

氏名 丸 山 貴志子

学位（専攻分野） 博士（学術）

学 位 記 番 号 総研大甲第3号

学位授与の日付 平成4年 3月16日

学位授与の要件 数物科学研究科 統計科学専攻
学位規則第4条第1項該当

学 位 論 文 題 目 周波数のランダムな変調モデルの一般化とその応用

論文審査委員 主 査 教 授 田 辺 國 士
教 授 松 縄 規
教 授 長谷川 政 美
教 授 伊 藤 栄 明
助教授 田 村 義 保

論文内容の要旨

確率過程は多くの分野で用いられており様々なモデルがあるが、本論文では、特にランダム周波数変調モデルに焦点をあて、方法論の展開を行った。ランダム周波数変調モデルは主として物理学における様々な現象の解析に応用されているが、このモデルと他分野で用いられているモデルとの類似性に注意することによって、物理学において展開された方法論を他分野の問題へ適用することができた。

本論文は、三つの部分より構成されている。まず、第Ⅰ部では、ランダム周波数変調モデルの特別な場合である球面上の拡散過程と Fisher-Wright モデルの類似性について述べた。それから、第Ⅱ部で、ランダム周波数変調モデルの一般化を行い、第Ⅲ部で、このモデルの集団遺伝学への応用を行った。

ランダム周波数変調モデルは磁気共鳴吸収スペクトルの振舞いを説明するために Kubo (1954) と Anderson (1954) によって導入された。振動子の振動数がランダムな変調を受けるというモデルで、注目しているスピンの感じる磁場が周囲の環境揺らぎのために揺動するという現象に対応している。ランダム周波数変調モデルで扱われているのはスピンの回転軸が固定されている場合であるが、本論文では拡張して、回転軸が変わる場合もモデルに含めて考える。すなわち、ランダム周波数変調モデルをスピンの角速度がランダムに変化するモデルとして捉える。このモデルは、スピンの配向に注目すれば、球面上の確率過程とみなすことができる。さらに、磁場の揺動の相関がデルタ関数（白色雑音）の極限をとると、球面上の拡散過程となる。一方、Fisher-Wright モデルは集団遺伝学で用いられる典型的な確率過程で、生物進化における遺伝子の無作為抽出の効果を議論するために導入されたモデルである。このモデルは変数変換を行うと、ある突然変異率の場合に球面上の拡散過程と一致することが我々の研究により明らかになった。第Ⅰ部では、このことについて述べ、両者の拡散方程式の固有値および定常解の比較を行った。

ランダム周波数変調モデルは磁気共鳴だけでなく様々な問題に応用されているが、従来の応用で取り扱われているのは、二状態遷移模型とガウス型模型という特殊な場合に限られていた。これら二つの確率過程は、前者が離散的な二

つの状態をとるのに対して、後者は連続的な状態をとるという両極端な性質をもち、両者を扱う方法論も異なっていた。スピン緩和や誘電緩和など具体的な現象への応用を行った場合、従来のモデルではうまく説明がつかず、二つのモデルの中間的な振舞いを示すように思えるような例もある。そこで第Ⅱ部では、両者を特別な場合として含むような形で確率過程の一般化を行い、統一的な方法論での取り扱いを試みた。ここで取り扱うモデルは Maruyama and Shibata (1988) で提案したモデルと同一であるが、多次元の場合への拡張を考えて、異なった定式化を行った。モデルは二状態遷移モデルの線形結合によって合成される。このモデルをランダム周波数変調モデルに応用し、相関関数およびパワー・スペクトルの振舞いを調べた。Maruyama and Shibata (1988) ではダイアグラムによる部分キュムラント (partial cumulant) 展開を行ったが、ここでは、固有関数展開を行った。また、個々の二状態遷移モデルの分布を非対称分布にすることによって、非対称性をも取り入れた。このような一般化を行うことによって、様々な現象に応用できるようになった。実際、ここで導入した確率過程は光散乱や誘電緩和など物理学における様々な問題に応用されている。また、第Ⅲ部では集団遺伝学への応用も行った。最近の誘電緩和に関する研究で、実験データがこのモデルで非常によく説明できるという報告がなされており、このモデルの有用性が示されてきている。

第Ⅲ部では、植物における自殖（自家受粉）および地理的な構造と遺伝的変異の問題を考える。1960年代から、電気泳動法による植物における酵素タンパクの遺伝的変異が報告されているが、これらの研究により、植物集団の遺伝的構造についていくつかの一般的な知見が得られてきている。例えば、他家受粉を行う種は自家受粉を行う種と比べて高いレベルの遺伝的変異をもっているが、自家受粉を行う種は他家受粉を行う種と比べて非常に大きな集団間の分散を示す。また、他家受粉を行う種はランダム交配の場合と比べてヘテロ接合度が低く、自家受粉を行う種は高いという結果が得られた（“ヘテロ接合度パラドクス”）。このような事実を説明するために、集団遺伝学的なモデルの構築を行った。地理的な構造の効果がある場合の自殖と遺伝的変異の定量的な評価はこれまでになされていなかったもので、まず、自殖率が一定の場合について自殖率と遺伝的変異の関係を明らかにした。自殖率は遺伝的要因と環境的な要因によ

って決まっていると考えられる。前者は花の形など形態に影響を与えるもので、後者は昆虫など花粉の媒体の状態を表すものである。後者の要因により自殖率は時間的に揺動していると考えられる。そこで、この効果を考慮する。この問題は物理学におけるランダム周波数変調モデルの応用として考えられ、第Ⅱ部と同様の定式化を行うことができた。モデルの考察を行い観測事実のいくつかは説明されたが、自家受粉を行う種に対する“ヘテロ接合度パラドクス”はうまく説明できなかつた。このことを説明するためには、自然淘汰など、その他の要因を考慮に入れる必要がある。実験による自殖率などのパラメータの推定は非常に難しいので、この点も検討する必要があるように思える。

論文の審査結果の要旨

審査委員会は上記論文について、数物科学研究科における課程博士の授与に係わる論文審査等の手続き等に関する規程にもとづき、公開の論文発表会を開催し審査を行なった結果、以下の理由により合格と判断する。

本論文は、磁気共鳴吸収スペクトルの振舞いを説明するために久保と Anderson が導入した周波数ランダム変調モデルと呼ばれる確率過程を発展させ一般化し、かつ応用を考察したもので、その主要な貢献は以下の三点にある。

1) 久保 - Anderson のモデルでは振動子の振動数にランダムな変調がかかるとしている。著者はこれを拡張して、スピンの角速度がランダムに変化するモデルを構成し、その挙動を解析的に示している。また、このモデルのある種の極限は球面上の拡散過程と同値となること、および、その特別な場合は集団遺伝学における Fisher-Wright モデルに対応することを示している。これによって、集団遺伝学で知られていた Griffiths の結果の意味が、特殊な場合ではあるが、より理解し易くなった。

2) 久保 - Anderson のモデルにおいては、従来、二状態遷移モデルとガウスモデルが知られていたが、スピン緩和や誘電緩和などの現象のように両モデルの中間的振舞いを示す例もあり、統一的にそれらを説明することが出来なかった。著者の貢献は、これら全てを特別の場合として含むようにこの確率過程を拡張し、統一的な解析法を導いた点にある。著者らが提案しているモデルを、新たな定式化によって多次元の場合に拡張し、相関関数およびパワースペクトルの振舞いに関する解析的表現を与えることに成功している。非対称性を取り入れたこの一般化によって、光散乱や誘電緩和などの問題への応用が可能になった。

3) 上記の拡張された周波数ランダム変調モデルを集団遺伝学へ応用し、“ヘテロ接合度パラドクス”と呼ばれる現象を説明するためのモデル構築を行なっ

て、興味ある結果を導いている。すなわち、地理的な構造をもった植物集団における自殖率が遺伝変異におよぼす効果が解析され、自殖率が一定であるという仮定の下での、自殖率と遺伝的変異の関係が明らかになった。

上述の研究成果において、確率過程の数学的解析に創意工夫があること、および集団遺伝学の分野にその確率過程を適用して現象を一定程度解明できたことは評価ができ、数物科学研究科統計科学専攻の博士学位論文の内容にふさわしいものと判定する。