

通信路推定と誤り訂正による  
衛星デジタル放送移動受信の改善

浜田正稔

博士（統計科学）

総合研究大学院大学  
複合科学研究所  
統計科学専攻

平成19年度  
(2007)

# 目 次

<b>第1章 研究の概要</b>	<b>5</b>
1.1 はじめに . . . . .	5
1.2 本論文の構成 . . . . .	8
<b>第2章 放送受信と通信路</b>	<b>10</b>
2.1 放送における符号化 . . . . .	10
2.2 通信路 . . . . .	14
2.3 通信路容量 . . . . .	18
2.4 代数的符号 . . . . .	22
2.5 衛星デジタル放送 . . . . .	28
2.6 移動受信の現状と将来の課題 . . . . .	34
<b>第3章 通信路推定と誤り訂正</b>	<b>42</b>
3.1 既存の研究 . . . . .	42
3.2 本研究の方向性 . . . . .	44
3.3 提案手法の概要 . . . . .	45
3.4 低速 PLL を用いたドップラーシフトの推定と除去 . . . . .	47
3.5 通信路のモデリング . . . . .	51
3.6 通信路のパラメータ推定 . . . . .	55
3.6.1 EM アルゴリズムによる推定 . . . . .	55
3.6.2 高次統計量 (HOS) による推定 . . . . .	62

3.7 送信語の推論 . . . . .	64
3.7.1 Marginal Inference アプローチ . . . . .	65
3.7.2 Joint Inference アプローチ . . . . .	68
<b>第4章 実験</b>	<b>72</b>
4.1 計算機シミュレーション . . . . .	72
4.2 検証実験 . . . . .	75
<b>第5章 おわりに</b>	<b>101</b>

# 要旨

本研究は、通信路の記述を再考し、誤り訂正符号の訂正能力を改善することを目的とする。特に衛星デジタル放送の移動体における受信を対象とし、通信路を確率モデルで記述し推定することにより、誤り特性を改善することを目指す。またNHK衛星デジタル放送を対象として実験を行い、提案手法の効果を確認する。

復号は、受信した信号から最も確からしい符号語を選ぶことである。その際の計算量は、通信路の性質に影響される。例えば、各ビットに独立なノイズを仮定するならば、多くの誤り訂正符号では、符号長の多項式オーダーの計算で復号できる。しかしながら、移動受信の場合、一般に通信路は建造物等からの反射により記憶を持つため、通常の復号法では誤り特性が劣化し、十分な受信品質が得られない。この場合、正しい復号を行おうとすると、計算量が増大する。また、現実の通信路は、場合によっては時変となる可能性もある。本研究では、統計科学の立場から、通信路の記述を再考する。

本研究で考える衛星デジタル放送の移動体での受信では、通信路をパラメータを持った確率モデルで表現し、パラメータを推定することにより通信路を記述し、その通信路の下で復号アルゴリズムを考えた。これにより、受信品質の改善を目指す。

本研究は、まず、実際の観測データを取得し、通信路を簡易な確率モデルで表現した。具体的には、通信路の確率モデルとして重回帰モデルを用いることにした。パラメータ推定法として二つのパラメータ推定手法(EMアルゴリズムによる最尤推定、高次統計量による推定)を比較した。また、通信路のパラメータを推定した上で、送信された符号語を推論した。推論のアプローチとして、二つのアプローチ(事後周辺確率分布を利用した推論、同時確率分布を利用した推論)を比較した。これらは、計算機シミュレーションと実

際の測定データで検証した。同時確率分布で推論を行えば、最尤推定でも高次統計量による通信路のパラメータ推定でも、十分に誤り特性が改善でき、受信品質の改善ができることがわかった。また、事後周辺確率分布で推論を行うと、パラメータ推定法によらず誤り特性の改善が不十分であることがわかった。

本研究では、衛星デジタル放送の移動受信に対して、主に二つの結果を得ることができた。一つ目は、通信路のモデリングである。二つ目は、新たな符号語間の記載と符号語の推論法である。本研究では、通信路モデルのパラメータ推定と送信された符号語の確率推論が機能する簡易なモデルを見出せば、少ない計算量で誤り特性を十分に改善できることを示した。本研究で提案する手法は、適当なハードウェアによって実時間での処理が可能である。したがって、本研究の考え方とアプローチは、衛星デジタル放送の移動受信には有効な手法である。

以上のこととは、今回、特に衛星デジタル放送を例に実証を行ったものである。具体的なモデルや推論の方法は、衛星デジタル放送に特化しているが、その基本的な考え方とアプローチ、すなわち通信路を確率モデルによって記述してパラメータを推定し、確率推論によって復号するという手法は、他の通信路においても有効である。今後は同様の考えたとアプローチによって、他の放送、通信システムへの適用も期待できるだろう。

# 第1章 研究の概要

## 1.1 はじめに

近年、携帯電話に代表される移動体デジタル通信が飛躍的に進展している。放送においても地上波デジタル放送や衛星デジタル放送が開始され、固定受信に加えて移動体受信が普及しつつある。一方、DVD等へ映像や音声をデジタルデータで記録・再生するパッケージメディアも飛躍的に進展している。デジタルデータの伝送や記録・再生には誤り訂正符号が用いられている。デジタル通信では、ターボ符号[1]やLDPC符号[2]のように、拘束長が長く誤り訂正能力が高い符号が用いられつつあるが、放送や記録メディアの多くは代数的符号[3]が使用されている。

復号とは、受信した信号から最も確からしい符号語を選ぶことである。全ての符号語データの組み合わせを調べ、最も確からしい符号語を選ぶには、指数オーダーの多大な計算量が必要となるが、代数的符号は、一般に多項式オーダーの計算で復号できる。このことは、放送や記録メディアにおいて、代数的符号が使用されている理由の一つである。

しかしながら、代数的符号において復号の計算量が多項式オーダーの計算できる条件は、“最も確からしい符号語”，すなわち符号語間の近さをどのように定義するかに左右される。この符号語間の近さは通信路によって定まるものである。したがって、通信路の性質によっては、多項式オーダーの計算で復号できない場合がある。また、そのような場合に、通常の復号アルゴリズムを用いると、誤り特性が著しく劣化することが予想される。例えば、符号語間の距離をハミング距離によって定義したとしよう。これは、通信路として各ビット独立な二元対称通信路を仮定したことと同値である。もし、実際の通信路

に記憶があったとすると、各ビットが独立とならないため、ハミング距離に基づく復号は上手く働くかない。このことは見方を変えれば、本来の通信路容量が十分に利用されていないとも言える。もし正しい復号を行えば、誤り特性が改善し、受信品質の改善ができるだろう。

このためには、通信路を正しく記述することが重要である。しかしながら、問題は、通信路がわからない場合、どのように通信路を記述すべきかである。場合によっては通信路が時変である可能性もある。また、問題は、通信路を記述した下で、どのように符号語間の距離を記載し、どのような符号語の推論を行うかである。また、本研究では、衛星デジタル放送の移動受信を対象としているため、衛星デジタル放送の特殊性を考慮する必要がある。衛星デジタル放送は、リード・ソロモン符号で符号化[3]した後、畳み込み符号[3]で符号化を行っている。固定受信では、比較的大口径パラボラアンテナの使用により反射波の進入は稀であり、通信路で発生するノイズを独立とみなす白色ガウス雑音(AWGN)で近似できることが多い。このため、固定受信ではリードソロモン符号の持つ通信路容量を十分に使用できる場合が多い。しかしながら、移動受信では、車上に取り付ける物理的制限から、口径の小さな受信アンテナを使用せざるを得ない。このため、反射波の進入は避けられず、通信路は、ノイズが記憶構造を持つ記憶のある通信路となる。このため、畳み込み符号を用いたとしても、リードソロモン符号の持つ通信路容量が十分に使用されない場合、誤り特性が劣化し、放送品質を損なうことになる。仮に通信路を正しく記述できたら、移動受信の通信路においてもリードソロモン符号の持つ通信路容量が十分に使用され、十分な放送品質が得られるだろう。

これらの問題を解決するため、本研究の目的は、“通信路のモデリング”と“確率推論による誤り特性の改善”を提案することである。この目的を達成するため、本研究は、  
**通信路のモデリング**：観測データに基づく確率モデルの構築とモデルのパラメータ推定  
**確率推論による誤り特性の改善**：確率モデルの下で、送信された符号語の有効、かつ実現可能な推論

の二つの手続きで構成される。現実の通信路を対象としているため、本研究では、最初に NHK 衛星デジタル放送の移動受信における実際の観測データを収集した。この観測データは本研究のオリジナルであり、研究の出発点でもある。観測データの収集は、次世代の受信システムを想定しながら行った。この理由は、放送は送信方式だけが規格化され、受信は各メーカーの技術競争となり、受信アンテナや受信 LSI 等の変化により、受信状況も変化するからである。例えば、衛星デジタル放送では、当初の目的が固定放送に限定されていたが、受信側での技術革新により、当初の固定受信に加えて移動受信の要求が高まっている。本研究で扱った NHK 衛星デジタル放送では、衛星デジタル放送をより広く普及させるため、送信側の規格を変更せず、当初の固定受信サービスに加え、次世代では移動受信もサービスに加える方針である。このため、次世代の受信システムでは、受信アンテナの小型化に伴う反射波の混入という新たな課題が発生し、当研究は、この課題を想定しながらデータを測定した。これらは、送受信を通じた通信方式を研究し、規格化する通信とは対照的である。一般に放送の普及を考える際、受信アンテナを含めた装置の小型化と装置の低価格化が必要である。このため、測定は、現在より小型で利得の小さい受信アンテナを用いて行った。

放送における通信路は、建造物等からの反射波が存在するため、通信路が記憶構造を持つ。そして、場合によっては通信路が時変となることもある。データから通信路のモデルを作る際には、いくつかの注意点がある。一つ目は、モデルの良し悪しを誤り特性で評価することである。統計科学では、尤度や予測誤差によりモデルを評価することが多いが、通信路を対象とした場合、実用的には誤り訂正能力でモデルの良し悪しを評価することが重要となる。

また、実用化の際に実時間処理が必要である。放送では、元々映像信号のデジタル処理時間が許容されているため、多少の時間遅れは許容できるが、観測データを即時に処理する必要がある。したがって、通信路モデルは可能な限り簡単なものが良い。パラメータ数が多くなり計算量が高くなるのであれば、実時間での処理が困難となり、実用化が難しく

なる。簡単な通信路モデルで有効なパラメータ推定と現実的に実現可能な送信された符号語の推論が提案できれば、低い計算量で受信品質の改善が可能となり、早期実用化が期待できる。通信路モデルはパラメータを持つ確率モデルにより構成するが、ここで考えなければならないのは、通信路モデルのパラメータ推定である。その際、パラメータ推定の計算量も重要な要素である。本研究では、通信路モデルのパラメータ推定について、計算量の比較的高い EM アルゴリズムによる最尤法と、計算量の低い高次統計量に基づく手法の二通りの推定を比較する。そしてパラメータを推定した後、送信された符号語を確率推論に基づき推論する。本研究では、送信された符号語の確率推論に関し、二つの推論アプローチを比較する。さらに、装置の低価格化も重要な要素であるので、現在の市販品より特性を落とした仕様で測定した観測データを用い、本アプローチを検証する実験も行った。

以上のように、本研究は、通信路の記述を再考して誤り特性を改善するため、実際の観測データから確率モデルを与え、そのモデルの有効なパラメータ推定、そして送信された符号語の合理的な推論を行い、受信品質の改善を試みる。

携帯電話に代表される移動体通信は、音声の伝送から画像の伝送、さらに映像の伝送へと進展している。インターネットも同様に、文字情報の伝送から画像の伝送、さらに映像の伝送へと進展している。伝送媒体も固定電話回線から ADSL、光ファイバー、携帯電話と多岐わたっている。移動体通信やインターネットの将来は、より大容量、より高速な伝送が要望されている。これに伴い、通信路容量が増加すると共に、通信路容量を十分に使用することが、より重要な課題となる。本研究は、通信路推定と誤り訂正に対して統計科学からの寄与を新たに与えるものである。

## 1.2 本論文の構成

本論文の構成は、以下の通りである。

第2章は、通信路と放送受信を説明し、通信路を再考し、通信路に対する新たな枠組み

が必要な理由を示す。第3章は、通信路推定と誤り訂正について提案手法を示す。第4章は、提案手法の有効性を実験結果で示す。そして本研究の結論を第5章に示す。

# 第2章 放送受信と通信路

第2章は、放送受信と通信路について説明し、通信路に対する新たな枠組みが必要な理由について示す。

## 2.1 放送における符号化

通信・放送や記録媒体で用いられている情報の伝送について、説明する。一般に、映像や音声、文字情報などの情報は、符号化を行って伝送する。符号化は、目的で大別すると、以下の2種類となる。

1. 情報源符号化
2. 伝送路符号化

情報源符号化の目的は、情報の圧縮であり、情報源の情報量に対し、情報量を少なくすることを目的としている。一方、伝送路符号化の目的は、通信路で発生するノイズの影響で発生する誤りに対し、耐性を強化することである。図2.1のように、情報源符号化で情報量を圧縮し、伝送路符号化でノイズの耐性を強化した符号語は、通信路へ送信される。通信路を介して受信された符号語は、伝送路復号化で通信路で生じた誤りを訂正し、情報源復号化で情報を伸張して情報を再現する。

本研究は、伝送路符号化について言及している。ただし、情報として映像を含み、通信路で生じる誤りが伝送路符号を介し、情報源である映像へ波及するため、情報源符号化についても説明を加える。

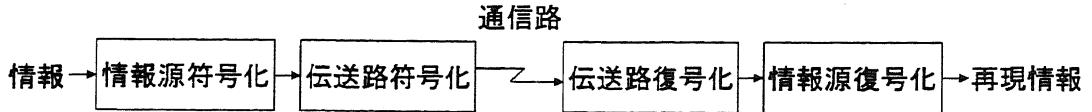


図 2.1: 情報の伝送.

## 情報源符号化

放送では、情報源符号化は、情報源に存在する冗長性をなるべく排除し、より少ないビット数でより多くの情報を送れるように、データ圧縮を行う。DVD ビデオや放送メディアで用いられている映像の情報源符号化は、DV-NTSC や MPEG など、離散コサイン変換 (DCT) を基本とした非可逆圧縮である。人間の視覚特性は、高い周波数に鈍感であることから、映像の高周波成分は粗い量子化を行っても劣化が目立たない。このため、DV-NTSC や MPEG などの映像の情報源符号化は、DCT を行い、映像を周波数領域へ変換した後、高周波成分ほど粗く量子化することにより情報を圧縮している。受信側では、逆離散コサイン変換 (逆 DCT) を行い周波数領域の映像を時間領域へ戻している。このため、再現された映像は情報源の映像とは一致せず、情報源の映像を劣化が目立たない程度に近似したものとなる。重要な点は、これらの処理により、1ピクセルの情報がその周辺のピクセル、また符号化によっては前後のフレームまで関係することである。すなわち、通信路で生じる誤りが伝送路符号化を介して情報源である映像まで波及した場合、単なるピクセル単位(点)の誤りではなく、周辺のピクセルを含んだ面、また符号化によっては前後のフレームまで波及した誤りとなってしまう。このため、例えば周辺のピクセルで平均を取るなどのピクセル単位の処理では、通信路で生じた誤りによる映像の劣化は、周辺のピクセルや情報源符号化によってはフレームを超えて影響する。通信路がわからない場合、従来の唯一の解決手段は、伝送路符号化を行い、復号側で通信路で生じた誤りを訂正するものである。しかしながら、従来の解決手段の多くは、通信路で発生するノイズを独立と見なして伝送路符号化を決めているため、実際の記憶のある通信路では、誤りを訂正する

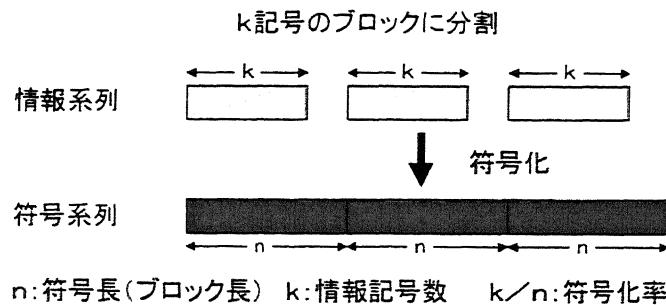


図 2.2: ブロック符号.

ことが困難となる。

## 伝送路符号化

伝送路符号化は、余分なデータビット（冗長ビット）を付与することで、通信路上に存在するノイズへの耐性を強化することを目的としている。放送において用いられている符号は、ブロック符号と畳み込み符号に別けられる。また、ブロック符号による符号化を行った後に、畳み込み符号による符号化を行う連接符号化[4]も多様されている。

ブロック符号は、図 2.2 に示すように、情報源符号化を行った情報記号をブロック単位 ( $k$  記号単位) に分割し、分割したブロックごとに伝送路符号化を行うものである。ブロック符号の符号化は、誤り訂正に使用する検査記号を、情報記号を元に生成して付加し、 $n$  記号の符号語を生成する。一般に、検査記号を多く付加すると誤り訂正能力は向上するが、情報源の情報記号に対する冗長性が増し、符号化率 ( $k/n$ ) が低下する。ブロック符号の一つが代数的符号である。代数的符号は、図 2.3 に示すように、誤り訂正に代数の構造を持った符号である。検査記号は、情報記号を元に、代数構造を持つ関数により生成される。代数的符号の中でもリードソロモン符号[3]は、最も普及している符号の一つである。マサチューセッツ工科大学リンカーン研究所のリード教授とソロモン教授が 1960 年に開発したリードソロモン符号は、現在もなお、ADSL や宇宙通信などの通信、インターネット

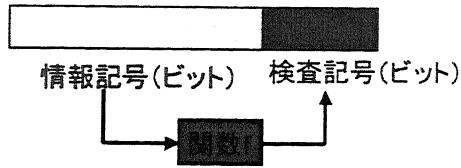


図 2.3: 代数的符号.

トの画像伝送, デジタル放送, QR コード, CD や DVD などの記録メディアなどに幅広く利用されている. リードソロモン符号 (RS 符号:Reed-Solomon code)[3] が普及している理由の一つは, 連続して発生する誤り (バースト誤り) を訂正することが可能な点にある. 例えば音楽 CD では, リードソロモン符号を使って傷や埃による誤りを訂正している. この場合の通信路は CD 自体である. デジタル放送では, 通信路で生じるノイズで誤りが生じるため, 通信路で生じる誤りを訂正する目的でリードソロモン符号が用いられている. 伝送路符号化への要求は, 高速に伝送でき, より多くの符号語を含み, 誤り訂正が可能であることである. これらの要求は互いに相反するため, 用途によって適切な符号が求められている. 符号の誤り特性は, 通信路で生じる誤りの発生原因に依存する. 例えば, CD の誤りの発生原因是, 埃や傷の付着と考え, 宇宙通信の誤りの発生原因是, 受信機の熱雑音と考えている. 携帯電話やデジタル放送の移動受信では, 誤りの発生原因是, 移動体の送信所に対する速度の変化, 並びに建造物などからの複数の反射波と考えている. このため, リードソロモン符号などの代数的符号による符号化を行った後に, 畳み込み符号による符号化を行う場合がある.

畳み込み符号は, 電話回線用モ뎀や欧洲方式携帯電話, 衛星通信やデジタル放送など, 幅広く用いられている. 畳み込み符号の符号化は, 図 2.4 に示すように, ブロック単位 ( $k$  記号単位) で分割した情報記号を遂次的に符号化するものである. このため, 一般に情報記号数  $k$  と符号長  $n$  は, ブロック符号に比較して小さい. なお, 遂次的に符号化する際の遂次数を拘束長と呼ぶ.

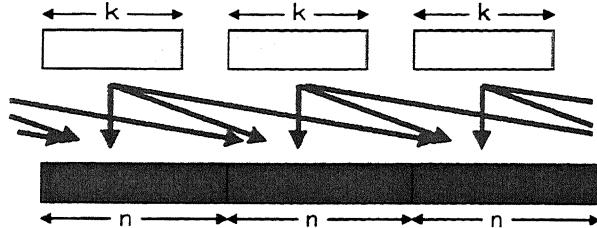


図 2.4: 畳み込み符号.

畳み込み符号は、入力シンボル系列の重み付き総和として各符号語を生成するものである。基本的に畳み込み符号は同等なブロック符号以上のノイズ耐性を保証しないが、多くの場合、同程度のブロック符号よりも実装が大幅に単純化される。符号化は大抵の場合、状態メモリとフィードバック論理(通常 XOR ゲート)を持つ単純な回路である。復号化はファームウェアやソフトウェアで実装されることが多い。

## 2.2 通信路

映像や音声などの情報を 2 値のデジタルデータとし、バイト単位(8 ビット単位)で  $s \in (0, 1)^{8(k-1)}$  と表現する。ただし、 $k$  は情報記号数である。 $s$  を符号化した誤り訂正符号を、 $u \in (0, 1)^{8(n-1)}$  で表現する。ただし、 $n$  は符号長である。通信路で発生するノイズの影響を含んだ符号語を、 $\hat{u} \in (0, 1)^{8(n-1)}$  と表現し、 $\hat{u}$  を元に復号した情報を  $\tilde{V}s \in (0, 1)^{8(k-1)}$  と表現する。

誤り訂正符号は、元の情報点  $s$  から、誤り訂正範囲を含んだ面  $u$  への写像である。復号は逆に、誤り訂正範囲を含んだ面  $\hat{u}$  から送られたであろう情報点  $\hat{s}$  への写像であり、通信路で発生するノイズの影響が誤り訂正範囲内であれば、受信側で送られた情報  $s$  を再現できる。復号を行うには  $\hat{u}$  から最も確からしい  $u$  を選ぶことである。全ての  $\hat{u} \in 2^{8(n-1)}$  の

組み合わせを調べ最も確からしい  $u$  を選ぶには、 $2^{8(n-1)}$  オーダーの計算量が必要となり、現実の復調で用いることは困難である。このため誤り訂正を工夫することにより、多項式オーダーや  $8(n-1)$  オーダーで復号の計算を可能としている。この一つが代数的符号である。代数的符号は、誤り訂正に代数構造を持った符号である。 $8(n-1)$  ビットの 2 値データから符号語を推論するには  $2^{8(n-1)}$  オーダーの計算量が必要となるが、誤り訂正に代数構造を持たせることにより、計算量は多項式オーダーの計算量で可能となる。近年、誤り訂正能力の高いターボ符号や LDPC 符号が着目されている理由も復号の計算量が  $2^{8(n-1)}$  オーダーにならず、 $8(n-1)$  オーダーで計算できるためである。多項式オーダーや  $8(n-1)$  オーダーで復号できる理由は、ハミング距離の使用にある。通信路で発生するノイズを独立と仮定すると、符号語間の距離の尺度としてハミング距離の使用が可能となる。このため、 $\hat{u}$  から最もハミング距離が短い  $u$  を選ぶことにより、符号語の推論を可能としている。

二つのベクトル  $u = (u_0, u_1, \dots, u_{N-1})$  と  $\hat{u} = (\hat{u}_0, \hat{u}_1, \dots, \hat{u}_{N-1})$  のハミング距離  $d_H(u, \hat{u})$  は、

$$d_H(u, \hat{u}) \equiv \sum_{i=0}^{N-1} D_H(u_i, \hat{u}_i)$$

によって定義される。ただし、

$$d_H(u, \hat{u}) \equiv \begin{cases} 0 & u_i = \hat{u}_i \\ 1 & u_i \neq \hat{u}_i \end{cases}$$

である。すなわち、ハミング距離は二つのベクトルの異なる成分の数で表される。

ここで着目すべき点は、代数的符号において復号の計算量が多項式オーダーの計算で実用できる条件は、並びにターボ符号などで  $8(n-1)$  オーダーの計算で復号できる条件は、通信路の近似にある。符号は通信路を通して伝送され復号される。送信データを  $x$ 、通信路を介し受信されたデータを  $y$  とすると、通信路は  $p(y|x)$  で定義される [4]。ただし、送信データ  $x$  は、符号語  $u$  を変調したデータ、 $y$  は通信路を介して得られる変調したデータである。 $y$  を用いて復調した符号語が  $\hat{u}$  である。

通信路の性質は、入力  $x$  を条件とする条件付き確率  $p(y|x)$  により決まる。全ての入力  $x$  の確率  $p(x)$  が決まると、結合確率  $p(y,x)$  や出力  $y$  の確率  $p(y)$  も決まり、この通信路に対する入力  $x$  と出力  $y$  の統計的性質が決まる。通信路に  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$  なる系列が与えられたとする。その時、通信路出力に系列  $y = (y_0, y_1, \dots, y_{N-1})$  を受信したとする。したがって、全ての  $i, j$  について  $p(y_j|x_i)$  が与えられた時、この通信路は定義されたことになる。 $p(y_j|x_i)$  は通信路の遷移確率であり、簡略化のため以下、 $p_{i,j}$  と記す。通信路の遷移確率を行列で表記したものが通信路行列  $P_c$  である。

$$P_c = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1(N-1)} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(N-1)1} & p_{(N-1)2} & \cdots & p_{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$p_{i,j}$  の値は、通信路へ伝送する際の変調の方法と受信形態によって具体的に決まり与えられる。行でみると、各行は  $p(x_i)$  の確率で発生する  $x_i$  が送られたときに  $y_i$  が受信される確率を示している。列でみると、各列は受信側で  $y_j$  が受信されたときに送信語が  $x_i$  である確率になっている。

式 (2.1) の通信路行列が通信路で常に定常であり、出力の情報が、その時の入力にのみ依存するものが無記憶定常通信路である。無記憶通信路は、通信路で発生する雑音を独立と仮定し、通信路  $p(y|x)$  を  $\prod_{i=0}^{N-1} p(y_i|x_i)$  で近似できる通信路である。また、無記憶通信路では、送信語  $x_i$  の発生確率を  $p(x_i)$  とすると、出力に  $y_j$  の現れる確率  $p(y_j)$  は

$$\begin{aligned} p(y_j) &= \sum_{i=0}^{N-1} p(x_i)p(y_j|x_i) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} p(x_i)p_{ij} \end{aligned} \quad (2.2)$$

で表される。

現実の通信路ではノイズが発生するため、送信したデータ  $x$  と受信されたデータ  $y$  は完全に一致しないことが多い。このため、これまで符号の誤り訂正能力を用いて通信路

で生じた誤りを訂正している。しかしながら、現実の通信路は反射波の影響を受けるため、過去の通信内容に依存する記憶のある通信路となる。記憶のある通信路では、遷移確率が現在の入力以前の影響を受ける。

このことは、符号が持っている通信路容量を通信路によるノイズの影響で十分に使用できていないと言える。仮に通信路のノイズによる影響で十分に使用できていない通信路容量を十分に使用することができれば、現実の通信路でこれまで以上に通信路容量を達成することができるだろう。このためには現在行っている符号による通信路容量の最大化と共に、新たに通信路の通信路容量を十分に使う枠組みが必要である。以下、代数的符号を用いた例で説明する。

一般に、通信路を入れた復号は代数で誤り訂正できるとは限らない。しかしながら、 $2^{8(n-1)}$  オーダーの計算を行うには復号が複雑になり、実時間での復号処理は困難となる。このため、従来は、通信路で発生するノイズが独立であると仮定し、多項式オーダーで計算できる復号処理を可能としている。多項式オーダーで計算できる理由は、符号語間の距離の尺度にある。通信路で発生するノイズを独立と仮定することにより、通信路  $p(y|x)$  を  $\prod_{i=0}^{N-1} p(y_i|x_i)$  で近似している。この通信路の近似によりハミング距離を用いて符号語間の距離を測ることが可能となり、受信した符号語からハミング距離が最小の符号語を選択することにより、送信した符号語を推論できている。

しかしながら、現実の通信路で発生するノイズは独立とは限らず、建造物等からの反射波により記憶構造を持つことが多い。このため、実際の伝送では、符号による通信路容量の最大化を行っているにも係らず、通信路で発生するノイズの影響で通信路容量を十分に使用できていない。

このためには、通信路の記述を再考することが重要となる。通信路の確率表現は  $p(y|x)$  である。 $p(y|x)$  が計算可能であれば、正しい通信路を記述でき、現実の通信路で使用されていない通信路容量を十分に使用できる。しかしながら、復号処理で  $2^{8(n-1)}$  オーダーの計算が必要となり、実時間での処理が困難となり実現できない。実時間での復号処理を可能とす

るため、これまで通信路で発生するノイズを独立とし、通信路  $p(y|x)$  を  $\prod_{i=0}^{N-1} p(y_i|x_i)$  で近似してきた。ノイズを独立と仮定することにより、代数的符号の復号が多項式オーダーで処理できる利点が生まれる。この反面、欠点として通信路が記憶構造を持つ場合、ノイズを独立とする仮定が崩れ、大きく通信路容量を損なうことになる。すなわち、これまでの通信路の記述は、通信路で発生するノイズを独立と仮定し、通信路を介した受信したデータ  $y$  の代わりに、送信語をノイズが独立の通信路を通っていると仮定した受信語  $\hat{x}$  を用いて通信路を  $p(\hat{x}|x)$  で記述していることになる。

このように、実際の通信路は、建造物等からの反射波が存在するため、通信路で記憶構造を持つ。課題は、記憶構造を持つ通信路をどのように記述するかである。

## 2.3 通信路容量

情報はある対象物の状態に関する知識であり、不明確さを取り除くものである。簡単な例が、「0か1か」、「白か黒か」、「左か右か」といったものであり、このような二者択一の質問に対する回答を1ビットの情報として情報量をビットで表す。基本的に情報量は記号の数(記号系列)を  $M$ としたとき、 $\log_2 M$  で与えられる。また、二者択一のような記号(例えば0か1か)の生起確率がそれぞれ  $1/2$  の場合、このような記号が続く記号系列の生起確率  $p$  は  $(1/2)^M$  で与えられる。この記号系列の情報量  $I$  は、

$$I = M = \log_2 \frac{1}{p}$$

で与えられ、この関係は記号の生起確率が2の累乗の場合だけでなく、一般の事象  $X$  の場合にも拡張できる。このとき事象  $X$  の確率を  $P(X)$  とすると事象  $X$  の自己情報量  $I(X)$  は、

$$I(X) = M = \log_2 \frac{1}{P(a)}$$

で与えらる。ここで、起こりうる全ての事象を  $x_0, x_1, \dots, x_{M-1}$  とした時、その中の一つの事象  $X$  が起こったときに得られる平均情報量  $H(X)$  は、 $x_0, x_1, \dots, x_{M-1}$  の一つの事象

が起こったときに得られる情報量の期待値であることから、次式となる。

$$H(X) = \sum_{i=0}^{M-1} p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)} \quad (2.3)$$

先の事象 X を情報源記号  $x_0, x_1, \dots, x_{M-1}$  と置き換えて考える。このとき、この情報源から記号を選ぶときの選択確率  $p(x_0), p(x_1), \dots, p(x_{M-1})$  が常に一定のとき、この情報源は独立生起情報源である。独立生起情報源を考えたとき、式 (2.3) は情報源の出す 1 記号当たりの平均情報量を示している。この  $H(X)$  は情報源の 1 記号当たりのエントロピーである。いま  $H(X)$  は事象 X のエントロピーであり、その試行に固有の値である。情報量はある記号を他の記号から区別し、選択するのに必要な二者択一操作の回数であると考えられる。エントロピーは 1 回の選択に必要な二者択一の平均回数であり、選択手段の複雑さを表しているとも言える。このため、エントロピーは一種の不確定さの表現であり、情報理論から熱力学まで幅広く使用されている。

いま事象 X と異なる事象 Y を  $y_0, y_1, \dots, y_{M-1}$  としたとき、 $H(X|Y)$  は一般に

$$H(X|Y) \equiv - \sum_i \sum_j p(x_i, y_j) \log_p(x_i|y_j)$$

を用いて、Y の条件の下での X の平均条件付き自己情報量、または条件付きエントロピーとして定義される。 $(x_i, y_j)$  の結合事象が与える自己情報量の平均値は、一般に次式

$$H(X, Y) \equiv - \sum_i \sum_j p(x_i, y_j) \log_p(x_i, y_j)$$

で表され、X と Y の平均結合情報量、または結合エントロピーと呼ばれている。

通信路を通して送られる情報量について考える。出力側では受信記号を受けることによって送信記号に関する情報を知る。つまり、通信によって送られる情報は、送受信記号の相互情報量である。平均相互情報量  $\tilde{I}(X; Y)$  は

$$\begin{aligned} \tilde{I}(X; Y) &= H(X) - H(X|Y) \\ &= H(Y) - H(Y|X) \\ &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \end{aligned} \quad (2.4)$$

で表される。ここで  $H(X)$  は送信記号のエントロピー,  $H(Y)$  は受信記号のエントロピー,  $H(X-Y)$ ,  $H(Y-X)$  はそれぞれ条件付きエントロピー,  $H(X,Y)$  は送受信の結合エントロピーである。 $\tilde{I}(X;Y)$  は伝達情報量または情報伝達速度と呼ばれ, 通信路 1 記号当たり, または単位時間当たりのビットで表す。エントロピーは不確定性を表す量である。式(2.4)より,  $\tilde{I}(X;Y)$  は受信記号を受ける前の送信記号の不確定さ  $H(X)$  と, ある受信記号を受けた後の送信記号の不確定さ  $H(X-Y)$  の差であり, 受信者が記号を受け取ることによって消滅した不確定さを表している。すなわち  $\tilde{I}(X;Y)$  は, 記号を受け取ることによって受信者の得る情報である。 $H(X-Y)$  は受信後でも残っている不確定さであるため, あいまい度と呼ばれる。

上記の記述は 1 記号についての考え方であるが, 一般的な長さ  $N$  の送信記号系列  $X$  と受信記号系列  $Y$  についても拡張でき, 同様に平均相互情報量  $\tilde{I}(X;Y)$  が定義される。いま, 送信系列  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$  と受信系列  $y = (y_0, y_1, \dots, y_{N-1})$  とすると,

$$\begin{aligned} H(Y) &= H(Y_1) + H(Y_2|Y_1) + H(Y_3|Y_1, Y_2) + \dots \\ &\quad + H(Y_{N-1}|Y_1, Y_2, \dots, Y_{N-1}) \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned} H(Y|X) &= - \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{X_i, Y_i} p(x_i, y_i) \log p(y_i|x_i) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} H(Y_i|X_i) \end{aligned}$$

であるので, 次式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{I}(X;Y) &= H(Y) - H(Y|X) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} (H(Y_i|Y_0, Y_1, \dots, Y_{i-1}) - H(Y_i|X_i)) \end{aligned}$$

一般に,

$$H(Y_i|Y_0, Y_1, \dots, Y_{i-1}) \leq H(Y_i) \quad (2.5)$$

の関係があるので,

$$\begin{aligned} \tilde{I}(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) &\leq \sum_{i=0}^{N-1} (H(Y_i) - H(Y_i|X_i)) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \tilde{I}(X_i; Y_i) \end{aligned} \quad (2.6)$$

であり、式(2.6)の等号が成り立つのは、式(2.5)の等号が成り立つときである。これが成立するのは各記号  $Y_0, Y_1, \dots, Y_{N-1}$  が独立であれば良い。つまり、 $p(x_i|x_0, x_1, \dots, x_{i-1}) = p(x_i)$  のとき平均相互情報量は最大になる。通信路を通して伝送しうる最大の情報量が、その通信路の通信路容量である。

$$\begin{aligned} C &= \max_{p(\mathbf{X})} \tilde{I}(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) \\ &= \max_{p(\mathbf{X})} (H(\mathbf{X}) - H(\mathbf{X}|\mathbf{Y})) \end{aligned} \quad (2.7)$$

となり、1記号当たりの情報量 [ビット/記号] や単位時間当たりの情報量 [ビット/秒] で表現する。無記憶通信路では送信記号を独立に発生させた場合に、平均相互情報量が大きい。このことから、独立生起情報源を仮定し、その情報源記号の発生確率  $p(\mathbf{X})$  を変化させて、 $\tilde{I}(\mathbf{X}; \mathbf{Y})$  の最大値を求めれば良い。

通信路を通して情報を伝送するためには、情報源記号の系列を通信路記号の系列に変換する必要があり、その機能を果たすのが符号化(エンコーダ)である。通信路に対する要求は、情報伝送速度を高くすることである。このためには通信容量にできるだけ近い情報量を持たせることが必要である。このことは符号ができるだけ冗長性の少ないものにすることもある。しかし、通信路にはノイズがあり、伝送される情報は必ずしも忠実に受信側に到達せず、誤りが発生することもある。よって、通信では送られる情報が信頼性の高いものであることも要求される。これらの要求は相反するものに見えるが、シャノンの第

2符号化定理によれば、適当な符号化と復号化を行えば、伝送速度をほとんど落とすことなく、誤りをいくらでも小さくできることを保障している。

シャノンの第2符号化定理は、以下の通りである。通信路容量が  $C$  の一定な離散的通信路があり、ある情報源を  $R$  の速度で符号化し、この通信路を通して伝送するものとする。

1. もし  $R \leq C$  であれば、この情報源の情報をいくらでも小さい誤り確率(あいまい度)で、伝送するものとする。
2.  $R > C$  であれば、この情報源を  $R-C+\epsilon$  より小さい誤り確率で伝送することが可能である。
3. 同様に  $R > C$  なる場合、この情報源を  $R-C$  より小さい誤り確率で伝送する符号化法は存在しない。

シャノンは具体的にこのような符号の作り方を与えていたわけではなく、ある符号の集合の中に、この定理内の性質を満足する符号が存在するはずだということを示している。その際、作り得る送信記号系列の中から全く無作為に系列を取り出し符号語とする符号化を示した。シャノンは、誤り確率の期待値は、全ての符号系の集合の誤り確率の算術平均値であり、 $\epsilon$  より小さければ、この集合の中には必ず少なくとも一つ、 $\epsilon$  より小さい誤り確率を持つ符号系が存在するはずである、とランダムに作った符号の誤り確率の期待値を求め、その値が任意の  $\epsilon$  より小さくできることを証明している。

## 2.4 代数的符号

通信では、第3世代携帯電話にて、ターボ符号のように拘束長が長く誤り訂正能力が高い符号が使用されてきているが、デジタル放送や、CD や DVD などのパッケージメディアでは、代数的符号が広く普及している。代数的符号は、通信路で発生するノイズを独立と仮定し、ハミング距離を用いた復号を行っている。

$q$  元  $(n, k)$  代数的符号  $\mathbf{u}$  は、長さ  $n$  の  $q$  元ベクトル  $C_m$  の集合として、以下のように定義される。

$$\mathbf{u} = \{ C_m \in \{0, 1, \dots, q-1\} : m = 1, 2, \dots, q^k\}$$

ここで、以下を定義する。

$C_m$  符号語

$n$  符号長

$k$  情報記号数

$$d_{min} = \min_{i \neq j} D_H(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{u}}) \quad \text{最小ハミング距離}$$

$$r = \frac{k}{n} \quad \text{符号化率}$$

最小ハミング距離を元にした復号法について考える。符号  $\mathbf{u}$  について、符号語  $C_m \in \mathbf{u}$  を送信し、 $\hat{\mathbf{u}}$  を受信したとする。このとき、 $D_H(C_j, \tilde{C})$  を最小にするような符号語  $C_j \in \mathbf{u}$  が送信されたと判定する復号法が最小ハミング距離を用いた復号法である。

最小ハミング距離を用いた復号法では、以下の定理が成り立つ。

[定理]  $(n, k)$  符号  $\mathbf{u}$  は、 $t$  個以下の全ての誤りを訂正できる。ただし、 $2t + 1 \leq \frac{n-k}{2}$  である。

図 2.5 を用いて、ハミング距離を用いた復号を説明する。

各符号語  $C_m$  を中心に半径  $t$  の球  $S(C_m)$  をつくると、 $d \leq 2t + 1$  から  $S(C_m)$  は互いに共通部分（交わり）がない。したがって、符号語  $C_m$  を送信して、 $t$  個以内の誤りが生じて受信語  $\hat{\mathbf{u}}$  を得た場合、 $\hat{\mathbf{u}} \in S(C_m)$  であるが、 $\hat{\mathbf{u}} \notin S(C_j)$ 、ただし  $m \neq j$  である。したがって、 $d_H(C_m, \hat{\mathbf{u}}) \leq t_0$ 、かつ、 $d_H(C_j, \hat{\mathbf{u}}) \leq t$  が成り立つので、最小ハミング距離を用いた復号法によって、 $t$  個までの誤りが訂正できる。

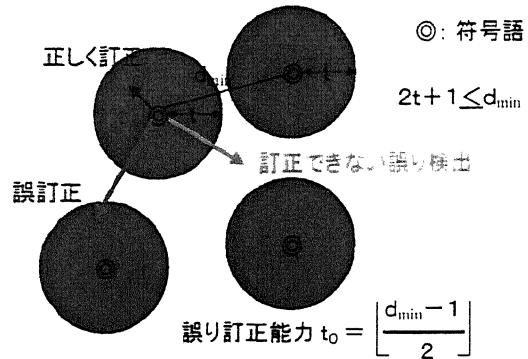


図 2.5: 誤り訂正の範囲.

誤りの検出は受信語  $\hat{u}$  が,  $\hat{u} \in u$  であるか否かによって行われる. 最小距離が  $d_{min}$  ので, 送信した符号語  $C_m$  に誤りが生じて他の符号語  $C_j$  になる為には, 少なくとも  $d_{min}+1$  個以上の誤りが生じなければならない. したがって,  $d_{min}$  個以下の誤りは必ず検出できる.

誤りの検出は, パリティ検査で行っている. 通信路で発生するノイズが独立な場合, シャノンが示したランダム符号化のように, 通信路の符号語を全くランダムに割り当てても, その符号長さえ長くすれば, いくらでも誤りの少ない伝送が可能である. しかし, 符号長を長くすれば, 符号語の数は指数関数的に増大する. そのため, より効率的な復号が簡単に行える符号の構成方法が必要となる. その一つがパリティ検査による符号である. 簡単のため, 情報源も通信路も, ともに 0 と 1 の二元記号を考え, 1 ビットだけを付加する最も簡単な例で説明する. また, 送信ビットは  $(s_0, s_1, \dots, s_{k-1})$  で表す. このビットを送るとき, 元のビット系列に 1 記号  $s_k$  を追加し,  $(s_0, s_1, \dots, s_{k-1}, s_k)$  の中に含まれている 1 の数の総数を偶数になるように  $s_k$  を選ぶ. もし, 伝送中に奇数個の誤りが生ずると, 受信記号系列の中の 1 の総数が奇数個になるので, 直ちに誤りの発生が検知される.

このように誤りの存在を検知できる符号が, 誤り検知符号である. このとき, 情報伝送に使用される記号が情報記号, 誤り検知のために付加される記号が検査記号である. この際, 符号は付加される検査符号の分だけ冗長になり, 伝送速度は低下する.

1	0	1	1	1
---	---	---	---	---

$1 = 1 + 0 + 1 + 1$

情報ビット 検査ビット

+ : 排他的論理和

$$\begin{array}{r}
 & + | 0 & 1 \\
 & 0 | & 0 & 1 \\
 1 | & 1 & 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 -0 = 0 \\
 -1 = 1
 \end{array}$$

図 2.6: パリティ検査.

検査記号  $s_k$  は,

$$s_0 \oplus s_1 \oplus \cdots \oplus s_{k-1} \oplus s_k = 0 \quad (2.8)$$

を満たすように定められ, このことから,

$$s_k = \begin{cases} 1 & (s_0 \oplus s_1 \oplus \cdots \oplus s_{k-1} = 1) \\ 0 & (s_0 \oplus s_1 \oplus \cdots \oplus s_{k-1} = 0) \end{cases}$$

が分る. 式 (2.8) の左辺の演算結果を検査することが, パリティ検査である.

パリティ検査の考えは, 畳み込み符号などの遂次符号化の場合にも適応できる. 例えば  $\mu$  段のシフトレジスタを置き, その左端から情報記号を 1 記号ずつ送り込む. レジスタの中には  $\mu$  個の記号が蓄えられ, 左端から記号が送り込まれるたびに一つずつ右へ進み, 右端の記号は押し出される.  $(s_{i-3}, s_{i-2}, s_{i-1}, s_i)$  の 4 記号が蓄えられている時, 端子 1 には  $s_i$  が出力され, 端子 2 には,

$$u_i = h_0 s_{i-3} \oplus h_1 s_{i-2} \oplus h_2 s_{i-1} \oplus h_3 s_i$$

が出力される. ここで,  $h_i \in (0, 1)$  は,  $s_i$  の各出力に対する係数である.

次に実用化されている代数的符号の中で, 最も普及しているリードソロモン符号について説明する. リードソロモン符号は, シンボル単位で誤り訂正でき, 元単位でパリティ検査を付加する代数的符号である.

$q$  元ガロア体の表記とする。 $GF(q)$  に属する  $k$  個の元を送信する。

$$\mathbf{u} = (C_0, C_1, \dots, C_{k-1})$$

ただし、 $C_i \in GF(q)$  である。一般に、

$$q = 2^m \quad m \in N \quad (2.9)$$

である。式(2.9)は、 $m$  ビットの 2 値情報が  $GF(q)$  の元に変換されることを表している。

$k$  個の  $GF(q)$  の元を係数とする多項式を以下のように定義する。

$$f_{RS}(\chi) \equiv s_0 + s_1 \chi + s_2 \chi^2 + \dots + s_{k-1} \chi^{k-1} \quad (2.10)$$

$GF(q)$  上の  $(n, k)$  リードソロモン符号は、式(2.10)のように  $k$  個の  $GF(q)$  上の元からなる多項式で一つの符号語  $f(\chi)$  を定め、

$$\mathbf{D} \equiv \{ \chi_0, \chi_1, \dots, \chi_{n-1} \} \subseteq GF(q)$$

と定義すると、リードソロモン符号  $C_q$  は以下で定義される。

$$\begin{aligned} C_q(n, k) \equiv & \{ (f_{RS}(\chi_0), f_{RS}(\chi_1), \dots, f_{RS}(\chi_{n-1})); \\ & \chi_0, \chi_1, \dots, \chi_{n-1} \in \mathbf{D}, \\ & f_{RS}(\chi) \in GF(q), \deg f_{RS}(\chi) < k \} \end{aligned}$$

代数的符号の復号について考える。情報源には  $s_0, s_1, \dots, s_{k-1}$  の  $k$  種類の通報があり、通信路記号系列を  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$  の  $n$  種類とする。 $n \geq k$  であれば、情報源通報にそれぞれ一つの異なる通信路記号系列を割り当てる符号化が可能である。 $n \gg k$  であって、通信路記号系列の数に余裕があれば、誤りの確率は小さくなる。もし、 $n = k$  であって、通信路記号系列の全てに情報源通報が割り当てられれば、当然受信に誤りが発生する。

代数的符号の復号は、受信された受信記号系列  $\mathbf{y}$  に対し、最も適當と思われる送信語  $s$  を決めることである。その規則を復号規則と呼び、これは  $d(\mathbf{y})$  のような関数の形で表される。この関数の値は符号語  $s$  のどれかであって、各  $\mathbf{y}$  に対し、それぞれ一つの送信語を対応させる関数である。いま、 $d(\mathbf{y})$  と一致する符号語が送られ、かつ  $\mathbf{y}$  なる受信系列が受信されるという事象を考える。その事象が起こる確率は結合確率  $p(d(\mathbf{y}), \mathbf{y})$  で与えられるとする。この事象が起これば誤りは起こらないと考えられる。したがって、正しい復号が行われる確率を  $P_C$ 、誤りの起こる確率を  $P_E$  とすると、

$$\begin{aligned}
P_E &= 1 - P_C \\
&= 1 - \sum_j p(d(\mathbf{y}), \mathbf{y}) \\
&= 1 - \sum_j p(\mathbf{y}) p(d(\mathbf{y})|\mathbf{y}) \\
&= 1 - \sum_j p(d(\mathbf{y})) p(\mathbf{y}, d(\mathbf{y}))
\end{aligned} \tag{2.11}$$

となる。復号法は、関数  $d(\mathbf{y})$  をどう決めるかである。式 (2.11) から、復号誤り率が最小となる  $d(\mathbf{y})$  の値として、 $p(s|\mathbf{y})$  が最大となる  $s$  を選べば良い。当復号により、事後確率を最大とする復号が成される。

また、いま送信語の発生確率が全て等しいと仮定すると

$$p(s_i) = \frac{1}{k} \quad (i = 0, 1, \dots, k-1)$$

である。よって、式 (2.11) の  $p(\mathbf{y}, d(\mathbf{y}))$  を大きくすれば良いので、 $d(\mathbf{y})$  を用いて  $p(\mathbf{y}|s)$  を最大にするような  $s$  を選べば良い。当復号により、尤度を最大とする復号が成される。

ここで着目すべき点は、事後確率を最大とする復号や、尤度を最大とする復号を行うには、通信路の正しい記述が必要なことである。仮に通信路が正しく記述されたならば、事後確率や尤度を最大とする復号が機能する。

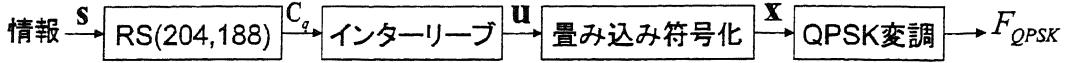


図 2.7: 送信側の系統.

## 2.5 衛星デジタル放送

衛星デジタル放送の移動受信について、実際の通信路で発生する諸現象を説明し、通信路で発生するノイズを独立と見なす現状の具体的な課題を説明する。

衛星デジタル放送の伝送を説明し、まず固定受信では、反射波の進入は稀であり、通信路で発生するノイズを独立とみなす白色ガウス雑音 (AWGN) で近似できることが多いことを説明する。

次に移動受信では、ドップラーシフトの影響を受け、また反射波の影響でノイズが記憶構造を持つ通信路となることを説明し、現実の移動受信の通信路では、符号の持つ通信路容量が十分に使用されず、誤り特性が劣化し、放送品質を損なうことを説明する。

### 伝送と固定受信

本研究では衛星デジタル放送の伝送として、Quadrature Phase Shift Keying(QPSK) 変調を用いる ARIB STBD-B20 規格と DVB-S 規格を考える。これらの規格では、情報語はリード・ソロモン符号 (RS(204,188)) と拘束長 7 の畳み込み符号で符号化し QPSK 変調する。

### 伝送

図 2.7 は、衛星デジタル放送の伝送を示している。映像や音声を情報源符号化した情報  $s$  をリードソロモン符号で符号化して符号語  $u$  を得て、インターリーブを行った系列  $u$  を畳み込み符号で符号化して、QPSK 変調を行い、変調信号  $x$  を通信路へ送出する。

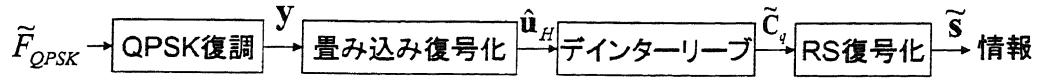


図 2.8: 受信側の系統.

受信側は、図 2.7 のように、通信路を介して受信された変調信号  $\tilde{x}$  を QPSK 復調し、置み込み符号の復号を行い系列  $\hat{u}_H$  を出力し、ディンターリーブにより再現したリードソロモン符号  $\hat{u}$  を復号して情報  $\tilde{s}$  を再現している。

まず、送信側の各機能を説明する。リードソロモン符号 (RS 符号: Reed-Solomon code)[3] は、シンボル単位での誤り訂正を行う符号である。移動受信では、誤りが集中して起こるバースト誤り (burst error) などにより、符号の誤り訂正能力を超える誤りが発生する [4]。バースト誤りでの誤訂正を小さく抑えるためには、シンボル単位で誤り訂正を行い、一度に数ビットの誤り訂正を行うことが必要となる。RS 符号は、最も普及しているシンボル単位での誤り訂正符号であり、 $m$  ビットで構成される  $GF(2^m)$  上の元を 1 シンボルとして符号化している。RS 符号は、根も生成多項式も  $GF(2^m)$  上となる。

$r$  個までのシンボル誤りを訂正する RS 符号の生成多項式  $G(s)$  は

$$G(s) = (s - \alpha^0)(s - \alpha^1) \dots (s - \alpha^{2r-1}) \quad (2.12)$$

であり、符号長  $n = 2^m - 1$ 、情報シンボル  $k = n - 2r$  の RS 符号を得る。

映像や音声などの情報は、情報源符号化を行いバイト単位で表現される。このため、RS 符号は  $m = 8$  で構成される  $GF(2^8)$  上の元を 1 シンボルとして符号化される。

衛星デジタル放送で使用している  $n = 204$ 、 $k = 188$  の RS(204, 188) 符号は、 $n = 255$ 、 $k = 239$  の RS(255, 239) 符号から 51 個の元を削除する短縮化符号である。

短縮化の方法を、図 2.9 に示す。

まず映像や音声などの伝送すべき情報をバイト単位で表現し、その後、188 バイトに 51 バイトのオール 0 を付加して 239 バイトの情報シンボルを得る。次にこの情報シンボルを RS (255, 239) 符号で符号化し、得られた 255 バイトの符号語から付加した 51 バイトの

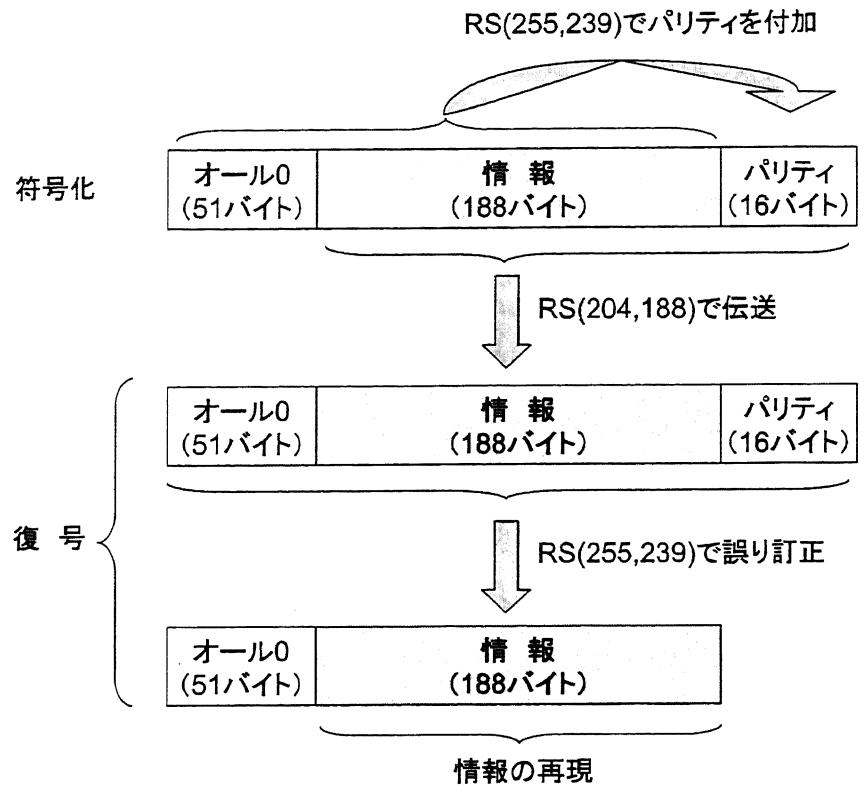


図 2.9: RS(204,188) の生成と復号.

オール0を削除することにより 204 バイトの符号語を生成している.

復号側では、204 バイトの符号語に 51 バイトのオール0を付加して 255 バイトの符号語を再構築し、RS(255, 239)として復号を行い、復号した 239 バイトの情報から 51 バイトのオール0を取り除き、188 バイトの映像や音声などの情報を再現している.

RS(204,188) 符号は、伝送路で生じる 8 バイト以下の誤りを訂正できる.

次に、インターリーブについて、図 2.10 を用いて説明する。インターリーブの目的は、通信路で発生する誤りの箇所を分散することである。このため、送信側ではリードソロモン符号の符号語を複数個メモリへ書き込み、各符号語を横断するようにメモリから読み込みを行い、通信路へ伝送する。受信側では、各符号語を横断するようにメモリへ書き込ん

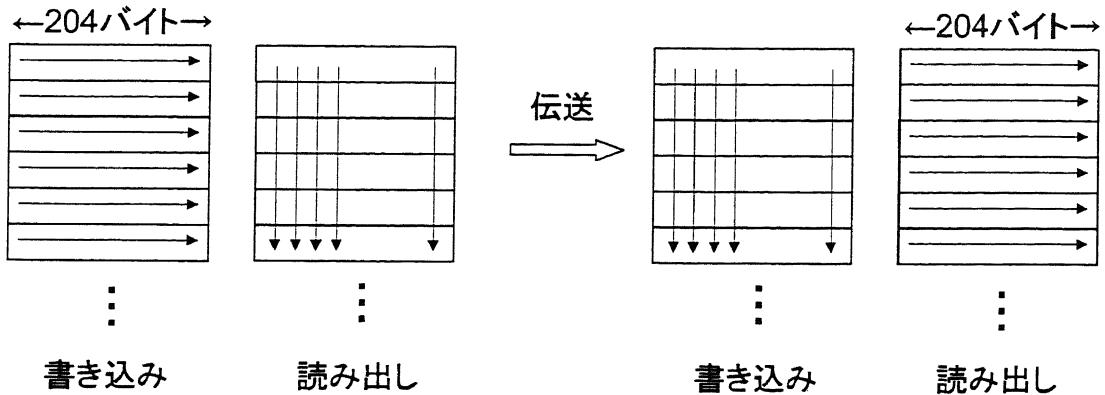


図 2.10: インターリープ.

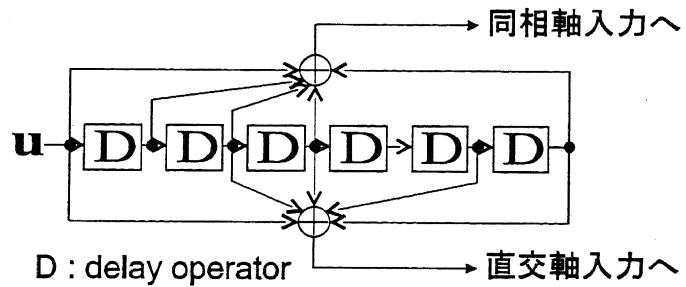


図 2.11: 畳み込み符号の生成回路.

だ後, 符号語を読み出している. インターリープにより, 仮に通信路で集中的に誤りが発生したとしても, 誤りが分散できる.

インターリープを行ったリードソロモン符号の符号化出力を  $u = (u_0, u_1, \dots, u_{m-1}) \in \{1, 0\}^m$  とする. ここで,  $m > 7$  である.

$u$  を畳み込み符号の符号化を行うには, 図 2.11 のように, 遅延回路と加算回路の生成回路を用いる.

同図から,  $i$  番目の畳み込み符号の符号化出力  $x_i = (x_i^I, x_i^Q) \in \{-1, +1\}^2$  は, 次式で定

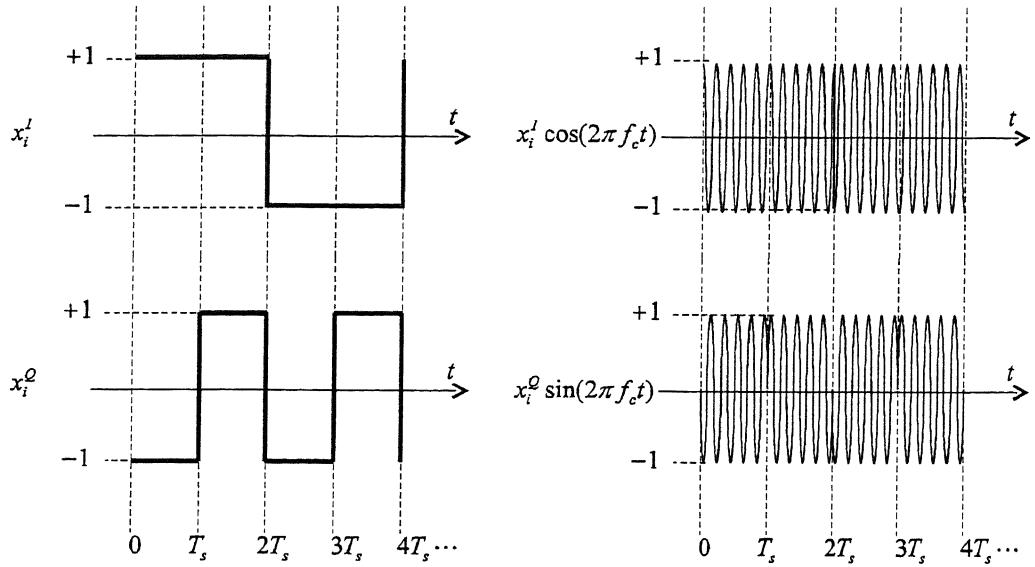


図 2.12: QPSK 変調信号 (左) と信号空間ダイヤグラム (右).

義される。

$$\begin{aligned} x_i^I &= 1 - 2(u_i + u_{i-1} + u_{i-2} + u_{i-3} + u_{i-6}) \\ x_i^Q &= 1 - 2(u_i + u_{i-2} + u_{i-3} + u_{i-5} + u_{i-6}). \end{aligned} \quad (2.13)$$

次に  $x_i^I \in \{-1, +1\}$  と  $x_i^Q \in \{-1, +1\}$  は、次式のように QPSK 変調 (図 2.12) される。

$$F_{QPSK}(t) = b[x_i^I \cos(2\pi f_c t) + x_i^Q \sin(2\pi f_c t)] \quad (2.14)$$

$$iT_s \leq t < (i+1)T_s$$

ここで  $T_s$  は QPSK 変調のシンボル時間 ( $43.0404 \text{ nsec}$ )、 $f_c$  は搬送波周波数、 $b$  は搬送波の振幅である。NHK の BS デジタル放送では、 $f_s \equiv 1/T_s$  は  $23.234 \text{ MHz}$ 、 $f_c$  は約  $12 \text{ GHz}$ 、そして  $f_c$  は  $f_s$  の整数倍である。

### 固定受信

固定受信の場合、 $\tilde{F}_{QPSK}(t)$  を受信信号とすると、直交同期検波による QPSK 復調は  $\cos(2\pi f_c t)$  と  $\sin(2\pi f_c t)$  を  $\tilde{F}_{QPSK}(t)$  に乘じ平均を取ることで得られる。QPSK 復調信号

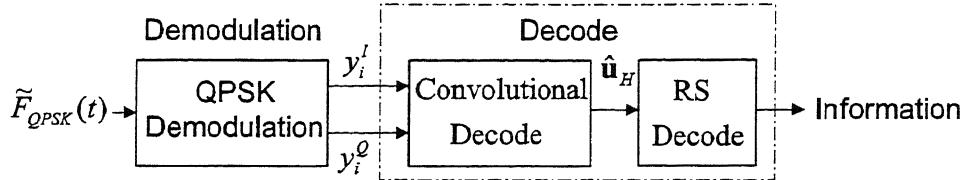


図 2.13: 従来手法による復調と復号の系統.

$y_i = (y_i^I, y_i^Q)^T$  は,

$$\begin{aligned} y_i^I &= B \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} \tilde{F}_{QPSK}(t) \cos(2\pi f_c t) dt \\ y_i^Q &= B \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} \tilde{F}_{QPSK}(t) \sin(2\pi f_c t) dt, \end{aligned} \quad (2.15)$$

となり,  $B$  は  $y_i^{I^2} + y_i^{Q^2} = 2$  を満足する正規化定数である.

理想的には QPSK 復調出力  $y_i$  は  $x_i$  と一致するが, 一般には  $y_i$  は通信路で生じる雑音の影響で 2 値とはならなく実ベクトルとなる. しかしながら, 固定受信においては, 通信路で生じる雑音を独立と見なすことができるため,  $y_i$  と  $x_i$  の差は小さい. このため, QPSK 復調出力から系列を作り, 各ビットの符号を求めて 2 値の復号を行うと, 固定受信においては多くの場合良好な受信結果が得られる.

以上のことから, 従来手法の復号は, 図 2.13 のように, QPSK 復調出力  $\mathbf{y} = (y_0, y_1, \dots, y_k)$  を 2 値と見なし, 署み込み符号の復号とリードソロモン符号の復号を行っている.

$\mathbf{y}$  から  $\hat{\mathbf{u}}_H$  を得る署み込み符号の一般的な復号は [4] に示されている通り,

$$\hat{\mathbf{u}}_H = \underset{\mathbf{u}}{\operatorname{argmin}} d_H(\operatorname{sign}(\mathbf{y}), \mathbf{x}(\mathbf{u})), \quad (2.16)$$

となる. ここで,  $d_H(\cdot, \cdot)$  はハミング距離,  $\mathbf{x}(\mathbf{u})$  は式 (2.13) で定義された署み込み符号を生成する関数である. 式 (2.16) では, トータルのハミング距離を最小とする  $\mathbf{u}$  が選択される.

$\hat{\mathbf{u}}_H$  は RS 復号され, 8 バイト以下の  $\hat{\mathbf{u}}_H$  の誤りは, RS 符号により誤り訂正される.

一般的なリードソロモン符号の特徴 [3] から, RS(204, 188) 符号は, 以下の特徴を持つ.

8 バイト以下の誤り ほとんど完全に誤りを訂正できる.

9 バイト以上の誤り 復号された情報の信頼性は急激に低下する.

このことから, 畳み込み符号の復号にて, 8 バイト以下の誤りとすることが重要となる.

固定受信では, 口径が 40cm から 50cm 程度のパラボラアンテナ等が用いられており, 受信 CN 比は 14dB 以上に及び, 雑音の影響は極めて小さいく, また反射波の混入は稀である. このことから, 固定受信の通信路は, stationary で記憶のない通信路と仮定できる. このような仮定下では, 受信された各ビットの情報は独立に観測されたと仮定でき, ハミング距離を用いる畳み込み符号の復号は正しく機能する.

このため, 固定受信の多くの場合, 畳み込み符号の復号にて 8 バイト以下の誤りとでき, RS(204, 188) 符号の復号にて, 誤り訂正が上手く機能している.

## 2.6 移動受信の現状と将来の課題

STRADA (Panasonic, 型名 TU-DTV200) は, 衛星デジタル放送の移動受信ができる市販品の一つである. 同製品を使用することで, 現在, 良好的な移動受信ができている. 一般に見通しが良い状況でも, 良好的な移動受信ができるとは限らない. この主な原因はドップラーシフトとフェージングの影響である [4]. このため同製品は, 二つの対策を行っている. まずドップラーシフトの影響を軽減するため, 同製品は高速な PLL を用いている. 仮に車両が時速 100 km/h で走行したとすると, 12 GHz でのドップラー周波数は約 1 kHz となる. QPSK シンボル周波数  $f_s$  は約 23 MHz であるため, ドップラー周波数はシンボル周波数に比べ小さく, 高速な PLL を用いることで, 同製品はドップラーシフトの影響を軽減している.

次にフェージングの影響を軽減するため, 同製品は, 機械式追尾機能があるパラボラアンテナ (型名 AN-BCS01) を推奨している. 同アンテナの使用は, 安定した受信レベルの

確保と反射波の混入を避ける理由がある。

同製品の使用により、良好な衛星デジタル放送の移動受信ができているが、機械的追尾機能があるパラボラアンテナはサイズが大きくなり、一般車両への搭載が困難な上、高価格となっているため、普及が滞っている。

このような現状の中、次世代の衛星デジタル放送の移動受信に向け、機械式追尾機能がない小型の受信アンテナが研究されている。例えば、文献 [5] によると、複数ビームで方位角 360 度をカバー (1 ビームが 120 度、3 ビームで 360 度をカバー) する小型受信アンテナが研究されている。このような小型アンテナの受信 CN 比は、8 dB から 10 dB と低く [6]、45 cm $\phi$  パラボラアンテナを用いた固定受信と比較すると、受信 CN 比は 6 dB ほど低下し、雑音の影響を受け易くなる。更に次世代の小型アンテナの使用はビーム幅が広がるため、遅延時間の異なる反射波の混入が避けられず、10 GHz 以上の周波数でもフェージングの影響を受ける [7]。

本研究では、次世代の移動受信を想定している。また、現状で問題のないドップラーシフトにおいても、低速な PLL を用いた場合も想定し、検討を加えている。

ドップラーシフトの影響を受けた QPSK 変調波の受信信号を  $z_i = (z_i^I, z_i^Q)$  と定義する。ドップラーシフトは  $z_i^Q$  と  $z_i^I$  の相互干渉を発生させ、誤り特性を劣化させる [4]。また移動受信では軽量で小さいアンテナが求められ [8]、反射波の混入 (マルチパス) が避けられない。このため、符号間干渉が発生し、誤り特性が劣化する [4]。

通常、移動受信では、パイロット系列を用いて通信路を推定し、ダイバーシティ受信でマルチパスフェージングの影響を軽減している [4]。パイロット系列の挿入は、図 2.14 のように、予め決めた系列を情報系列に挿入し、受信側でパイロット系列を参照することで、通信路を推定するものである。

また、移動受信では、複数の到来波による干渉によりマルチパスフェージングが発生し、受信レベルが変動する。ダイバーシティ受信は、図 2.15 のように、複数の受信アンテナを用いることで、マルチパスフェージングの影響を軽減するものである。

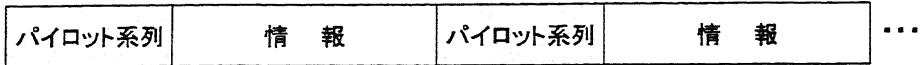


図 2.14: パイロット信号.

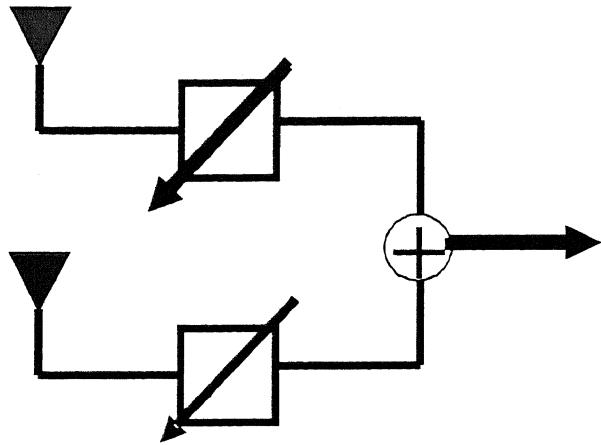


図 2.15: ダイバーシティ受信.

図 2.15 は、二つのアンテナを波長間隔程度で設置し、位相調整を行い合成する最大比合成を示している。

しかしながら、現行の衛星デジタル放送は、パイロット信号が挿入されていないため、通信路の推定が困難となっている。また、波長が 2cm 程度、アンテナ径が数十 cm 程度であることから、波長間隔程度の取り付けが困難となっている。

この結果、リードソロモン符号の特徴から、RS(204, 188) 符号は、通信路で発生する雑音が記憶構造を持つような移動受信では、符号の持つ通信路容量を十分に使用できなかっため、9 バイト以上の誤りが発生すると、急激に誤りが増加してしまう。このため、現行の衛星デジタル放送の移動受信は、十分な放送品質を確保できない場合が多い。

なお、現行の衛星デジタル放送は、RS(204, 188) 符号の先頭を知らすための 1 バイトの既知信号を挿入しているが、パイロット信号として使用するに至る長さではない。

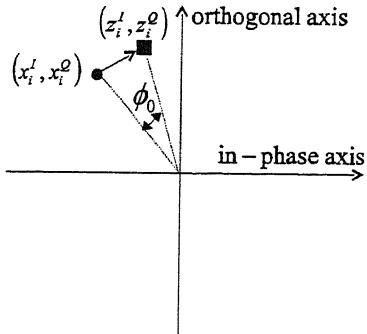


図 2.16: ドップラーシフトによる位相の回転.

次に、ドップラーシフトとマルチパスフェージングについて、説明する。ドップラーシフトの影響は図 2.16 のように、QPSK 信号の位相角を回転させ、PLL を用いない場合の受信信号  $z_i^Q$  と  $z_i^I$  間でクロストークを発生させる。

ドップラーシフトの一般的な対策は、PLL を用いることである [4]。現状の市販品では高速の PLL を用いてドップラーシフトの影響を軽減し、十分な品質の移動受信を行っている。

本研究は低速な PLL も考慮するため、捕足実験(第 4.2 章)で同期捕捉時間が異なる 2 種類の PLL を用いて実験している。一つ目は QPSK シンボル時間単位で同期捕捉を行う高速 PLL(以下、シンボル PLL と呼ぶ)，もう一つは 2000QPSK シンボル時間ごとに同期捕捉を行う低速 PLL(以下、ブロック PLL と呼ぶ)である。ブロック PLL を用いるとドップラーシフトの影響は軽減できるが、完全に除去されないため、ドップラーシフトの影響は残る。

PLL の効果を見るため、受信映像のスナップショットの例として、PLL を用いない場合、ブロック PLL を用いた場合、そしてシンボル PLL を用いた場合を、それぞれ図 2.18、図 2.19、図 2.20 に示す。

PLL を用いない場合、ドップラーシフトの影響で常に位相回転が生じ、 $z_i^Q$  と  $z_i^I$  の相互

干渉が発生するため、受信映像は、図 2.18 のように、ほとんど映らない映像となる。

ブロック PLL を用いると、図 4.15 のように、同期捕捉を行うまでの間で位相回転が生じるため、受信映像は、図 2.19 のように、誤りが目立つ映像となる。

シンボル PLL を用いた場合、ドップラーシフトの影響は、ほとんど軽減できている。図 4.16 のように、シンボル PLL は、ほとんど位相回転を生じないため、ドップラーシフトの影響を除去できていると考えられる。しかし、シンボル PLL では、ドップラーシフトの影響はほとんど無いものの、図 2.20 のように、誤りが目立つ。これは、次に説明するマルチパスフェージングの影響である。車上へ取り付ける物理的な制限から、移動受信の受信アンテナは、固定受信と比較すると小型となり、指向特性が広角になる [8]。移動受信の受信 CN 比の範囲はかなり低く (8dB から 10dB の範囲)、また、図 2.21 のように建造物等からの反射波の混入が避けられない。

このため移動受信の通信路は記憶のある通信路となり、送信時間の異なる符号が重なる符号間干渉が発生する [4] し、誤り特性が劣化する。この理由により、受信データ  $z_i$  は送信データ  $x_i$  と異なることが多くなり、従来の復号では誤りを訂正できない場合が多くなる。

以上のように、固定受信は、比較的大口径パラボラアンテナの使用により反射波の進入は稀であり、通信路で発生するノイズを独立とみなす白色ガウス雑音 (AWGN) で近似できることが多い。このため、固定受信では、リードソロモン符号の持つ通信路容量を十分に使用できる場合が多い。

しかしながら、移動受信では、車上に取り付ける物理的制限から、口径の小さな受信アンテナを使用せざるを得ない。このため、反射波の進入は避けられず、通信路は、ノイズが記憶構造を持つ記憶のある通信路となる。このため、畳み込み符号を用いたとしても、リードソロモン符号の持つ通信路容量が十分に使用されない場合、誤り特性が劣化し、放送品質を損なうことになる。

以上のことから、本研究では、通信路の記述を再考した上で、統計科学からの寄与によ



図 2.17: 原画.

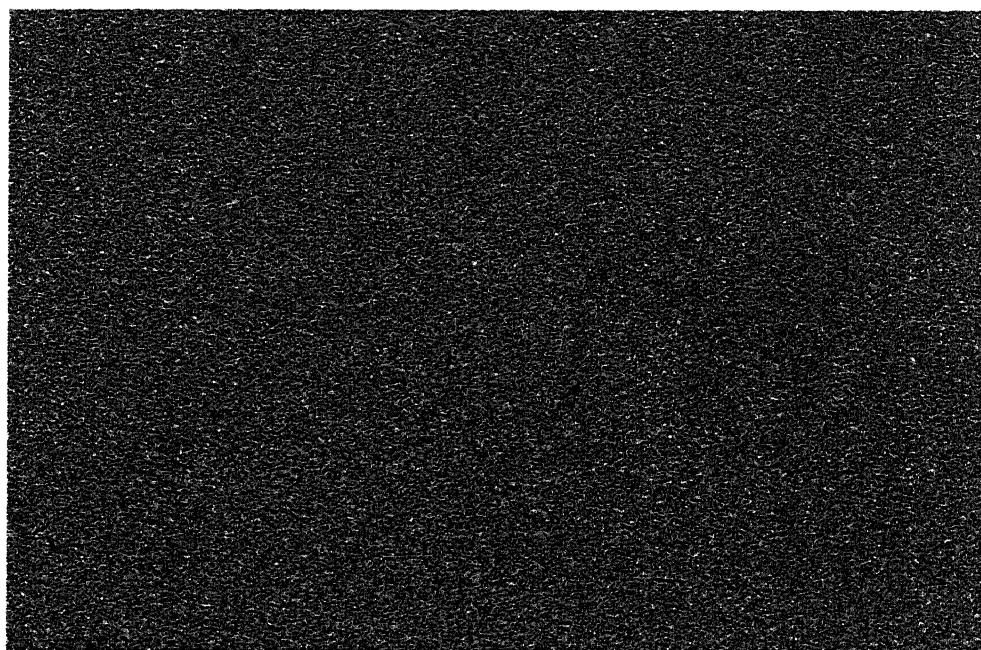


図 2.18: PLL を用いない場合の受信映像.



図 2.19: ブロック PLL を用いた場合の受信映像.



図 2.20: シンボル PLL を用いた場合の受信映像.

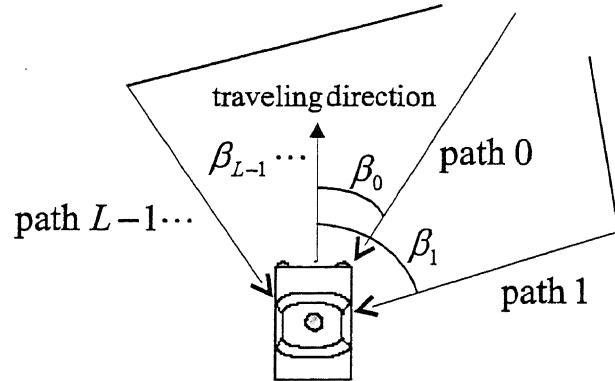


図 2.21: 複数の反射波の到来.

る記憶のある通信路の通信路推定, 並びに確率推論による誤り訂正を研究した. 仮に通信路を正しく記述できたならば, 移動受信の通信路においてもリードソロモン符号の持つ通信路容量が十分に使用され, 十分な放送品質が得られると考えられるだろう. 記憶のある通信路の推定は, 通信路の記述を再考し, 通信路に対する適切なモデリングが必要である.

# 第3章 通信路推定と誤り訂正

## 3.1 既存の研究

1990年代から走行中の車内にてテレビ放送を視聴する受信システムが、普及し始めている[8]。一般的に移動受信は、様々な原因のため、固定受信に比較して困難が伴う。この中で、本研究で取上げるのは、フェージングの影響である。ドップラーシフトの影響は、既に現在の市販品で機械追尾式パラボラアンテナと高速なPLLを用いて解決しているが、次世代の小型アンテナ（機械追尾機能がなく、低利得でビーム幅が広いアンテナ）を想定した場合、並びに低速なPLLを用いた場合も想定し、本研究ではフェージングの影響を主に検討し、併せてドップラーシフトの影響も検討している。フェージングの影響を軽減するには、通常パイロットシーケンスやダイバーシティ受信を用いる[9]。送信データに予め決められたパイロットシーケンスが多重していれば、フェージング通信路のパラメータを推定できる。しかしながら、現在の衛星デジタル放送は、204バイト中で1バイトのみが既知であり、通信路のパラメータを推定するには十分ではない。

一方、衛星デジタル放送の移動受信は、一般車両に複数の受信アンテナを搭載することは困難なことから、ダイバーシティ受信の適用も難しい。

これらに理由により、衛星デジタル放送の移動受信は、地上デジタル放送の移動受信に比較して困難である。

衛星デジタル放送の移動受信を可能とした市販品STRADA(Panasonic製)は、安定した受信レベルの確保と反射波の混入を防止する理由で、機械追尾式パラボラアンテナを推奨している。この現在のシステムは良好に受信できているものの、受信アンテナのサ

イズが大きく、また価格も高いことから広く普及するに至っていない。このことから、次世代の受信アンテナとして機械式追尾機能がなく小型な受信アンテナが研究されている。文献[5]は、1ビームが120度で3ビームで360度をカバーする受信アンテナを提案している。しかしながら、小型の受信アンテナは利得が低いため、次世代の小型アンテナでの受信CN比は8dBから10dB[6]となる。またビーム幅が広くなることから、小型アンテナを使用する際、反射波の混入も避けられない。

以上のように現在の伝送と次世代の受信を前提に、パイロットシーケンスとダイバーシティ受信を用いない、衛星デジタル放送の移動受信を研究した。提案する手法は、通信路を推定した後、送信語を確率推論するものである。

良く知られている既存の手法として、ブラインド等化[10]による通信路推定がある。本研究は、ブラインド等化[10]に基づき、二つの手法を比較している。一つは最尤推定(MLE)による通信路のパラメータ推定、もう一つは高次統計量(HOS)による通信路のパラメータ推定である。

MLEによる通信路のパラメータ推定では、Expectation Maximization(EM)アルゴリズム[11]を用いた。EMアルゴリズムは繰り返し演算のため、計算量が比較的高い。HOSによる通信路のパラメータ推定は、MLEに比較して安定性が悪いが、計算量はかなり低い。

送信語の確率推論では、フェージング通信路モデルに基づき、二つの手法を提案している。一つは周辺確率分布を最大化する手法、もう一つは同時確率分布を用いる手法である。これらは、文献[12, 13, 14]で示されているようなグラフィカルモデル[15]に基づいた確率推論である。

上記の通信路推定と確率推論の組み合わせ(全部で4通り)は、計算機シミュレーションと実際の移動受信の通信路を用いた実験で評価した。この結果、提案手法は移動受信を改善できることがわかった。提案手法は実用化に際し、妥当な計算量である。

### 3.2 本研究の方向性

提案手法の究極の目標は、小型で安価な移動受信の受信システムを作ることである。固定受信の受信器が広く普及しているため、現状の放送方式を変えることは困難である。このため、当研究は、現状の放送方式を前提に行った。具体的には、次世代の小型アンテナに近い受信アンテナを搭載し、現行の衛星デジタル放送の移動受信を改善する手法を研究した。

当研究は、現在の市販品とは異なる方針である。ドップラーシフトの影響を軽減するため、現在の市販品と同様に高速な PLL を用いるが、機械追尾式の受信アンテナは用いず、ビーム幅が広い小型アンテナを用いている。なお、本研究では、低速な PLL を用いた場合も検討している。

次世代の移動受信では、機械的な追尾機能がなく、ビーム幅が広いアンテナの搭載が研究されている。文献 [16, 5] は、3 ビームで 360 度の方位角をカバーする受信アンテナである。この種のアンテナは小型軽量のため、一般車両への搭載が可能である [16, 5]。

しかし、利得が  $21 \text{ dBi}$  [6] と低い（固定受信の  $45\{\text{cm}\}\phi$  パラボラアンテナと比較すると  $13 \text{ dB}$  程低い）ため、同アンテナの使用により受信 CN 比が  $8 \text{ dB}$  から  $10 \text{ dB}$  となる [6]。

受信 CN 比が低くなることに加え、ビーム幅が広がるため、反射波の混入が避けられず、 $10 \text{ GHz}$  以上の搬送波周波数であっても通信路は記憶のあるフェージング通信路となる [7, 8, 4]。

記憶のあるフェージング通信路の対策としては、ダイバーシティ受信が有効であるが、複数の受信アンテナを一般車両へ搭載することは困難であることから、単一アンテナで受信信号を用いることを研究した。また、記憶のあるフェージング通信路の対策として、パイロットシーケンスは有効であるが、現行の放送方式は、通信路推定を行えるだけの既知のシーケンスを有していない。

これらのことから、ダイバーシティ受信とパイロットシーケンスを用いずに、統計的な

通信路モデルに基づく通信路推定と確率推論による移動受信の改善を研究した.

### 3.3 提案手法の概要

一般に通信路モデルは、確率モデル  $p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(u))$  を用いている。すなわち、通信路は  $\mathbf{x}(u)$  が与えられた条件での  $\mathbf{y}$  の条件付き確率であり、 $\mathbf{y}$  が観測できた場合、 $u$  の推論は、 $\hat{u} = \operatorname{argmax}_u p(\mathbf{x}(u)|\mathbf{y})$  となる。

$\mathbf{x}$  は、インターリーブ出力  $u$  を畳み込み符号で符号化した出力のため、 $\mathbf{x}$  は一様分布  $p(\mathbf{x}) = 1/2^{2N}$  ( $N$  は  $\mathbf{x}$  の長さ) を有していると仮定できる。ベイズの定理より、通信路モデルは次式となる。

$$p(\mathbf{x}(u)|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(u))p(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(u))p(\mathbf{x})} \propto p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(u)).$$

従って、式(3.1)により、送信語  $u$  の推論ができる。

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \operatorname{argmax}_u p(\mathbf{x}(u)|\mathbf{y}) \\ &= \operatorname{argmax}_u p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(u)). \end{aligned} \tag{3.1}$$

記憶のない通信路では、通信路で発生するノイズを独立と見なせるため、通信路モデルは多くの場合、2元対称通信路(BSC)で記述できる。この場合、通信路モデルは、データが誤る確率  $\alpha < 1/2$  を通信路のパラメータと見なして次式で表現できる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(u)) &= \prod_i p(y_i|x_i(u)) \\ &= \prod_i \alpha^{d_H(y_i, x_i(u))} (1 - \alpha)^{2 - d_H(y_i, x_i(u))} \propto \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha}\right)^{-d_H(\mathbf{y}, \mathbf{x}(u))}. \end{aligned}$$

$\alpha < 1/2$  のため、 $((1 - \alpha)/\alpha) > 1$  であることから、 $p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(u))$  の最大化は、 $d_H(\mathbf{y}, \mathbf{x}(u))$  の最小化と等価であり、通信路のパラメータ  $\alpha$  と無関係となる。このため、式(3.1)は式(2.16)と等価となる。

しかしながら、記憶のある通信路の場合、 $\mathbf{y}$  の各ビットが独立でないため、各ビットは独立だと仮定して復号する式(2.16)は上手く機能しない。

ここで、通信路の記述を再考する。確率モデルで表した式(3.1)は、記憶のある通信路でも使用できる記述である。式(3.1)を用いるためには、通信路モデルの構築、そして構築した通信路モデルの上で式(3.1)を解くことが必要となる。

通信路がBSC通信路の場合、通信路のパラメータ( $\alpha$ )は、復号アルゴリズムとは無関係となるため、通信路のパラメータの推定は必要ない。しかしながら遅延波を伴うフェージング通信路のように、記憶のある通信路の場合、式(3.1)を解くためには通信路のパラメータを推定する必要がある。第3.5章にて、通信路モデルのモデリングを説明し、第3.6章にて、通信路のパラメータ推定を説明する。本研究では、1シンボル遅延の反射が符号間干渉(ISI)を起こす確率モデルを考えた。この通信路モデルを採用した理由は、第3.5章にて説明する。そして、本研究では、通信路モデルに基づき通信路のパラメータを推定した後、二つの手法で送信語 $u$ を推論する。

通信路のパラメータ推定は、送信語 $u$ が観測信号 $y$ の隠れ変数となるため、単純ではない。このため、本研究では、二つのパラメータ推定手法[12, 10]を研究した。一つは最尤推定法MLEによる推定、もう一つは高次統計量(HOS)による推定である。MLEの計算では、隠れ変数を伴うパラメータ推定であることから、Expectation Maximization(EM)アルゴリズム[11]を用いた。EMアルゴリズムは繰り返し演算となるため、計算量が高くなることが懸念される。HOSによる推定は、安定性に欠けているが、計算量はかなり低いため、MLEによる推定より実用性が高い可能性がある。この二つの手法による通信路のパラメータ推定は、第3.6章にて説明する。送信語 $u$ の推論は事後分布を用い、周辺確率分布の最大化、並びに同時確率分布の最大化の二つの推論を研究した。 $y$ が観測された場合、通信路モデルは、 $p(x(u)|y)$ となる。 $p(x(u)|y)$ に基づく二つの確率推論([13, 14])は、以下となる。一つ目は、周辺確率分布 $p(x_i(u)|y)$ を用いて $u$ を推論する手法は、事後周辺確率分布 $p(x_i(u)|y)$ を最大にする $x_i$ を選択することで得られる。二つ目は、同時確率分布 $p(x(u)|y)$ を用いて $u$ を推論する手法は、図3.1のように、 $p(x(u)|y)$ を最大にする $u$ を選択することで得られる。符号語 $u$ を推論した結果は、どちらの推論手法でも

図 3.1 のように、RS 復号される.

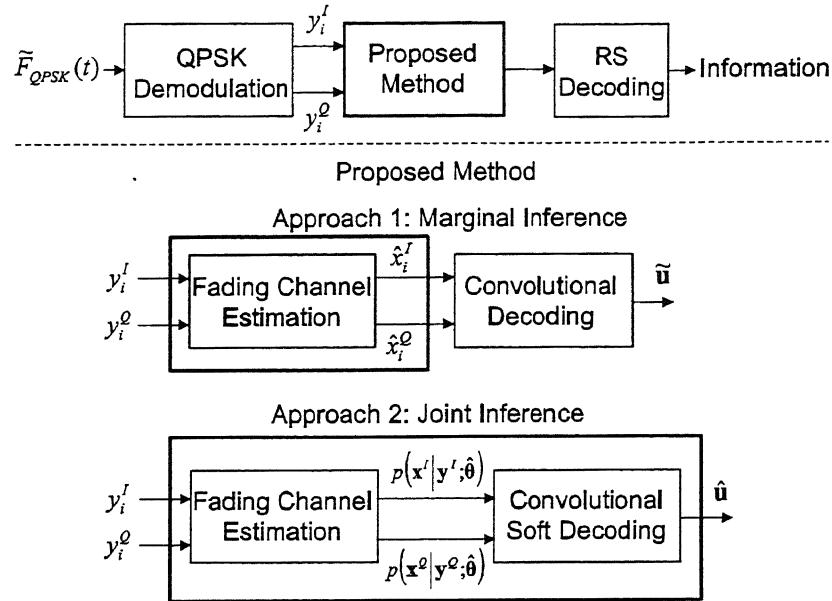


図 3.1: 提案手法の系統.

以下、 $\hat{x}$ ,  $\tilde{u}$ ,  $\hat{u}$ を下記のように定義する.

$\hat{x}$  : 通信路のパラメータ推定を行い、確率推論した  $x_i$  のバードビット.

$\tilde{u}$  :  $p(x_i(u)|y)$ に基づき確率推論した  $u$ .

$\hat{u}$  :  $p(x(u)|y)$ に基づき確率推論した  $u$ .

### 3.4 低速PLLを用いたドップラーシフトの推定と除去

現在の市販受信システムは高速 PLL により、ドップラーシフトの影響を軽減している。本処理の目的は、受信器価格の低減を図るために低速 PLL を用いた場合でもドップラーシフトの影響を軽減することにある。ここでドップラーシフトは希望波の 1 波だけで支配さ

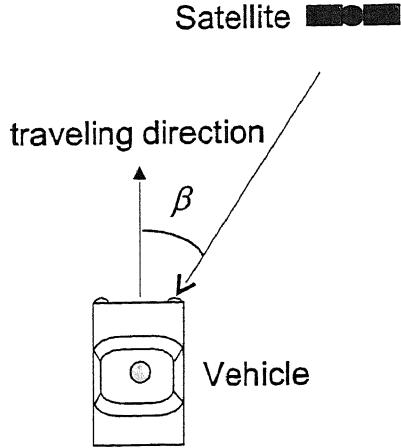


図 3.2: ドップラーシフト.

れていると仮定する(図3.2)と、ドップラ一周波数は以下のように計算される。

$$f_D = \frac{v}{\lambda} \cos \beta \quad [\text{Hz}], \quad (3.2)$$

ここで、 $v[\text{m/s}]$  は移動体の速さ、 $\lambda_c[\text{m}]$  は搬送波の波長、 $\beta[\text{rad}]$  は衛星放送の到来方向と移動方向とのなす角度である。移動体が動くことにより、移動体と受信信号間にドップラーシフトの影響が発生するため、QPSKシンボル時間は固定受信の $T_s$ とは異なる。このため一般に PLL を用いて QPSK シンボル時間の同期を捕っている。ここで PLL が  $t = 0$  で同期捕捉していると仮定すると、式 (2.14) と式 (3.2) から、QPSK 復調信号は

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{QPSK}(t) = C & [x_i^I \cos(2\pi(f_c + f_D)t) \\ & + x_i^Q \sin(2\pi(f_c + f_D)t)] \\ iT'_s \leq t < (i+1)T'_s, \end{aligned}$$

となる。ここで、 $C$  は通信路利得であり、 $T'_s = T_s f_c / (f_c + f_D)$ [17] である。

ドップラ一周波数は搬送波周波数と比較して非常に小さいため、PLL の捕捉時間が十部に小さい場合はドップラーシフトの影響を無視できる。以下、2種類の PLL を考える。

一つ目は QPSK シンボル時間 (23.234[MHz]) 単位で同期捕捉する PLL である。以下、シンボル PLL と記す。二つ目は 2000QPSK シンボル (11.617[kHz]) 単位で同期捕捉する PLL である。以下、ブロック PLL と記す。

次に QPSK 復調に対するドップラーシフトの影響を説明する。最初にシンボル PLL を用いた場合から説明する。 $f_D$  と  $T'_d$  は未知の条件で、PLL がシンボル単位で同期することを考える。QPSK 信号  $\tilde{F}_{QPSK}(t)$  は式 (2.15) と同様に考えると、QPSK 復調信号は以下の近似式で得る。

$$z_i \simeq \begin{pmatrix} \cos \phi_0 & \sin \phi_0 \\ -\sin \phi_0 & \cos \phi_0 \end{pmatrix} x_i. \quad (3.3)$$

ここで、 $T_s$  と  $T'_s$  の差は小さいため、 $x_{i+1}$  の影響を無視した。同様に  $f_D$  が  $f_c$  に比較して小さいため、 $\cos(2\pi f_D t)$  と  $\sin(2\pi f_D t)$  は  $0 \leq t < T_s$  間は定数とみなす。

次にブロック PLL の場合を考える。QPSK 復調信号は、

$$\begin{aligned} z_i^I &= B' \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} \tilde{F}_{QPSK}(t) \cos(2\pi f_c t) dt \\ z_i^Q &= B' \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} \tilde{F}_{QPSK}(t) \sin(2\pi f_c t) dt \\ i &= 0, \dots, N-1. \end{aligned}$$

この場合、 $T_s$  と  $T'_s$  の差が発生し、この差は  $i$  番目の位相角の回転として影響するため、以下の近似式を得る。

$$\begin{aligned} z_i &\simeq \begin{pmatrix} \cos \varphi(iT_s) & \sin \varphi(iT_s) \\ -\sin \varphi(iT_s) & \cos \varphi(iT_s) \end{pmatrix} x_i \\ i &= 0, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (3.4)$$

ここで、

$$\varphi(t) = 2\pi f_D t + \phi_0. \quad (3.5)$$

上記の式では、 $x_{i-1}$  と  $x_{i+1}$  の  $z_i$  に対する影響を無視した。

式(3.3)と式(3.4)はドップラーシフトの影響がQPSK復調シーケンス信号に対する位相回転であることを示している。この結果、 $z_i^I$ と $z_i^Q$ 間のクロストークが発生する。このことから、もしドップラーシフトが推定できれば、これらの逆行列を乗算することにより、簡易にドップラーシフトの影響を除去できる。

次にドップラーシフトの推定を説明する。まずシンボルPLLの場合から説明する。式(3.3)から、以下の関係を得る。

$$z_i^{I^2} \simeq 1 + x_i^I x_i^Q \sin 2\phi_0, \quad z_i^I z_i^Q \simeq x_i^I x_i^Q \cos 2\phi_0,$$

ここで、 $(x_i^I)^2 = (x_i^Q)^2 = 1$ の関係を用いた。位相角の回転 $\phi_0$ は、以下で推定できる。

$$\hat{\phi}_0 \simeq \frac{1}{2} \arctan \frac{z_i^{I^2} - 1}{z_i^I z_i^Q}.$$

ここで、 $|\phi_0|$ は $\pi/2$ より小さいと仮定した。

次にブロックPLLの場合を考える。式(3.4)から、以下の関係を得る。

$$z_i^{I^2} \simeq 1 + x_i^I x_i^Q \sin 2\varphi(iT_s), \quad z_i^I z_i^Q \simeq x_i^I x_i^Q \cos 2\varphi(iT_s).$$

式(3.5)と上記の結果から、

$$\begin{aligned} \varphi(iT_s) &= 2\pi f_D iT_s + \phi_0 \simeq \frac{1}{2} \arctan \frac{z_i^{I^2} - 1}{z_i^I z_i^Q} \\ i &= 0, \dots, N-1. \end{aligned}$$

を得る。 $|\varphi(iT_s)|$ が $\pi/2$ より小さいと仮定した。 $\hat{\varphi}_i$ を以下の通り、定義する。

$$\hat{\varphi}_i = \frac{1}{2} \arctan \frac{z_i^{I^2} - 1}{z_i^I z_i^Q}$$

$f_D$ と $\phi_0$ は以下で推定できる。

$$\begin{aligned} \hat{f}_D &= \frac{1}{2\pi(N-1)T_s} (\hat{\varphi}_{N-1} - \hat{\varphi}_0) \\ \hat{\phi}_0 &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \hat{\varphi}_i - (N-1)\pi \hat{f}_D T_s. \end{aligned}$$

ここで、ドップラーシフトは  $t \in [0, NT_s)$  間で一定と仮定した。

推定したドップラーシフトを用いてドップラーシフトの影響を除去することを考える。

$\mathbf{y}_i = (y_i^I, y_i^Q)^T$  は、ドップラーシフトの影響を除去した QPSK 復調信号の推定値とすると、シンボル PLL では、 $y_0$  は以下で定義される。

$$\mathbf{y}_i = \begin{pmatrix} \cos \hat{\phi}_0 & -\sin \hat{\phi}_0 \\ \sin \hat{\phi}_0 & \cos \hat{\phi}_0 \end{pmatrix} \mathbf{z}_i. \quad (3.6)$$

また、ブロック PLL では、 $y_i$  は以下で定義される。

$$\mathbf{y}_i = \begin{pmatrix} \cos \hat{\varphi}(iT_s) & -\sin \hat{\varphi}(iT_s) \\ \sin \hat{\varphi}(iT_s) & \cos \hat{\varphi}(iT_s) \end{pmatrix} \mathbf{z}_i, \quad (3.7)$$

ここで、

$$\hat{\varphi}(t) = 2\pi \hat{f}_D t + \hat{\phi}_0.$$

である。

### 3.5 通信路のモデリング

本研究では確率モデルを用いて通信路を記述し、通信路を推定する。現実の移動体における通信路は時変である。本研究では、通信路を重回帰モデルによって表現する。通信路を線形重回帰モデルで表現し、その次数を変化させて実験を行なう。

高速 PLL を使用し、 $y$  はドップラーシフトの影響がない観測信号と仮定し、遅延時間の異なるフェージング通信路(記憶のある通信路)を介した信号と仮定する。提案手法の目的は、観測信号  $y$  から送信語  $u$  を確率推論することにある。このためには、最初に通信路のモデリングが必要である。本研究では、観測信号  $y$  の自己相関から通信路のモデリングを行った。

図 3.3 は、実際の通信路で観測した受信信号  $y$  の自己相関の例である。同図は 12 ルートで測定した信号のうち、代表的なルートでの自己相関を示している(詳細は第 4.2 章で示

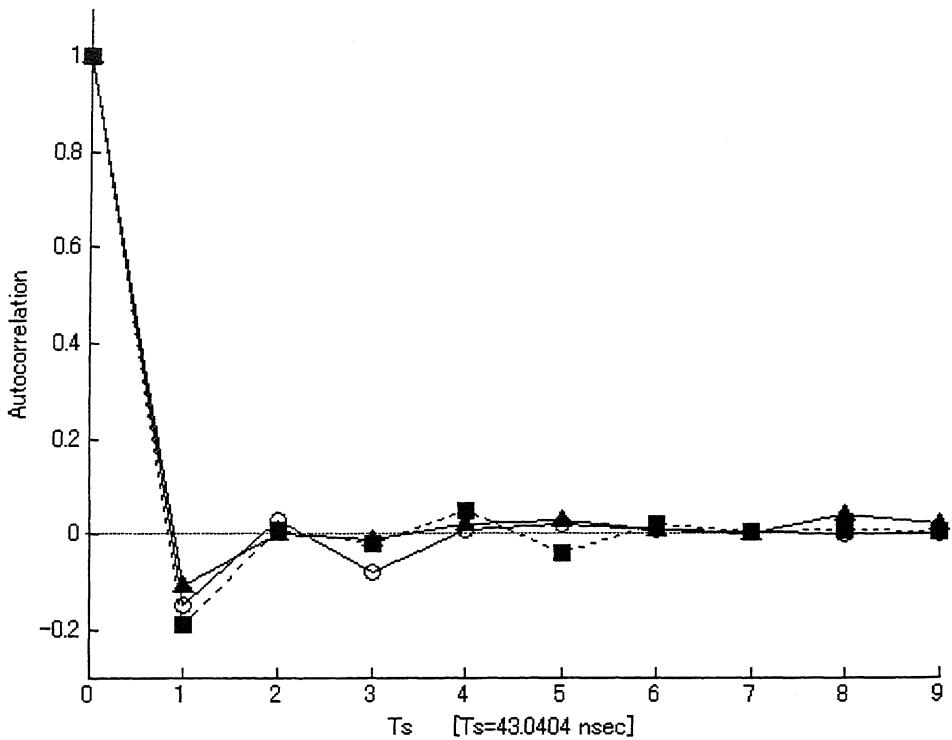


図 3.3:  $\{y_i\}$  の自己相関.

す).  $y_i$  は離散時間で観測されることから、自己相関関数も離散時間における関数となっている。送信語  $x_i$  の自己相関関数は時刻が 1 単位時間以上ずれた場合には 0 となると考えられる。図 3.3 では時間遅れが 1 単位時間のところで負の相関がある。反射波は位相が反転することからもわかるように、反射波の影響が示されている。観測信号  $y$  が  $\tau \neq 0$  で自己相関の値を持っているのは、ノイズが帯域制限されている影響もある。このため、ノイズが帯域制限されている理由で発生する自己相関について、第 4.2 章で示す方法で測定したところ、図 3.4 のように低い値で  $\tau \neq 0$  で自己相関があった。このことから、観測信号  $y$  が  $\tau \neq 0$  で自己相関を持っている理由は、反射波の影響と考えられる。図 3.3 から、

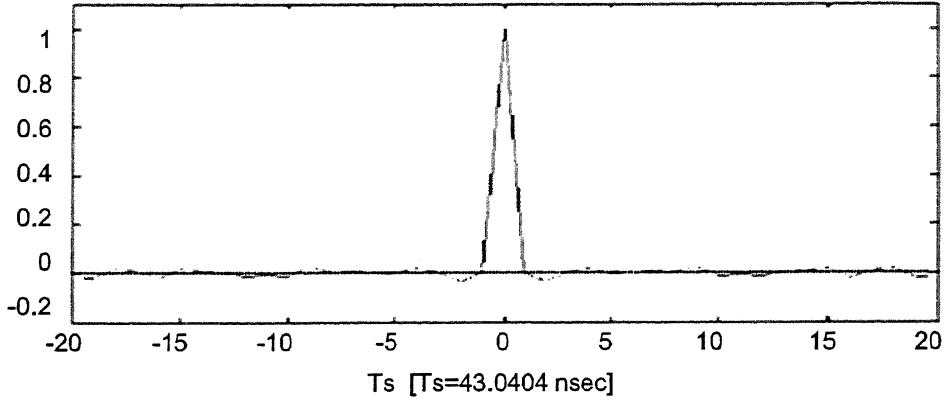


図 3.4: 帯域制限されたノイズの自己相関.

本研究では式 (3.9) に示すように、通信路を線形重回帰モデルで表現することを提案する。

$$y_i = \sum_{j=0}^k b_j x_{i-j} + n_i, \quad n_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad (3.8)$$

通信路の次数をどのように決定するのかは難しい問題である。誤り訂正モデルで重要なのは復号後の誤りであり、これは赤池情報量基準 (AIC) などのような予測誤差とは異なる基準である。本稿では次数  $k = 0, 1, 2$  について実験を通じて検証を行った。図 3.5 にグラフィカルモデルで通信路を表現する。実験の結果、 $k = 1$  の重回帰モデルで十分な受信品質の改善ができることがわかった(詳細は第 4.2 章で示す)。この通信路の数式による表現は、式 (3.9) となる。

$$y_i \simeq b_0 x_i + b_1 x_{i-1} + w_i, \quad w_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_4), \quad (3.9)$$

ただし、 $x_i = (x_i^I, x_i^Q)$ 、 $y_i = (y_i^I, y_i^Q)$  であり、 $b_0$  と  $b_1$  は希望波と反射波のレベルを表す係数、 $\mathcal{N}$  は正規分布、 $\sigma^2$  はノイズの分散、 $I_4$  は 4 次元の単位行列である。式 (3.9) は、 $x_i$  と  $x_{i-1}$  が与えられた条件での  $y_i$  の確率密度関数である。通信路のパラメータを  $\theta = (b_0, b_1, \sigma^2)$  とすると、式 (3.9) は、次式となる。

$$y_i \sim p(y_i | x_i, x_{i-1}; \theta) = \mathcal{N}(b_0 x_i + b_1 x_{i-1}, \sigma^2 I_4). \quad (3.10)$$

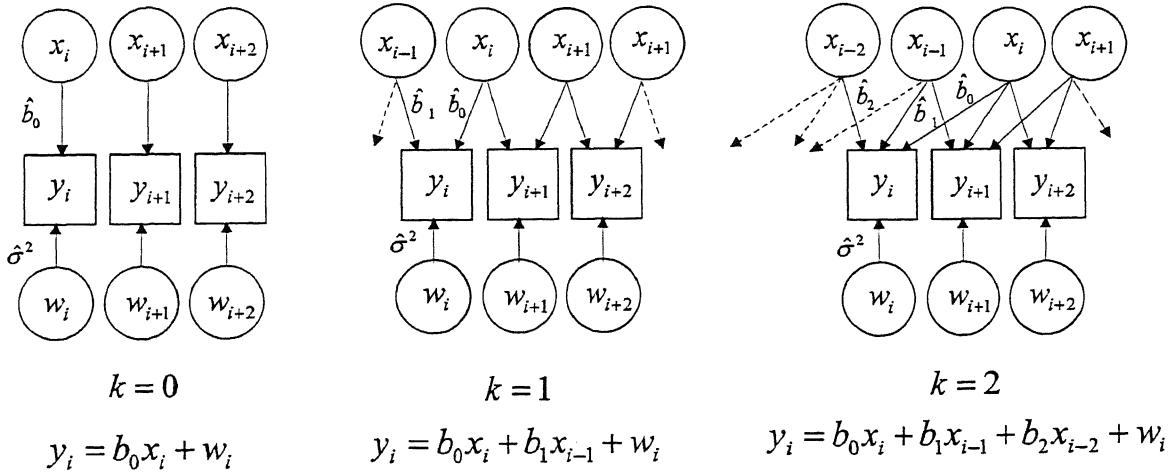


図 3.5: 通信路のグラフィカルモデルによる表現.

式 (3.10) は通信路のモデルを表しており、この通信路のモデルを基にしたグラフィカルモデルは、図 3.9 となる。

提案手法は、式 (3.10) を通信路のモデルとし、通信路のパラメータ  $\theta$  を推定した上で、送信語の確率推論を行うものである。通信路のパラメータ  $\theta = (b_0, b_1, \sigma^2)$  を推定する手法は、MLE による推定手法と HOS による推定手法の二つである。

この通信路のモデルは、実際の通信路を厳密に表現していない。本研究では通信路が不明な場合を想定しており、場合によっては通信路は時変である可能性がある。更に実時間での処理を考えた場合、仮に厳密な通信路が表現できたとしても、処理の計算量が高くなれば、実機への採用は困難となる。概ね推定すべきパラメータ数を一つ増やすごとに、計算量は倍になっていく。また、一般に有限個の観測データ（本手法では 2000 シンボルデータ）からパラメータを推定する場合、パラメータ数を増やすことはパラメータの推定精度を低下させることにつながる。

このため、提案手法は図 3.3 の自己相関から 1 シンボル時間の遅延波が 2 シンボル時間以降の遅延波と比較して明確に大きいことから、式 (3.9) のように、2 シンボル時間以降の遅延波を無視する通信路のモデルを用いることとした。

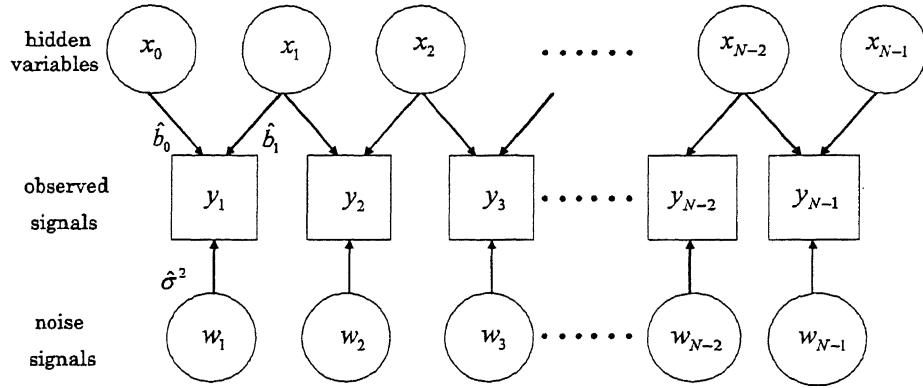


図 3.6: 通信路のグラフィカルモデル.

## 3.6 通信路のパラメータ推定

### 3.6.1 EM アルゴリズムによる推定

二つの推定手法のうち, MLE について説明する. 通信路への入力データ  $x$  は, 観測信号  $y$  から見て隠れ変数である. このため, EM アルゴリズム [11] を用いて MLE の計算を行った. 提案手法は, 観測データをブロック長  $N = 2000$  のブロック単位に分割し, 通信路のパラメータを推定した. ブロック長  $N$  を 2000 とした理由は, 実験結果から,  $N$  が小さい場合はノイズの平均が不十分なため, 推定精度が劣化するためである. (実験結果は, 第 4.2 章の捕足実験で示す.) 1 ブロックでの観測信号の表現を  $y = \{y_1, \dots, y_N\}$  とすると, MLE による通信路のパラメータ推定は, 次式となる.

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} p(y; \theta) = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \log p(y; \theta)$$

また, 尤度  $p(y; \theta)$  は, 次式となる.

$$p(y; \theta) = \sum_x p(y, x; \theta) = \sum_x p(y|x; \theta)p(x).$$

式(3.9)は、 $x_i$  and  $x_{i-1}$ が与えられた条件での $y_i$ の確率分布を表しており、 $\theta = (b_0, b_1, \sigma^2)$ とすると、 $p(y|x; \theta)$ は、次式となる。

$$p(y|x; \theta) = \prod_{i=1}^N p(y_i | x_i, x_{i-1}; \theta),$$

た、 $x$ の事前分布 $p(x)$ として一様分布を仮定すると、 $p(x) = 1/2^{2(N+1)}$ を得る。これらから、確率密度関数 $p(y, x; \theta)$ と尤度 $p(y; \theta)$ は、式(3.17)となる。

$$\begin{aligned} p(y, x; \theta) &= \frac{1}{2^{2(N+1)}} \prod_{i=1}^N p(y_i | x_i, x_{i-1}; \theta) \\ p(y; \theta) &= \frac{1}{2^{2(N+1)}} \sum_x \prod_{i=1}^N p(y_i | x_i, x_{i-1}; \theta). \end{aligned} \quad (3.11)$$

これは混合正規分布であり、 $x$ は隠れ変数である。このような状況で、MLEの計算アルゴリズムとして広く用いられている手法はEMアルゴリズムである。パラメータ $\theta = (b_0, \cdot, b_k, \sigma^2)$ を推定するMLEの計算をEMアルゴリズムで行う方法を説明する。EMアルゴリズムはEステップとMステップを交互に計算するイタレーションであり、log対数尤度を最大にするパラメータを計算するものである[11]。

### $k = 1$ の重回帰モデルの場合

(3.9)式の通信路モデルで $k = 1$ の場合を考える。このとき、通信路のパラメータを $\theta = (b_0, b_1, \sigma^2)$ とすると、通信路のモデルは式(3.9)となる。

E-step  $r$ 回目のE-stepの中で、 $Q$ 関数は次式で計算される。

$$Q(\theta, \theta^r) = \frac{1}{N} \sum_x p(x|y; \theta^r) \log p(y, x; \theta).$$

式 (3.10) と式 (3.17) から,  $Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r)$  は, 次式となる.

$$\begin{aligned}
& Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r) \\
&= -\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta}^r) \frac{|y_i - (b_1 x_{i-1} + b_0 x_i)|^2}{2\sigma^2} \\
&\quad - \log 2\pi\sigma^2 \\
&= -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i^2}{2\sigma^2} - \frac{b_1^2 + b_0^2}{\sigma^2} - \log 2\pi\sigma^2 \\
&\quad + \frac{2b_1}{\sigma^2} C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r + \frac{2b_0}{\sigma^2} C_{\mathbf{y}\mathbf{x}}^r - \frac{2b_0 b_1}{\sigma^2} C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r
\end{aligned} \tag{3.12}$$

ここで,  $|x_i|^2 = 2$  であるから,  $C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r$ ,  $C_{\mathbf{y}\mathbf{x}}^r$ , そして  $C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r$  は字式で定義される.

$$\begin{aligned}
C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r &= \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \sum_{x_{i-1}} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta}^r) y_i \cdot x_{i-1} \\
C_{\mathbf{y}\mathbf{x}}^r &= \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \sum_{x_i} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta}^r) y_i \cdot x_i \\
C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r &= \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \sum_{x_{i-1}, x_i} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta}^r) x_{i-1} \cdot x_i.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

全繰り返し回数の中で,  $C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r$ ,  $C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r$ , そして  $C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r$  を計算する必要があり, 本手法では, 確率伝搬法を用いて効率的に計算した.

**M-step** 各繰り返し回数の中で, M-step は  $\boldsymbol{\theta}$  を更新する.

$$\boldsymbol{\theta}^{r+1} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmax}} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r).$$

$\partial Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r)/\partial \boldsymbol{\theta}|_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}^{r+1}} = 0$  の計算結果から, 次式を得る.

$$\begin{aligned}
b_0^{r+1} &= \frac{C_{\mathbf{y}\mathbf{x}}^r - C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r}{1 - (C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r)^2} \\
b_1^{r+1} &= \frac{C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r - C_{\mathbf{y}\mathbf{x}}^r C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r}{1 - (C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r)^2} \\
\sigma^{r+1 2} &= \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N |y_i|^2 + b_1^{r+1 2} + b_0^{r+1 2} - 2b_1^{r+1} C_{\mathbf{y}\mathbf{x}_{-1}}^r \\
&\quad - 2b_0^{r+1} C_{\mathbf{y}\mathbf{x}}^r + 2b_0^{r+1} b_1^{r+1} C_{\mathbf{x}\mathbf{x}_{-1}}^r.
\end{aligned}$$

EM アルゴリズムは、 $r = 0$  での初期値  $\theta^0$  を適切に取る必要があり、提案手法は、 $\hat{b}_0^0 = 0.8(2 - \hat{\sigma}^2)$ ,  $\hat{b}_1^0 = 0.2(2 - \hat{\sigma}^2)$ ,  $\hat{\sigma}^2 = 0.3$  とした。E ステップと M ステップは収束するまで繰り返され、第 4.2 章の実験では、数回から 20 回の繰り返し回数で収束している。収束時のパラメータが  $\hat{\theta} = (\hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{\sigma}^2)$  として推定される。

## 確率伝搬法

確率伝搬法 [18] の説明をする。式 (3.17) から、以下の関係を得る。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta}) &= \frac{p(\mathbf{x})p(\mathbf{y}|\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})}{\sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})} \\ &= \frac{1}{Z} \prod_{i=1}^{N-1} p(y_i | x_i, x_{i-1}; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{Z'} \prod_{i=1}^{N-1} \psi_i(x_i, x_{i-1}), \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} Z &= 2^{2N} \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) \\ \psi_i(x_i, x_{i-1}) &= \exp \left[ -\frac{|\mathbf{y}_i - (b_0 x_i + b_1 x_{i-1})|^2}{2\sigma^2} \right] \\ Z' &= (2\pi\sigma^2)^{N-1} Z = \sum_{\mathbf{x}} \prod_{i=1}^{N-1} \psi_i(x_i, x_{i-1}). \end{aligned}$$

特に重要な点は、 $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta})$  はローカルな情報  $\psi_i(x_i, x_{i-1})$  で表現される。

$\psi_i(x_i, x_{i-1})$  は 16 の状態を有しているように見えるが、式 (3.9) の  $x_i^I$ ,  $x_i^Q$  と  $w_i^I$ ,  $w_i^Q$  は独立な関係のため、8 状態となる。

$$\psi_i(x_i, x_{i-1}) = \psi_i^I(x_i^I, x_{i-1}^I) \psi_i^Q(x_i^Q, x_{i-1}^Q)$$

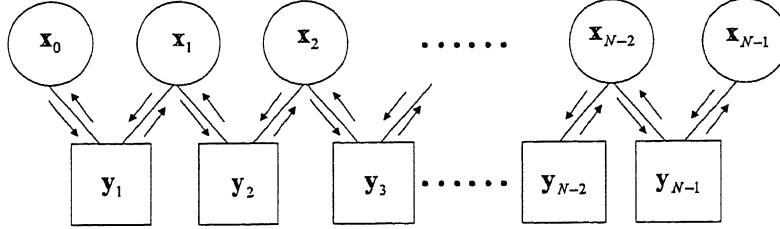


図 3.7: グラフィカルモデル上のメッセージパッシング.

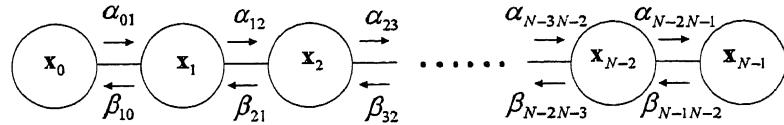


図 3.8:  $x$  のメッセージパッシング.

ここで,

$$\begin{aligned}\psi_i^I(x_i^I, x_{i-1}^I) &= \exp \left[ -\frac{(y_i^I - (b_0 x_i^I + b_1 x_{i-1}^I))^2}{2\sigma^2} \right] \\ \psi_i^Q(x_i^Q, x_{i-1}^Q) &= \exp \left[ -\frac{(y_i^Q - (b_0 x_i^Q + b_1 x_{i-1}^Q))^2}{2\sigma^2} \right].\end{aligned}$$

式 (3.13) の値は、確率分布の特長を用いて効率良く計算される。計算は、メッセージのパッシングを応用し、最初  $i = 1$  から  $i = N$  まで、次に  $i = N$  から  $i = 1$  までである。提案手法で使用した確率伝搬法のアルゴリズムについて説明する。確率伝搬法は、以下のように事後周辺確率最大 MPM(Maximizer of the Posterior Marginals) 解を与える。図 3.9 で示したグラフィカルモデルにおいて、事後周辺確率は、順方向のメッセージと逆方向のメッセージの二つのメッセージの乗算で与えられる。図 3.7 は、グラフィカルモデル上でのメッセージパッシングを示している。 $x_{i-1}$  から  $x_i$  への順方向のパッシング、及び  $x_i$  から  $x_{i-1}$  への逆方向のパッシングは、 $y_i$  を通るが、 $y_i$  を式へ挿入することにより、 $y_i$  を除去でき、図 3.8 のシンプルなグラフィカルモデルを得る。

下記の図 3.8 は実際に使用したグラフィカルモデルである。

**確率の初期値の設定** 事後周辺確率の最大化を得るために、 $i$  番目のノード  $x_i$  の確率  $p_i$  に初期値  $p_i^0$  を設定する。初期値の範囲は、 $0 < p_i^0 < 1$  である。

**順方向のメッセージパッシング**  $(i-1)$  番目から  $i$  番目へのメッセージパッシング  $\alpha_{i-1 \rightarrow i}$  は

$$\alpha_{i-1 \rightarrow i} = \frac{1}{Z_{fi}} \sum_{\mathbf{x}_i} \exp \left[ -\frac{(y_i - (b_1 \mathbf{x}_{i-1} + b_0 \mathbf{x}_i))^2}{2\sigma^2} \right] p_{i-1}^0, \quad (3.14)$$

で計算する。ここで、 $Z_{fi}$  は正規化を行う定数である。

**逆方向のメッセージパッシング**  $i$  番目から  $(i-1)$  番目へのメッセージパッシング  $\beta_{i \rightarrow i-1}$  は

$$\beta_{i \rightarrow i-1} = \frac{1}{Z_{bi}} \sum_{\mathbf{x}_{i-1}} \exp \left[ -\frac{(y_i - (b_1 \mathbf{x}_{i-1} + b_0 \mathbf{x}_i))^2}{2\sigma^2} \right] \beta_{i+1 \rightarrow i}, \quad (3.15)$$

で計算する。ここで、 $Z_{bi}$  は正規化を行う定数である。

**事後周辺確率の計算**  $i$  番目のノードの事後周辺確率最大値  $p_i$  は

$$p_i = \frac{1}{Z_{BPI}} \alpha_{i-1 \rightarrow i} \beta_{i+1 \rightarrow i}, \quad (3.16)$$

で計算する。ここで、 $Z_{BPI}$  は正規化を行う定数である。

実際のアルゴリズムは、隠れマルコフモデルの順方向逆方向アルゴリズムに似ている。計算量は  $N$  オーダーに比例するため、リアルタイムでの処理が使用できる。

### $k=2$ の重回帰モデルの場合

(3.9) 式の通信路モデルで  $k=2$  の場合を考える。このとき通信路モデルは  $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{x}_{i-2}$  が与えられた条件での  $y_i$  の確率分布を与える。 $\theta = (b_0, b_1, b_2, \sigma^2)$  とし、 $\mathbf{x}$  の事前分布  $p(\mathbf{x})$  として一様分布を仮定すると  $p(y|\theta)$  は次式のように書ける。

$$p(\mathbf{y}|\theta) = \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x}; \theta) p(\mathbf{x}) \propto \sum_{\mathbf{x}} \prod_{i=1}^N p(y_i | x_i, x_{i-1}, x_{i-2}; \theta), \quad (3.17)$$

これは混合正規分布であり、 $x$  は隠れ変数である。このモデルのパラメータ推定のため、EM アルゴリズムを用いることにする。EM アルゴリズムは E ステップと M ステップを交互に計算する繰り返し演算であり、各ステップは以下のようになる。

**E-step**  $r$  回目の E-step の中で、 $Q$  関数を計算する。

$$Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{x}|y; \boldsymbol{\theta}^r) \log p(y, \mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}).$$

具体的には  $x_i^2 = 1$  であることを用いると次式となる。

$$Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r) = -\frac{C_{yy}}{2\sigma^2} - \frac{b_0^2 + b_1^2 + b_2^2}{2\sigma^2} + \frac{1}{\sigma^2} \left( \sum_{j=0}^2 b_j C_{yx_j}^r - \sum_{0 \leq j < j' \leq 2} b_j b_{j'} C_{x_j x_{j'}}^r \right) - \frac{1}{2} \log 2\pi\sigma^2.$$

ただし  $C_{yy} = \sum_i y_i^2 / N$  である。また  $C_{yx_j}^r, C_{x_j x_{j'}}^r$  は次式で定義する。

$$C_{yx_j}^r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{x_{i-j}} p(\mathbf{x}|y; \boldsymbol{\theta}^r) y_i x_{i-j}, \quad C_{x_j x_{j'}}^r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{x_{i-j}, x_{i-j'}} p(\mathbf{x}|y; \boldsymbol{\theta}^r) x_{i-j} x_{i-j'}.$$

各  $\boldsymbol{\theta}^r$  に対する  $C_{yx_j}^r, C_{x_j x_{j'}}^r$  の計算は確率伝搬法によって効率的に計算できる。

**M-step** M-step は  $\boldsymbol{\theta}$  を更新する。

$$\boldsymbol{\theta}^{r+1} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmax}} Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r).$$

$\partial Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}^r) / \partial \boldsymbol{\theta}|_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}^{r+1}} = \mathbf{0}$  から、 $b_0^{r+1}, b_1^{r+1}, b_2^{r+1}$  に関して次の連立一次方程式を得る。

$$\begin{pmatrix} 1 & C_{x_0 x_1}^r & C_{x_0 x_2}^r \\ C_{x_0 x_1}^r & 1 & C_{x_1 x_2}^r \\ C_{x_0 x_2}^r & C_{x_1 x_2}^r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0^{r+1} \\ b_1^{r+1} \\ b_2^{r+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{yx_0}^r \\ C_{yx_1}^r \\ C_{yx_2}^r \end{pmatrix}$$

この解は簡単に求まる。また  $\sigma^{(r+1)^2}$  は以下のように更新される。

$$\sigma^{(r+1)^2} = C_{yy} + \sum_{j=0}^2 (b_j^{r+1})^2 - 2 \left( \sum_{j=0}^2 b_j^{r+1} C_{yx_j}^r - \sum_{0 \leq j < j' \leq 2} b_j^{r+1} b_{j'}^{r+1} C_{x_j x_{j'}}^r \right).$$

### 3.6.2 高次統計量 (HOS) による推定

EM アルゴリズムによるパラメータ推定は繰り返し演算のために計算量が多いという欠点がある。本節では高次統計量 (higher order statistics: HOS) を用いた推定法を示す。以下では (3.9) 式に示した通信路のモデルにおいて  $k = 1$  の場合を扱う。

$$y_i = b_0 x_i + b_1 x_{i-1} + w_i.$$

$C_{yy}$ ,  $C_{y^4}$ ,  $C_{yy_{-1}}$  を、以下のように定義する。

$$\begin{aligned} C_{yy} &= E_{p(y)}[y_i^{Q2} + y_i^{I2}], \quad C_{y^4} = E_{p(y)}[y_i^{Q4} + y_i^{I4}], \\ C_{yy_{-1}} &= E_{p(y)}[y_i^I y_{i-1}^I + y_i^Q y_{i-1}^Q]. \end{aligned}$$

$x_i = (x_i^I, x_i^Q) \in \{-1, +1\}^2$  が独立で平均は 0 と仮定すると、 $j \neq 0$  に対して

$$E_{p(x)}[x_i x_{i-j}] = \sum_x p(x) x_i x_{i-j} = 0.$$

また、独立な正規分布に従う加法的ノイズを仮定すると  $E_{p(w)}[w_i^2] = \sigma^2$ ,  $E_{p(w)}[w_i^4] = 3\sigma^4$  となる。これらを用いると、 $C_{yy}$ ,  $C_{y^4}$ ,  $C_{yy_{-1}}$  は、式 (3.18) となる。

$$\begin{aligned} C_{yy} &= 2(b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2), \quad C_{yy_{-1}} = 2b_0 b_1, \\ C_{y^4} &= 4 \left\{ (b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2)^2 + 4\sigma^2(b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2) \right. \\ &\quad \left. - 2\sigma^4 + 4b_0^2 b_1^2 \right\} \\ &= -4 \left\{ \sigma^4 - 2\sigma^2 C_{yy} - \frac{1}{2} C_{yy}^2 - C_{yy_{-1}}^2 \right\} \end{aligned} \tag{3.18}$$

実際の計算は、標本平均を用いて、以下の計算を行った。

$$\begin{aligned} \hat{C}_{yy} &= \frac{1}{N} \sum_i (y_i^{Q2} + y_i^{I2}), \quad \hat{C}_{y^4} = \frac{1}{N} \sum_i (y_i^{Q4} + y_i^{I4}), \\ \hat{C}_{yy_{-1}} &= \frac{1}{N} \sum_i (y_i^I y_{i-1}^I + y_i^Q y_{i-1}^Q). \end{aligned}$$

変数は  $b_0, b_1, \sigma^2$  である。これらを式(3.18)から求める。 $y_i^{I^4}$  を展開する。下記の展開では、後の集合平均を取る際に 0 となる  $x_i x_{i-1}, x_i \sigma, x_{i-1} \sigma$  の項は除去してある。

$$\begin{aligned} y_i^{I^4} &= (b_0 x_i^I + b_1 x_{i-1}^I + w_i^I)^4 \\ &= (b_0 x_i^I)^4 + (b_1 x_{i-1}^I)^4 + w_i^{I^4} \\ &\quad + 6(b_0 x_i^I)^2 (b_1 x_{i-1}^I)^2 + 6(b_1 x_{i-1}^I)^2 w_i^{I^2} + 6w_i^{I^2} (b_0 x_i^I)^2 \end{aligned}$$

$y_i^{I^4}$  の平均は、 $x_i^{I^2} = 1$  であり、 $w_i^{I^2} = \sigma^2$  であることから、次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_i (y_i^{I^4}) &= b_0^4 + b_1^4 + 3^4 + 6b_0^2 b_1^2 + 6b_1^2 \sigma^2 + 6\sigma^2 b_0^2 \\ &= (b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2)^2 + 4b_0^2 b_1^2 - 2\sigma^4 + 4\sigma^2 (b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2) \end{aligned}$$

$y_i^{Q^4}$  の平均も同式となるので、 $\hat{C}_{y^4}$  は次式となる。

$$\begin{aligned} \hat{C}_{y^4} &= \frac{1}{N} \sum_i (y_i^{Q^4} + y_i^{I^4}) \\ &= 2(b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2)^2 + 8b_0^2 b_1^2 - 4\sigma^4 + 8\sigma^2 (b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2) \\ &= \frac{1}{2} \hat{C}_{yy}^2 + 2\hat{C}_{yy-1}^2 - 4\sigma^4 + 4\sigma^2 C_{yy} \end{aligned}$$

上式は、 $\sigma^2$  の二次方程式である。これを解くと、2つ解が得られるが、 $C_{yy} = b_0^2 + b_1^2 + \sigma^2$  より、 $\sigma^2 \leq \hat{C}_{yy}$  と仮定すると、以下の解が選ばれる。

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2} (\hat{C}_{yy} - \sqrt{\frac{3}{2} \hat{C}_{yy}^2 + 2\hat{C}_{yy-1}^2 - \hat{C}_{y^4}}),$$

$\sigma^2$  を推定した後、次に  $b_0$  を推定する。式(3.18)で示した  $C_{yy-1} = 2b_0 b_1$  から、

$$b_1 = \frac{C_{yy-1}}{2b_0}$$

となるため、式(3.18)から次式を得る。

$$C_{yy} = 2(b_0^2 + \frac{\hat{C}_{yy-1}^2}{4b_0^2} + \sigma^2)$$

これを  $b_0$  について解くことにより,  $b_0$  の推定値  $\hat{b}_0$  を得る.

$$\hat{b}_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left( B^2 \pm \sqrt{B^2 - \hat{C}_{yy-1}^2} \right)^{1/2},$$

ここで  $B = \frac{1}{2} \hat{C}_{yy} - \hat{\sigma}^2$ .

式 (3.18) は,  $b_0$  と  $b_1$  に対して対称性を持つため, 解が一意に定まらない. このため,  $\hat{b}_0$  は四つの解を持つ. しかし,  $b_0$  は直接波の強さであることから  $b_0 > 0$  で, かつ,  $b_0 > |b_1|$  の制約を課し, 次式のように,  $b_0$  を推定した.

$$\hat{b}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( B^2 + \sqrt{B^2 - \hat{C}_{yy-1}^2} \right)^{1/2}$$

$\hat{\sigma}^2$  と  $\hat{b}_0$  を求めた後, 最後に  $b_1$  を次式で求めて  $\hat{b}_1$  を得る.

$$\hat{b}_1 = \frac{\hat{C}_{yy-1}}{2\hat{b}_0}$$

HOS による通信路のパラメータ推定はノイズが正規分布であるという仮定に基づいている. 計算量は少なく,  $\hat{C}_{yy}$ ,  $\hat{C}_{yy_1}$ ,  $\hat{C}_{y^4}$  を計算すればただちに推定値が求まる. なお,  $k = 2$  の場合, 4次のモーメントおよび  $C_{yy}$ ,  $C_{yy_1}$ ,  $C_{yy_2}$ ,  $C_{y^4}$  から  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  に関する複数の解が求まり,  $b_0 \geq 0$ ,  $b_0 \geq |b_1|$ , だけでは条件が十分でない. ここでは  $k = 1$  の場合のみを扱った.

HOS による解を求めるための計算量は EM アルゴリズムの一回の更新のための計算量に比べて少ない. HOS で推定した通信路のパラメータを用いて符号語の推論が機能するのであれば実用的である. 実験(第 4.2 章)にて, MLE と HOS による通信路のパラメータ推定を比較している.

### 3.7 送信語の推論

MLE か HOS により通信路のパラメータが推定された後, 通信路のモデルは  $p(\mathbf{y}|\mathbf{x}(\mathbf{u}); \boldsymbol{\theta})$  となる. 最終的な目的は, 送信語である畳み込み符号の入力データ  $\mathbf{u}$  を推論することで

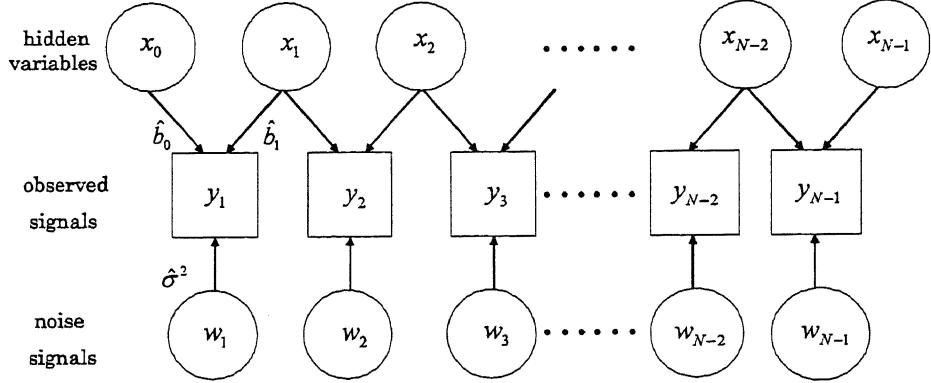


図 3.9: 通信路のグラフィカルモデル.

ある. 送信語の推論は,  $p(\mathbf{x}(\mathbf{u})|\mathbf{y}; \theta)$ に基づいて, 畳み込み符号の入力データである  $\mathbf{u}$  を確率推論するものである.

提案手法は, 二つのアプローチで送信語  $\mathbf{u}$  を推論している. 一つ目のアプローチは, 通信路への入力データ  $x$  を確率推論し, 式 (2.16) でトータルのハミング距離を最小とする  $\mathbf{u}$  を選択している. 以下, この推論アプローチを marginal inference アプローチと呼ぶ.

二つ目のアプローチは, 畳み込み符号の入力データ  $\mathbf{u}$  を直接, 確率推論するものである. 以下, この推論アプローチを joint inference と呼ぶ.

### 3.7.1 Marginal Inference アプローチ

marginal inference アプローチは  $p(x_i(\mathbf{u})|\mathbf{y})$  の事後周辺確率分布を最大にすることで  $x_i$  を推論し,  $x_i$  の推論値  $\tilde{x}_i$  を得た後,  $\tilde{x}_i$  を硬判定で 2 値 (-1,+1) として式 (2.16) により  $\mathbf{u}$  の復号を行うアプローチである. すなわち, 通信路のパラメータが推定された後, marginal inference アプローチは, 通信路への入力データを確率推論し,  $\mathbf{u}$  の推論はハミング距離に基づく復号で得るアプローチである.

本アプローチは, 図 3.9 のように観測データから見て  $x_i$  は隠れ変数のため, 通信路のパラメータを推定した後, 事後周辺確率を用いて  $\{x_i\}$  の期待値を計算している.

まず,  $p(x_i(u)|y)$  の事後周辺確率分布を得る過程について, 説明する. 通信路のパラメータ  $\theta$  が推定された後, 通信路への送信データ  $x$  と通信路を介した観測値  $y$  との同時確率分布は, 次式で与えられる.

$$p(y, x; \theta) = p(y|x; \theta)p(x).$$

$x$  の事前分布  $p(x)$  として一様分布を仮定すると,  $p(x) = 1/2^{2(N+1)}$  を得る. これらから, 同時確率分布  $p(y, x; \theta)$  は,

$$p(y, x; \theta) = \frac{1}{2^{2(N+1)}} \prod_{i=1}^N p(y_i | x_i, x_{i-1}; \theta)$$

で与えられる.

このことから, 通信路のパラメータ  $\theta$  が推定された後, 観測値  $y$  が与えられた条件での  $x$  の条件付き確率は, 式 (3.17) から次式で与えられる.

$$\begin{aligned} p(x|y; \theta) &= \frac{p(x)p(y|x; \theta)}{\sum_x p(y, x; \theta)} \\ &= \frac{1}{Z} \prod_{i=1}^{N-1} p(y_i | x_i, x_{i-1}; \theta) = \frac{1}{Z'} \prod_{i=1}^{N-1} \psi_i(x_i, x_{i-1}), \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned} Z &= 2^{2N} \sum_x p(y, x; \theta) \\ \psi_i(x_i, x_{i-1}) &= \exp \left[ -\frac{|y_i - (b_0 x_i + b_1 x_{i-1})|^2}{2\sigma^2} \right] \\ Z' &= (2\pi\sigma^2)^{N-1} Z = \sum_x \prod_{i=1}^{N-1} \psi_i(x_i, x_{i-1}). \end{aligned}$$

である.  $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \theta)$  はローカルな情報  $\psi_i(x_i, x_{i-1})$  で表現されるため, 事後周辺確率分布  $p(x_i(\mathbf{u})|\mathbf{y})$  は, 次式のように,  $i$ を固定して  $j \neq i$ について周辺化を行うことで得られる.

$$p(x_i(\mathbf{u})|\mathbf{y}) = \frac{1}{Z'} \sum_{\mathbf{x} \setminus i} \prod_{j=1}^{N-1} \psi_j(x_j, x_{j-1})$$

で与えられる. この計算は確率伝搬法で効率良く計算できる. ここで,  $x_i$  は, 式(2.13)で示したように,

$$x_i^I = 1 - 2(u_i + u_{i-1} + u_{i-2} + u_{i-3} + u_{i-6})$$

$$x_i^Q = 1 - 2(u_i + u_{i-2} + u_{i-3} + u_{i-5} + u_{i-6}).$$

で生成されるため,  $x_i$  は連続した 7 シンボルでの畳み込み符号  $\mathbf{u}$  で与えられる. このことから, 通信路への入力データ  $x_i$  の表現を  $x_i(\mathbf{u})$  としている.

次に  $\hat{x}$  をシーケンス  $\mathbf{x}$  の推論値とし,  $\hat{x}$  を以下のように定義する.

$$\hat{x}_i = \text{sign } \bar{x}_i, \quad \bar{x}_i = \sum_{x_i} x_i p(x_i|\mathbf{y}; \hat{\theta}) \quad (3.19)$$

同式の事後周辺確率の最大化による  $x_i$  の推論  $\hat{x}_i$  は, 次式となる.

$$\hat{x}_i = \underset{x_i}{\operatorname{argmax}} p(x_i|\mathbf{y}; \hat{\theta}).$$

したがって,  $\bar{x}_i$  は, 確率伝搬法で計算した  $p(x_i|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  と  $x_i$  を用いて, 次式で計算できる.

$$\bar{x}_i = \sum_{x_i} x_i p(x_i|\mathbf{y}; \hat{\theta})$$

より具体的には,  $x_i \in \{-1, +1\}$  であるので,

$$\bar{x}_i = p(x_i = +1|\mathbf{y}; \hat{\theta}) - p(x_i = -1|\mathbf{y}; \hat{\theta})$$

となる.

$\hat{x}_i$  は  $\bar{x}_i \leq 0$  であれば-1,  $\bar{x}_i > 0$  であれば+1をとる.

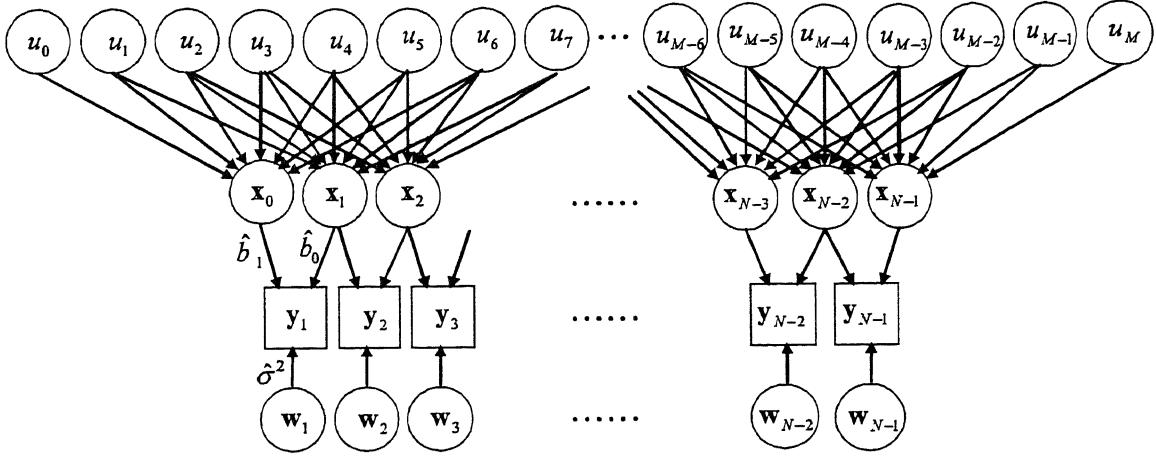


図 3.10: 置み込み符号のグラフィカルモデル.

次に,  $\hat{x}$  から  $\hat{u}$  を得る式は, 式 (2.16) で示したように,

$$\hat{u} = \underset{\mathbf{u}}{\operatorname{argmin}} d_H(\operatorname{sign}(\hat{x}), \mathbf{x}(\mathbf{u})). \quad (3.20)$$

となり, 式 (2.16) と同様な標準的な置み込み符号の復号アルゴリズムを用いて送信語である置み込み符号の入力データ  $\mathbf{u}$  を推論する.  $\hat{u}$  は, 送信語  $\mathbf{u}$  を marginal inference アプローチで推論したデータである.

### 3.7.2 Joint Inference アプローチ

Joint Inference アプローチは, 観測信号  $\mathbf{y}$  が与えられた条件で, 事後確率分布から符号語  $\mathbf{u}$  を推論している.

図 3.10 は, 符号語  $\mathbf{u}$  が  $x$  と同様に隠れ変数である場合のグラフィカルモデルである.

まず, 観測信号  $\mathbf{y}$  が与えられた条件で, 事後確率分布から符号語  $\hat{\mathbf{u}}$  を推論することを考える. 次式のように, 本アプローチによる推論は, トレリス線図の中から  $p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \theta)$  を

最大にするパスを探すことである。ここで  $p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  は、

$$p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta}) = \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{u}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \hat{\theta}) \quad (3.21)$$

であるので、トレリス線図の中から  $p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  を最大にするパスは、式 (3.22) のように、 $p(\mathbf{u}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  を  $\mathbf{x}$  について周辺化した確率分布を最大にするパスを探すことになる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}} &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{u}} p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta}) \\ &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{u}} \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{u}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \hat{\theta}). \end{aligned} \quad (3.22)$$

式 (3.17) から、 $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \theta)$  は次式となる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \hat{\theta}) &= \frac{p(\mathbf{x})p(\mathbf{y}|\mathbf{x}; \hat{\theta})}{\sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{x})p(\mathbf{y}|\mathbf{x}; \hat{\theta})} \\ &= \frac{1}{Z} \prod_{i=1}^{N-1} p(y_i|x_i, x_{i-1}; \hat{\theta}) = \frac{1}{Z'} \prod_{i=1}^{N-1} \psi_i(x_i, x_{i-1}), \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} Z &= 2^{2N} \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \hat{\theta}) \\ \psi_i(x_i, x_{i-1}) &= \exp \left[ -\frac{|y_i - (b_0 x_i + b_1 x_{i-1})|^2}{2\sigma^2} \right] \\ Z' &= (2\pi\sigma^2)^{N-1} Z \sum_{\mathbf{x}} \prod_{i=1}^{N-1} \psi_i(x_i, x_{i-1}). \end{aligned}$$

である。

式 (3.22) の中で、 $p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  を効率良く計算するために、確率伝搬法を用いた。確率伝搬法による事後周辺確率分布  $p(x_i|\mathbf{y})$  は、次式のように、 $i$  を固定して  $j \neq i$  について周辺化を行うことで得られる。

$$p(x_i|\mathbf{y}) = \frac{1}{Z'} \sum_{\mathbf{x} \setminus i} \prod_{j=1}^{N-1} \psi_j(x_j, x_{j-1})$$

$p(\mathbf{u}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  が与えられた後, これを  $\mathbf{x}$  で周辺化することにより,  $p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  を得る.

$$p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta}) = \sum_{\mathbf{x}} p(\mathbf{u}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$$

次に,  $p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  を最大にするパスを見出すことについて, 説明する. 以下, 簡易な表現を行うため,  $p(\mathbf{u}|\mathbf{y}; \hat{\theta})$  を  $p(\mathbf{u})$  と記し,  $\mathbf{u}_r^q$  は  $u_r, \dots, u_q$ , ( $q > r$ ) を意味するものとする.

同時確率分布  $p(\mathbf{u}_0^{M-1})$  は, 下記のように定義される.

$$p(\mathbf{u}_0^{M-1}) = p(\mathbf{u}_0^6) p(u_7|\mathbf{u}_0^6) \cdot \dots \cdot p(u_{M-1}|\mathbf{u}_{M-8}^{M-2})$$

$$\log p(\mathbf{u}_0^{M-1}) = \log p(\mathbf{u}_0^6) + \log p(u_7|\mathbf{u}_0^6) + \dots$$

$$+ \log p(u_{M-1}|\mathbf{u}_{M-8}^{M-2}).$$

ここで, 各条件付き確率は次のように定義される.

$$p(\mathbf{u}_i|\mathbf{u}_{i-7}^{i-1}) = \frac{p(\mathbf{u}_i^i)}{p(\mathbf{u}_{i-7}^{i-1})}.$$

これらを表した図 3.11 は,  $\hat{\mathbf{u}}$  を計算するトレリス線図を示している. シーケンス  $\mathbf{u}_0^{M-1}$  はトレリス線図の中で  $p(\mathbf{u}_0^{M-1})$  を最大とするパスとして検索される.

$\log p(u_0^6)$	$\log p(u_7 u_0^6)$	$\log p(u_8 u_1^7)$	$\dots$
$u_0 \ u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6$	$u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7$	$u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8$	$\dots$
0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	
0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 1	
0 0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 0 1 0	$\dots$
:	:	:	
1 1 1 1 1 1 0	1 1 1 1 1 1 0	1 1 1 1 1 1 0	
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	

図 3.11: 置み込み符号の推論.

# 第4章 実験

## 4.1 計算機シミュレーション

提案手法は、二つの通信路のパラメータ推定手法 (MLE と HOS)，そして二つの送信語の推論アプローチ (marginal inference と joint inference) を提案している。これら通信路のパラメータ推定と送信語の推論の組み合わせ (全部で 4 通り) による誤り特性を、計算機シミュレーションと実際の通信路での実験で検証した。

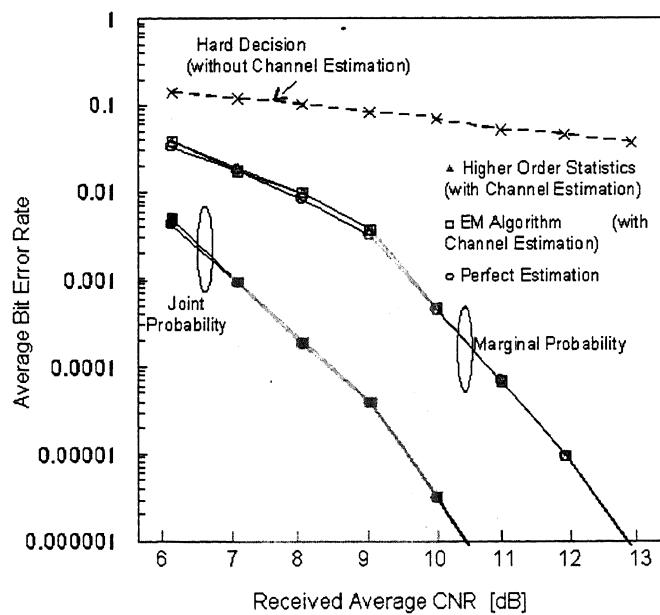
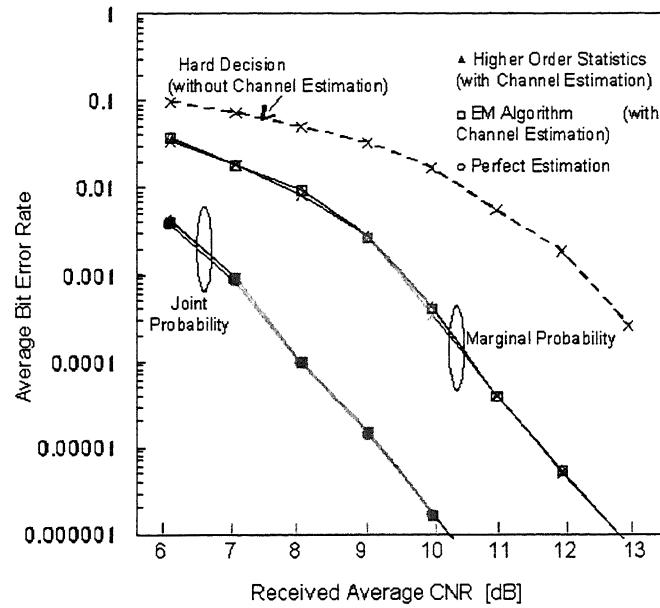
以下、計算機シミュレーションについて、説明する。シミュレーションで用いるデータは、式 (3.9) に従って発生させた。毎回、 $b_0$  を 1.0 に固定し、 $b_1$  を  $[-1/K, 1/K]$  の一様分布から生成し、ノイズは次式の正規分布から生成し、1 セットは 2000 シンボル長としている。

$$\mathbf{w}_i \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 I_4).$$

ただし、 $b_0$  と  $b_1$  は各セットで固定とし、各  $\sigma$  でのシミュレーションを  $b_1$  を一様分布から生成しながら 100 回繰り返している。 $b_1$  を生成する一様分布の  $K$  を 10, 5, 1 とした場合の、各畳み込み符号の誤り特性を図 4.1 に示す。各誤り特性は、提案手法の 4 通りの組み合わせ (二つの通信路のパラメータ推定手法、二つの送信語の推論アプローチ)、通信路のパラメータが完全に再現できた場合の二つの推論アプローチ、そして通信路で発生するノイズを独立と見なして通信路モデルを使用せず式 (2.16) で畳み込み符号を復号した結果の合計 7 つの結果を示している。

図 4.1 から通信路モデルを使用しない場合、誤り特性は大きく劣化し、通信路モデルの重要性がわかる。同図から、誤り特性を大きく左右するのは、送信語推論のアプローチ

## 畳み込み符号の誤り特性



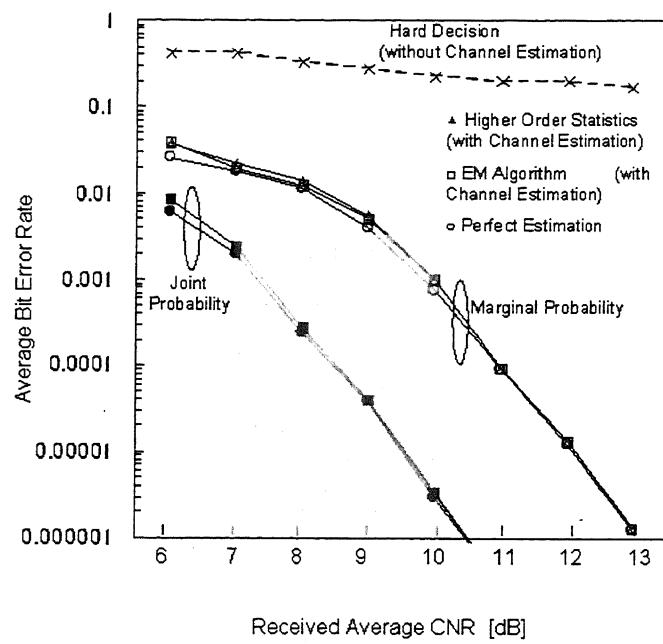


図 4.1: 置み込み符号の誤り特性.

であり、MLE と HOS の二つの通信路のパラメータ推定手法には、大きな差異がないことがわかった。そして、送信語の推論アプローチは、joint inference アプローチが marginal inference アプローチより誤り特性を改善できることがわかった。

RS 符号の復号出力でほとんど誤りをなくす ( $10^{-5}$  以下) ためには、畳み込み符号の BER の誤り特性は最大で  $2 \times 10^{-3}$  とされている。次世代の衛星デジタル放送の移動受信を想定した場合、小型アンテナの搭載により、受信 CN 比は  $8 \text{ dB}$  から  $10 \text{ dB}$  となる [6]。この受信 CN 比の範囲では、通信路モデルを使用しない場合は遅延のあるフェージング(記憶のある通信路)の影響を除去できないことがわかった。また、同 CN 比の範囲では、提案手法の marginal inference アプローチは、同フェージングの影響を軽減できるものの、十分な誤り特性を得ることはできないことがわかった。そして同 CN 比の範囲では、提案手法の joint inference アプローチによる誤り特性が、 $2 \times 10^{-3}$  以下となり、同フェージングの影響を十分に軽減できることがわかった。

## 4.2 検証実験

衛星放送の移動受信を行い、実際の通信路を測定した方法について説明する。測定環境は、表 4.1 に示す。

表 4.1: 測定環境

項目	測定
衛星	BSAT-2a
受信周波数	$11.84256 \text{ GHz}$
場所	東京、神奈川
仰角	$38.1 \text{ degree}$
アンテナ利得	$25 \text{ dBi}$
測定日	2006 年 2 月 2 日
天候	晴れ

次世代のシステムを想定し、ルーネンベルグレンズを用いたマルチビームアンテナ [5, 16]

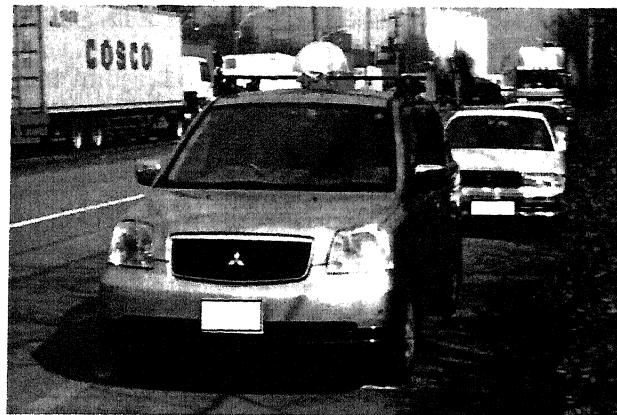


図 4.2: 測定車への受信アンテナの搭載.



図 4.3: 測定機材 (手前 : 直交記録計) の搭載.

の市販品 (Sumitomo Electric Industries, LuneQ-40) と, QPSK シンボル時間ごと同期捕獲する高速 PLL を用いて移動受信を行った. 受信システムは, この他, 低雑音増幅器, 直交信号記録計 (高速 PLL 内臓), スペクトラムアナライザから構成される.

測定場所として, 高速道路 (K1 横羽線, 羽田から横浜方向へ走行), 郊外 (品川区大田市場付近), 市街地 (品川区青物横丁駅付近) の 3 通りを選び, 衛星が見通せる区間で記録を実施した. 図 4.4 のように, 高速道路では 5箇所 (H1 から H5), 郊外では 3箇所 (U1 から U3), 市街地では 4箇所 (C1 から C4) の計 12 箇所で通信路の記録を行った.

高速道路, 郊外, 市街地で記録した通信路の自己相関の例を図 4.5 に示す. 同図は, 2000 シンボルごと計算した自己相関の平均と標準偏差を示している. 高速道路は高架になっているため, 反射波は小さい. 郊外は倉庫に囲まれており, 市街地はオフィスビルに囲まれているため, 反射は比較的大きく, また遅延時間の長い反射波も混入している.

高速道路, 郊外, 市街地のそれぞれにおいて, 受信 CN 比を 8 dB から 10 dB の範囲に設定した.

移動受信の通信路は, 番組が既知の周波数変調(FM)を行う衛星放送を移動しながら受信し, 通信路を再現することで得た. サンプリング周波数は 23.234[MHz] で信号を記録し, 自己相関を求ることで, 通信路を再現している. 測定時間は 120[sec] である. 図 4.6 のように 12箇所の実際の通信路データを用いて, 実験を行った. 実験で送信するデータは既知であるため, 誤り特性を得ることができる.

QPSK シンボル時間単位, 及び 2000QPSK シンボル時間単位の 2種類の PLL を用いて実験を行った. ドプラーシフトの推定でドップラーシフトを推定して除去した後, 2000QPSK シンボル単位のブロックでマルチパスフェージング通信路を推定し, 符号語を推論した.

実験では, 測定した FM 変調の移動受信データから, 通信路を再現している. 以下にこの通信路を再現する方法を説明する.

FM 変調波は, 下記のように表現できる.

$$F_{FM}(t) = a \cos(2\pi(f_c + f_m(t))t)$$

ここで,  $f_m(t)$  は映像など, 送信する既知の情報の周波数. この FM 変調波がドップラーシフトとマルチパスフェージングの影響を受け, PLL を用いて同期補足を行った後の信号は,

$$\tilde{F}_{FM}(t) = \sum_{l=0}^{L_{FM}-1} a_l \cos(2\pi(f_c + f_m(t))(t - \tau_l) + \varpi_l(t))$$

$$\varpi_l(t) = 2\pi f_{Dl}(t - \tau_l) + \phi_0.$$

となる。ここで、 $a_l$ ,  $\tau_l$ ,  $\varpi_l(t)$  はそれぞれ、 $l$  番目の反射波の振幅、遅延時間、ドップラーシフトである。移動受信の通信路データは、測定したデータから  $f_m(t)$  を除去することで得られる。その後、以下のように、通信路を 4096 タップの FIR(the finite impulse response) 信号と見なし、通信路データとしている。

$$\begin{aligned} h_{FM}(t) &\equiv \sum_{l=0}^{L_{FM}-1} a_l \cos(2\pi(f_c + f_{Dl})(t - \tau_l) + \phi_0) \\ &= \sum_{l=0}^{4095} a_l \cos(2\pi(f_c + f_{Dl})(t - l\hat{T}_s) + \phi_0). \end{aligned}$$

ここで、 $\hat{T}_s$  は PLL で得られる同期補足時間である。マルチパスフェージング波の各振幅と位相は、次式のように、 $\cos(2\pi f_c(t - l\hat{T}_s))$  を  $h_{FM}(t)$  へ乗算し、低域フィルターを通して得た。

$$b_l \cos(2\pi f_{Dl}(t - l\hat{T}_s) + \phi_0).$$

ヒルベルト変換により、以下を得る。

$$b_l \sin(2\pi f_{Dl}(t - l\hat{T}_s) + \phi_0). \quad (4.1)$$

このように、再現した移動受信の通信路は、FIR フィルターで表現し、次式のように、 $x_i$  から  $z_i$  を再現している。

$$\begin{aligned} H(t) &\equiv \sum_{l=0}^{4095} \begin{pmatrix} b_l \cos \varpi_l(t) & b_l \sin \varpi_l(t) \\ -b_l \sin \varpi_l(t) & b_l \cos \varpi_l(t) \end{pmatrix}, \\ \varpi_l(t) &= 2\pi f_{Dl}(t - l\hat{T}_s) + \phi_0. \end{aligned}$$

雑音は、使用されていないチャネルの信号を同時に受信することで得た。 $n(iT_s)$  を通信路の雑音とすると、再現した移動受信の通信路は次式となる。

$$z_i = H(iT_s)x_i + n(iT_s).$$

次に提案手法の評価につき、12箇所の通信路を用いた実験結果について説明する。最適な重回帰モデルの次数を求めるため、以下の実験では、Marginal Inference, Joint Inferenceにより  $u$  を推論した結果を示す。まず、重回帰モデルの次数による誤り特性の違いを見るため、 $k = 0$  のモデル  $k = 1$  のモデル  $k = 2$  のモデルによる  $u$  の誤り特性(Bit Error Rate: BER)を表4.2に示す。同実験は、通信路のパラメータ推定手法として最尤推定(MLE)を使用している。また通信路としては12箇所の測定のうち、3箇所のデータを用いた。

表の中で  $< 10^{-4}$  あるのは、実験のデータからは誤りが観測できなかったことを示している。有効数字からこのように表現した。また  $k = 0$  の場合には Marginal Inference の結果を示してある。 $k = 0$  の場合、通信路の各ビットは独立だと仮定されているので、Joint Inference を行なう必要がない。また  $k = 0$  の場合にはパラメータ推定も必要なく、各ビットの推論は  $y_i$  の符号のみによって行なえば良い。

これらの結果から  $k = 1$  のモデルは  $k = 0$  のモデルから誤り特性を大きく改善でき  $k = 2$  のモデルを用いたとしても  $k = 1$  のモデルからの誤り特性の改善は小さいことがわかる。この結果から実際の通信路では  $k = 1$  のモデルが十分な改善を与えると判断し、以下では  $k = 1$  のモデルを用いることとする。

$k = 1$  のモデルにおいて、EMアルゴリズムで推定したパラメータ  $\hat{\theta} = (\hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{\sigma}^2)$  の分布を見ると、図4.7, 図4.8, 図4.9のように、一定の組み合わせは見当たらなかった。次に、マルチパスフェージングが除去された結果につき、 $y$  と  $\hat{x}$  の自己相関を比較して説明する。 $y$  は高速PLLでの受信信号、 $\hat{x}$  は式(3.19)で記憶のある通信路のモデルを用いて、 $y$  から遅延時間のあるフェージングの影響を除去した信号である。送信した  $x$  はインターリーブ出力を畳み込み符号で符号化したデータである。 $x_i$  と1シンボル遅延の  $x_{i-1}$  は、反射波の影響が除去できれば  $\tau = 0$  以外の遅延時間で自己相関が0になると期待できる。図4.10は高速道路、郊外、市街地の3箇所の代表的な自己相関(高速PLL)である。同図から、受信信号  $y$  から提案手法による処理で  $\hat{x}$  を生成した場合、反射波の影響が軽減できていることがわかる。次に提案手法による誤り特性の改善を示す。図4.11は、誤り

特性を評価した実験の系統である。表4.3と表4.3は、 $\tilde{u}$ (marginal inference アプローチによる推論)と $\hat{u}$ (joint inference アプローチによる推論)を用いた畳み込み符号の誤り特性(BER)とRS符号の誤り特性(エレメント誤り率)を示している。エレメント誤りは、バイト単位の誤り特性で、1バイト(8ビット)の中で1ビットでも誤りがあれば誤りとしている。二つの推論アプローチ( $\tilde{u}$ と $\hat{u}$ )の何れも、二つの通信路のパラメータ推定手法(高次統計量HOSとEMアルゴリズム)を比較している。また $\hat{u}_H$ (通信路モデルを使用しないで式(2.16)による畳み込み符号の復号を行った場合)の誤り特性を両方の表に示した。marginal inference アプローチと joint inference アプローチを比較すると、これらの表のように受信CN比が8dBから10dBの範囲では、joint inference アプローチが誤り特性を大きく改善でき、放送として高画質と評価できるRS符号の復号で必要な $2 \times 10^{-4}$ 以下のエレメント誤り率を達成できることがわかった。一方、marginal inference アプローチは受信CN比が高く遅延時間の長い反射波がない箇所(例えばH1, H2, U1)で十分な誤り特性を得るもの、受信CN比が低い箇所(例えばH5, U3, C4)での誤り特性は悪いことがわかった。

通信路のパラメータ推定の二つの手法、高次統計量(HOS)とMLE(EMアルゴリズム)を比較すると、計算機シミュレーションでは差異がなかったものの、実際の通信路では、EMアルゴリズムを用いたパラメータ推定がわずかに良い結果となった。HOSによるパラメータ推定は、ノイズがガウス性を有しているという強い仮定を置いていたため、実際の通信路のノイズはガウス性から離れている可能性がある。しかしながら、RS符号の誤り特性を見る限り、joint inference アプローチを用いれば、HOSを用いた通信路のパラメータ推定でも十分な誤り特性を得られていることがわかった。

改善効果を映像で説明するために、図4.17に画像を示す。これらは、受信CN比が最小(約8[dB])のC4での各処理結果の映像をキャプチャしたものである。この結果から見ても、唯一、joint inference アプローチだけが、どちらの通信路のパラメータ推定手法(HOSとEMアルゴリズム)を用いても十分な画質を得られることがわかる。

表 4.2: モデルによる誤り特性の違い ( $u$  の BER).

Route	Average CNR(dB)	Marginal Inference			Joint Inference	
		$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 1$	$k = 2$
高速道路	H3	8.12	0.0052	0.0035	0.0034	$< 10^{-4}$
郊外	U2	8.19	0.0071	0.0054	0.0045	$< 10^{-4}$
市街地	C3	8.01	0.0088	0.0067	0.0052	$< 10^{-4}$

表 4.3: 畳み込み符号の BER.

Route	Received Average Eb/N0 [dB]	without Channel Estimation	with Channel Estimation			
			Marginal Inference		Joint Inference	
			Hard Decision	High Order Statistic	EM Algorithm	High Order Statistic
High Way	H1	8.91	0.0034	0.0026	0.0022	$< 1E-04$
	H2	8.47	0.0052	0.0038	0.0035	$< 1E-04$
	H3	8.12	0.0052	0.0036	0.0035	$< 1E-04$
	H4	7.68	0.0058	0.0045	0.0040	$< 1E-04$
	H5	7.30	0.0065	0.0050	0.0043	$< 1E-04$
Urban	U1	8.39	0.0054	0.0038	0.0038	$< 1E-04$
	U2	8.19	0.0071	0.0061	0.0054	$< 1E-04$
	U3	7.40	0.0073	0.0060	0.0051	$< 1E-04$
City	C1	8.74	0.0054	0.0041	0.0037	$< 1E-04$
	C2	8.38	0.0048	0.0036	0.0033	$< 1E-04$
	C3	8.01	0.0088	0.0069	0.0067	$< 1E-04$
	C4	7.10	0.0090	0.0072	0.0068	$< 1E-04$

表 4.4: RS 符号のエレメント誤り率.

Route	Average Received CNR [dB]	without Channel Estimation	with Channel Estimation			
			Marginal Inference		Joint Inference	
		Hard Decision	Higher Order	EM Algorithm	Higher Order	EM Algorithm
High Way	H1	9.91	0.00058	<1E-04	<1E-04	<1E-04
	H2	9.47	0.0048	<1E-04	<1E-04	<1E-04
	H3	9.12	0.0063	0.00084	0.00084	<1E-04
	H4	8.68	0.0045	0.0016	0.00040	<1E-04
	H5	8.30	0.026	0.0078	0.0029	<1E-04
Urban	U1	9.39	0.0016	<1E-04	<1E-04	<1E-04
	U2	9.19	0.0058	0.0024	0.00061	<1E-04
	U3	8.40	0.027	0.0071	0.0036	<1E-04
City	C1	9.74	0.0023	0.00045	0.00011	<1E-04
	C2	9.38	0.0021	0.00030	<1E-04	<1E-04
	C3	9.01	0.038	0.0051	0.0051	<1E-04
	C4	8.10	0.016	0.0091	0.0064	<1E-04

次に, アプローチの違いによる処理時間を比較する. 図 4.14 は,  $k = 0$  の回帰モデル(通信路推定を行わない場合)を基準( $T_M$ )とし, MATLAB で測定した結果を示している. 通信路推定を行わない場合でも, 豊み込み符号の復号処理でハードビットのビタビ復号を行うため,  $T_M$  は, ハードビットのビタビ復号を行う時間とみなしている.

$k = 1$  の回帰モデル(反射波が 1 波のモデル)において, パラメータ推定の処理時間は, 最尤推定(MLE)が EM アルゴリズムを用いた順方向, 逆方向を伴う繰り返し演算であり, 実験の結果, 2 回から 20 回程度で収束しているため, MLE-Marginal の組合せは  $2T_M$  から  $20T_M$  の処理時間, MLE-Joint の組合せは  $2.2T_M$  から  $20.2T_M$  であった. 高次統計量を用いた推定(HOS)の処理時間は, 1 回の EM アルゴリズムの処理時間より短く, HOS-Marginal の組合せは  $1.1T_M$ , HOS-Joint の組合せは  $1.3T_M$  であった.

これらの中で誤り特性を十分に改善できるのは, MLE によるパラメータ推定と Joint Inference の組合せ(MLE-Joint), HOS によるパラメータ推定と Joint Inference の組合せ(HOS-Joint)である. HOS-Joint が, 誤り特性を満足する中で, 最も処理時間が短いことがわかった.

なお  $K = 2$  の回帰モデル(反射波が 2 波のモデル)では、取りえるパラメータ推定は MLE だけとなり、 $k = 2$  のモデルを用いた MLE は、 $k = 1$  のモデルに比べて約 2 倍の処理時間となる。

提案手法により、衛星デジタル放送の移動受信の誤り特性を改善できることがわかった。提案手法は、ダイバーシティ受信とパイロットシーケンスを使用 [19] せずに、簡易なグラフィカルモデルの上で、通信路のパラメータ推定と送信語の確率推論を行うものである。グラフィカルモデルは、遅延時間のあるフェージング通信路(記憶のある通信路)と畳み込み符号を表している。提案手法では、二つの通信路のパラメータ推定手法を比較した。一つは MLE(EM アルゴリズム)による推定、もう一つは高次統計量(HOS)による推定である。計算機シミュレーションでは、二つの通信路のパラメータ推定手法による誤り特性は、ほとんど同じであることがわかった。実際の通信路では、HOS によるパラメータ推定は、MLE によるパラメータ推定より若干であるが、誤り特性が劣化する。HOS によるパラメータ推定は、ノイズがガウス性を有しているという強い仮定を置いているため、実際の通信路のノイズはガウス性から離れている可能性がある。しかしながら、RS 符号の誤り特性を見る限り、joint inference アプローチを用いれば、HOS を用いた通信路のパラメータ推定でも十分な誤り特性を得られていることがわかった。しかしながら、誤り特性の差はわずかである。計算量を見ると、HOS によるパラメータ推定は計算量が非常に低く、MLE による推定は EM アルゴリズムで数回から 20 回の繰り返し演算が必要であることから、計算量は比較的高い。

そして、提案手法では、二つの確率推論を比較した。一つは通信路への入力データを推論する marginal inference アプローチ、もう一つは直接、畳み込み符号を推論する joint inference アプローチである。joint inference アプローチを用いた場合、次世代の受信 CN 比の範囲(8 dB から 10 dB)では、通信路のパラメータ推定でどちらの手法(HOS, MLE)を用いても十分な誤り特性を得られることがわかった。

これらのことから、HOS で通信路のパラメータ推定を行い、joint inference アプローチ

で送信語の推論を行う手法が次世代の衛星デジタル放送の移動受信で有効とわかった。

将来の作業について、考察する。提案手法によるドップラーシフトの推定は単一搬送波のQPSK変調に特化したものであり、同考え方をOFDM変調やCDMA変調の8相PSKや16相PSK[20, 21]に拡張したい。次にマルチパスフェージング通信路の記述を、希望波と一つの反射波で表しているが、計算量を考慮しながら、必要があれば、複数の反射波の記述へ拡張したい。

ターボ符号[1]やLDPC(Low-density parity check)符号[2]の復号のように、確率伝搬法の適用範囲をリードソロモン符号の復号まで拡張すれば、より誤り特性を向上できると考える。

## 補足実験

補足実験では、低速PLLを用いた場合にドップラーシフトの影響を軽減するドップラーシフトの推定、MAP解による改善、並びに処理データ数を変えた場合の提案手法での誤り特性改善について、実験結果を用いながら説明する。

## 低速PLLを用いた場合のドップラーシフトの推定の検証

ブロックPLL(2000QPSKシンボル時間単位の同期補足)とシンボルPLL(QPSKシンボル時間単位の同期補足)を用いた同期捕捉の測定例を、図4.15と図4.16に示す。

PLLによる改善を評価するため、PLLを用いない場合、ブロックPLLを用いた場合、及びシンボルPLLを用いた場合において、畠み込み符号の復号出力のBER、並びにRS符号の復号出力のelement errorを表4.5と表4.6にそれぞれ示す。

PLLを用いることにより、ドップラーシフトの影響を軽減でき、誤り特性が改善できることがわかる。しかしながら、ドップラーシフトの影響を軽減できたとしても、マルチパスフェージングにより、依然として誤り特性は、放送として高品質を確保する特性を満たしていない。

表 4.5: 置み込み符号の復号出力 BER

route	PLL なし	ブロック PLL	シンボル PLL
H1	0.46	0.0048	0.0034
H2	0.49	0.0079	0.0052
C4	0.39	0.012	0.0090

表 4.6: RS 符号の復号出力 Element Error Rate

route	PLL なし	ブロック PLL	シンボル PLL
H1	1.0	0.0035	0.00058
H2	1.0	0.016	0.0048
C4	0.82	0.026	0.016

次に、ブロック PLL とシンボル PLL を用いて、 $\tilde{u}(z)$ ,  $\tilde{u}(y)$ ,  $\tilde{u}(\tilde{x})$ ,  $\hat{u}$  の 4 種類の誤り特性を評価した。

$\tilde{u}(z)$  はドップラーシフトの影響を受けた受信信号を用い、式 (2.16) で示した通信路推定なしで硬判定する従来手法の復号で、 $\tilde{u}(y)$  はドップラーシフトの影響を除去し、式 (4.2) による通信路推定なしで硬判定する従来手法の復号である。

$$\tilde{u}_0^{M-1} = \underset{\mathbf{u}_0^{M-1}}{\operatorname{argmin}} d_H(\operatorname{sign}(\mathbf{y}_0^{N-1}), \mathbf{x}_0^{N-1}(\mathbf{u}_0^{M-1})), \quad (4.2)$$

ここで、 $\mathbf{y}_0^{N-1}$  は式 (3.7) により  $\mathbf{z}_0^{N-1}$  から求めた値である。

$\tilde{u}(\tilde{x})$  は通信路のパラメータを EM アルゴリズムで推定し、式 (3.20) で推論 (Marginal Inference アプローチ) した提案手法である。

$\hat{u}$  は通信路のパラメータを EM アルゴリズムで推定し、式 (3.22) で推論 (Joint Inference アプローチ) した提案手法である。

ブロック PLL の、置み込み符号の復号出力の BER、並びに RS 符号の復号出力の element error を表 4.7 と表 4.8 にそれぞれ示す。シンボル PLL の置み込み符号の復号出力の BER、並びに RS 符号の復号出力の element error を表 4.9 と表 4.10 にそれぞれ示す。

以上の補足実験から、下記のように評価できる。ブロック PLL の場合、本研究によるドップラーシフトの推定を行うと誤り特性が改善する。搬送波が 12GHz でドップラーシ

フトが高々 1kHz の場合、シンボル PLL は、ドップラーシフトの影響を十分に軽減しており、ドップラーシフトの推定を行っても誤り特性の改善はほとんど見られない。しかしながら、通信路が高速フェージングになった場合、ドップラーシフトの推定はシンボル PLL に対しても有効と考える。

### MAP 解による改善

本補足実験は、marginal inference アプローチによる通信路入力データ  $x$  の推論に代わり、最大事後確率 (MAP) 解を用いて送信データ  $x$  を推論することを実験した。

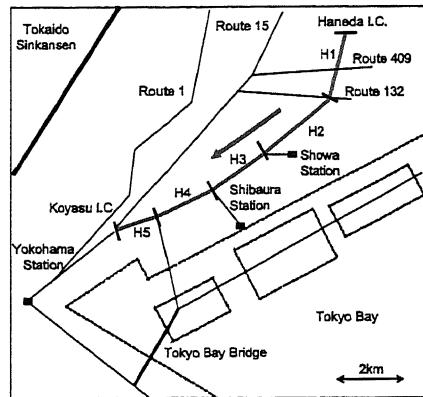
通信路データ推論アプローチは、最大事後周辺確率 (MPM) を用いて  $x$  を推論するものであった。本捕捉実験は、MPM に替えて、MAP を用いて  $x$  を推論した場合の誤り特性を観測するものである。

実験結果は、表 4.11 と表 4.12 に示すように、MPM を用いた推論と比較し、MAP を用いた推論は、全体的に誤り特性は改善するが、その差はわずかである。このことは、本来、送信語である  $u$  の最大事後確率を推論すべき課題に対し、通信路への送信データ  $x$  を推論しているためであり、通信路への送信データ  $x$  の最大事後確率は、送信語  $u$  の最大事後確率とならないことを示している。

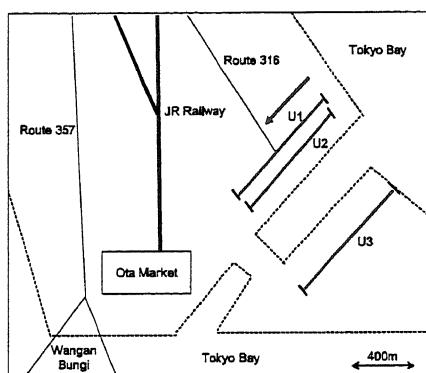
### 処理数

本捕捉実験は、処理数を変えた場合の誤り特性を示す。実験は、H2において、MPM ブロック PLL で行った。この結果、表 4.13 と表 4.14 に示すように、処理数が 500 と 1000 の場合、誤り特性は劣化することがわかった。

## 高速道路



## 郊外



## 市街地

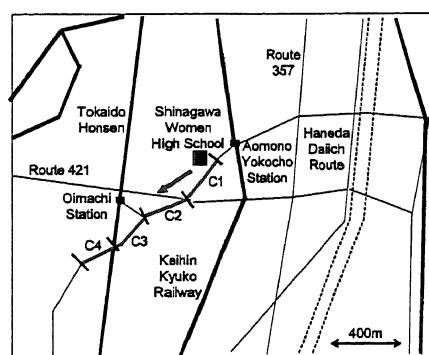
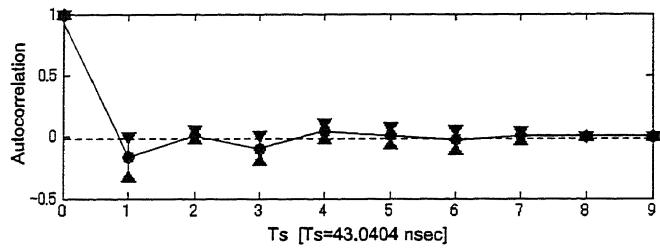
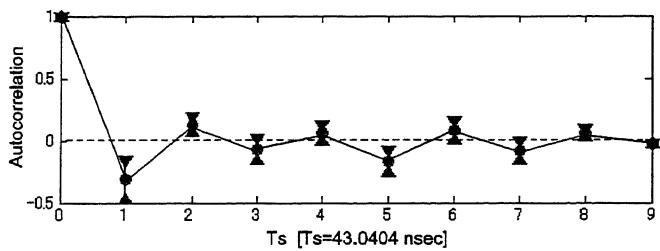


図 4.4: 測定場所.

高速道路



郊外



市街地

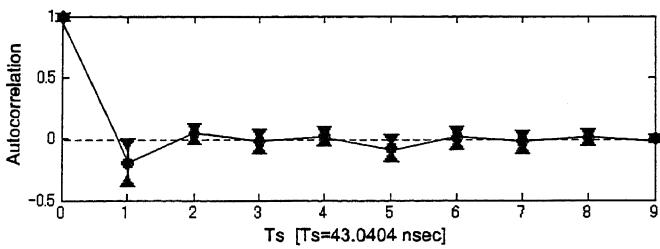


図 4.5: 通信路の自己相関の例.

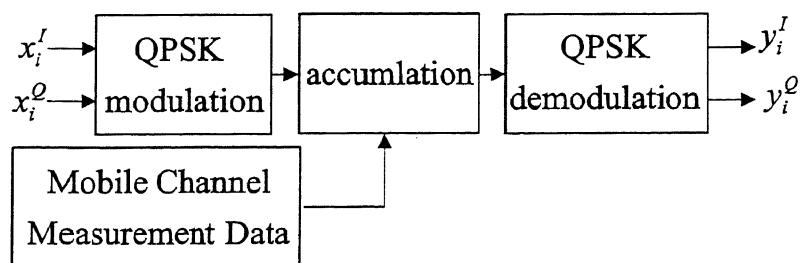


図 4.6: 実験の系統図.

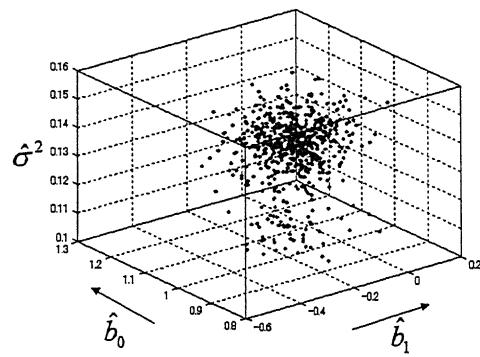


図 4.7: EM アルゴリズムでの推定値(高速道路).

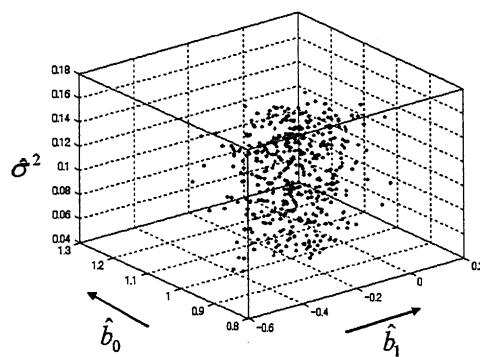


図 4.8: EM アルゴリズムでの推定値(郊外).

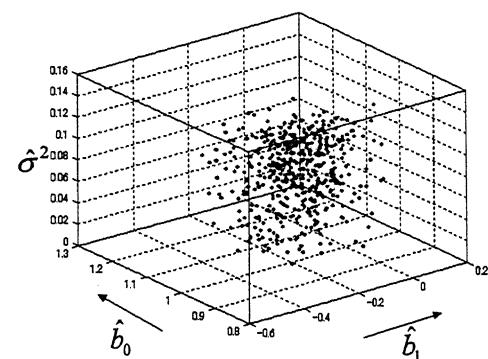


図 4.9: EM アルゴリズムでの推定値(市街地).

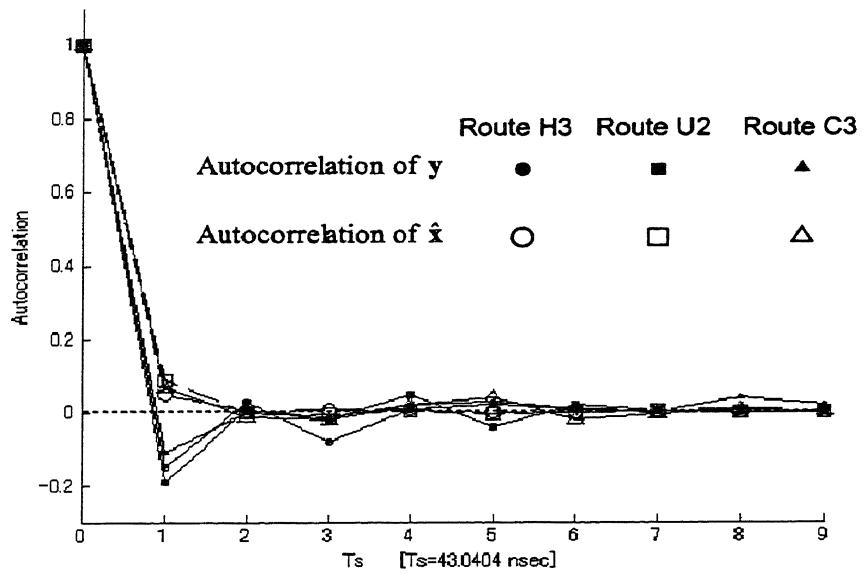


図 4.10: 自己相関.

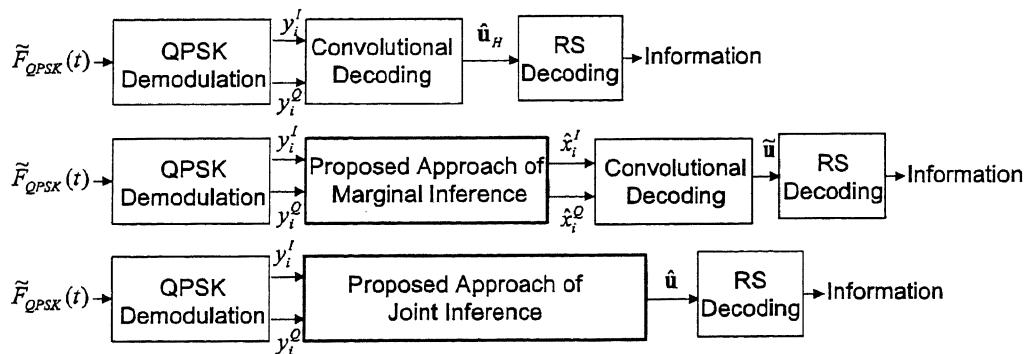
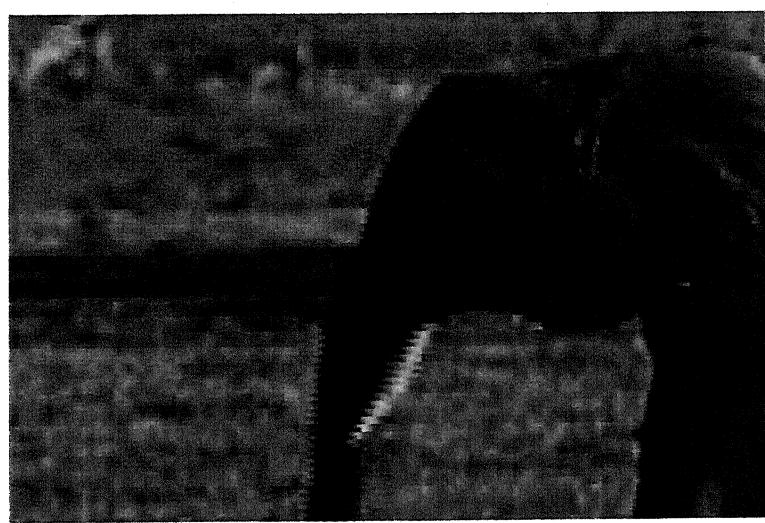


図 4.11: 誤り特性の評価で用いた系統.



図 4.12: 原画.

原画の拡大



通信路推定と確率推論をしない場合.



HOS 通信路推定と marginal inference 確率推論.



MLE 通信路推定と marginal inference 確率推論.



HOS 通信路推定と joint inference 確率推論.



MLE 通信路推定と joint inference 確率推論.



図 4.13: C4 で測定した通信路データを用いた処理画像.

図 4.14: モデルとアプローチの違いによる処理時間.

	k=1
MLE-Marginal	$2T_M \sim 20T_M$
HOS-Marginal	$1.1 T_M$
MLE-Joint	$2.2T_M \sim 20.2T_M$
HOS-Joint	$1.3T_M$

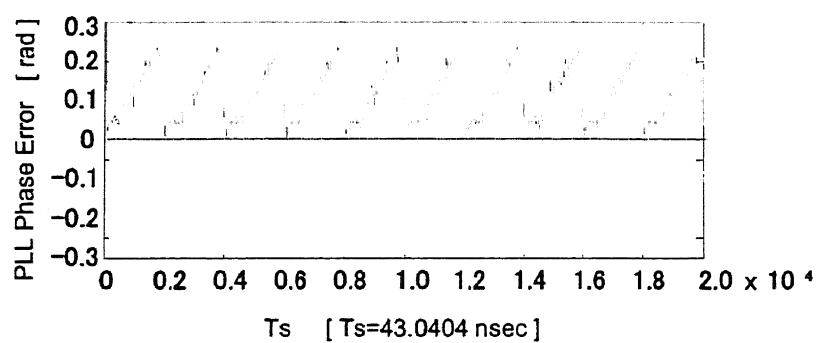


図 4.15: ブロック PLL の同期補足.

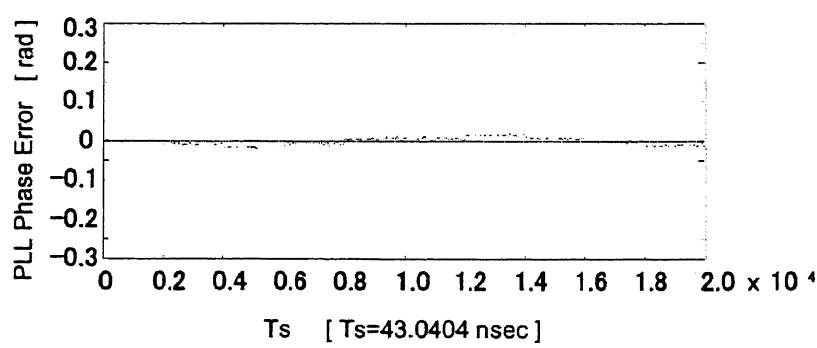


図 4.16: シンボル PLL の同期補足.

表 4.7: 疋み込み符号の BER (Block PLL)

route	CNR(dB)	$\tilde{u}(z)$	$\tilde{u}(y)$	$\tilde{u}(\hat{x})$	$\hat{u}$
H1	9.91	0.0048	0.0037	0.0022	$< 10^{-4}$
C1	9.74	0.0074	0.0055	0.0040	$< 10^{-4}$
H2	9.47	0.0079	0.0060	0.0044	$< 10^{-4}$
U1	9.39	0.0073	0.0056	0.0039	$< 10^{-4}$
C2	9.38	0.0067	0.0037	0.0033	$< 10^{-4}$
U2	9.19	0.0081	0.0073	0.0054	$< 10^{-4}$
H3	9.12	0.0069	0.0057	0.0041	$< 10^{-4}$
C3	9.01	0.011	0.0095	0.0076	$< 10^{-4}$
H4	8.68	0.0080	0.0061	0.0043	$< 10^{-4}$
U3	8.40	0.0091	0.0069	0.0049	$< 10^{-4}$
H5	8.30	0.011	0.0067	0.0049	$< 10^{-4}$
C4	8.10	0.012	0.0086	0.0067	$< 10^{-4}$

表 4.8: RS 符号の Element Error Rate (Block PLL)

route	CNR(dB)	$\tilde{u}(z)$	$\tilde{u}(y)$	$\tilde{u}(\hat{x})$	$\hat{u}$
H1	9.91	0.0035	0.00035	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
C1	9.74	0.011	0.0025	0.00014	$< 10^{-4}$
H2	9.47	0.016	0.0050	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
U1	9.39	0.0080	0.0019	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
C2	9.38	0.082	0.0031	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
U2	9.19	0.017	0.0062	0.00095	$< 10^{-4}$
H3	9.12	0.018	0.0081	0.0010	$< 10^{-4}$
C3	9.01	0.063	0.038	0.019	$< 10^{-4}$
H4	8.68	0.018	0.0053	0.00059	$< 10^{-4}$
U3	8.40	0.069	0.024	0.0024	$< 10^{-4}$
H5	8.30	0.068	0.022	0.0029	$< 10^{-4}$
C4	8.10	0.026	0.016	0.0073	$< 10^{-4}$

表 4.9: 畳み込み符号の BER (Symbol PLL)

route	CNR(dB)	$\tilde{u}(z)$	$\tilde{u}(y)$	$\tilde{u}(\hat{x})$	$\hat{u}$
H1	9.91	0.0034	0.0034	0.0022	$< 10^{-4}$
C1	9.74	0.0054	0.0054	0.0037	$< 10^{-4}$
H2	9.47	0.0052	0.0052	0.0035	$< 10^{-4}$
U1	9.39	0.0054	0.0054	0.0038	$< 10^{-4}$
C2	9.38	0.0048	0.0048	0.0033	$< 10^{-4}$
U2	9.19	0.0071	0.0071	0.0054	$< 10^{-4}$
H3	9.12	0.0052	0.0052	0.0035	$< 10^{-4}$
C3	9.01	0.0088	0.0088	0.0067	$< 10^{-4}$
H4	8.68	0.0058	0.0058	0.0040	$< 10^{-4}$
U3	8.40	0.0063	0.0073	0.0051	$< 10^{-4}$
H5	8.30	0.0065	0.0065	0.0043	$< 10^{-4}$
C4	8.10	0.0090	0.0090	0.0068	$< 10^{-4}$

表 4.10: RS 符号の Element Error Rate (Symbol PLL)

route	CNR(dB)	$\tilde{u}(z)$	$\tilde{u}(y)$	$\tilde{u}(\hat{x})$	$\hat{u}$
H1	9.91	0.00058	0.00058	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
C1	9.74	0.0023	0.0023	0.00011	$< 10^{-4}$
H2	9.47	0.0048	0.0048	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
U1	9.39	0.0016	0.0016	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
C2	9.38	0.0021	0.0021	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
U2	9.19	0.0058	0.0058	0.00061	$< 10^{-4}$
H3	9.12	0.0063	0.0063	0.00084	$< 10^{-4}$
C3	9.01	0.038	0.038	0.015	$< 10^{-4}$
H4	8.68	0.0045	0.0045	0.00040	$< 10^{-4}$
U3	8.40	0.027	0.027	0.0036	$< 10^{-4}$
H5	8.30	0.026	0.026	0.0029	$< 10^{-4}$
C4	8.10	0.016	0.016	0.0064	$< 10^{-4}$

$\tilde{u}(z)$  による復号結果



$\tilde{u}(y)$  による復号結果



$\tilde{u}(\tilde{x})$  による復号結果



$\hat{u}$  による復号結果



図 4.17: ブロック PLL での各復号結果の動画のスナップショット.

表 4.11: 疋み込み符号の復号出力 BER

route	MPM ブロック PLL	MAP ブロック PLL	MPM シンボル PLL	MAP シンボル PLL
H1	0.0022	0.00073	0.0022	0.00071
C1	0.0040	0.0036	0.0037	0.0020
H2	0.0044	0.0046	0.0035	0.0044
U1	0.0039	0.00067	0.0038	0.00033
C2	0.0033	0.0021	0.0033	0.0021
U2	0.0054	0.0046	0.0054	0.0045
H3	0.0041	0.0015	0.0035	0.0013
C3	0.0076	0.0067	0.0067	0.0069
H4	0.0043	0.0045	0.0040	0.0042
U3	0.0049	0.0011	0.0051	0.00086
H5	0.0049	0.0034	0.0043	0.0016
C4	0.0067	0.0072	0.0068	0.0071

表 4.12: RS 符号の復号出力 Element Error Rate

route	MPM ブロック PLL	MAP ブロック PLL	MPM シンボル PLL	MAP シンボル PLL
H1	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
C1	0.00014	0.00018	0.00011	0.00012
H2	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
U1	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
C2	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-4}$
U2	0.00095	0.0012	0.00061	0.00061
H3	0.0010	0.0016	0.00084	0.00049
C3	0.019	0.020	0.015	0.016
H4	0.00059	0.00080	0.00040	0.00056
U3	0.0024	0.00058	0.0036	$< 10^{-4}$
H5	0.0029	0.0027	0.0029	0.0023
C4	0.0073	0.0085	0.0064	0.0078

表 4.13: 疋み込み符号の復号出力 BER

$N = 500$	$N = 1000$	$N = 2000$
0.0053	0.0046	0.0044

表 4.14: RS 符号の復号出力 Element Error Rate

$N = 500$	$N = 1000$	$N = 2000$
$8.83 \times 10^{-5}$	$< 10^{-5}$	$< 10^{-5}$

## 第5章 おわりに

本研究では、衛星デジタル放送を対象に統計科学のアプローチを用い、通信路の記述を再考する新たな枠組みを提案し、通信路推定と送信された符号語の確率推論を行った。本研究は、次世代の受信システムを想定しながら観測データの測定を行った。すなわち装置の低価格化を想定し、現在の市販品より性能を落とした仕様での研究と検証実験を行った。本研究を通じ、観測データから確率モデルを考え、有効な推定を行い、そして合理的な推論を行えば、受信品質の改善が可能であることがわかった。また、通信路が記憶構造を持ち、通常の復号では誤り特性が劣化する場合でも、本研究のアプローチを用いることにより、代数的符号の特性を生かすことができ、通信路で生じる誤りを訂正できることがわかった。

本研究では、主に二つの統計科学のアプローチを有効に活用できた。

一つ目は、未知の通信路に対する的確なモデリングである。本研究で示したように、推定と推論が機能する簡易なモデルを見出せば、これまで十分に使用できていなかった通信路の通信路容量を十分に使用できることがわかった。通信路がわからない場合、実際の通信路を再現することは困難であることから、可能な限り簡易なモデルとすることが重要である。簡易なモデルを構築することにより、推定すべきパラメータ数を削減してパラメータ推定精度を高め、推論も簡単な計算で可能となる。二つ目は、通信路の記述を再考し、ハミング距離に代わる新たな符号語間の記載と符号語の推論である。本研究で示したように、通信路の記述を再考し、確率推論による復号を行えば、誤り特性を改善できることがわかった。

今後は、放送やDVD等のパッケージメディアにとどまらず、デジタル通信の移動受信

への寄与も目指す。取り扱う符号においても、ターボ符号[1]やLDPC符号[2]のような符号への拡張も考えたい。現在、通信や放送分野において、技術だけでは解決が困難な課題が数多く存在する。統計科学のアプローチを有効に活用することで、これらの課題が解決するならば、今後の高度情報化社会に大きく寄与できるだろう。

## 謝辞

本学へ入学した際は、手元に観測信号だけがあり、統計科学の知識は希少な状態でした。しかしながら、抱えているデータからモデルを考え、有効な推定、そして合理的な推論を行うには、統計科学しかないと感じ、門をくぐることにしました。多くの先生からご指導を賜り、おかげさまで、統計科学を用いて放送分野の問題を解くことができました。ありがとうございました。

入学当初から長きにわたり指導を賜りました池田思朗准教授をはじめ、予備審査と本審査を含め主任指導教員を賜りました松井知子准教授、そして御多忙のおり審査に参加いただき貴重な意見を賜りました尾形良彦教授、樋口知之教授、瀧澤由美准教授、和田山正准教授(名古屋工業大学)には心から感謝を申し上げます、

また初年度に田邊國士名誉教授からは観測信号を何度も繰り返し見て、自分で考える重要性をご指導いただき、大いに参考となりました。今回のように、観測信号を唯一の糸口として、そこからモデルを考え、パラメータを推定し、データを推論する一連の思想は、統計科学の真髄と感じました。

まさに、この3年半を振り返ると、統計科学は宝の山であり、今後多くの先生から賜った考えを大事に、放送と統計科学とのクロスポイントの研究を続け、多くの問題を解決できるよう努力して行きます。

## 関連図書

- [1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, “Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes,” Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Geneva, Switzerland, pp.1064–1070, 1993.
- [2] D.J.C. MacKay, “Good error-correcting codes based on very sparse matrices,” IEEE Transactions on Information Theory, vol.45, pp.399–431, 1999.
- [3] G.D. Forney Jr., Concatenated Codes, Research Monograph No.37, The MIT Pres, 1966.
- [4] J.G. Proakis, Digital Communications, McGraw-Hill, 1995.
- [5] 金子謙一, 田中憲光, 高橋応明, and 伊藤公一, “簡易衛星追尾アーレーアンテナの電子走査特性,” 電子情報通信学会論文誌 B, vol.J89-B, no.9, pp.1696–1704, 2006.
- [6] 渡辺俊明, 小川勝, 原田知育, and 西川訓利, “車載用 *bs* 受信アンテナシステム,” 豊田中央研究所 RD レビュー, vol.32, no.1, pp.23–33, 1997.
- [7] 小川英一 and 佐藤明雄, “都市内伝搬路における見通し率および反射波伝搬特性,” 電子情報通信学会論文誌 B, vol.J69-B, no.9, pp.958–966, 1986.
- [8] K. Nishikawa, “Land vehicle antennas,” IEICE Transactions on Communications, vol.E86-B, no.3, pp.993–1004, 2003.

- [9] J.K. Cavers, “An analysis of pilot symbol assisted modulation for Rayleigh fading channels,” IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.40, no.4, pp.686–693, 1991.
- [10] K.D. Kammeyer, V. Kuhn, and T. Petermann, “Blind and nonblind turbo estimation for fast fading gsm channels,” IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol.19, no.9, pp.1718–1728, 2001.
- [11] A.P. Dempster, N.M. Laird, and D.B. Rubin, “Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm,” Journal of the Royal Statistical Society B, vol.39, pp.1–38, 1977.
- [12] S.H. Wu, U. Mitra, and C.C.J. Kuo, “Graph representation for joint channel estimation and symbol detection,” IEEE Communications Society Globecom 2004, pp.2329–2333, 2004.
- [13] A.P. Worthen and W.E. Stark, “Unified design of iterative receivers using factor,” IEEE Transactions on Information Theory, vol.47, no.1, pp.843–849, 2001.
- [14] B.M. Kurkoski, P.H. Siegel, and J.K. Wolf, “Joint message-passing decoding of ldpc codes and partial-response channels,” IEEE Transactions on Information Theory, vol.48, no.6, pp.1410–1423, 2002.
- [15] M.I. Jordan, Learining in Graphical Models, Kluwer Academic, 1998.
- [16] 橋本修, 平林克己, 池田宏一, and 吉田隆彦, “球状レンズアンテナを用いたマルチビーム形成に関する一検討,” 電子情報通信学会論文誌 B, vol.J77-B-2, no.2, pp.113–116, 1994.
- [17] T.S. Rappaport, Wireless Communications, Prentice Hall, 1996.

- [18] J. Pearl, Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference, Morgan Kaufmann, 1988.
- [19] R.A. Dietrich and W. Utschick, “Maximum ratio combining of correlated Rayleigh fading channels with imperfect channel knowledge,” IEEE Transactions on Communications, vol.7, no.9, pp.419–421, 2003.
- [20] Y. Kim, B.J. Jeong, J. Chung, C.S. Hwang, J.S. Ryu, K.H. Kim, and Y.K. Kim, “Beyond 3G: Vision, requirements, and enabling technologies,” IEEE Communications Magazines, vol.41, pp.120–124, 2003.
- [21] F. Adachi, D. Garg, S. Takaoka, and K. takeda, “Broadband CDMA techniques,” IEEE Wireless Communications, vol.12, no.2, pp.8–18, 2005.