

氏 名 田中 潮

学位（専攻分野） 博士（学術）

学位記番号 総研大甲第 1042 号

学位授与の日付 平成 19 年 3 月 23 日

学位授与の要件 複合科学研究科 統計科学専攻
学位規則第 6 条第 1 項該当

学位論文題目 Parameter estimation and model selection of the
Neyman-Scott type spatial cluster models

論文審査委員 主 査 教授 種村 正美
教授 尾形 良彦
教授 伊藤 栄明
教授 間瀬 茂（東京工業大学）

論文内容の要旨

本論文では、Neyman と Scott によって導入された集中型点配置モデル (1958) のパラメータ推定法について議論し、集中型点配置データに対して、その構造を特徴づけるパラメータの新しい推定法を提案する。歴史的には、このモデルは従来よりパラメータの推定が困難と考えられてきた。本論文においては、Neyman-Scott モデルのパラメータを推定するための理論的考察を行い、数値的方法によって解析した結果を検討する。さらに、実際のデータに対して、当てはめたモデルのパラメータ推定及びモデル選択を行う。本論文では一貫して平面内の点配置を考え、点配置の一様性かつ等方性を仮定している。

われわれは集中型点配置モデルにおけるパラメータ推定の困難性を解消するために Palm 強度関数を考え、それから導かれる Palm 尤度関数を最大化することによってパラメータを推定する。Palm 強度関数 $\lambda(r)$ は、原理的には、配置の各点を原点へ移動すると同時に他の点も平行移動してできる点配置を重ね合わせたとき、原点を中心とする半径 r の円盤を考え、その外周円環内 (微小幅) に含まれる点の平均個数を円環の面積で割った量で与えられる。この Palm 強度関数を、非一様 Poisson 点配置の等方強度関数と見なして、上記の重ね合わせ点配置データの対数尤度関数、すなわち Palm 尤度関数を考えることができる。

一般のモデルに対して Palm 強度関数を解析的に求めることは困難であるが、われわれは数値積分等に工夫を加えることにより、最尤法でのパラメータの推定、すなわち Maximum Palm Likelihood Estimate (MPLE) 及びモデル選択を可能にした。さらに本論文では Stoyan and Stoyan (1996, Biom.J) によるクラスターモデルを契機にして、Neyman-Scott クラスターモデルを拡張した multi-type Neyman-Scott クラスターモデルを考案し、実際のデータに適用するとともに従来モデルとの適合度の比較を併せて行った。

最後に、各 MPLE の uncertainty を nearest neighbour 距離分布関数等を用いて調べた。

論文の審査結果の要旨

Neyman-Scott 型モデルは空間に於ける群れをなす点配置データの代表的な統計モデルで、点配置の背後に各々の群れの中心となる親の点があり、観測された点は親の周りに一定の確率法則で生成された子供達の点として定義される。

本論文は、全ての2点間の位置関係を記述する Palm 強度関数に注目し、これを Neyman-Scott モデルの定義を使って表現された Palm 強度が非定常ポアソン過程で近似されるとして尤度関数を記述した。そしてこの尤度関数を用いたパラメタの最尤推定法を提案して、シミュレーションデータに対する最尤推定値の計算誤差・推定誤差の検証、及び一貫性の実証を行っている。また Neyman-Scott 型の古典的モデルに新しいモデルを加え、更には複数の異なったスケールが混在する多種類モデル (multi-cluster model) を考え、Palm 強度関数の表現式を導いている。そして実際のデータに対して、それらのモデル比較を赤池情報量規準 (AIC) で行っている。さらに、推定されたモデルのシミュレーションデータを大量に実現することで、Neyman-Scott 型を特徴付ける各種の空間統計関数を計算し実データのものとは比べ、モデルの当てはまりの良さを見ている。

Neyman-Scott 型モデルは提案されてから半世紀経つが、点配置の背後にある親の点の配置データが与えられないので、通常の観測される点についてのデータにもとづく確率的記述が困難であり、従って尤度関数が解析的に記述できず、最尤法に基づく推定ができないことはよく知られている。そこで、Neyman-Scott 型モデルのパラメタ推定に関しては1980年代以降 Ripley の K 関数のような経験分布と対応する理論的分布との食い違い量が最小2乗法で推定されている。それも Thomas 過程のような親の周りを正規分布するモデルに限られていた。

本論文では上述の Palm 強度関数に注目し、これを最尤法で推定することを可能にした。この方式は Thomas モデルに限らず一般の分布の Neyman-Scott 型モデルや多種類のクラスタの点配置パターンに適用できるようになった。従来の最小2乗法による推定では精度の良さが期待できなかったが、本論文で提案された方法は一般性の面からも推定精度の面からも画期的なものであることが実証され、この点で大きく評価できる。

Neyman-Scott 型モデルの定義を使って表現された Palm 強度関数は、モデルによっては複雑な多次元積分の数値計算が必要であるが、申請者はこれを含む対数尤度関数の最大化を実現する FORTRAN プログラムを作成し、シミュレーション実験によって丹念に精度や適合度を調べた。また、実データ解析を通してモデル比較など実用性を示している。さらに Neyman-Scott 型 Type B モデルが、Stoyan・Stoyan (1996) の pair-correlation function に対応するものでなかったという誤りの指摘、及び Neyman-Scott 型多種類モデルに対する Palm 強度関数等の数学的表現自体もオリジナルな結果である。なお空間統計学の権威であるドイツの Dietrich Stoyan 教授から、この学位申請論文の内容の一部を執筆中の著書に詳しく紹介したいとの申し出がなされている。

以上のように、長い歴史を持つ、潜在的に有用な Neyman-Scott 型モデルの統計解析の実用化に向けて、申請者は有効な貢献を与えたと評価できる。これにより博士論文審査委員会は田中潮君の学位申請論文が学位に十分値すると判断した。なお、この論文の一部は国際誌への掲載が確定している。