

氏名

趙 暎

学位（専攻分野）

博士（学術）

学位記番号

総研大甲第112号

学位授与の日付

平成7年3月23日

学位授与の要件

数物科学研究科 統計科学専攻

学位規則第4条第1項該当

学位論文題目

Statistical inference under symmetric

multivariate distributions and some related

fundamental theories

論文審査委員

主査 教授 平野 勝 臣

教授 松 縄 規

教授 大 隅 昇

助教授 中 村 隆

教授 小 西 貞 則（九州大学）

論文内容の要旨

本研究は、楕円分布族の下での判別分析、多次元単位球面上のWatson 対称分布族に関する多変量推測理論の展開および上記の分布族を含む多変量パラメトリックモデルについての分布の特定化の問題等の研究を行っている。

これらの研究の背景には次のような事情がある。これまでに確立された多変量の理論と方法は、殆ど多変量正規分布に基づいて行われてきた。しかし実際問題ではこれだけでは不十分であり非正規分布に基づく研究の必要性が一般に認識されていた。この状況を把握し、新たな理論と方法の開発に挑戦することが本論文の主要な研究動機となっている。

論文は4章から成っている。

第1章では楕円分布族の仮定の下での判別分析が種々の場合について論じられている。楕円分布族の特徴として、広い分布族を含むこと、重要な多変量分布を含むこと、周辺分布の裾が長いこと、正規分布の多くの構造が残されるがより柔軟な統計的性質を持つこと、特に非ゼロの尖度を持つことなどがある。楕円分布族に入っている代表的な分布には、多変量正規分布、多変量 t 分布、混合正規分布、Kotz 型分布族、Pearson VII 型分布族、Pearson II 型分布族、logistic 分布、多変量 Bessel 分布、scale mixture 分布族、等々がある。以上のような重要な特性を持つ楕円分布族について、二つの母集団分布が等分散共分散性の仮定を満たす時、線形判別関数の誤判別率を単一積分形式で理論的に厳密に求めている。幾つかの具体的分布について、閉じた形あるいは漸化式により誤判別率の計算式を与えている。また、二群の分散共分散行列が既知でかつ違う場合の線形判別のロバスト性の研究などを行っている。

第2章では、楕円分布族の仮定の下で、縮小推定量を用いた線形判別関数を評価検討している。まず楕円分布族に従う確率変数の一般化二次形式の分散を正確に導出しそれに基づいて各種楕円分布の標本分散共分散行列の分散を与えている。縮小推定量を用いた線形判別関数の誤判別率が計算できることを示している。Konishi (1979) の摂動法を用いて、判別係数の漸近平均二乗誤差の一般形とそれを利用した具体的分布に対する結果を与えている。関連して、混合正規分布と多変量 t 分布の場合に、数値計算を実行して、縮小パラメータを導入する時、判別係数の変動をどの程度小さくし、同時に誤判別率をある範囲に押さえるにはパラメータをどう選択すべきかを検討している。また、導出した漸近平均二乗誤差の式と実際の誤判別率を考慮した縮小パラメータを選択する実験を行っている。例えば後者の分布について数値実験の結果、1) 標本数が小さくなると、最適な縮小パラメータ k は大きくなり、平均二乗誤差の改善は大きくなる、2) 分布の自由度が小さくなると、最適な k の値は大きくなる、3) 最小固有値が小さくなると、最適な k の値は小さくなる、等の結果を得ており、関連する計算結果が表にまとめられている。

第3章では、方向性を有するデータの対称分布族が研究の対象である。directional data 解析でよく使われる球面上のWatson 対称分布族と楕円分布族を含む、より広い rotational symmetric な多変量分布族に対する尖度の漸近分布を導出している。関連する分布に対して、任意の高次モーメント、尖度、歪度等も求めている。それらは従来の関連する、Dickey の球分布族の高次モーメントの研究の結果等を特別な場合として含むことも明らかにされている。モーメントを求める際に、多変量偏微分の chain rule を用いて特性関数を微

分する方法と、確率ベクトルの表現式を利用する方法が考察されている。その結果著者によって提案された後者の方が、密度関数を直接使って具体的な結果を導出できる点で、より有用であることが指摘されている。

第4章では、本研究で扱っている殆どの分布を含む、多変量パラメトリックモデルの特定化の問題を研究し、各分布の基礎付けを行っている。これは一変量の場合を考察した Matsunawa (1992) の拡張になっている。一般の大きさを持つ行列変数の修正最尤推定法を展開し、行列正規分布、行列対数分布、行列ガンマ分布、行列 Kotz 型分布、一般化行列 Bingham-von Mises-Fisher 分布、行列 Beta 分布、多項分布、等々の誘導を行っている。本章の結果により、多変量解析に於けるパラメトリックな統計基礎モデルの構築の一つの有力な理論と方法を与えている。

論文の審査結果の要旨

本研究は、従来の多変量解析が殆ど多変量正規分布に基づいて議論され、現実問題の考察に必ずしも適切でない部分を克服するため、より広い楕円分布族および多次元単位球面上のWatson 対称 分布族に理論と方法を拡張、多変量推測理論を展開しており、考察対象とした多変量諸分布を含むパラメトリックな分布の特定化も合わせて行った水準の高い仕事である。

第1章の主な貢献は、パラメータが未知の時、単一積分形式で線形判別関数の誤判別率を精確に導出し、関連する問題の誤判別率の上界、下界を理論的に与えている点である。

第2章の貢献は、楕円分布族に関する分散の精密な解析的な結果を与えたこと、標本分散共分散行列の逆行列の不安定さによる判別分析の信頼性の評価を種々な面から追及し、縮小推定量を用いた線形判別分析に関し縮小パラメータの漸近二乗誤差を与えたこと、混合正規および多変量 t 分布について数値実験を実行し興味ある知見を示したことにある。これらは今後のこの方面の主要な成果と見做し得る興味ある内容と評価できる。

第3章では、Watson 対称 分布族の高次モーメント、尖度、歪度の計算を確率表現式を利用して計算する工夫を提案し、様々な多変量分布の高次モーメントの具体的計算式を与えたことが注目される。これは従来の接近法に比べより扱い易い結果を与えたものであり、優れた成果である。

第4章の貢献は、多変量パラメトリックモデルについて、R.A.Fisherにより提起されたが未解決であった分布の特定化の問題に関する多変量に於ける一つの解答を与えたことである。

このことは統計学の根本的な部分に取り組み、重要な理論と方法を与えたことを意味しており、意義のある結果を与えたものとして評価される。

全体的に見て内容、形式ともまとまっており、文献の調査もよくなされている。本論文はこの分野に於いて十分に価値のある貢献となっている。

また、数物科学研究科における課程博士の授与に係る論文審査等の手続き等に関する規程に基づき試験を実施した。この結果、出願者は統計科学および関連する分野に関し学位を授与するに十分な学識を有するものと判断した。

以上、総合して出願者の学位取得の審査に関して審査委員全員が合格と判定した。