

氏 名 森 崇人

学位(専攻分野) 博士(理学)

学位記番号 総研大甲第 2402 号

学位授与の日付 2023 年 3 月 24 日

学位授与の要件 高エネルギー加速器科学研究科 素粒子原子核専攻  
学位規則第6条第1項該当

学位論文題目 Entanglement structure in quantum many-body systems,  
field theories, and holography

論文審査委員 主 査 日高 義将  
素粒子原子核専攻 教授  
橋本 省二  
素粒子原子核専攻 教授  
西村 淳  
素粒子原子核専攻 教授  
山田 憲和  
素粒子原子核専攻 講師  
磯 暁  
素粒子原子核専攻 教授  
石橋 延幸  
筑波大学 数理物質系 教授

(Form 3)

## Summary of Doctoral Thesis

Name in full Takato MORI

Title Entanglement structure in quantum many-body systems, field theories, and holography

The aim of this dissertation is to clarify the structure of entanglement (a type of quantum correlations) in various quantum systems with a large number of degrees of freedom toward an extension of holography between generic quantum systems and spacetimes, to describe our universe. Previous examinations of entanglement have focused on specific classes of quantum systems due to an inherent limitation to the conventional holography, in which the spacetime (the bulk) is asymptotically anti-de Sitter and its dual quantum system is conformal field theory (the boundary). Although there have been some other attempts based on the tensor networks trying to capture more universal aspects of holography, they have remained to be toy models. This dissertation informs various methods and formalisms to overcome these difficulties by extending the target quantum systems with mass and interactions, boundaries, and geometric variational ansatz. These approaches provide insights into the generalization of holography from bottom up. Ultimately, such a generalization would unravel the mechanism of quantum gravity describing our universe.

An extension of holography can be pursued either from quantum systems or general relativity. In the former case, a central research question is how we can evaluate entanglement in generic quantum systems. We address this question from massive, interacting quantum field theories and geometric variational ansatz for quantum many-body systems. In the latter case, a central research question is how we can construct various spacetimes such as an expanding universe we live in within holography. One possibility is to put them on a brane in the bulk (brane world holography). Toward such a setup, we considered a time-dependent solution by a local operator quench in boundary conformal field theories and discuss its gravity dual.

We can quantify entanglement by computing entanglement entropy. In quantum field theories, the most common technique for its computation is known as the replica trick, in which an analytic continuation is employed. Previously, an analytic result of entanglement entropy in non-conformal field theories had not been known. We used a different analytic continuation, the orbifold method, and establish a novel formalism to apply the orbifold method to the vacuum entanglement entropy in generic interacting quantum field theories. The new formalism allows us to quantify the amount of bipartite entanglement in interacting quantum field theories without assuming conformal symmetry. We showed that the entanglement entropy has contributions from propagators

and vertices, where the latter contribution was first identified by our work. We also showed that the nonperturbative resummation leads to entanglement entropy in terms of the renormalized two-point functions of fundamental and composite fields.

Takayanagi famously argued entanglement entropy can be given by a geometric quantity in holography. This gives us an intuitive picture in which maximally entangled pairs lie across a surface in the bulk. However, since entanglement entropy is just one aspect of quantum systems, it is not sufficient to justify the picture; the structure of entanglement should also be examined. Tensor network, a geometric variational ansatz for many-body wave functions, is a powerful tool to develop intuition on entanglement which is otherwise mysterious. Using tensor networks and the concept of pseudo entropy, a variant of entanglement entropy, we showed that the geometry of tensor networks is linked to entanglement distillation. This enables us to geometrically concentrate entanglement of the original state without being destroyed or created. We also evaluated this geometric entanglement distillation quantitatively and showed that the relation holds in the generic tensor networks.

Finally, we also considered extending holography itself by introducing a brane in the bulk, which corresponds to adding boundaries in the conformal field theory. This is known as the AdS/BCFT correspondence. Previously, only static configurations like vacuum were discussed. However, we need to know the time-dependent AdS/BCFT correspondence for realizing our universe on the brane. As a first step, we considered the AdS/BCFT correspondence with an infalling particle in the bulk. We showed that it corresponds to a local operator quench on the boundary conformal field theory. It has been pointed out that an ordinary prescription leads to a problem of a self-intersecting brane and the breaking down of the correspondence itself. However, we showed that the usual relation between the bulk and boundary is modified and our correct prescription solves the aforementioned problem by creating a black hole before the problem occurs.

The significance of this dissertation is that it initiates a comprehensive study beyond the conventional holography by establishing new techniques in quantum field theory, holography, and tensor networks. Focusing on entanglement entropy, we found it is generally expressed in terms of renormalized correlators, which is related to observables. This is a stepping stone toward evaluating entanglement from observations. Beyond entanglement entropy, we found the operational meaning of the entanglement structure in generic tensor networks. Furthermore, we established a correct prescription for the AdS/BCFT correspondence with a local operator quench.

## 博士論文審査結果

Name in Full  
氏名 森 崇人

Title  
論文題目 Entanglement structure in quantum many-body systems, field theories, and holography

森崇人氏の学位論文は、場の理論におけるエンタングルメントエントロピーに関して、同氏が博士課程在学中に行ってきた一連の研究をまとめたものである。量子エンタングルメントは、場の理論、物性物理、量子重力、及び量子情報理論などあらゆる量子系において重要な基礎概念である。本論文は、ホログラフィー原理に動機づけられ、様々な量子系を解析することで、量子エンタングルメントと時空の幾何との関係を解明することを目標にしている。

相互作用する場の理論では、一般に密度演算をスペクトル分解するのは困難であるため、エンタングルメントエントロピーを計算するための系統的な解析手法が必要となる。森氏は、Orbifold 法を用いて真空のエンタングルメントエントロピーの計算手法を開発し、摂動論、2 粒子既約形式、及びくりこみ群を用いて解析している。

境界のある場合の重力理論と共形場理論の対応である AdS/BCFT 対応を用いた研究では、共形場理論側で演算子を挿入した励起状態に対応する重力理論を考察した。素朴に AdS/BCFT 対応を適用すると重力側の結果が BCFT と一致しない問題が生じることが指摘されていたが、森氏は正しい処方箋を提案することでこの問題が解決することを示している。その処方箋を用いて共形場理論側、重力側でストレステンソルとエンタングルメントエントロピーを計算し両者が一致することを確かめている。

共形場理論のある領域のエンタングルメントエントロピーは、1 次元高い重力理論において、その領域を含む最小曲面の面積で与えられること(笠-高柳公式)が知られている。その対応に動機づけられ、波動関数のテンソルネットワーク表示を時空構造と捉え、エンタングルメントエントロピーは、ネットワークの最小切断面に対応するという定性的な議論が先行研究においてなされていた。その問題に対し、森氏は Multi-scale Entanglement Renormalization Ansatz (MERA) と呼ばれるタイプのテンソルネットワークについて、エンタングルメント蒸留と呼ばれる手法を適用し、最小切断曲面上で蒸留した状態と EPR のペアのトレース距離が最小になることを数値的に示している。

本論文の研究成果は、森氏が主体的に行ってきた共同研究に基づくもので、英文学術誌に 5 編出版されている。本論文は英語で執筆され、また、森氏は、英語での学術発表及び、外国人研究者との議論を不自由なくこなす高い英語能力を有している。

これらの結果は学術的に十分な価値があり、また、本論文の目標である量子エンタングルメントと時空の幾何との関係を解明へ向けた足がかりとなる発展性の研究であると認められる。したがって、審査委員会は、博士論文の内容として必要な水準を満たしていると判断し、本論文が学位の授与に値すると全員一致で判断した。