氏　　　　名	木村　大輔
学位（専攻分野）	博士（情報学）
学位記番号	総研大甲第1048号
学位授与の日付	平成１９年３月２３日
学位授与の要件	複合科学研究科　情報学専攻 学位規則第６条第１項該当
学位論文題目	Computation in Classical Logic and Dual Calculus
論文審査委員	主　査　教授　　龍田　真 教授　　佐藤　健 教授　　井上　克巳 助教授　　照井　一成 助教授　　金沢　誠

論文内容の要旨

本論文の主題は古典論理における計算手続きの双対性を明らかにすることである。論理とプログラミング言語理論の間にはカリー・ハワード対応と呼ばれる密接な対応関係が知られている。これはプログラミング言語における型，プログラムおよびプログラムの計算手続きを論理における論理式，証明および証明の正規化手続きに対応させる関係である。カリー・ハワード対応は直観主義論理とラムダ計算についての関係がよく研究されてきたが，この関係はプログラミング言語理論における継続の概念を考慮することで古典論理についての関係へと拡張できる。拡張された計算体系の一つとしてParigotのラムダミュー計算は単純な文法でありながら強力な表現力を持ち，合流性や強正規化性などの良い性質を持つことからよく研究されている。プログラミング言語理論では，名前呼び戦略と値呼び戦略と呼ばれる2つの計算戦略がよく研究されている。これらは継続の概念を考慮することで対称的な計算手続きとして見ることが出来る。一方，古典論理にはド・モルガン双対と呼ばれる双対性をもつことがよく知られている。Wadlerは古典シーケント計算に対応する双対計算を提唱し，値呼び計算と名前呼び計算の双対性をシーケント計算の双対性を用いて説明した。双対計算は古典シーケント計算に見られる明確な対称性を持つ計算体系であり，継続に相当する概念を項として扱えるのが特徴である。また，双対計算の計算手続きはシーケント計算のカット除去手続きに対応するように設計されている。本論文ではラムダミュー計算と双対計算および極性双対計算を用いて古典論理の計算手続きの双対性を研究する。

第2章ではWadlerの未解決問題に対する良い部分解を与える。Wadlerはラムダミュー計算と双対計算の間の相互変換を与え，ラムダミュー計算の名前呼びおよび値呼び戦略の双対性を双対計算の対称性で説明した。しかし，彼が考えた体系は等式に基づく体系であり，計算を手続きに従って順番に行なっていくことを意味する簡約関係は考慮されていなかった。Wadlerの未解決問題は彼の結果を簡約関係に置きかえられるかどうかという問題である。本研究ではまずWadlerの結果を見直し，問題を解くにあたって困難な部分を分析した。その結果，連言，選言そして否定に関するη規則，値呼び計算における構造制御規則である(name)規則，そして値呼び計算における対称μ規則の変数を代入する場合が困難であることをつきとめた。これらの規則のうち，前者2つの規則は証明図の正規化やカット除去とは対応しない規則であること，そして最後の対称μ規則についてはそれを外しても閉項の計算結果が変わらないという理由により本質的ではない。そこで本研究では困難の原因であるこれらの規則を取り除き，または変更して定義したラムダミュー計算と双対計算に対して簡約体系を考え，Wadlerが与えた変換を改良することでこの問題を解決した。また，この研究により得られた結果から，値呼びラムダミュー計算と名前呼びラムダミュー計算の相互変換を，互いの簡約関係を保つようなものとして得ることができる。Wadlerは計算順序を考慮しない等式体系においてラムダミュー計算の値呼び戦略と名前呼び戦略の双対性を説明したが，本研究の結果は計算順序を考慮しても双対性を説明できることを意味している。

第3章では極性双対計算を提案する。これはLaurentの極性線形論理の部分体系に対応するようにWadlerの双対計算のアイデアを用いて構築した項計算体系である。極性線形論理において論理式はその性質により正負の極性を持つものとして分類される。極性双対計算は双対計算のように明示的な左右の対称性ではなく，論理式の極性という形で双対性を持つ。また，極性双対計算の簡約規則は極性線形論理のカット除去手続きに対応するように定義される。本研究の貢献は極性線形論理に対して項計算体系を与え，それに関する性質を明らか

にしたことである。極性線形論理の証明図の表現はシーケント計算かプルーフネットと呼ばれるグラフを用いた表現のどちらかのみであったが，本研究により極性線形論理のカット除去手続きが計算手続きとして得られる。また，本研究ではラムダミュー計算から極性双対計算への２つの変換を与える。これらは値呼び計算の項を正論理式の証明図へ，名前呼び計算の項を負論理式の証明図へと変換し，それぞれの簡約規則を保つ。これはラムダミュー計算により極性線形論理のカット除去手続きが模倣されることを意味する。また，これらの変換が充満性，すなわち極性線形論理における証明図が変換の像の論理式を証明するとき，この証明図と同等な証明図に変換されるラムダミュー計算の項が存在することを示す。

論文の審査結果の要旨

本論文の主題は古典論理における計算手続きの双対性を明らかにすることである．数理論理体系と関数型プログラミング言語の間にはカリー・ハワード対応とよばれる密接な対応関係が知られている．カリー・ハワード対応は直観主義論理とラムダ計算についての関係がよく研究されてきたが，この関係はプログラミング言語における継続の概念を考慮することで古典論理についての関係へと拡張できる．拡張された計算体系の一つとしてParigotのラムダミュー計算は単純な文法でありながら強力な表現力を持ち，合流性や強正規化性などの良い性質を持つことからよく研究されている．プログラミング言語では，名前呼び戦略と値呼び戦略とよばれる2つの計算戦略が重要である．Wadlerは古典シーケント計算に対応する双対計算を提唱し，値呼び計算と名前呼び計算の双対性をシーケント計算の双対性を用いて説明した．本論文ではラムダミュー計算と双対計算および極性双対計算を用いて古典論理の計算手続きの双対性を研究した．

第2章ではWadlerの未解決問題に対する解を与える．Wadlerはラムダミュー計算と双対計算の間の相互変換を与え，ラムダミュー計算の名前呼びおよび値呼び戦略の双対性を双対計算の対称性で説明した．しかし，彼が考えた体系は等式に基づく体系であり，計算を手続きにしたがって順番に行なっていくことを意味する簡約関係は考慮されていなかった．Wadlerの問題とは彼の結果を簡約関係に置きかえられるかどうかという問題である．本論文ではまずWadlerの結果を見直し，問題を解くにあたって困難な部分を分析している．その結果，連言，選言そして否定に関するη規則，値呼び計算における構造制御規則である(name)規則，そして値呼び計算における対称μ規則の変数を代入する場合が困難であることをつきとめ，これらの規則のうち，前者2つの規則は証明図の正規化やカット除去とは対応しない規則であること，そして最後の対称μ規則についてはそれを外しても閉項の計算結果が変わらないという理由により本質的ではないことをつきとめた．そこで本研究では困難の原因であるこれらの規則を取り除き，または変更して定義したラムダミュー計算と双対計算に対して簡約体系を考え，Wadlerが与えた変換を改良することでこの問題を解決した．また，この研究により得られた結果から，値呼びラムダミュー計算と名前呼びラムダミュー計算の相互変換を，互いの簡約関係を保つようなものとして得ることができた．Wadlerは計算順序を考慮しない等式体系においてラムダミュー計算の値呼び戦略と名前呼び戦略の双対性を説明したが，本研究の結果は計算順序を考慮しても双対性を説明できることを意味している．

第3章では極性双対計算を提案した．これはLaurentの極性線形論理の部分体系に対応するようにWadlerの双対計算のアイデアを用いて構築した項計算体系である．極性線形論理において論理式はその性質により正負の極性を持つものとして分類される．極性双対計算は双対計算のように明示的な左右の対称性ではなく，論理式の極性という形で双対性を持つ．また，極性双対計算の簡約規則は極性線形論理のカット除去手続きに対応するように定義される．本研究の貢献は極性線形論理に対して項計算体系を与え，それに関する性質を明らかにしたことである．極性線形論理の証明図の表現はシーケント計算かプルーフネットとよばれるグラフを用いた表現のどちらかのみであったが，本研究により極性線形

論理のカット除去手続きが計算手続きとして得られた．また，本研究ではラムダミュー計算から極性双対計算への２つの変換を与えた．これらは値呼び計算の項を正論理式の証明図へ，名前呼び計算の項を負論理式の証明図へと変換し，それぞれの簡約規則を保つ．これはラムダミュー計算により極性線形論理のカット除去手続きが模倣されることを意味する．また，これらの変換が充満性，すなわち極性線形論理における証明図が変換の像の論理式を証明するとき，この証明図と同等な証明図に変換されるラムダミュー計算の項が存在することを示した．

また，本学位論文の第二章は，情報処理学会論文誌に掲載予定である．

以上により，審査会は，本学位論文が博士の学位に値する学術論文であると結論した．