. M. Jones et al., "ADVANCED DAMPED DETUNED STRUCTURE DEVELOPMENT AT SLAC" Proc. Pac97, pp 548-550, 1997
- [3] T. Shintake, "The Choke Mode Cavity" Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 31 (1992) pp. L1567-L1570 Part2, No. 11A, 1 November 1992
- [4] H. Deruyter, et al., "Symmetrical double input coupler development", Proc. Linear Accel. Conf., Vol.1, pp. 407-409, 1992
- [5] 佐藤勇, 他, "放射光入射器増強計画", KEK Report, 95-18, March 1996
- [6] N.P. Sobenin, et al., "HOM DAMPING IN SBLC ACCELERATING SECTION USING INPUT COUPLER", Proc. LINAC96, pp. 824-826, 1996
- [7] K. Watanabe, et al., "DOUBLE-FEED COUPLER FOR THE LINEAR COLLIDER", Proc. LINAC 96, pp. 860-862, 1996
- [8] T. Shintake, "ANALYSIS OF THE TRANSIENT RESPONSE PERIODIC STRUCTURES BASED ON A COUPLED-RESONATOR MODEL", private communication
- [9] H. Matsumoto et al. "Fabrication of the C-band (5712MHz) Choke-Mode Type HOM-Free Accelerating Structure", Proceedings of the 24th Linear Accelerator Meeting in Japan, 1999
- [10] T. Shintake et al., "THE FIRST WAKEFIELD TEST ON THE CHOKE-MODE ACCELERATING STRUCTURE", Proceedings of the PAC '99
- [11] H. Matsumoto, "Applications of the Hot Isostatic Pressing (HIP) for High Gradient Accelerator Structure", KEK Preprint, 91- 47, May 1991, A
- [12] T. Inagaki, et al., "HIGH GRADIENT TEST ON THE C-BAND CHOKE-MODE TYPE ACCELERATING STRUCTURE", Proc. 2nd Particle Accelerator Society of Japan, 2005
- [13] "GLC Project Report", 2003
- [14] Edward L. Ginzton, "Microwave Measurements", pp. 391-401, 1957
- [15] John C. Slater, "Microwave Electronics", pp. 84-92, 1950

付録

A. グローバルリニアークライダー(GLC)計画と HOM 減衰型構造

グローバルリニアークライダー(GLC)計画とは、電子ビーム線形加速器(ライナック)と陽電子ビーム線形加速器を対向させて設置し、加速した電子、陽電子ビームを正面衝突させて素粒子反応を精密観測し、質量の起源は何か、現在知られている4種類の力(弱い力、電磁力、強い力、重力)は超高エネルギーで一つの力に統一されるのか等、素粒子物理学の未解決の問題を解決しようとするものである。このような精密観測を行うためには、数百 GeV を超える高い重心系エネルギーと、 $10^{34} \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$ を超える高い輝度(単位面積、単位時間あたりの電子の密度)、高いエミッタンスが要求される。

このような高精度な素粒子実験のための高エネルギー、高輝度、高エミッタンスの電子ビーム加速器として、線形加速器を使用したクライダーは強力な解決策である。何故なら、リングタイプの加速器の場合は、コーナー部で電子、陽電子が放射光を放出してエネルギーを失ってしまうのでために、コーナーRを大きくせざるを得ず、非常に巨大な設備となってしまふからである。また、ハドロンクライダー(陽子加速器)の場合は、陽子の衝突時の素粒子反応が非常に複雑で、信頼性のある結果を得るためには膨大なデータ取得が必要とされるからである。

図 85 にグローバルリニアークライダー計画の概略図を示す。主ライナックは電子用、陽電子用の2本があり、衝突点付近では、加速された電子、陽電子ビームを nm の大きさにまで収束する。表 4 にグローバルリニアークライダー計画の X バンド、C バンド加速器の主要パラメータを示す [13]。

このような高輝度、高エミッタンスの電子、陽電子ビームを、長い距離に渡って線形加速器で加速するにあたり、電子ビームバンチが加速管内に誘起する高調波モード(Higher Order Mode, HOM)が、後続の電子ビームバンチに影響を与え、エミッタンスを増大させるという問題が生じた。これを解決するために、様々な案が提案された。

図 86 は X バンド加速管の例で、加速空洞周囲に4つの枝管が配置されており、電子ビームが誘起する高調波モードはこの枝管を通して、外部へ排出される。この枝管は真空排気管を兼ねている。図 87 は C バンドの例で、本構造については 4.1 節で既に述べた。

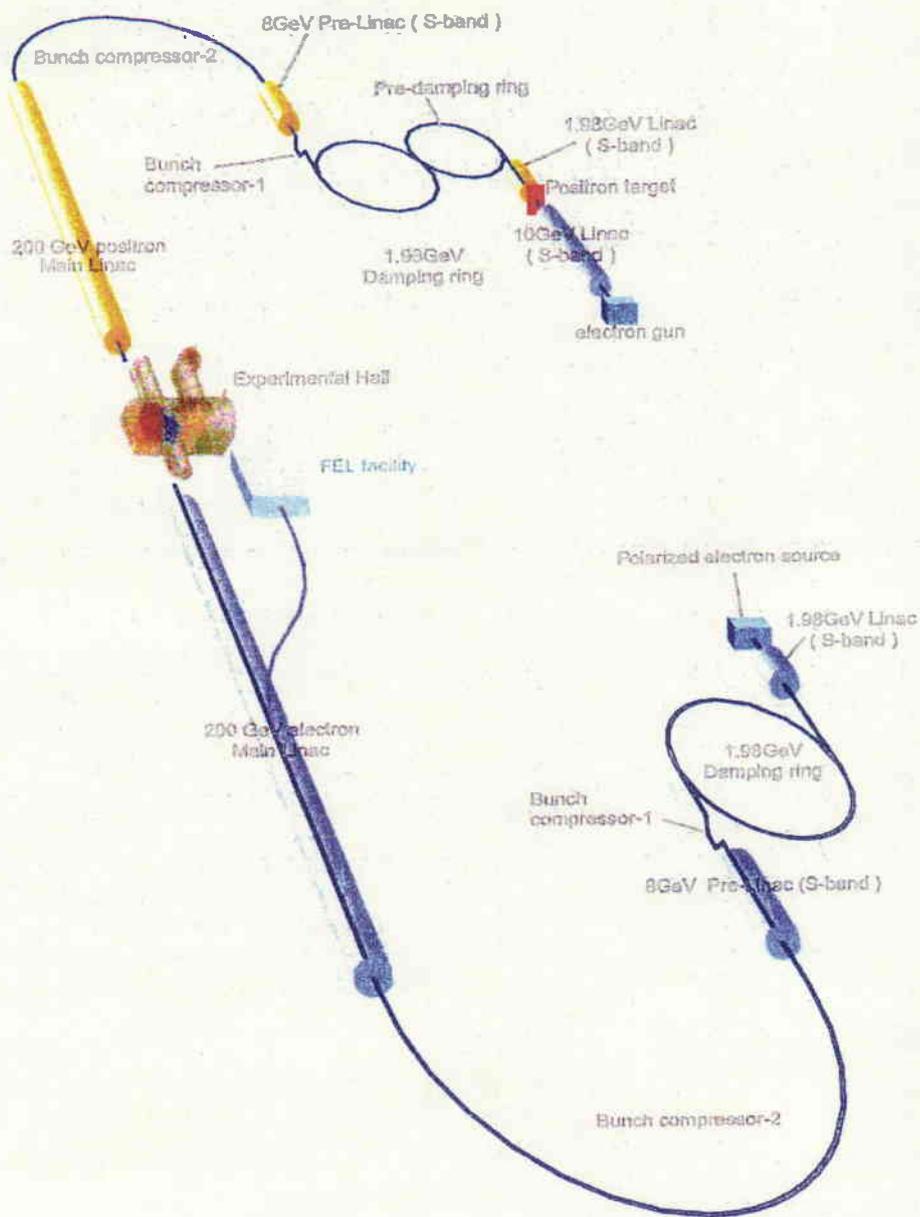


図 85:GLC 計画の概略図

表 4: GLC 用 X バンド、C バンド加速器の主要パラメーター

		C バンド	X バンド	
重心系エネルギー	E_{CM}	400	1000	GeV
ビーム仕様				
初期ビームエネルギー	E_i	8	8	GeV
最終ビームエネルギー	E_f	200	500	GeV
バンチ内電子数	N	0.75	0.75	$\times 10^{10}$
パルス内バンチ数	n_b	192	192	
パルス内電子数	$n_b N$	144	144	$\times 10^{10}$
バンチ-バンチ間時間	t_b	1.4	1.4	ns
ビームパルス長さ	$n_b t_b$	268.9	268.9	ns
繰り返し	f_{rep}	100	100	Hz
規格化エミッタンス	$\gamma \varepsilon_x$	3×10^{-6}	3×10^{-6}	m · rad
	$\gamma \varepsilon_y$	2×10^{-8}	2×10^{-8}	m · rad
バンチ長さ (二乗平均平方根)	σ_z	200	110	μm
主ライナック				
加速勾配(ノーロード)	G_0	41.8	70	MV / m
加速勾配(ロード時)	G	31.1	53.8	MV / m
実効加速長(2 ライナック)	L_{act}	6.11	10.1	km
消費電力	P_{AC}	140	178	MW
RF 変換効率	$\eta_{AC \rightarrow RF}$	24.12	37.4	%
RF → ビーム変換効率	$\eta_{RF \rightarrow B}$	25.9	26.7	%
モジュレーター				
効率	η_{mod}	67	80	%
必要台数		1696	468	
クライストロン				
ピーク出力パワー		50.12	75	MW
パルス幅		2.762	1.6	μs
効率	η_{kly}	50	60	%
必要台数		1696	3744	
RF パルス圧縮器				
タイプ		Disk-loaded	1mode 4/4 DLDS	
時間圧縮比		1/5	1/4	
効率	η_{cmp}	80	85	%
導波管電力消費		10		%

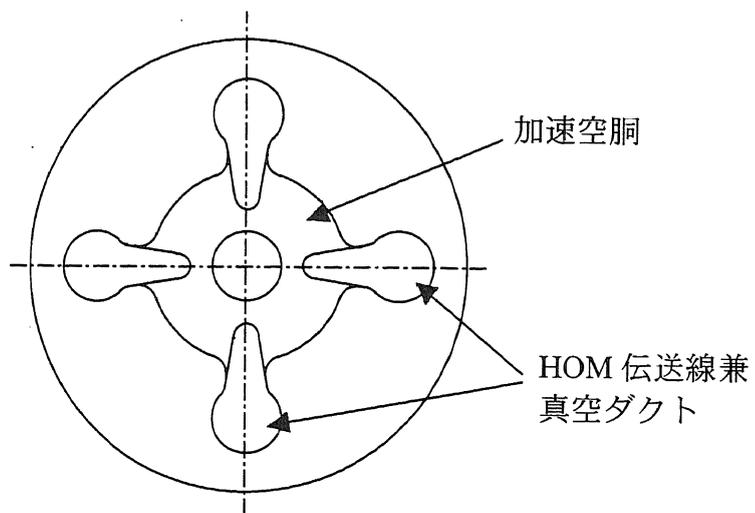


図 86: HOM モードを減衰させるセル構造 (X-band SLAC)

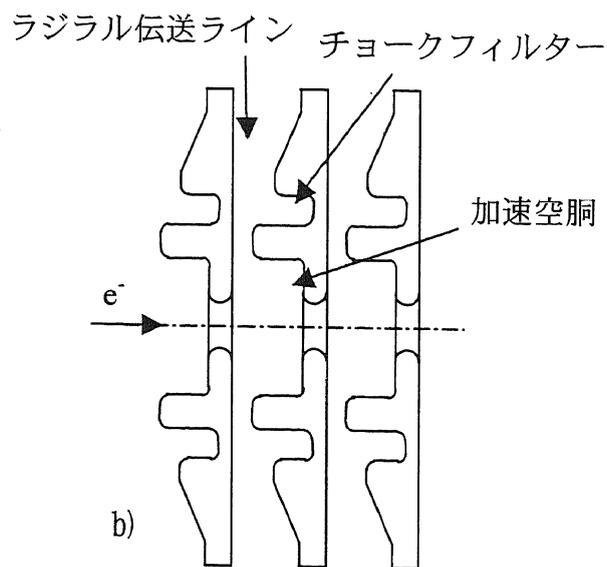


図 87: HOM モードを減衰させるセル構造 (S,C-band KEK, RIKEN)

B. ダブルフィードカプラー

従来の1開口型カプラーは、加速管軸に対してカプラーの形状が軸対称ではない。そのため、カプラー空洞内の電磁場分布は、アイリス側に引かれて非対称となる。(図 88)これが原因で、電子ビームが進行方向とは異なる方向に曲がるという不具合が生じる。

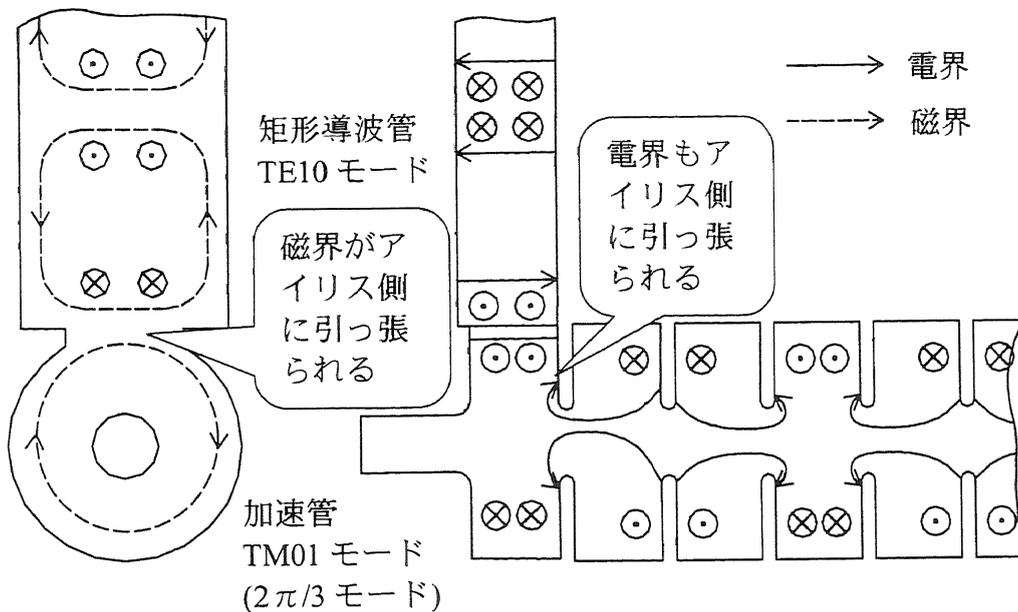


図 88: 加速管内の電磁場

さらに、カプラーアイリス部の断面積は導波管断面積よりも小さいため、アイリス付近には高い表面電界が生じる。近年の加速管高電界化に伴い、カプラーアイリス部での放電も問題となる。

上記の問題を解決するために、カプラーアイリスを2つにする案(ダブルフィードカプラー)が提案された。最初の案は、図 89 のようにカプラーの開口部を対称位置に単純に2つ設けるというものである。しかしながら、本案は、加速管周囲に図のように導波管を2経路に分岐するシステムが必要で、機械的にかなり大きなものとなる。従って、本タイプのカプラーは、導波管の大きさが問題とならないXバンド等の周波数の高い加速管で採用されている。

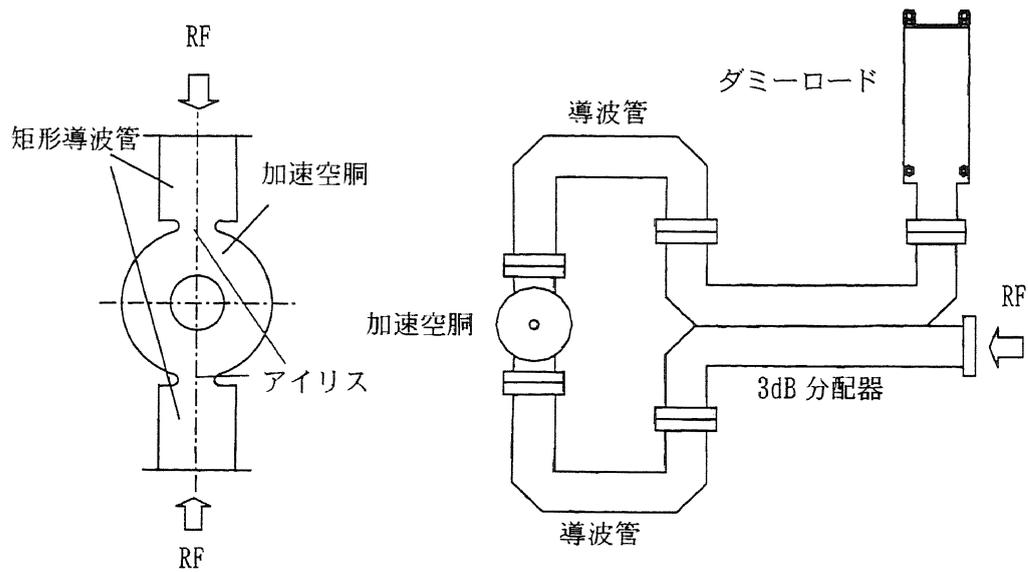


図 89: ダブルフィードカプラーと導波管系

次に、SBLC, DESY で図 90 のようなタイプのダブルフィードカプラーが提案された。本カプラーは、カプラー内部に導波管分岐を持つため、機械寸法的にコンパクトにまとまる。さらに、導波管終端位置を変更することにより、アイリス寸法を変更することなく、カプラーのカップリング調整が可能となる。

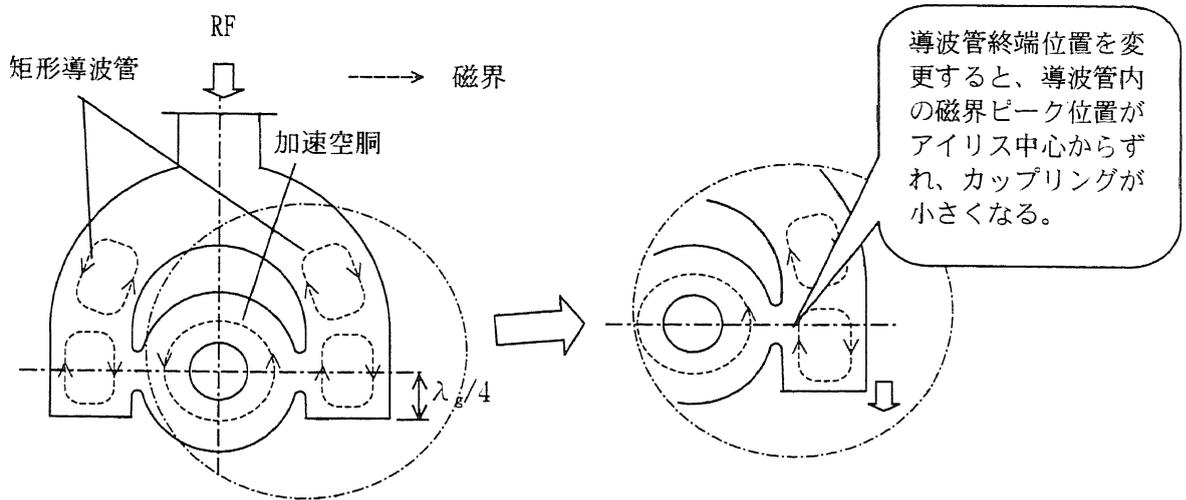


図 90: ダブルフィードカプラー (SBLC、DESY タイプ)

さらに、KEK では図 91 のような J-type が提案された。本タイプのダブルフィードカプラー、カプラー内部、外部共に導波管分岐を持たない。しかしながら、カプラーの 2 つのアイリス間距離は、運転周波数で $2\lambda_g$ に、導波管終端からアイリス間は $\lambda_g/4$ に調整されているので、導波管分岐無しで、2 つのアイリスに同等のマイクロ波パワーを供給することができる。

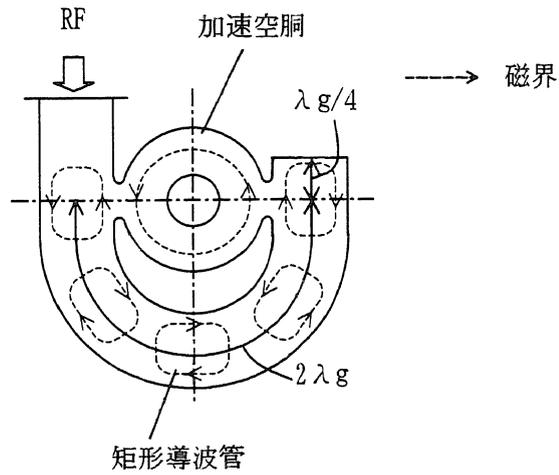


図 91:ダブルフィードカプラー(Jタイプ)

C. 円形導波管 TM_{mn} モードの電磁界

真空中の TM モードの電磁界を導出する。円筒座標系 (r, θ, z) を用いて、Maxwell の方程式から得られる波動方程式を軸上電界 E_z について表すと、

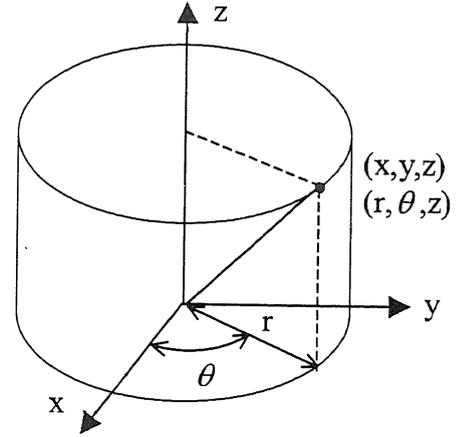


図 91 : 円筒座標系

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k^2 E_z = 0 \quad \text{C.1}$$

$$k^2 \equiv \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \quad \text{C.2}$$

式 C.1 に変数分離法を適用すると、

$$\frac{d^2 E_{zz}}{dz^2} = k_z^2 E_{zz} \quad \text{C.3}$$

$$\frac{d^2 E_{z\theta}}{d\theta^2} + m^2 E_{z\theta} = 0 \quad \text{C.4}$$

$$\frac{d^2 E_{zr}}{d(k_c r)^2} + \frac{1}{k_c r} \cdot \frac{dE_{zr}}{d(k_c r)} + \left\{ 1 - \frac{m^2}{(k_c r)^2} \right\} E_{zr} = 0 \quad \text{C.5}$$

$$k_c^2 \equiv k_z^2 + k^2 \quad \text{C.6}$$

円形導波管の半径を a として、境界条件、

$$E_{zz}(r=a) = E_{z\theta}(r=a) = 0 \quad \text{C.7}$$

及び、導波管内で、 E_z は有限値をとること、 $H_z = 0$ から式 C.3~C.6 を解き、

$$E_z = E_{mn} J_m \left(\frac{\rho_{mn} r}{a} \right) \cos(m\theta - \theta_0) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \text{C.8}$$

$$E_r = -\frac{j\beta}{(\rho_{mn}/a)} E_{mn} J_m' \left(\frac{\rho_{mn} r}{a} \right) \cos(m\theta - \theta_0) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \text{C.9}$$

$$E_\theta = -\frac{j\beta m}{(\rho_{mn}/a)^2} E_{mn} \frac{1}{r} J_m\left(\frac{\rho_{mn}r}{a}\right) \sin(m\theta - \theta_0) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \text{C.10}$$

$$H_r = -\frac{j\omega\epsilon m}{(\rho_{mn}/a)^2} E_{mn} J'_m\left(\frac{\rho_{mn}r}{a}\right) \sin(m\theta - \theta_0) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \text{C.11}$$

$$E_r = -\frac{j\omega\epsilon}{(\rho_{mn}/a)} E_{mn} J'_m\left(\frac{\rho_{mn}r}{a}\right) \cos(m\theta - \theta_0) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad \text{C.12}$$

$$k_c = \frac{\rho_{mn}}{a} \quad \text{C.13}$$

$$k_z \equiv j\beta \quad \text{C.14}$$

$$= j\sqrt{k^2 - k_c^2} = j\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\rho_{mn}}{a}\right)^2}$$

ここで J_m は第1種 m 次の BESSEL 関数、 ρ_{mn} はその n 番目の根である。

表 5: m 次の BESSEL 関数の根

	n=1	n=2	n=3
m=0	2.4048	3.8317	5.1356
m=1	5.5201	7.0156	8.4172
m=2	8.6537	10.1735	11.6198

式 C.14 より、

$$\omega < \omega_c = c \frac{\rho_{mn}}{a} \quad \text{C.15}$$

の時、 γ は実数となるので上記の電磁波は導波管中を伝送しない。位相速度 v_p は、

$$\begin{aligned} \frac{v_p}{c} &= \frac{1}{c} \cdot \frac{\omega}{\beta} \\ &= \frac{\omega}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\rho_{mn}}{a}\right)^2}} \end{aligned} \quad \text{C.16}$$

> 1

となり、位相速度は常に光速 c より大きいことがわかる。

D. Disk-loaded 型構造の位相速度

図 1.1.2 に示したような無限長の Disk-loaded 型構造内の電磁界について考える。個々の空洞は完全に同じ構造で、周期長を D とする。原点を周期長 D ずつずらしていても、この構造は全く同じに見えるため、内部の電界 E も、空洞から空洞へ伝播する係数 $e^{-j(\omega t - \beta_0 z)}$ を除くと周期長 D の周期関数となる。

$$E(r, \theta, z) = e^{j(\omega t - \beta_0 z)} E_p(r, \theta, z) \quad \text{D.1}$$

ここで E_p は周期長 D の周期関数である。周期関数はフーリエ展開できるので、

$$E_p(r, \theta, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{pn}(r, \theta) e^{-j2n\pi z/D} \quad \text{D.2}$$

従って

$$E(r, \theta, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{pn}(r, \theta) e^{j\{\omega t - (\beta_0 + 2\pi n/D)z\}} \quad \text{D.3}$$

となる。そのため、位相速度 v_p は、

$$\begin{aligned} \frac{v_p}{c} &= \frac{1}{c} \cdot \frac{\omega}{\beta} \\ &= \frac{\omega}{c} \cdot \frac{1}{\beta_0 + 2\pi n/D} \end{aligned} \quad \text{D.4}$$

となり、位相速度はディスクで仕切られていない導波管内の位相速度より低くなることがわかる。

E. 分布定数回路と入力インピーダンス

図 92 のように、インピーダンス Z_0 の分布定数回路の終端に Z のインピーダンスが接続された時、線路上の任意の位置から見たときの入力インピーダンスがどうなるかを考える。

進行波の電圧を V_1 、反射波の電圧を V_2 、周波数を ω 、線路の損失は非常に小さいとして、位相定数を β とすると、位置 x での電圧、電流 $V_{(x)}$ 、 $I_{(x)}$ は、

$$V_{(x)} = V_1 e^{j(\omega t - \beta x)} + V_2 e^{j(\omega t + \beta x)} \quad \text{E.1}$$

$$I_{(x)} = \frac{V_1}{Z_0} e^{j(\omega t - \beta x)} - \frac{V_2}{Z_0} e^{j(\omega t + \beta x)}$$

と書ける。 $x=0$ で Z のインピーダンスが接続されているので、

$$Z = \frac{V_{(0)}}{I_{(0)}} = Z_0 \frac{V_1 + V_2}{V_1 - V_2} \quad \text{E.2}$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{Z + Z_0}{Z - Z_0}$$

従って、 $x=-l$ の位置から見た入力インピーダンス $Z_{in}(-l)$ は、

$$\begin{aligned} Z_{in}(-l) &= \frac{V_{(-l)}}{I_{(-l)}} \\ &= Z_0 \frac{Z + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ \tan(\beta l)} \end{aligned} \quad \text{E.3}$$

となる。

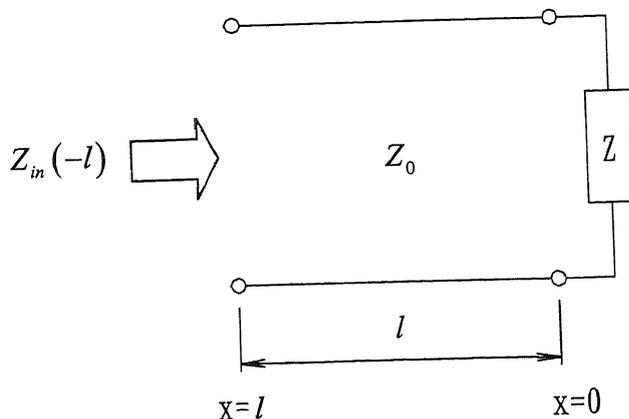


図 92: 線路の入力インピーダンス

F. 1 開口空洞共振器とカップリング

図 93(a)のように、外部回路と接続した 1 開口空洞を考える [14]。このモデルの等価回路は図 93(b)のように書ける。ここで Z_0 は外部回路の入力インピーダンスである。結合回路は空洞近傍の図中 a-a の位置にあり、空洞のインダクタンス L と外部回路のインダクタンス L_1 は相互インダクタンス M で結合しているとする。また空洞の共振周波数を ω_0 とすれば、 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ である。この回路は図 93(c)の回路と等価である。さらに、この回路は図 94 (d)及び図 94 (e)の回路と等価である。

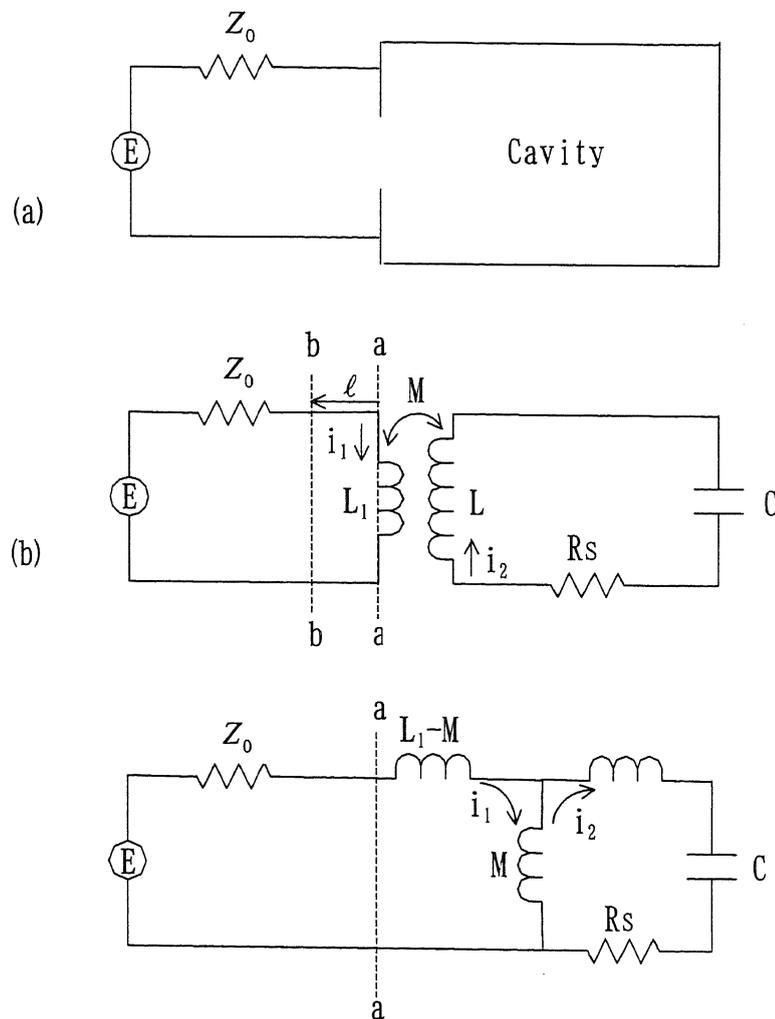


図 93: 入力線路に結合した空洞の等価回路 1

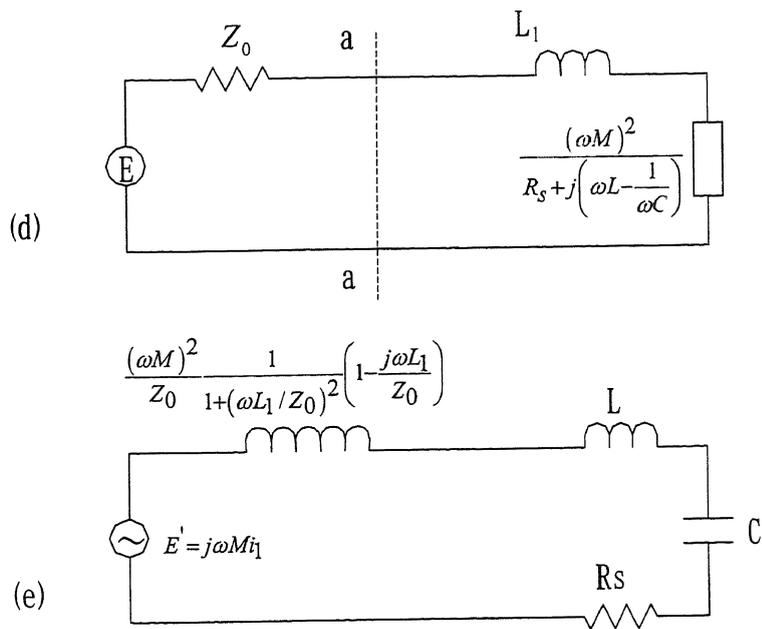


図 94: 入力線路に結合した空洞の等価回路 2

空洞の Q_0 は、式 2.1.2 より、

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= \frac{\omega U}{W} \\
 &= \frac{\omega \frac{1}{2} L i_2^2}{\frac{1}{2} R_s i_2^2} \\
 &= \frac{\omega L}{R_s}
 \end{aligned}$$

F.1

となる。外部回路での電力消費に対する空洞の蓄積エネルギーの比を Q_{ext} と定義すると、図 94(e)より、

$$\begin{aligned}
Q_{ext} &= \frac{\omega U}{W_{ext}} && \text{F.2} \\
&= \frac{\omega \frac{1}{2} L i_3^2}{\frac{1}{2} \left\{ \frac{(\omega M)^2}{Z_0 R_s} \cdot \frac{1}{1 + (\omega L_1 / Z_0)^2} \right\} R_s i_3^2} \\
&= \frac{\omega L}{\beta_e R_s} \\
&= \frac{Q_0}{\beta_e} \\
\beta_e &\equiv \frac{(\omega M)^2}{Z_0 R_s} \cdot \frac{1}{1 + (\omega L_1 / Z_0)^2}
\end{aligned}$$

となる。同様に、回路の全消費電力に対する、全蓄積エネルギーの比を Q_L と定義すると、

$$\begin{aligned}
Q_L &= \frac{Q_0}{1 + \beta_e} \left(1 - \frac{\beta_e R_s}{Z_0} \cdot \frac{L_1}{L} \right) && \text{F.3} \\
&\approx \frac{Q_0}{1 + \beta_e}
\end{aligned}$$

となる。上式で、一般の共振回路では、入力インピーダンスに対する ωL_1 は非常に小さいので無視した。

図 94 (d) の等価回路より、図の a-a の位置から空洞側を見たときの入力インピーダンス Z_{a-a} は、

$$Z_{a-a} = j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_s + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad \text{F.4}$$

従って規格化入力インピーダンスは、

$$\begin{aligned}
\hat{Z}_{a-a} &= \frac{Z_{in}}{Z_0} && \text{F.5} \\
&= j \frac{\omega L_1}{Z_0} + \frac{(\omega M)^2 / Z_0}{R_s + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \\
&= j \frac{\omega L_1}{Z_0} + \frac{(\omega M)^2}{Z_0 R_s} \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R_s}\right) \left\{ 1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \right\}}
\end{aligned}$$

となる。ここで、 $\omega_0^2 = 1/LC$ 、及び Q 値は非常に大きく、 ω_0 近傍で、 $\omega \approx \omega_0$ として、

$$\hat{Z}_{a-a} \approx j \frac{\omega L_1}{Z_0} + \frac{(\omega M)^2}{Z_0 R_s} \cdot \frac{1}{1 + j2Q_0 \delta} \quad \text{F.6}$$

$$\delta \equiv \frac{\omega - \omega_0}{\omega}$$

となる。ここでデチューンドショート面を定義する。空洞の共振を大きく外した時、入力線路上で電圧 0 となる点で、この点から空洞のインピーダンスを見ると 0 となる。これは、図の a-a の面から l だけ離れた点を b-b とし、 l を

$$\beta l = -\tan^{-1} \left(\frac{\omega L_1}{Z_0} \right) \quad \text{F.7}$$

とおくことにより、式 E.3 から

$$\hat{Z}_{b-b} = \frac{(\omega M)^2}{Z_0 R_s} \cdot \frac{1}{1 + (\omega L_1 / Z_0)^2} \cdot \frac{1}{1 + j2Q_0 (\delta - \delta_0)} \quad \text{F.8}$$

$$= \beta_e \frac{1}{1 + j2Q_0 (\delta - \delta_0)}$$

$$\delta_0 \equiv \frac{\beta_e}{2Q_0} \cdot \frac{\omega L_1}{Z_0}$$

となる。ここで $\beta_e = 1$ の時、空洞と入力線路の電力消費が等しくなり、反射波は 0 となる。 β_e が 1 より小さいときをアンダーカップル、1 より大きい時をオーバーカップルといい、スミスチャート上で見た時の図は図 95 のようになる。また、デチューンドショート面から見た時の空洞の等価回路は図 96 のように書ける。

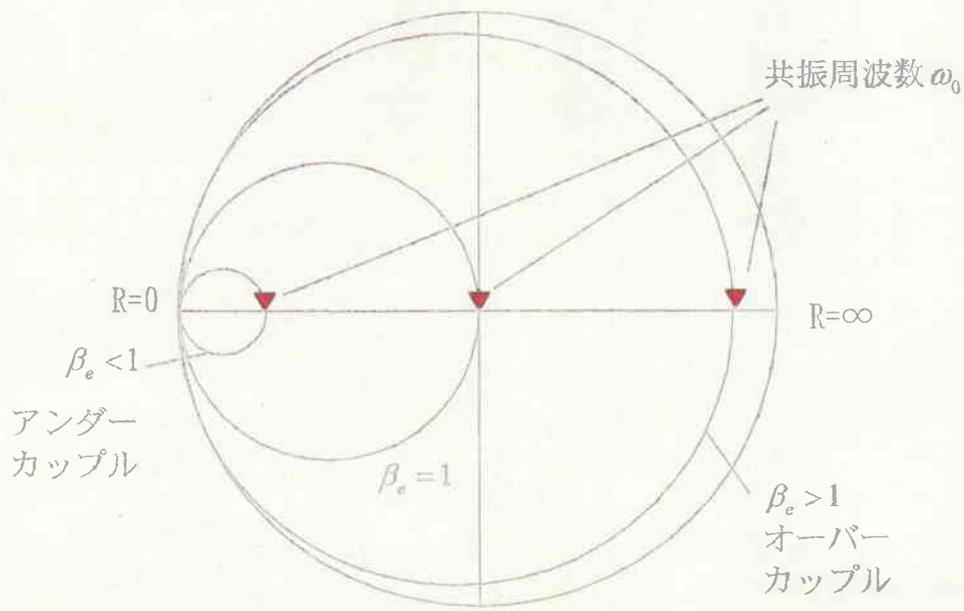


図 95: ディチューンドショート面から見た時の空洞の入力インピーダンス

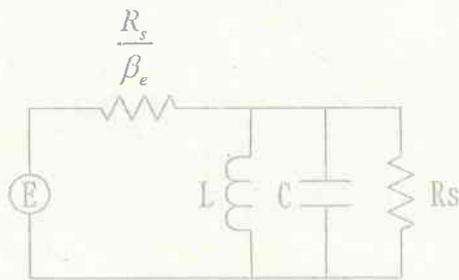


図 96: ディチューンドショート面から見た時の空洞の等価回路

G.1 開口空洞共振器とチューニングカーブ

図 97 のような、1 開口空洞共振器で、入力線路側の入力端をショートした回路の共振を考える [15]。

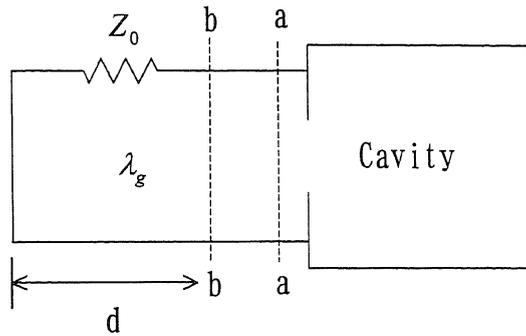


図 97:1 開口空洞共振器の入力線路側をショートした時の回路

空洞共振器のディチューンドショート面 b-b から空洞を見た時の規格化入力インピーダンスは、式 F.8 より、

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{b-b} &= \beta_e \frac{1}{1 + j2Q_0\delta} & \text{G.1} \\ &\approx \frac{1}{Q_{ext}} \cdot \frac{1}{j2\delta} \end{aligned}$$

ここで、式 F.2 を使用し、空洞のロス $1/Q_0$ は 0 と近似した。ここで、空洞の共振は 1 つだけでなく、複数の共振があるとする。a 番目の共振の Q_{ext} を $Q_{ext,a}$ 、 δ を δ_a とすると、

$$\hat{Z}_{b-b} = \sum_a \frac{1}{Q_{ext,a}} \cdot \frac{1}{j2\delta_a} \quad \text{G.2}$$

とかける、

b-b から線路側を見た時の入力インピーダンスは式 E.3 で、 $Z=0$ として、

$$Z_{wg} = jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi d}{\lambda_g}\right) \quad \text{G.3}$$

従って b-b からみた系全体の入力アドミッタンスは

$$Y = \frac{1}{Z_0 \sum_a Q_{ext,a} j2\delta_a} + \frac{1}{jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi d}{\lambda_g}\right)} \quad \text{G.4}$$

となり、系が共振するためには、上式の虚数成分が 0 となるので、

$$\tan\left(\frac{2\pi d}{\lambda_g}\right) = \sum_a \frac{1}{Q_{ext,a}} \cdot \frac{1}{2\delta_a} \quad G.5$$

従って、

$$d = \frac{\lambda_g}{2\pi} \tan^{-1} \sum_a \frac{1}{Q_{ext,a}} \cdot \frac{1}{2\delta_a} + \frac{1}{2} n \lambda_g \quad G.6$$

$n \in Z$

となる。

上式を図 98、図 99 に示した。図 98 は $\beta_e > 1$ のオーバーカップルの場合で、図 99 は $\beta_e < 1$ のアンダーカップルの場合である。図では空胴の共振が 2 つある場合を示した。

本図について解説しておく。導波管長 d と導波管管内波長 λ_g で決まる導波管の共振周波数が、空胴の共振周波数からはずれている場合は、電磁界はほとんど導波管内のみに存在する。そのため、 λ_g に対する d のプロットは $d = n\lambda_g/2$ の線上にある。導波管長 d を長くしていき、導波管の共振周波数が空胴の共振周波数にあってくると、電磁界は空胴内に存在するようになる。さらに、導波管長 d を長くしていき、導波管の共振周波数が空胴の共振周波数からはずれると、再び電磁界は導波管内のみに存在するようになり、オーバーカップルの場合は、 λ_g に対する d のプロットは $d = n\lambda_g/2$ の線上から $d = (n+1)\lambda_g/2$ の線上に遷移する。

これらのグラフの共振点での傾きと Q_{ext} との関係を示す式を、式 G.6 より導出する。周波数 ω は、導波管の管内波長 λ_g と遮断波長 λ_c を用いて、

$$\omega = 2\pi c \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2} \quad G.7$$

とかけるので、

$$\left[\frac{dd}{d\lambda_g} \right]_{\omega=\omega_a} = \frac{n}{2} + \frac{1}{4} + \frac{Q_{ext}}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_c}\right)^2} \quad G.8$$

$$= \frac{n}{2} + \frac{1}{4} + \frac{Q_{ext}}{\pi} \cdot \frac{v_g}{v_p}$$

となり、チューニングカーブの共振点での傾きから、 Q_{ext} を導出する式が得られた。但し、この式は見てわかるように、 Q_{ext} が非常に大きい場合、すなわち、空胴の Q_0 が大きくてカップリング β_e

が小さい場合、チューニングカーブの傾きは非常に大きくなり、 Q_{ext} を算出精度は低くなる。従って、式 G.8 はオーバーカップルの場合にのみ有効であると考えてよい。

導波管モード

共振から大きく外れている場合

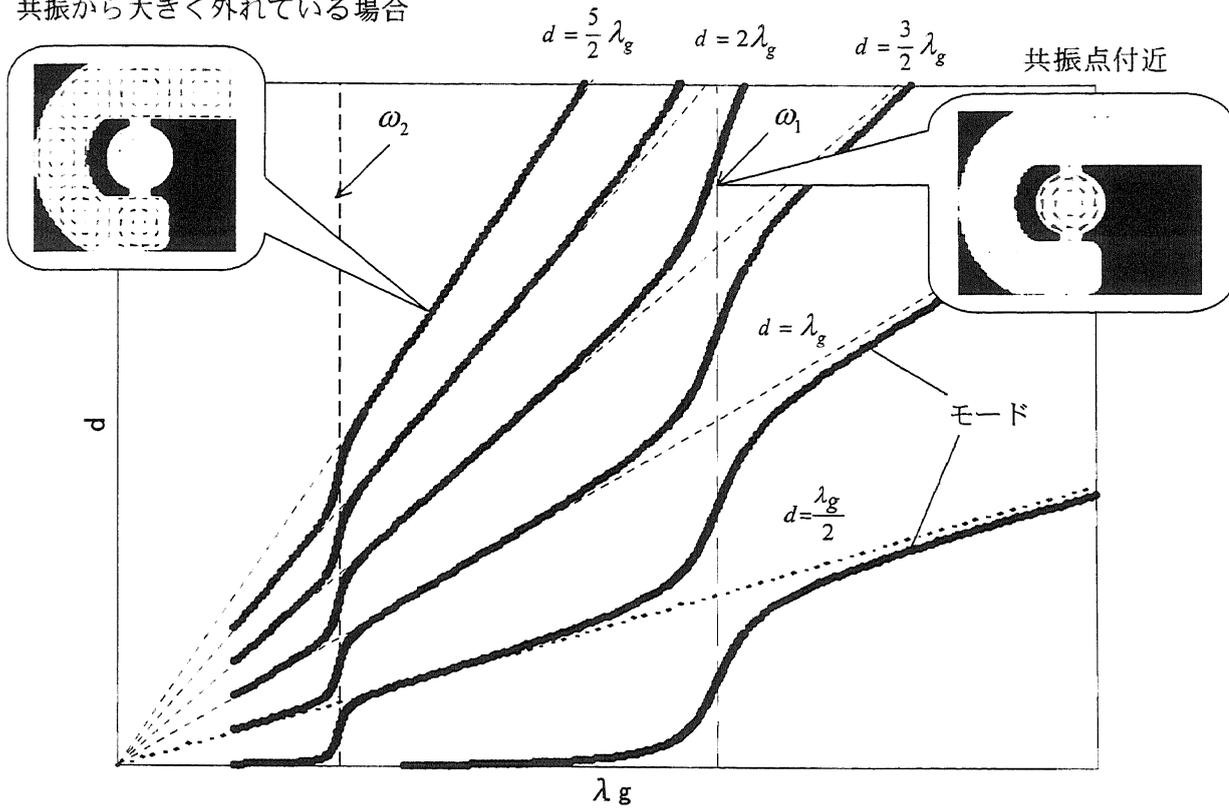


図 98: チューニングカーブ (オーバーカップルの場合)

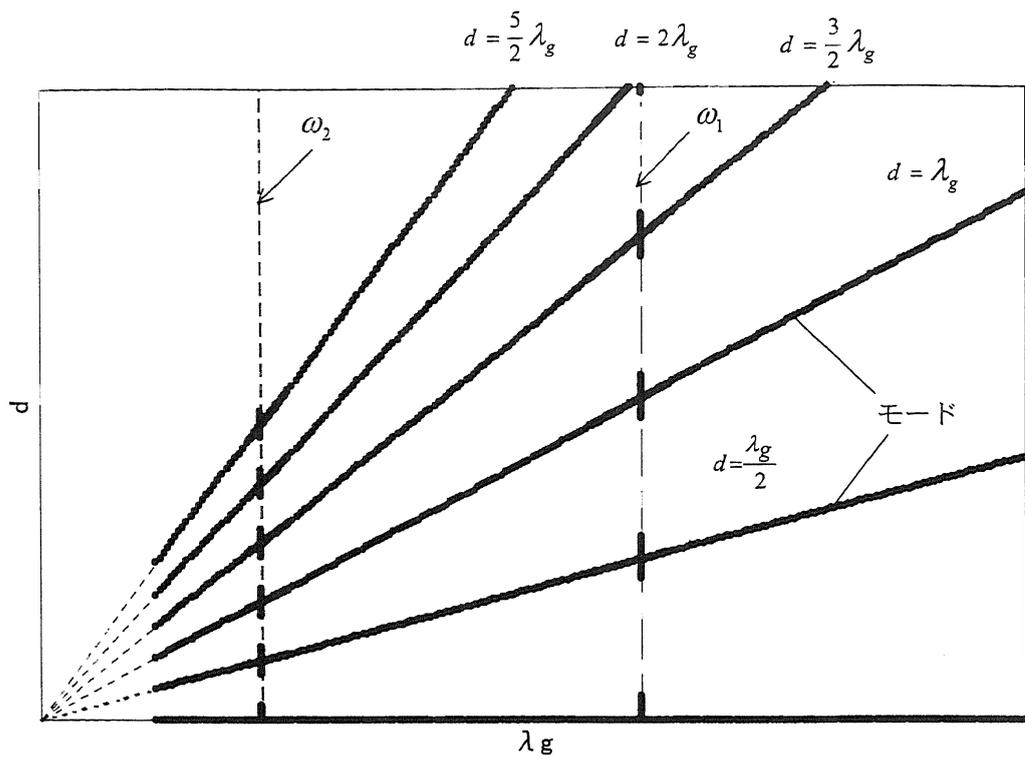


図 99: チューニングカーブ (アンダーカップルの場合)