氏　　　名	倉持　凜人
学位(専攻分野)	博士(理学)
学位記番号	総研大甲第 2401 号
学位授与の日付	2023 年 3 月 24 日
学位授与の要件	高エネルギー加速器科学研究科　素粒子原子核専攻 学位規則第6条第1項該当
学位論文題目	Analysis of singularities and Matter in 6-dimensional F-theory
論文審査委員	主　査　濱田　雄太 素粒子原子核専攻　助教 日高　義将 素粒子原子核専攻　教授 野尻　美保子 素粒子原子核専攻　教授 阪村　豊 素粒子原子核専攻　講師 溝口　俊弥 素粒子原子核専攻　講師 酒井　一博 明治学院大学　法学部　准教授

（様式３）

博士論文の要旨

氏　　　名　倉持　凜人

論文題目　Analysis of singularities and Matter in 6-dimensional F-theory

F-theory is a geometrical framework of non-perturbative compactifications of type IIB superstring theory with 7-branes. In F-theory, the configuration of the axio-dilaton field $\tau(B) = C_0(B) + ie^{-\phi(B)}$ in Type IIB superstring theory is described by the complex structure modulus of the torus in an elliptic fibration over the base space which is the compact space B of Type IIB superstring theory. In the IIB superstring theory, the axio-dilaton field, and thus the string coupling constant $g_s = e^{\phi}$, is then allowed to vary. In addition, the $SL(2,\mathbb{Z})$ S-duality transformation:

$$\tau \to \frac{a\tau + b}{c\tau + d}, \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL(2,\mathbb{Z}),$$

is identical to the modular transformation of a torus in F-theory. The non-perturbative aspects of F-theory arise from nontrivial monodromies among 7-branes in Type IIB superstring theory.

In Type IIB superstring theory, there appear 7-branes with not only Ramond-Ramond (R-R) charges p but also Neveu-Schwarz-Neveu-Schwarz (NS-NS) charges q. Since Type IIB superstring theory has the self $SL(2,\mathbb{Z})$ duality, all monodromies made by general 7-branes can be identified under the $SL(2,\mathbb{Z})$ S-duality transformation. Therefore, if a general 7-brane exists alone, we can consider that the 7-brane is identified with the D7-brane. Similarly, even if multiple 7-branes overlap each other, each 7-brane is also identified with the D7-brane after deforming each 7-brane to exist alone. This causes the non-perturbative aspects, e.g., the non-locality among the 7-branes and open-string-like trivalent objects: string junctions. It is known that we need the string junction if we realize the spinor representation or the exceptional gauge symmetries.

An elliptic fibration over the base space with section is described by a Weierstrass equation $y^2 = x^3 + fx + g$, where f and g are sections of certain line bundles over the base space. A cycle of an elliptic curve over the discriminant locus: $\Delta := 4f^3 + 27g^2 = 0$ vanishes and the fibre becomes singular. The discriminant locus corresponds to the place where multiple 7-branes are stacked in the Type IIB superstring picture, and we can consider the non-abelian gauge symmetries arising from there. Such singularities of an elliptic surface are classified by Kodaira, the Kodaira classification. A type of a non-abelian gauge symmetry corresponds to a singular fibre type of the elliptic surface in F-theory. In particular, E_6, E_7 and E_8 gauge symmetries are realized as the Kodaira fibre types IV^*, III^* and II^*, respectively.

In six- or lower-dimensional F-theories, we need to consider the cases beyond the Kodaira classification, in which there are not only “codimension-one” singularities but also “codimension-two” ones. The “codimension-one” singularity is a codimension-two locus in the total elliptically fibred Calabi-Yau, where an elliptic fibre becomes singular. If we consider the projection of this "codimension-one" singularity onto the base space, the codimension-one image is the discriminant locus. In the Type IIB superstring theory language, a non-abelian gauge symmetry is realized on this codimension-one image, where some 7-branes overlap on top of each other. The "codimension-two" singularity is associated with the codimension-two locus on the base space on which "codimension-one" singularities intersect each other and then their singularities are enhanced. In terms of the Type IIB superstring theory, this codimension-two locus corresponds to an intersection of some 7-branes, where the gauge symmetry is enhanced. Therefore, the "codimension-two" singularity is related to matter generation.

In six- or lower-dimensional F-theories, if a fibre type has the condition that an exceptional curve splits into two irreducible ones, then we can distinguish the fibre types into two types, depending on whether the exceptional curve can split globally or not: "split" and "non-split". In split models, each intersection diagram of exceptional curves that arises after the resolution corresponds to the simply-laced Dynkin diagram. In non-split models, since the two exceptional curves are identified by monodromy, each expected ADE gauge symmetry implied by Kodaira's classification is reduced to the non-simply-laced one by being subject to a projection by a diagram automorphism. The Kodaira fibre type I_n $(n = 3, 4, \ldots)$, I_n^* $(n = 0, 1, \ldots)$, IV or IV^* can involve such identification of the exceptional curves.

As above, in F-theory, singularities play an essential role in geometrically realizing various aspects of string theory, e.g., gauge symmetries and matter generation. In this thesis, we focus on the "codimension-two" singularities in a six-dimensional F-theory. In particular, we consider an F-theory on an elliptically fibred Calabi-Yau threefold over a Hirzebruch surface.

If a six-dimensional model has the I_6, I_2^* or III^* "codimension-one" singularity whose expected gauge symmetry is the A_5, D_6 or E_7, respectively, it may contain half-hypermultiplets in the spectrum. In addition, the gauge symmetry enhancements in which the half-hypermultiplets arise are relevant for applications to GUT model building in F-theory. These gauge symmetry enhancements correspond to particular Wolf spaces and are related to the Freudenthal-Tits magic square. The C_3 gauge symmetry is the only non-simply-laced one among them. In the first half of this thesis, as a non-simply-laced magical example, we investigate an F-theory on an elliptically fibred Calabi-Yau threefold over a Hirzebruch surface with the non-split I_6 type fibre, in which the unbroken expected gauge symmetry is C_3. We find then a significant qualitative difference between the split models with half-hypermultiplets and the non-split one. First, we argue that the half-hypermultiplets of C_3: $\mathbf{14'}_{\frac{1}{2}}$ **and** $\mathbf{6}_{\frac{1}{2}}$ arise at the "codimension-two" singularities where the gauge symmetry is enhanced to E_6. We then consider the puzzles of non-local matter generation near the "codimension-two" singularities where the "codimension-one" singularity is enhanced to D_6. In terms of the anomaly-free constraint and the resolution of the singularities, we state what the puzzles are as follows: (1) In split models, if the matter fields are localized at all "codimension-two" singularities, the number of the matter fields is consistent with the anomaly-free constraint. This is one of the reasons why the massless matter fields are localized at all "codimension-two" singularities in six-dimensional F-theory models with split-type fibres. On the other hand, in non-split models, there is a puzzle in which the anomaly-free constraint and the naive counting of the number of the matter fields do not match. (2) At a D_6 "codimension-two" singularity, some conifold singularities remain in the split I_6 model even after the resolution of the "codimension-one" singularity, but not in the non-split I_6 model. In the split I_6 model, since we can yield new two-cycles by the small resolutions of the conifold singularities, we can obtain an intersection diagram of exceptional curves that is different from one on a "codimension-one" singularity; therefore, this fact explains the gauge symmetry enhancement at the "codimension-two" singularity. In the dual M-theory, an $M2$-brane wrapped around these new two-cycle generates local matter fields. On the other hand, in the non-split I_6 model, we do not need additional blow-ups at these singularities. Then, the intersection diagram remains the same, and then new two-cycles around which an $M2$-brane can be wrapped do not exist.

These puzzles are not specific to this non-split I_6 model but are common to other non-split models. In the last half of this thesis, toward understanding these puzzles, we investigate separately the relationship between the split and the non-split models. We then show that the transition from the smooth split model to the corresponding smooth non-split model, except for a special class of models, is a conifold transition from the resolved to the deformed side. This is related to the conifold singularities remaining after the resolution of the "codimension-one" singularity, at the "codimension-two" singularities where the "codimension-one" singularity is enhanced to D_{2k+2} ($k \geq 1$) or E_7. This clarifies, in these cases, that the deformations of conifold singularities correspond to diagram automorphisms of the expected ADE Dynkin diagrams on the split sides. And this also shows that "local deformed conifolds", which have been utilized in models of early cosmology such as inflation models based on superstring theory, appear where matter fields exist in compact space without any special parameter tuning in non-split models. Then, this explains that the puzzle in resolution analysis (2) is because of conifold singularities becoming deformed. These are non-local in the base space and thus suggest non-local matter generation. We also discuss the correspondence between our analysis of blow-ups and previous proposals for non-local matter generation due to the adjoint hypermultiplets associated with a genus-g curve.

Form8・Separate Sheet
（様式８・別紙１）

Results of the doctoral thesis defense

博士論文審査結果

Name in Full
氏　　名　倉持　凜人

Title
論文題目　Analysis of singularities and Matter in 6-dimensional F-theory

倉持凜人氏の博士論文は、6 次元にコンパクト化された F 理論における、ある特別なクラスの物質場生成をもたらす幾何学構造に関する､一連の研究成果をまとめたものである。

F 理論とは、タイプ IIB 超弦の複素スカラー場 τ の内部空間内での配位を、その τ の値が複素構造の値と等しくなる２次元トーラスの配位によって表した理論のことである。複素スカラー場 τ の虚部は弦の結合定数の逆数に相当するが、そのように τ を幾何学的に記述すると、内部空間には τ の虚部が大きい（＝弱結合）ところばかりではなく、1 に近い（強結合）ところも必然的に存在しなければならなくなる。特に τ の値が i (虚数単位)や 1 の 6 乗根となる点の周りには、タイプ IIB 弦の SL(2, Z) S 双対変換で写り合う基本領域が複数集まるため、（弱→弱変換である）T 変換では写り合えない基本領域に対応する（強結合の）複数の領域に内部空間は塗り分けられる。このように内部空間がワープして、非摂動論的な強結合領域と弱結合領域が共存するコンパクト化を実現するのが F 理論である。

F 理論では、タイプ IIB 弦の内部空間の各点に 2 次元トーラスが「生え」る（＝「ファイバー」する）ことになるが、そのトーラスが潰れて特異点をもつとき、対応するタイプ IIB 弦ではそこに 7-ブレインが存在することになる。そのブレインが広がる方向に特異点はファイバー空間内で連なり、そこからゲージ対称性が生まれる。さらに、2 つの 7-ブレインが交差すると、その上のトーラスファイバーでは特異点の特異性が上がっており、典型的な場合には、特異性を表す群が H から G に上がるとき対称空間 G/(H×U(1))と同じ物質場が現れる。このような場合、特異点解消後に現れる例外曲線の（小平分類を 6 次元コンパクト化に拡張した）交差型はベルシャドスキーらにより分類されており、このような典型的なファイバー型を「分離型」という。

一方、ブレイン交差に伴うファイバーの特異性拡大の別の場合として「非分離型」というファイバー型が知られている。分離型と非分離型の違いは、分離型の場合にはブレインとブレインが接するように交差するので、交点を与える方程式の解が重解になるのに対し、非分離型では単に交差するので、方程式の解は単解になることである。すると、分離型の場合には特異点解消後の方程式は２乗＝２乗という形になるので因数分解され、それらが表す２直線が拡大した特異性を表す群のディンキン図形の２つのノードに対応するが、非分離型では２乗＝１乗の形になるので因数分解できず、結果的に分離型の２つの例外直線が非分離型では滑らかにつながってしまう。そのため、分離型ではゲージ対称性がシンプリーレースト、すなわち２重以上の線を含まないディンキン図形のリー代数になるのに対し､非分離型では Sp 群のリー代数のような非シンプリーレーストのゲージ対称性になる。

倉持氏の論文の新しい結果の一つは、この分離型→非分離型転移が、これまでの弦理論研究の歴史において様々な場面で重要な役割を果たしてきた「コニフォールド転移」に他ならないことを示したことである。コニフォールドは、特異点を持つ最も単純なノンコンパクトカラビヤウ多様体であり、その特異点には「解消(resolution)」と「変形(deformation)」の２種類の解消法が存在する。倉持氏は同氏の指導教官である溝口俊弥氏らとの共同研究において、分離型→非分離型転移が、カラビヤウモジュライ空間のコニフォールド点近傍における解消側から変形側への転移に相当することを示した。

倉持氏の論文のもう一つの結果は、分離型においてブレイン交差１点から局所的に生じていた物質場が、非分離型への転移に伴う交差点の分裂（分離型で重なっていた重解が非分離型で２つの単解に分裂）によって非局所的に生成する機構を、特異点解消の手続きの中で具体的に実行して見せたことである。この機構は 2000 年にアスピンウォールらによって提唱されていたものだが、そこでは一般的なシナリオの提示にとどまり、実際に詳細が示されたことは今までなかった。倉持氏は、同じく溝口氏らとの共同研究において、すべての場合の非分離型のファイバータイプにおいて、この機構の具体的に実現し、その詳細を明らかにした。

これらの結果は、査読つき英文雑誌掲載論文３本としてすでに発表されている。

倉持氏は英語での発表経験もあり、英語による研究遂行能力を十分有することが認められる。以上により、審査委員会は全会一致で本論文が学位の授与に値すると判断した。