

氏 名 古永家 忠之

学位（専攻分野） 博士（理学）

学位記番号 総研大甲第 946 号

学位授与の日付 平成 18 年 3 月 24 日

学位授与の要件 高エネルギー加速器科学研究科 素粒子原子核専攻  
学位規則第 6 条第 1 項該当

学位論文題目 Dynamics of Quantum Field Theories on  
Noncommutative Space-time

論文審査委員 主 査 教授 北澤 良久  
教授 萩原 薫  
教授 小平 治郎  
助教授 西村 淳  
助教授 磯 暁  
前任研究員 早川 雅司（理化学研究所）

## 論文内容の要旨

The non-commutative space-time is the space-time in which the coordinate  $X_1$  and  $X_2$  do not interchange. This phenomenon means that there is a minimum unit in the space-time. We call the minimum unit  $\theta$  which has two dimensions in terms of physical length. The idea of the minimum unit in space-time was considered to resolve ultraviolet divergences in quantum field theories at the beginning. And the idea is closely related with the effect of quantum gravity. Recently, Yang-Mills theories on a non-commutative geometry have been shown to appear as a low energy limit of string theories on D-brane with some background tensor field.

When we treat the dynamics of quantum field theories on non-commutative space-time, we discuss by rewriting the theories on non-commutative space for commutative space. Therefore, though we treat the theories on commutative space, the theories includes an effect of non-commutativity  $\theta$ . Instead of usual product, peculiar product which is called star product appears with respect to the product of the fields. We call the theories non-commutative field theories. In non-commutative field theories, there are some peculiar phenomena in ultraviolet and infrared region.

First we describe the phenomenon in ultraviolet region. Using perturbation theory for these theories, the Feynman diagrams separate into planer diagram and nonplaner diagram. The planer diagram is the same one as we write in usual commutative theories. The nonplaner diagram is different from the diagram in commutative case and includes the effect of the non-commutativity  $\theta$ . There is a phenomenon that the nonplaner diagrams disappear in maximal non-commutativity. In the condition, we send the  $\theta$  to  $\infty$ . This phenomenon has become an established theory. Then we investigate whether nonplaner diagrams vanish in the condition that  $\theta$  is finite and the external momentum of the diagrams goes to  $\infty$  (i.e. ultraviolet region). Obviously, this statement holds at one loop level of the diagram. But going to two loop level, since there is UV (ultraviolet) divergence at subdiagram, we have to consider a renormalization. That whether the statement holds after the renormalization is not obvious. We adopt non-commutative  $\phi$  cubic theory as the model in which we calculate the diagram simply. And we perform explicit two loop calculation and confirm that nonplaner diagrams after renormalization do vanish in the ultraviolet region.

Secondly we describe the phenomenon in infrared region. In non-commutative field theories, UV divergences in commutative case change into IR (infrared) divergences due to the effect of non-commutativity  $\theta$ . That is some infrared singularities. We call this phenomenon UV/IR mixing. We adopt non-commutative U(1) gauge theory to see an instability of the theory due to the infrared singularity. We calculate the effective action of the non-commutative U(1) gauge theory to find a critical point where the instability occurs in the theory. The detail of the calculations are as follows. We need to fix gauge and introduce ghost field at the level of action. In the calculation, planer and nonplaner part occur. We calculate a effective coupling constant from the planer part and find infrared singularities from the nonplaner part. We balance the kinetic term which includes the effective coupling constant with the infrared singular potential terms which condense at a low momentum mode to find the critical point.

We have investigated the ultraviolet and infrared behavior in non-commutative field theories. In the ultraviolet region, we could ignore the effect of non-commutativity  $\theta$  from the diagrammatic view. In the infrared region, we found some infrared singularities instead of ultraviolet divergences. We have to consider where these phenomena in non-commutative field theories apply. We are interested in restoring the phenomena of non-commutative field theories to D-brane physics with respect to string theories. And when we consider a physics in the region of plank length, we may develop quantum gravity on non-commutative space-time. In the technical side, we can also change the treatment with star product into the treatment with matrix. When it is difficult to calculate by using star product in non-commutative field theories, we often

use a matrix model instead.

## 論文の審査結果の要旨

古永家君の博士論文は、非可換空間の上の場の理論についての性質、特に6次元スカラー理論と4次元ゲージ理論についての紫外および赤外での性質についての解析的研究をまとめたものである。

重力を量子化した理論では、短距離での時空の性質が変わり、通常の時空に見られる時空座標とは異なる性質が現れると期待される。これは昔から予想されていた事であるが、数年ほどまえに、量子重力の現在知られている唯一の候補として考えられる超弦理論でこのような効果が発見され、非可換空間での場の理論の研究が盛んになされるようになった。ここで非可換空間とは、通常は可換な時空座標が非可換になることを指している。

非可換空間での場の理論は、通常の場合の理論とは異なる紫外および赤外発散の性質を持っており、その結果、通常の場合の理論にはない興味深い現象を持つ。

古永家君の博士論文では、前半で6次元スカラー理論の紫外発散を調べ、外線運動量が大きな領域で、いわゆる非プラナー図とよばれるファインマン図の寄与が非常に小さくなりプラナー図のみが主要な寄与をすることを2ループまでの計算で示した。プラナー図だけの理論は、弦理論とも深い関係があることが知られており、これは非可換空間の上の場の理論が、量子重力理論と密接な関係があることを示唆している。

後半では、4次元ゲージ理論の赤外の性質を調べ、通常ゲージ不変性によって禁止されるはずのゲージ場の質量項が誘導される事、しかもそれが負の値を持つ事を明らかにした。これは、理論になんらかの不安定性があることを示唆しており、その相転移点の相互作用定数の値を解析的に計算した。

これらの計算は、技術的にも古永家君が博士を取るだけの十分な実力が備わっている事をしめしている。

博士論文では、このような物理の導入から入り、計算の詳細、そして今後の展望までが要領よくまとめられており、審査委員全員が博士論文としてふさわしいものである。

この内容は、一本は学術論文としてレフェリー付き雑誌に出版済み、もう一本は現在準備中であり近く執筆予定である。