

氏 名 洞 田 慎 一

学位（専攻分野） 博士(理学)

学 位 記 番 号 総研大甲第 653 号

学位授与の日付 平成 1 5 年 3 月 2 4 日

学位授与の要件 数物科学研究科 素粒子原子核専攻

学位規則第 4 条第 1 項該当

学 位 論 文 題 目 Numerical Analysis of Four Dimensional Quantum Gravity

論 文 審 査 委 員 主 査 教授 北澤 良久
教授 岡田 安弘
教授 小林 誠
助教授 橋本 省二
助教授 磯 暁

題目: Numerical Analysis of Four Dimensional Quantum Gravity

重力の量子化に関する問題は、素粒子物理学における本質的な問題の一つである。現在、素粒子物理学は、場の理論に基づく標準理論と、実験による検証の成功により、4つの基本的な相互作用の統一や超対称性を課した理論の可能性の探究へと研究が進められている。その中で重力の量子化という問題は重要なプランクスケールの物理を考えた際、非常に重要な役割を果たすものと期待される。

この問題に対して、2次元時空の量子化という問題において、一般共形場の理論が応用され行列模型との関係性が議論された。その結果、2次元量子重力が力学的単体分割(Dynamical Triangulation)を用いて格子模型で記述可能であることが示され、数値的解析からも2次元量子重力の解析は成功を収めた。この2次元量子重力における成功を踏まえ、3及び4次元量子重力の解析の可能性が期待された。我々の研究は、このような背景から発展した4次元量子重力の力学的単体分割法を用いた数値的解析である。

ただし、3及び4次元量子重力の格子場の理論的取り扱いにおいて注意すべきことは、高次元重力場の理論が、2次元の場合とは異なり自由場の理論ではないため、これらの理論がくりこみ可能な為には、格子場の理論の統計的性質として、強結合領域と弱結合領域の間の相転移が二次元相転移である必要がある。元来、高次元における連続場の重力理論のくりこみ可能性は一般的な場の理論の処方では知られていないため、格子場の理論としての量子重力、即ち格子量子重力としての最初の問題は、相構造及び相転移の性質の数値的解析である。

しかしながら、以前までの研究結果として、高次元格子量子重力は一次元相転移系であることが示され、短絡的には連続理論の可能性は難しいことが示された。ただし、格子場の理論には、一次相転移が観測されるが、連続場の理論と関係する模型は知られており、この高次元格子量子重力に関する数値計算結果は、高次元の格子量子重力を単純な2次元からの拡張ではなく、さらに模型を改良しなければならないことを示唆していると考えられる。

この背景として、3次元格子量子重力における計量の積分測度に関する重みを変化させる改良を模型に行ったところ、相転移の状況が変化することが数値的に示されたことに注目したい。我々の研究は、この3次元格子量子重力の改良模型の成功を踏まえ、4次元においても同様な改良した模型が存在し、二次元相転移へと導くことができるのではないかと期待した。

そのような4次元模型の改良模型として、重力場以外に物質場としてベクトル場及びスカラー場を付与させた模型を考えた。数値計算の結果、物質場を加えた場合、相構造が変化し、従来純重力系で見出されていた強結合におけるしわの大きな潰れた宇宙構造となる相(Crumpled Phase)と弱結合領域における2次元的に引き伸ばされた相(Branched Polymer)が見出される以外に、その中間領域に弦臨界指数(String Susceptibility Exponent)が負の値を取る相(Smooth Phase)が新たに発見された。さらに数値計算の結果、強結合領域(Crumpled Phase)と弱結合領域としての新たに見出され相(Smooth Phase)の間の相転移は一次元相転移よりも滑らかであることを示した。これは、物質場と結合した4次元格子量子重力が連続理論において連続場の理論と関係する可能性があることを示唆している。

ただし、我々の数値計算の結果は、物質場が4次元格子重力に不可欠であることを示唆するものの、何故及び如何にして物質場の影響が4次元量子重力を格子模型の立場で現実至らしめたのかが不明確であり、2次元格子量子重力における連続理論の存在のように、4次元量子時空を記述する連続場の理論がどのような存在であるかを明確にすることはできない。そこで、我々は、元来4次元格子量子重力模型が、2次元模型からの拡張であること及び、物質場と結合した場合に現れる新しい相(Smooth Phase)が、2次元模型に現れたようなフラクタルスケーリング特性を持つことから、4次元量子重力を

2次元量子重力からの拡張として記述する場の理論に注目した。

そのような模型として、4次元量子重力を4次元共変対称性から議論した模型や2次元量子重力の場の理論において重要な役割を果たす背景計量場の独立性 (Background-Metric-Independence) から論じた模型に注目した。これらの模型はいずれも、物質場を加えた場合、4次元量子重力場の理論が実現可能であることを示唆している。実際、4次元格子量子重力の純重力系が連続理論と結びつかなかったことや、前述した物質場と結合した格子模型が連続理論との関係が期待される新しい相 (Smooth Phase) が見出されたことを踏まえると、この理論的示唆は我々の数値計算を行う上で、数値計算に対して重大な動機付けを与える。

上述したような解析的な模型との結果と数値的な計算結果の比較を行うために、我々は、弦臨界指数の関数形に注目した。2次元量子重力において、この指数は、相を特徴付ける共形変換に関する保存電荷の関数形で与えられ、その保存電荷が物質場の数で与えられることから、4次元においても同様に物質場の数の関数形として得られるのではないかと期待する。4次元場の理論においても、この指数は、4次元共形変換に対する保存電荷の関数形として与えられ、具体的な物質場の数に対する特性が摂動計算により計算されている。

数値計算との比較を行うため、改めて弦臨界指数を解析したところ、我々が従来解析を行っていたMINBU (Minimum Necked Body Universe) 法と呼ばれる、母宇宙と孫宇宙の体積分布に現れるスケールリング特性からでは、十分に正確な測定ができないことを改めて認識するに至った。このMINBU法の欠点として、孫宇宙の体積に対する格子の有限サイズ特性からの影響が大きいことから、我々は、有限サイズ効果による影響を受けずに弦臨界指数を計算できる大正準分配関数を直接数値的に計算する手法へ切り替えた。元来力学的単体分割によって作られる形が大正準統計をなすことから、この大正準統計に基づく手法は、付加的な効果として、より正しい乱雑性を得ることができることも期待される。

数値計算の結果、大正準統計に基づく手法が、従来までの小正準統計に基づくMINBU法よりも遙かに正確な値が得られることが見出された。また、従来までは、4次元量子重力における分配関数が2次元のそれと同様にKPZ型の関数型に従うことを仮定して解析を行ったが、我々の大正準統計に基づく方法から、4次元格子量子重力に現れる分配関数が2次元の場合と同様にKPZ型になることを示唆する指数関数的な抑えを見出し、従来まで改定していた関数形を見出すに至った。さらに、弦臨界指数の数値計算結果と解析的場の理論から得られた結果が一致することを見出した。これは、4次元の格子量子重力模型が2次元量子重力からの拡張としての4次元共形場の理論と連続極限で関係することを示唆している。

我々の数値計算の結果、従来まで数値的にも困難とされてきた4次元量子重力の繰り込み可能性が現実的なものとなり、数値的解析から連続場の理論の特性を定量的に探究できる状況へと発展させることができた。本論文では、数値的解析の具体的な手法と共に数値計算結果、及び解析的場の理論との関係性について論ずる。この論文の結論として、我々は離散場の理論としての数値計算と共に連続場の理論解析的手法の両者に対する解析が、今後の現実世界を記述する4次元量子重力の性質を論じるためには必要不可欠であることを示す。

論文の審査結果の要旨

本博士論文は、4次元量子重力理論の非摂動論的性質を、構成論的手法によって数値的に研究した論文である。量子重力理論の非摂動論的定式化として、多様体の動的単体分割による方法が、二次元量子重力理論において確立された。二次元ユークリッド時空は、解析的にはメトリックの局所スケール自由度に対する有効作用によって理解される。この有効作用は、古典的な対称性を破る効果（アノマリー）によって量子論的に生じる。

本論文は、二次元量子重力理論において開発された手法を、4次元に拡張した手法を用いる。構成論的な研究においては、ユークリッド時空の場の理論と古典統計力学系の対応に注目する。統計力学系に二次相転位点が存在するとそこで系の相関距離は発散するが、この点の近傍に場の理論が定義できる。

単純な多様体の動的単体分割による4次元量子重力理論には、二次元相転位点が存在しないが、ゲージ場等の物質場を導入すると二次元相転位点が存在する可能性が指摘された。本論文においては、4次元量子重力理論をモンテカルロ法に基づく数値シミュレーションを行い二次相転位点が存在する数値的証拠を補強した。

4次元量子重力理論の理論的提案として、二次元量子重力理論と同様、メトリックの局所スケール自由度に対する有効作用が提唱されている。4次元量子重力理論の有効作用も、古典的な対称性を破る効果（アノマリー）によって量子論的に生じる。この場合導入されたゲージ場等の物質場の種類と数によって、時空のフラクタル的な臨界指数が変化することが予言された。本論文においては、この種の臨界指数を精密に測定し、理論的な予言と良く整合する事を示している。

本論文は以上述べたように、4次元量子重力理論の非摂動論的性質を、構成論的手法によって数値的に研究した論文であり、解析的な理論の予言との整合性を明らかにした。膨大な数値シミュレーションを手際よく遂行した労作であり、博士論文として高いレベルに評価される。