

氏名 Md. Forhad Hossain

学位（専攻分野） 博士（学術）

学位記番号 総研大甲第113号

学位授与の日付 平成7年3月23日

学位授与の要件 数物科学研究科 統計科学専攻
学位規則第4条第1項該当

学位論文題目 Inverse sampling and related problems

論文審査委員 主査 教授 松 縄 規
教授 平 野 勝 臣
助教授 中 村 隆
教授 山 田 作太郎（東京水産大学）

論文内容の要旨

本論文は逆サンプリング法 (inverse sampling) に関連した2つの問題

1. 捕獲-再捕獲法による母集団総数の推定問題
2. 逆ガウス分布の一般化

についての研究を行っている。

捕獲-再捕獲法による母集団総数 N の推定問題については、古くから現在に至るまで膨大な論文で議論されている (例えば Seber(1992) を参照)。捕獲した魚にマークを付けて放す。これを何回か繰り返す。捕獲した魚の中にマークの付いた魚を数えることにより N を推定する。繰り返し数を事前に指定 (direct sampling) すると、マークの付いた魚が捕れない場合、最尤推定値は ∞ になる。この難点の克服にはベイズ法が考えられているが、ベイズ法は prior のとりかたに非常に敏感であることが指摘されているし、また一般に prior の決め方に問題を残す。この問題を扱った文献で用いられている prior では極端な under estimate になることを著者は数値的に検証している。

もう一つの克服法として逆サンプリング法が考えられているが、著者はこの方法に取り組み、これを発展させている。一個のサンプル中の魚の数は任意とする。マークの付いた魚が少なくとも1匹含まれたサンプルを success sample と呼ぶ。success sample が L 回得られるまで再捕獲を続ける。この sampling scheme で、各回で捕獲された魚数と success sample 数が与えられた条件のもとで、各回で捕獲されるマークなしの魚数の同時分布を与えている。これをもとにして条件付尤度から N の最尤推定量を与える方程式を求めた。これから N の最尤推定量はニュートン法を用いて求めることができる。ある特別な場合について、最尤推定量の近似式を与え、これが N の最小分散不偏推定量になっていることを示している。また、各回で捕獲された魚数が与えられた条件のもとで、success sample の数の分布およびマークなしの魚の全捕獲数の分布を与えている。前者の corollary として特別な場合の1次と2次の積率を導いている。

つぎにマークの付いた魚と付かない魚を固定する。 n 匹を捕獲し、マークの付いた魚の数を観測しそのまま放す。これを繰り返して l 番目のマークの付いた魚を観測するまで続ける。1匹もマークのついた魚を捕獲しない non-success sample の数 V_0 の確率分布を与えている。また n と l の特別な値に対して V_0 の平均と分散を与えている。

逆サンプリング法に関連したもう一つの問題として逆ガウス分布 (IG) の一般化を扱っている。IG の特徴の一つは、分布の密度関数の指数部分の中の変数にこの分布に従う確率変数を代入すると、これが従う分布はカイ2乗分布になっていることである。べき逆ガウス分布 (PIG) や逆ガウス分布 (IG) に従う確率変数とその逆数のウエイト 0.5 で定義される混合分布 (M-IG) もこの性質を持つ。PIG も M-IG も IG の拡張である。Jørgensen et al.(1991) は、分布関数が正規分布関数の一次結合で表わされ、その arguments が Euler の微分方程式の解で与えられる、とした M-IG の構成法を与えている。

そこで著者は PIG の一つの一般化として、Jørgensen et al. の方法を PIG に対して用いた。得られた分布を MPIG とかく。MPIG は PIG や M-IG を含み、分布関数は正規分布関数の一次結合で表され、その arguments が Euler の微分方程式 (前の拡張となっ

ている)の解となっている構成法を与えた. MPIG の性質に関する若干の結果を与えた. また PIG および MPIG の母数の推定問題に関する結果を与えている.

論文の審査結果の要旨

本論文は逆サンプリング法 (inverse sampling) に関連した 2 つの問題

1. 捕獲-再捕獲法による母集団総数の推定問題
2. 逆ガウス分布の一般化

についての研究を行っている。

はじめに捕獲-再捕獲法による母集団総数 N の推定問題の研究で得られた結果の評価について述べると、本論文で提案された逆サンプリング法による sampling scheme によって、分布表現が比較的簡単になり、この結果最尤推定量を導くことが可能となったことである。これは十分に評価できる。また特殊な場合ではあるが、 N の最小分散不偏推定量が最尤推定量の近似として極めて簡単な式で与えられている。このことは興味ある結果であり、評価できる。次に積率の結果であるが、これはこのモデルを適用する際の重要な情報を提供するので、充分意味がある。再捕獲の確率が一定のモデルでの解析的な結果に対する評価は、これは従来の結果を拡張しており、かつ興味あると評価できる。

逆ガウス分布の一般化の研究では、与えられた一般化は重要な性質を保存して PIG から M-PIG を構成する方法に拡張している。これは興味あると評価できる。さらに PIG や M-PIG の母数の推定についての初めて数値的な検討を行い、推定量のふるまいを調べ、一部解析的な結果を与えたことは評価できる。

以上本論文は博士論文としての条件を充分満たしていると判断した。また数物科学研究科における課程博士の授与に係る論文審査等の手続き等に関する規程に基づき、試験を実施した結果、審査委員は Md. Forhad Hossain 氏が統計科学および関連する分野に関し、学位を授与するに十分な学識を有するものと認めた。