

氏 名 杉 本 晃 久

学位（専攻分野） 博士(学術)

学 位 記 番 号 総研大甲第568号

学位授与の日付 平成14年3月22日

学位授与の要件 数物科学研究科 統計科学専攻

学位規則第4条第1項該当

学 位 論 文 題 目 球面上のランダム被覆に関する研究

論 文 審 査 委 員 主 査 教授 伊藤 栄明
教授 尾形 良彦
教授 種村 正美
名誉教授 小川 泰 (筑波大学)
教授 前原 闊 (琉球大学)

(論文審査結果)

本論文では、球面上のランダム被覆の研究に関して、申請者が開発したランダム逐次被覆法という等大球帽による単位球面の被覆アルゴリズムを中心にして、数理及び計算機シミュレーションの両面から得られた知見が総合的にまとめられている。

球帽中心を単位球面上で一様ランダムに選んで（以下、これを UR 法と略記）、球面が覆いつくされるまでの球帽の個数 N の球帽半径 r による評価は興味深い問題である。UR 法によるシミュレーションによれば、球面の同一点が多数回被覆される頻度が高く、 r 一定のとき球面が完全に被覆されるまでに時間がかかり、 N も大きくなる。より効率的なシミュレーション法を考え計算時間および N を小さくすることを申請者は考えた。球帽中心が球帽境界上にあるという制約の下で、一定の r について有限個の、しかも比較的少数の球帽で球面を被覆できるランダム逐次アルゴリズムを開発し、それに関連する数理について議論している。

論文は 5 章から成り、第 3 章及び第 4 章が主要な部分である。第 3 章では、上記の条件下で被覆効率（被覆密度の逆数で定義）が最も悪いときの r を球帽配置を $N = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ について球面幾何における公式を活用し、数式処理をもちいることにより求めた。これらは半径 $r/2$ の $N + 1$ 個の球帽による最密充填配置からも導かれるものであり、それぞれ $N + 1 = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ について知られている Schütte, van der Waerden 等の得た値と一致することが明らかになった。この方法をもちいることにより任意に N をあたえたときの r のとりうる範囲を数値的に容易にもとめることができる。

第 4 章では、ランダム逐次 (RS) 法のアルゴリズムを述べ、 $N = 6$ に対応する $r = 1.3591$ からはじめ $r = 0.2000$ までの 24 個の半径それぞれに対して、おのおの 10000 回の試行のシミュレーション結果を報告している。UR 法についての H. Maehara による確率論的にえられた漸近的性質とシミュレーションの結果との比較等、を議論している。RS 法は有限回の手続きで必ず球面が被覆できる方法である。RS 法で得られた被覆球帽系の性質を計算機シミュレーションにより調べ、球面を球帽で 2 重及び 3 重に被覆する面積の割合、被覆球帽数の分布等をもとめている。分布は左裾がわずかに重い非対称分布である等のシミュレーションの結果が述べられている。

RS 法による被覆球帽系は、たとえば植物プランクトンの一種である円石藻の形態モデル等の問題へ適用される可能性も指摘している。

(論文審査結果)

(i) 球帽中心が球帽境界上にあるという制約の下で球帽による球面の被覆を考え、被覆効率(被覆密度の逆数で定義)が最も悪いときの球帽半径 r を球帽配置を $N = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ について球面幾何における公式を活用し、数式処理をもちいることにより求めた。これらは半径 $r/2$ の $N + 1$ 個の球帽による最密充填配置からも導かれるものであり、それぞれ $N + 1 = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ について知られている Schütte, van der Waerden 等の得た値と一致することが明らかになったが、申請者の方法は直観的にわかりやすく系統的である。また申請者の方法により任意に N をあたえたときの r のとりうる範囲を数値的に容易にもとめることができる。

(ii) RS 法で得られた被覆球帽系の性質を計算機シミュレーションにより調べ、たとえば植物プランクトン的一种である円石藻の形態モデル等の問題へ適用される可能性を指摘する等興味深い考察を行なっている。

以上の点から、博士論文として十分な内容を備えているとの結論に達した。

1cm なお発表済み英文論文が印刷中を含めて 5 編、和文論文が 1 編ある。

(試験結果)

1 月 18 日の論文発表のあと口頭試問を行なったが、学力が十分であることが認められた。